

Σχ. χρονιά : 2010 - 2011

Βαθμός :

Υπ. Καθ. :

Ενότητα : ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ-ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ημερομ. : 03-03-11

Όνομα μαθητή/τριας : Αρ. : Τμήμα : Γ₃

1. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα :

α) $\int_0^2 (x^2 + x) dx$

β) $\int_1^e 2x \cdot \ln x dx$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μέρους του επιπέδου που περικλείεται από την καμπύλη $\psi = -x^2 + 1$, την ευθεία $\psi = x + 1$ και τον άξονα xx' .

3. Αν **T** είναι το χωρίο που περικλείεται από τις συναρτήσεις $y = e^x$, $y = e^{-x}$ και την ευθεία $x = \ln 2$,
i. να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου **T**.
ii. να βρεθεί ο όγκος που παράγει το χωρίο **T** αν αυτό περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα των x .

4. Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου που σχηματίζεται από την καμπύλη $\psi = (x-1)^2$ και την ευθεία $\psi = 1$ γύρω από τον άξονα $\psi\psi'$.

5. Δίνεται η συνάρτηση f που είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και για την οποία ισχύει η σχέση $f(\alpha + \beta - x) = f(x)$ για κάθε $x \in R$.

α) Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $x = \alpha + \beta - u$, να δείξετε ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} x f(x) dx = \frac{\alpha + \beta}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

β) Με την βοήθεια της πιο πάνω σχέσης ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx$.