

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 03 / 12

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

1. Να υπολογισθούν τα πιο κάτω ολοκληρώματα: (β.4)

$$\alpha) \int_0^1 (e^{2x} + x^2) dx \quad \beta) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad \chi = 2 \eta \mu \theta, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

2. Αν $\int_0^3 f(x) dx = 3$, $\int_0^6 f(x) dx = 6$ και $\int_0^9 f(x) dx = 9$, να βρείτε τα ολοκληρώματα :

$$\alpha) \int_6^0 2f(x) dx, \quad \beta) \int_3^6 f(\chi) d\chi, \quad \gamma) \int_6^9 f(x) dx \quad \delta) \int_0^{-1} f(-3x) dx \quad (\beta.4)$$

3. Να βρείτε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 + 3x + 2$ και τον άξονα $x'x$ (β.2)
4. Να βρείτε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $y^2 = x$ και την ευθεία $y = x - 2$. Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που παράγει το χωρίο που περικλείεται από την $y^2 = x$ την $y = x - 2$ και τον άξονα των y αν αυτό περιστραφεί γύρω από τον άξονα των y . (β.4)

5. Έστω συνάρτηση f με τοπικό ακρότατο $(1,0)$ και f'' συνεχή για την οποία ισχύει :
- $$\int_0^1 (f(x) - f''(x)) \cdot e^x dx = 0 \text{ .Να δείξετε ότι } f(0) = f'(0) \quad (\beta.3)$$

6. Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 2\pi]$. Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $x = 2\pi - y$ Να δείξετε ότι :

$$\int_0^{2\pi} x \cdot f(\sin x) dx = \pi \int_0^{2\pi} f(\sin x) dx. \quad (\beta.4)$$

Με την βοήθεια της πιο πάνω σχέσης να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$: \int_0^{2\pi} x \cdot \sin^2 x dx.$$