

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 13/12/10

ΒΑΘΜΟΣ:

Διάρκεια: 65'

Υπ. Καθ:

Τμήμα: Γ1(κατ.)

Υπ. Κηδ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

1) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στις πιο κάτω περιπτώσεις:

α) Όταν έχει κέντρο $K(0,3)$ και διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{7}, 0)$.β) Όταν έχει κέντρο το $(-1,2)$ και εφάπτεται εσωτερικά του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$.

[6,8]

2) Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 + 2\lambda x - \lambda y = 0$ και η ευθεία (ε): $y = x + 2$.α) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η χορδή AB που ορίζει η ευθεία (ε) στον κύκλο να φαίνεται από την αρχή των αξόνων υπό ορθή γωνία.β) Για ποιες τιμές του λ η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου;

[12]

3) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου $x^2 + y^2 = 10$ που είναι κάθετες στην ευθεία $y = 3x - 5$.

[10]

4) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που περνά από τα σημεία $A(-1, -1)$, $B(-1,5)$ και η εφαπτομένη του στο σημείο A περνά από το σημείο $\Gamma(-4,0)$.

[16]

5) Δίνεται κύκλος με εξίσωση $(x-2)^2 + y^2 = 4$ και σημείο του $T(2 + 2\sin\theta, 2\eta\mu\theta)$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.Η εφαπτομένη του κύκλου στο T τέμνει τον άξονα Ox στο A. Αν K είναι το κέντρο του κύκλου και το εμβαδόν του τριγώνου KTA είναι $2\sqrt{3}$ τ.μ, να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες του σημείου A και

β) το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος TA.

γ) Να βρείτε επίσης την εξίσωση της άλλης εφαπτόμενης του κύκλου που άγεται από το A. [18]

6) Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $x^2 + y^2 - 2ax - 4y + 4 = 0$. Μεταβλητή ευθεία $y = \lambda x + 2$ τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία A και B. Να βρείτε την εξίσωση στην οποία ανήκει ο γεωμετρικός τόπος των μέσων M του AB όταν το λ μεταβάλλεται.

[18]

- (7) Το σχήμα που δίνεται, δείχνει δύο κάθετα τεμνόμενους διαδρόμους πλάτους ενός μέτρου ο καθένας και μια σκάλα, AB . Να εκφράσετε το μήκος της σκάλας, AB , συναρτήσει της γωνίας θ και στη συνέχεια να βρείτε το μεγαλύτερο μήκος που μπορεί να έχει η σκάλα, ώστε να μπορεί, αν μεταφερθεί οριζόντια, να στρίψει στη γωνία που σχηματίζουν οι κάθετα τεμνόμενοι διάδρομοι. [12]

