

2011 - 2012

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ορισμένο Ολοκλήρωμα

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ _____	Βαθμός _____ Υπογραφή καθηγητή _____ Υπογραφή κηδεμόνα _____
Τμήμα: Γ1	
Ημερομηνία: 14 Μαρτίου 2012	
Περίοδος: 3η	
Διάρκεια: 45' (Προειδοποιημένο)	

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα :

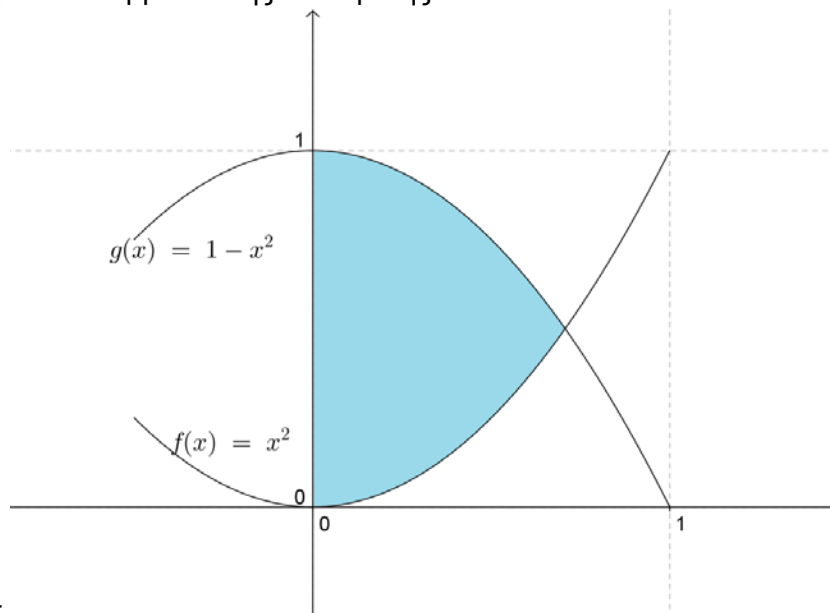
i. $\int_0^1 \left(x^2 - \frac{1}{2}x + 1 \right) dx$

ii. $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx, \quad u = \sqrt{x}$

iii. $\int_0^{\pi} x \ln x dx$

(5,10,10 μονάδες)

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης



επιφάνειας.

(10 μονάδες)

3. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη $y = e^{2x}$, τους άξονες και την ευθεία $x = \ln 2$, όταν στραφεί πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των x .

(10 μονάδες)

4. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από το χωρίο που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 - 1$ και την ευθεία $y = x - 1$, όταν στραφεί πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των y .

(10 μονάδες)

5. Δίνονται οι καμπύλες $y^2 = 4x$ και $x^2 = 4y$. Να αποδείξετε ότι χωρίζουν την επιφάνεια του τετραγώνου που περικλείεται από τις ευθείες $x = 0, x = 4, y = 4$ και $y = 0$ σε τρία ίσεμβαδικά μέρη.

(25 μονάδες)

6. Δίνεται συνάρτηση $f(x)$ με συνεχή παράγωγο στο $[0,1]$. Αν η $f(x)$ ικανοποιεί

$$\text{τη σχέση } \int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 2012 - \int_0^1 f(x) dx \text{ να βρείτε το } f(1).$$

(10 μονάδες)

7. Δίνεται μια συνεχής συνάρτηση $f(x)$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Να αποδείξετε

$$\text{ότι } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \int_0^{\beta-\alpha} f(\alpha + x) dx.$$

(10 μονάδες)