

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θέμα: Κύκλος

Διάρκεια: 40'

Ονοματεπώνυμο: _____ Αρ.: _____ Τμήμα: _____ Ημερομηνία: 28/11/2011

- 1) Δίνεται ο κύκλος $K_1: \chi^2 + \psi^2 - 6\chi - 2\psi + 1 = 0$
- α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. (5μ.)
- β) Να δείξετε ότι ο κύκλος εφάπτεται του άξονα των ψ και να βρείτε το σημείο επαφής. (5μ.)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του $A(3,4)$. (7.5μ.)
- δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου $Z(1,-2)$ ως προς τον κύκλο. (5μ.)
- ε) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που είναι ομόκεντρος με τον κύκλο K_1 και εφάπτεται της ευθείας $3\chi - 4\psi + 20 = 0$ (10μ.)
- στ) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου K_1 που άγονται από το σημείο $\Gamma(0,2)$. (10μ.)
- ζ) Να δείξετε ότι οι εξισώσεις $\chi = 3 + 5\sin\theta$ και $\psi = 4 + 5\eta\mu\theta$ παριστάνουν κύκλο και στη συνέχεια να βρείτε τη θέση του ως προς τον K_1 . (10μ.)
- 2) Δίνονται οι τεμνόμενοι κύκλοι : $K_1: \chi^2 + \psi^2 = 20 - \mu$
 $K_2: \chi^2 + \psi^2 - 6\chi - \mu\psi = 0$
 Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η κοινή χορδή τους να διέρχεται από το σημείο $(0,5)$. (7.5μ.)
- 3) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στις πιο κάτω περιπτώσεις:
- α) εφάπτεται του άξονα των χ στο $A(3,0)$, αποκόπτει από τον άξονα των ψ χορδή μήκους 8 μονάδων και το κέντρο του βρίσκεται στο α' τεταρτημόριο. (10μ.)
- β) έχει ακτίνα $R = \sqrt{5}$ και διέρχεται από το σημείο $A(0,-4)$, αν γνωρίζουμε επιπλέον ότι η ακτίνα KA (K το κέντρο του κύκλου) είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2\chi - 3$. (10μ.)
- 4) Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $(\chi - \alpha)^2 + \psi^2 = R^2$ και το σημείο του $T(\alpha + R\sin\theta, R\eta\mu\theta)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο T τέμνει τον άξονα των χ στο A και τον άξονα των ψ στο B .
- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο T είναι : $\chi\sin\theta + \psi\eta\mu\theta = \alpha\sin\theta + R$. (10μ.)
- β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της καμπύλης στην οποία βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος του μέσου M του AB είναι : $\psi^2(2\chi - \alpha)^2 = R^2(\chi^2 + \psi^2)$ (10μ.)