
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10/05/12 ΤΜΗΜΑ:..... ΒΑΘΜΟΣ:.....

1. Να βρείτε τις παραγώγους των πιο κάτω συναρτήσεων: (μον.5)

(α) $f(\chi) = \chi \cdot e^{\chi^2}$ (β) $f(\chi) = \frac{\ln(\chi+1)}{\chi}$ (γ) $\psi^\chi = \chi$ (δ) $\psi = 2^{e\phi^3\chi}$

2. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου να βρείτε την παράγωγο της $f(\chi) = \chi^3 - 1$. (μον.1,5)

3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $\psi^2 = 4\chi$ στο σημείο της $A(t^2, 2t)$. (μον.1,5)

4. Η καμπύλη $\psi = a \ln \chi + b\chi^2$ περνά από το σημείο $A(1, 3)$. Αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο A σχηματίζει γωνιά $\frac{\pi}{4}$ με το θετικό ημιάξονα χ , να βρείτε τα a και b . (μον.2)

5. (α) Αν $\psi = \chi \cdot e^{2\chi}$ να δείξετε ότι $\frac{d^2\psi}{d\chi^2} - 4\frac{d\psi}{d\chi} + 4\psi = 0$. (μον.3)

(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $\psi = \chi \cdot e^{2\chi}$ στο σημείο της για το οποίο $\chi = 1$

και να εξετάσετε αν η εφαπτομένη αυτή περνά από το σημείο $(1, e^2)$.

6. Δίνεται η καμπύλη $\chi\psi = 4$ και δύο σημεία της $A\left(2t, \frac{2}{t}\right)$ και $B\left(2p, \frac{2}{p}\right)$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης στο A είναι η $t^2\psi + \chi = 4t$. (μον.1.5)

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης στο B είναι η $p^3\chi - p\psi = 2p^4 - 2$. (μον.1.5)

γ) Αν οι εφαπτόμενες της $\chi\psi = 4$ στα σημεία A και B είναι παράλληλες μεταξύ τους να δείξετε ότι:

$$t = -p \quad (\text{μον.1})$$

7. Αν $f(\chi) = \chi^{\kappa^2+1} \cdot \ln \chi$ όπου $\kappa \in \mathbb{R}$, να λύσετε την εξίσωση: $f'(\chi) - \frac{f(\chi)}{\chi} = (\kappa^2 + 1) \cdot \chi^{\kappa^2}$. (μον.3)