

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 26/ 03/12

Διάρκεια : 55'

Τμήμα : Γ1,Γ5.

ΟΝΟΜΑ : Αρ :

ΒΑΘΜΟΣ :

Υπ. Καθ :

Υπ. Κηδ:

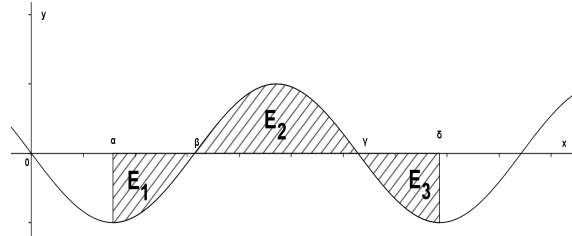
1) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^1 (e^x + 5) dx$. [5]

2) Αν $\int_0^a \frac{2x-1}{x^2+1} dx = \ln 4 - \frac{\pi}{3}$, να βρείτε την τιμή του a . [10]

3) Δίνεται συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν τα εμβαδά $E_1=E_3=2$ και $E_2=4$, τότε

να υπολογίσετε: α) $\int_a^\delta f(x) dx$,

β) $\int_\gamma^\beta f(x) dx$. [6]



4) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = x^3$ και $g(x) = 2x - x^2$. [15]

5) Το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη $y = -\ln\left(\frac{x}{\kappa}\right)$, $\kappa > 0$, την ευθεία $y=1$ και τους άξονες των x και y στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των y . Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται συναρτήσει του κ . [13]

6) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της καμπύλης στα σημεία της $A(0,1)$ και $B(\pi/2, 0)$.

β) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου E , που περικλείεται από την καμπύλη f και τις εφαπτόμενες στα σημεία A και B .

γ) Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν το χωρίο E περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα των x . [27]

7) Δίνεται $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2^x + 1}$

i) α) Να δείξετε ότι $f(x) + f(-x) = x^2 + 1$.

β) Χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό $u = -x$ να δείξετε ότι

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \int_{-\alpha}^{\alpha} f(-x) dx.$$

γ) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx$.

ii) Τα κέρδη $K(t)$ μιας εταιρείας σε $t \geq 0$ μήνες είναι: $K(t) = \int_{-t}^t \frac{x^2 + 1}{2^x + 1} dx$ εκατομμύρια ευρώ.

Να βρείτε το συνολικό κέρδος σε 6 μήνες.

[18]

8) Δίνεται συνάρτηση f που είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$ και

$$f(x) = (4x^3 - 8x) \left[\int_0^1 f(x) dx \right] + 36. \text{ Να βρείτε την συνάρτηση } f(x).$$

[6]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!