

ΣΧ. ΧΡΟΝΙΑ 2011-12

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΥΠ. ΚΗΔΕΜΟΝΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Μάθημα: Μαθηματικά. Ημερομηνία: 11/01/12 Διάρκεια: 45'

Όνομα μαθητή/τριας: Τμήμα: Γ5 Αρ:

1. Δίνεται ο κύκλος (K1) : $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$
 - α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. (5μ)
 - β) Να δείξετε ότι ο κύκλος εφάπτεται του άξονα των y και να βρείτε το σημείο επαφής. (7,5μ)
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του A(3,4). (7,5μ)
 - δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου Z(1,-2) ως προς τον κύκλο. (5μ)
 - ε) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που είναι ομόκεντρος με τον κύκλο (K1) και εφάπτεται της ευθείας $3x-4y+20=0$. (10μ)
 - στ) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που άγονται από το σημείο Γ(0,2) καθώς και το μήκος τους. (15μ)
 - ζ) Να δείξετε ότι οι εξισώσεις $x=3+5\cos\theta$ και $y=4+5\sin\theta$ παριστάνουν κύκλο και στη συνέχεια να βρείτε τη θέση του ως προς τον (K1). (10μ)
2. Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου: $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ στο σημείο του (x_1, y_1) είναι η : $xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$. (10μ)
3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει ακτίνα $R=\sqrt{5}$, περνά από το σημείο A(0,-4) και η ακτίνα KA (K το κέντρο του κύκλου) είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 2x - 3$. (10μ)
4. Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $(x - \alpha)^2 + y^2 = R^2$ και το σημείο του T($\alpha+R\cos\theta, R\sin\theta$). Η εφαπτομένη του κύκλου στο T τέμνει τον άξονα των x στο A και τον άξονα των y στο B.
 - α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο T είναι : $x\cos\theta + y\sin\theta = \alpha\cos\theta + R$. (10μ)
 - β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της καμπύλης στην οποία βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος του μέσου M του AB είναι : $y^2(2x - \alpha)^2 = R^2(x^2 + y^2)$. (10μ)