

Σχολική Χρονιά 2011 – 2012

Βαθμός:.....

Υπογραφή καθηγήτριας:

Υπογραφή Κηδεμόνα:.....

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Γ' Κατεύθυνσης
Θέμα: Ορισμένο ολοκλήρωμα

Ημερομηνία 22/02/12

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Γ₅

1. α) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^3 x(x+2)^5 dx$ (β.1-2)

β) Να αποδείξετε ότι $\int_0^2 f(x)dx = 2 \int_2^3 f(6-2t)dt$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $y = -x^2 + 4x - 3$ και την ευθεία $y = x - 3$. (β.4)

3. α) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Τ που περικλείεται από την καμπύλη $y = \sqrt{x}$, την ευθεία $x - y - 2 = 0$ και τον άξονα των x .

β) Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν το χωρίο Τ περιστραφεί πλήρη στροφή i) γύρω από τον άξονα των x .
ii) γύρω από τον άξονα των y . (β.6)

4. Το χωρίο που περικλείεται από την $y = \ln x$, τον άξονα των y και τις ευθείες $y = a$, $y = 2a$, $a > 0$ περιστρέφεται κατά 2π γύρω από τον άξονα των y . Αν ο όγκος του στερεού που παράγεται ισούται με π κυβικές μονάδες, να βρείτε το a . (β.4)

5. Χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό $x = -t$, να δείξετε ότι το ολοκλήρωμα

$$A = \int_{-1}^1 \frac{x^2 e^x dx}{e^x + 1} \text{ ισούται με το ολοκλήρωμα } B = \int_{-1}^1 \frac{x^2 dx}{e^x + 1}$$

Στη συνέχεια να υπολογίσετε το $A + B$ και το B . (β.3)