

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ :

Ημερομηνία : 08/ 12/09

Υπ. Καθ :

Διάρκεια : 45'

Υπ. Κηδ:

Τμήμα : Γκατ.

- 1) Δίνεται ο κύκλος $K_1: x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$. Να βρείτε:
 - α) τις συντεταγμένες του κέντρου του και το μήκος της ακτίνας του,
 - β) τη θέση του σημείου $A(1,4)$ ως προς τον κύκλο K_1 ,
 - γ) την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο του $B(2,3)$,
 - δ) τις εξισώσεις των εφαπτομένων που άγονται από την αρχή των αξόνων,
 - ε) το μήκος της χορδής που αποκόπτει ο κύκλος K_1 από τον άξονα $y y'$,
 - στ) τη θέση του κύκλου K_1 με τον κύκλο $K_2: x^2 + y^2 - 6x - 14y + 49 = 0$. [34]
- 2) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που περνά από την αρχή των αξόνων και εφάπτεται της ευθείας $x+2=0$ στο σημείο $A(-2,4)$. [20]
- 3) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x - 4\mu y - 3 = 0$
 - α) Να δείξετε ότι η πιο πάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για όλες τις πραγματικές τιμές του μ .
 - β) Αν το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος που άγεται από το σημείο $A(1, -1)$ ισούται με 5 μονάδες, να βρείτε την τιμή του μ . [16]
- 4) Δίνεται κύκλος $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ και τα σημεία του $A(2+2\sin\theta, 1+2\eta\mu\theta)$ και $B(2,\kappa)$ $\kappa > 0$. Προεκτείνουμε την χορδή BA προς το A και παίρνουμε P ώστε $BA = AP$. Να υπολογίσετε την τιμή του κ και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση του γεωμετρικού τόπου των σημείων P (όταν το θ μεταβάλλεται) και να δείξετε ότι είναι κύκλος του οποίου να αναφέρεται το κέντρο και την ακτίνα. [18]
- 5) Δίνεται κύκλος $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ ($a > 0$). Η ευθεία $y = -\frac{1}{2}x + \beta$ τέμνει τον κύκλο στα σημεία A και B . Αν η γωνία $AOB = 90^\circ$ (O η αρχή των αξόνων),
 - α) να δείξετε ότι $\beta = \frac{a}{2}$.
 - β) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου OAB ισούται με $E = \frac{a^2\sqrt{5}}{5}$. [12]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!