

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΚΑΤ.

ΟΝΟΜΑ: -----

ΤΜΗΜΑ : -----

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:-----

Να επιλέξετε τις 5 από τις 6 ασκήσεις. Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 4 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το πιο κάτω ολοκλήρωμα :

$$\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx \quad \text{αν} \quad \chi=2\eta\mu\theta \quad \text{και} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

2. Αν $\int_1^{a^2} \frac{x}{x^2+4} dx + \int_1^{a^2} \frac{(x+2)^2}{x^2+4} dx + \int_{a^2}^1 \frac{5x}{x^2+4} dx = 3$, να βρεθεί ο $a \in \mathbb{R}$.

3. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται , από την στροφή κατά 2π γύρω από τον άξονα $O\chi$, του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $\psi=2\sigma\upsilon\nu\chi$ $(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ και την ευθεία $\psi=1$.

4. Χωρίο T περικλείετε από τις καμπύλες $\psi=\chi^2$ και $\chi\psi=1$,την ευθεία $\psi=4$ και τον άξονα των ψ .

Να βρείτε :

α) το εμβαδόν του χωρίου T και

β) τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν το χωρίο T περιστραφεί κατά 2π γύρω από τον άξονα των ψ .

5. Δίνεται η συνάρτηση f με συνεχή δεύτερη παράγωγο στο σύνολο των πραγματικών αριθμών ,για την οποία ισχύει $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ και ισχύει

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + f''(x)] \cdot \sigma\upsilon\nu\chi = 2. \text{ Να υπολογίσετε το } f'(0).$$

6. Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 2\pi]$. Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $\chi=2\pi-u$ να δείξετε ότι :

α) $\int_0^{2\pi} f(\chi) d\chi = \int_0^{2\pi} f(2\pi - \chi) d\chi$

β) $\int_0^{2\pi} \chi f(\sigma\upsilon\nu\chi) d\chi = \pi \int_0^{2\pi} f(\sigma\upsilon\nu\chi) d\chi$

Στη συνέχεια να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^{2\pi} \chi \sigma\upsilon\nu^3 \chi d\chi$.