

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ημερ.: 5/10/11

Διάρκεια: 40 λεπτά

Βαθμός:

Ονοματεπώνυμο: _____

Τμήμα: Γ'4 (Κατ.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Άσκηση 1:

Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω:

A) $y^2 - xy + x^2 = 2x$

(μ. 1)

B) $f(x) = (\eta\mu x)^x$

(μ. 1)

Άσκηση 2:

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις:

I) $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 5$

(μ. 2)

II) $g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$

(μ. 2)

Άσκηση 3:

Να υπολογίσετε τα όρια:

A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2\eta\mu x}{x - \eta\mu x}$

(μ. 2)

B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

(μ. 2)

Γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - \ln(2x+1))$

(μ. 2)

Άσκηση 4:

Αν $x = a \sin^3 t$ και $y = a \eta \mu^3 t$ (a σταθερά), να δείξετε ότι: $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\tau \epsilon \mu^4 t \cdot \sigma \tau \epsilon \mu t}{3a}$. (μ. 2)

Άσκηση 5:

Δίνεται η καμπύλη με παραμετρικές εξισώσεις $x = 3\theta + \eta \mu \theta$, $y = 2 + 2 \sigma \upsilon \nu \theta$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο με $\theta = \frac{\pi}{2}$. (μ. 2)

Άσκηση 6:

A) Να διατυπώσετε το Θεώρημα της Μέσης Τιμής.

(μ. 1)

B) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 3$.

I) Να αποδείξετε ότι για την f ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θεωρήματος της Μέσης Τιμής στο διάστημα $[-2, 4]$.

(μ. 0.5)

II) Να βρείτε την τιμή του $\xi \in (-2, 4)$ για την οποία ισχύει το Θεώρημα της Μέσης Τιμής.

(μ. 1.5)

Άσκηση 7:

Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο 2, $f(2) = 1$ και $f'(2) = 3$, να βρείτε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(f(x))}{2f(x) - x}$$

(μ. 1)