

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ενότητα: Μελέτη και Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

Ημερομηνία: 14/11/11

Τμήμα: Γ'4

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:.....



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!



1. Αν η συνάρτηση $f(x) = a \ln x + bx^2$ έχει σημείο καμπής στο $(1,5)$:

A) Να βρείτε τα a και β .

[10]

B) Να δείξετε ότι η $f(x)$ είναι αύξουσα για κάθε x που ανήκει στο πεδίο ορισμού της.

[5]

2. Να βρείτε τις ασύμπτωτες των συναρτήσεων: (α) $f(x) = \ln(3x - 7)$ (β) $y = \frac{e^x}{x}$ [20]

3. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες (αν υπάρχουν) να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση:

$$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}.$$

[20]

4. Αφού γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{3}{x^2}$, $x > 0$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α της καμπύλης που απέχει από την ευθεία (ε): $3x+4y=0$ τη μικρότερη δυνατή απόσταση.

[20]

5. Έστω g μια πραγματική συνάρτηση δύο φορές παραγωγίσιμη στο $[0, +\infty)$ για την οποία ισχύει : $g(x) \neq 0$ και $[g'(x)]^2 \geq g(x) \cdot g''(x)$ για κάθε $x \in [0, +\infty)$.

Να δείξετε ότι η συνάρτηση $h(x) = \ln[g(x)]$ στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω για κάθε

$x \in [0, +\infty)$.

[10]

6. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x - \pi \ln x$

A) Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία την πιο πάνω συνάρτηση.

[10]

B) Να δείξετε ότι: $e^e \cdot \pi^\pi > e^{2\pi}$

[5]