

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ :

Ημερομηνία : 19/ 12/11

Υπ. Καθ. :

Διάρκεια : 45'

Υπ. Κηδ. :

Τμήμα : Γ5 (κατ.)

- 1) i) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου ο οποίος:
 - α) έχει κέντρο $K(2, -3)$ και ακτίνα 4,
 - β) περνά από τα σημεία $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ και $\Gamma(4, 4)$,
 - γ) έχει κέντρο το $K(-2, 1)$ και εφάπτεται εσωτερικά του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 - 2y - 24 = 0$.
 ii) Να προσδιορίσετε το λ έτσι ώστε η ευθεία $y = x + 2$ να τέμνει τον κύκλο $x^2 + y^2 - \lambda x - \lambda y = 0$. [5,10,10,10]
- 2) α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 20$ που άγονται από το σημείο $P(-2, 6)$.
 β) Να βρείτε επίσης τη γωνία που σχηματίζουν οι εφαπτόμενές του καθώς και το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος από το P στον κύκλο. [15]
- 3) Να βρείτε τις εξισώσεις των κύκλων που περνούν από το σημείο $A(1, 1)$, εφάπτονται του άξονα των x και έχουν το κέντρο τους πάνω στην ευθεία $2y - x = 0$. [15]
- 4) Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $x^2 + (y - \beta)^2 = R^2$, $0 < \beta < R$ και τα σημεία του $A(0, \beta + R)$ και $B(R \sin \theta, \beta + R \eta \mu \theta)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο B τέμνει τον άξονα των x στο Γ .
 α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο B είναι: $x \sin \theta + y \eta \mu \theta = \beta \eta \mu \theta + R$.
 β) Να βρείτε την εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος της κορυφής Δ του ορθογωνίου $\Gamma O A \Delta$. [15]
- 5) Δίνεται ο κύκλος κ με εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 10 = 0$ και το σημείο του $A(1, 3)$. Αν B είναι ένα άλλο σημείο του κύκλου κ , τότε να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των μέσων των χορδών AB του κύκλου κ ανήκουν σε έναν άλλο κύκλο, του οποίου να βρείτε την εξίσωση. [10]
- 6) Δίνεται κύκλος C , ο οποίος εφάπτεται στον άξονα $y'y$. Αν τα σημεία $\Sigma(\alpha, \beta)$ και $T(\gamma, \delta)$ αποτελούν τα άκρα μιας διαμέτρου του κύκλου C , να αποδείξετε ότι $(\delta - \beta)^2 = 4\alpha\gamma$. [10]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!