

Καθηγητής:

Διάρκεια: 45 λεπτά

Τμήμα: Γ₆

Ημερομηνία: 13-02-12

Βαθμός: _____

Υπογραφή: _____

Ονοματεπώνυμο: _____

Αριθμός καταλόγου: _____

Καλή επιτυχία !

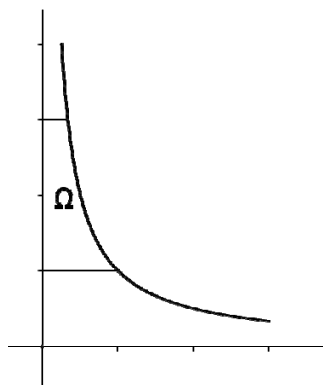
1. Να υπολογίσετε τα ολοκλήρωμα: (μον. 5, 5, 10)

α) $\int_1^2 \frac{x}{3x^2 - 2} dx$

β) $\int_0^1 (x+1) e^{x^2+2x} dx$

γ) $\int_2^3 x\sqrt{x-2} dx$

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μέρος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y = \frac{1}{x}$. Το χωρίο Ω περικλείεται από την καμπύλη, τον άξονα των Ψ και τις ευθείες $y = 1$, $y = \kappa$, με $\kappa > 1$. Αν το εμβαδόν του χωρίου Ω είναι ίσο με $\frac{1}{2}$ τ.μ. να βρείτε το κ . (μον. 10)



3. Με τη χρήση του μετασχηματισμού $x = a \eta \mu \theta$, ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$. (μον. 15)
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^3$, $g(x) = x$ και τις ευθείες $x = -2$, $x = 1$. (μον. 15)
5. Δίνεται η εξίσωση της καμπύλης $(y-2)^2 = x$ και η εξίσωση της ευθείας $x - 2y + 4 = 0$.
 α) Να βρείτε τα σημεία τομής τους. (μον. 5)
 β) Να υπολογίσετε τον όγκο που παράγεται όταν το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη και την ευθεία περιστραφεί πλήρως γύρω από τον άξονα των Ψ . (μον. 10)

6. Κυκλικός δίσκος, με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα R , περιστρέφεται κατά π γύρω από τον άξονα των X . Να αποδείξετε ότι το στερεό που παράγεται από την περιστροφή έχει όγκο $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (μον. 10)

7. Δίνεται η συνάρτηση f που είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και για την οποία ισχύει η σχέση $f(\alpha + \beta - x) = f(x)$ για κάθε $x \in R$.

α) Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $x = \alpha + \beta - u$ να δείξετε ότι

$$\int_{\alpha}^{\beta} xf(x)dx = \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx. \quad (\text{μον. 10})$$

β) Με τη βοήθεια της πιο πάνω σχέσης, ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το

$$\text{ολοκλήρωμα } \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx. \quad (\text{μον. 5})$$