

Σχ. χρονιά : 2011 - 2012

Βαθμός : .....

Υπ. Καθ. : .....

Ενότητα : ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ-ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ημερομ. : 12-03-12

Όνομα μαθητή/τριας : ..... Αρ. : ..... Τμήμα : Γ<sub>3</sub>

1. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα :

$$\alpha) \int_0^1 (3x^2 - x - 1) dx \quad \beta) \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx \quad (\beta.1-2)$$

2. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη  $\psi = x^3 + 1$ , την ευθεία  $x=1$  και τον άξονα  $xx'$  (β.2)

3. Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου που σχηματίζεται από την υπερβολή  $x\psi = 4$  την ευθεία  $\psi = x$  και την ευθεία  $\psi=1$  γύρω από τον άξονα  $xx'$ . (β.3)

4. α) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα :  $\int_0^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$ ,  $x=R\eta\mu\theta$   $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$  (β.3)

β) Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου :  $x^2 + \psi^2 = R^2$  (β.2)

5. Αν **T** είναι το χωρίο που περικλείεται από τις συναρτήσεις  $\psi = e^x$ ,  $\psi = 1$  και την  $x = 1$

i. να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου **T**.

ii. να βρεθεί ο όγκος που παράγει το χωρίο **T** αν αυτό περιστραφεί κατά  $2\pi$  γύρω από τον άξονα των  $\psi$ . (β.5)

6. Να δείξετε ότι :  $\int_0^{2\alpha} f(x)dx = \int_0^{\alpha} f(x)dx + \int_0^{\alpha} f(2\alpha - x)dx$  ( $\alpha > 0$ ) (β.2)

### ΦΙΛΟΔΩΡΗΜΑ

Να βρείτε την ορισμένη στο διάστημα  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  συνάρτηση  $f$  με συνεχή δεύτερη

παράγωγο, για την οποία ισχύουν :

$$f(0) = 2012, \quad f'(0) = 1 \quad \text{και} \quad 1 + \int_0^x f''(t) \sin t dt = \sin^2 x + \int_0^x f'(t) \eta\mu t dt$$