

ΟΝΟΜΑ ΜΑΘΗΤΗ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/09/2012

ΒΑΘΜΟΣ:

1. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων: [β: 20]

(α) $\psi = \sqrt{2x^3 - 1} + \frac{2}{5x} - e$

(β) $\psi = \ln(3x^2 - 2)^2$

(γ) $x\psi^2 + 2\psi = x$

(δ) $\begin{cases} x = v^2 - 3 \\ \psi = 2v^3 + 1 \end{cases}$

2. Να υπολογίσετε τα όρια: [β: 25]

(α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^8}{3x^2 + x - 4}$

(β) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [(x-3) \ln(x-3)]$

(γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - 5x) \cdot e^{-2x}$

(δ) $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 3\theta}{\ln \sin 2\theta}$

3. Αν $\psi = x \cdot e^{-x^2}$ να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{d\psi}{dx}$. [β: 15]

4. Δίνεται η καμπύλη: $x = \ln(e^t - 1)$ [β: 10]

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot \ln(e^{2t} - 1), \quad t > 0.$$

(α) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{dx}{dt} = 2$.

(β) Να βρείτε την καρτεσιανή εξίσωση της καμπύλης.

5. Οι παραμετρικές εξισώσεις καμπύλης είναι: $\psi = \varepsilon\theta^2 - 1$ και $x = 1 + 2\varepsilon\theta$. [β: 30]

(α) Να δείξετε ότι: $4 \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 - \psi$.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο με $\theta = \frac{\pi}{3}$.