

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ορισμένο Ολοκλήρωμα

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ _____ Τμήμα: Γ1 Ημερομηνία: 14 Μαρτίου 2012 Περίοδος: 3η Διάρκεια: 45' (Προειδοποιημένο)	2011 - 2012 Βαθμός _____ Υπογραφή καθηγητή _____ Υπογραφή κηδεμόνα _____
--	--

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα :

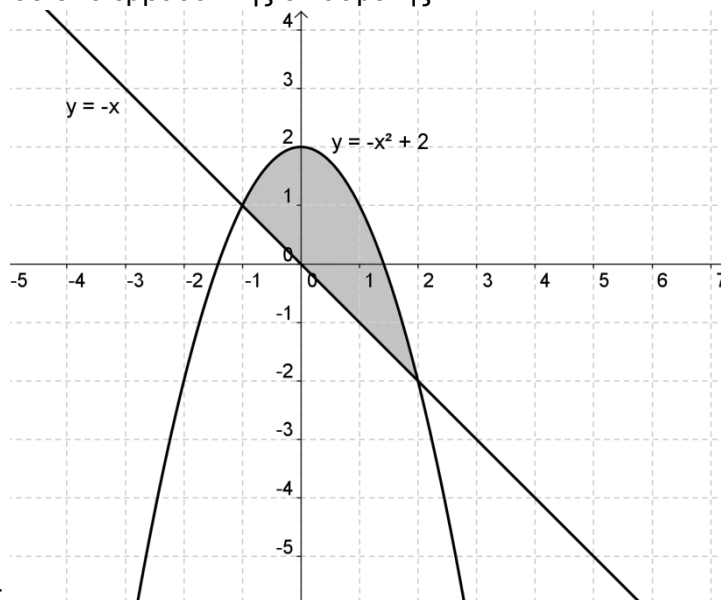
i. $\int_0^1 \left(x^2 - \frac{1}{2}x + 1 \right) dx$

ii. $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx, \quad u = \sqrt{x}$

iii. $\int_0^\pi x \ln x dx$

(5,10,10 μονάδες)

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης



επιφάνειας.

(10 μονάδες)

3. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη $y = e^{2x}$, τον άξονα $y'y$ και την ευθεία $y = 4$, όταν στραφεί πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των y .

(10 μονάδες)

4. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 - 1$ και την ευθεία $y = x - 1$, όταν στραφεί πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των x .

(10 μονάδες)

5. Δίνονται οι καμπύλες $y^2 = -4x$ και $x^2 = 4y$. Να αποδείξετε ότι χωρίζουν την επιφάνεια του τετραγώνου που περικλείεται από τις ευθείες $x = 0, x = -4, y = 4$ και $y = 0$ σε τρία ίσεμβαδικά μέρη.

(25 μονάδες)

6. Δίνεται συνάρτηση $f(x)$ με συνεχή παράγωγο στο $[0,1]$. Αν η $f(x)$ ικανοποιεί

$$\text{τη σχέση } \int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 2012 - \int_0^1 f(x) dx \text{ να βρείτε το } f(1).$$

(10 μονάδες)

7. Δίνεται συνάρτηση f συνεχής στο διάστημα $[0, \alpha]$, ($\alpha > 0$), να δείξετε ότι ισχύει

$$I = \int_0^a x^3 f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} x \cdot f(x) dx$$

(10 μονάδες)