

Σχολική χρονιά: 2010/2011

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 29/ 03/2011

Διάρκεια : 45'

Τμήμα : Γ' κατ.

ΟΝΟΜΑ : ..... Αρ : .....

ΒΑΘΜΟΣ : .....

Υπ. Καθ : .....

Υπ. Κηδ: .....

1) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 2}$ .

α) Να γράψετε τη συνάρτηση στη μορφή  $f(x) = A + \frac{B}{x + 2}$ , όπου  $A, B \in \mathbb{R}$ .

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^2 f(x) dx$ . [12]

2) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση  $t = \tan x$  ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε

το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\pi/3} \frac{1}{9 + 7 \tan^2 x} dx$ . [12]

3) Χωρίο  $T$  περικλείεται από την καμπύλη  $y = e^x$ , τους άξονες και την ευθεία  $x = 2$ .

Να βρείτε:

(α) το εμβαδό του χωρίου  $T$  και

(β) τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν το χωρίο  $T$  περιστραφεί κατά  $2\pi$  γύρω από

(i) τον άξονα των  $x$ ,

(ii) τον άξονα των  $y$ . [24]

4) Δίνεται η καμπύλη  $y = -\ln x$ .

α) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο  $A(1,0)$  είναι η  $y + x = 1$ .

β) Να βρείτε τον όγκο που παράγεται όταν το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη, την εφαπτομένη και την  $y = 1$  στραφεί πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των  $y$ . [18]

5) Δίνεται η καμπύλη  $y^2 = 2\lambda x$  και η ευθεία (ε):  $y + x = 4\lambda$ ,  $\lambda > 0$ .

α) Να βρείτε το εμβαδό  $E(\lambda)$  του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη, την ευθεία (ε) και τον άξονα των  $x$  στο πρώτο τεταρτημόριο.

β) Αν  $E(\lambda) = \frac{7}{6} \tau.μ$  να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ . [19]

6) Δίνονται οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$ , οι οποίες είναι συνεχείς στο διάστημα  $[-a, a]$ , με  $f(-x) = f(x)$  και  $g(x) = -g(-x)$ .

α) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση  $t = -x$ , ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να δείξετε ότι:

$$\int_{-a}^a \frac{f(x)}{e^{g(x)} + 1} dx = \int_0^a f(x) dx.$$

β) Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του (α) ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sigma \nu^2 x}{e^{\eta \mu x} + 1} dx$ . [15]

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**