

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ενότητα: Κύκλος

Ημερομηνία: 18/1/12

Τμήμα: Γ'4

Διάρκεια: 45 λεπτά

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:

1. Δίνεται ο κύκλος (Κ): $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$.
 - A) Να βρείτε το κέντρο και το μήκος της ακτίνας του. [5]
 - B) Να γράψετε τις παραμετρικές εξισώσεις για τον πιο πάνω κύκλο. [5]
 - Γ) Να βρείτε τη δύναμη του σημείου A(2,-3) ως προς τον κύκλο (Κ) και να εξετάσετε τη θέση του σημείου A ως προς τον κύκλο. [5]
 - Δ) Να εξετάσετε τη θέση της ευθείας (ε): $-x + y = 9$ ως προς τον κύκλο και να βρείτε τα σημεία τομής (ή το σημείο επαφής) αν υπάρχουν. [10]
2.
 - A) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται του άξονα των y στο σημείο (0,2) και έχει το κέντρο του στην ευθεία $y=2x$. [10]
 - B) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο AB με A(10, -10) και B(0,10). [5]
 - Γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει το κέντρο του στην ευθεία $3x+y=11$ και περνά από τα σημεία A(0, 3) και B(2, 5). [10]
3.
 - A) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 25$ που άγονται προς αυτόν από το σημείο A(7,-1). [15]
 - B) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 10$ που είναι παράλληλες με την ευθεία $y=3x$. [10]
4. Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 = 4$ και το σημείο του P(2συνθ,2ημθ).
 - A) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο P είναι $x\sigmaυνθ + y\etaμθ = 2$. [10]
 - B) Αν η εφαπτομένη τέμνει τον άξονα των x στο A, να βρείτε την εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του σημείου M, μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AP. [15]

ΠΡΟΕΡΑΙΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

5. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)
 - A) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα
 - B) Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από την (1) για τις διάφορες πραγματικές τιμές του λ περνούν από δυο σταθερά σημεία A και B των οποίων να βρείτε τις συντεταγμένες.
Ποια είναι η εξίσωση της κοινής χορδής αυτών των κύκλων;