

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ-ΣΦΑΙΡΑ

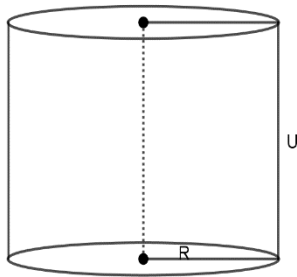
ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

Ορθός κύλινδρος ή **κύλινδρος** ονομάζεται το στερεό που παράγεται από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το οποίο εκτελεί μία πλήρη περιστροφή στον χώρο γύρω από μία πλευρά του.

Ένας κύλινδρος αποτελείται από δύο ίσους και παράλληλους κυκλικούς δίσκους που ονομάζονται **βάσεις** και την **κυρτή επιφάνεια**, που αν την ξετυλίξουμε, θα δούμε ότι έχει σχήμα ορθογωνίου.

Η απόσταση των δύο βάσεων λέγεται **ύψος (υ) του κυλίνδρου**

Η ακτίνα των βάσεων ονομάζεται και **ακτίνα του κυλίνδρου (R)**



$$E_{\kappa} = 2\pi R u$$

$$E_{\text{ολ}} = E_{\kappa} + 2E_{\beta} = 2\pi R u + 2\pi R^2$$

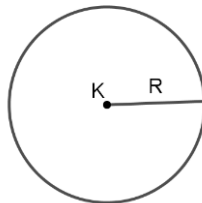
$$V = \pi R^2 u$$

Υπενθύμιση:

$$E = \pi R^2 : \text{Εμβαδόν}$$

$$\Gamma = 2\pi R : \text{Περίμετρος - Περιφέρεια}$$

Κύκλος



ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΚΥΛΙΝΔΡΟ

1) Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 10 cm.

- Να υπολογίσετε: α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου (E_{κ}) (80πcm²)
β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου ($E_{\text{ολ}}$) (112πcm²)
γ) Τον όγκο του κυλίνδρου (V) (160πcm³)

2) Η περίμετρος της βάσης κυλίνδρου είναι 16π cm και το ύψος του 5 cm. Να υπολογίσετε την ακτίνα, το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του κυλίνδρου. (8cm, 208cm², 320cm³)

3) Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου είναι 60π cm². Η ακτίνα του ισούται με 10 cm. Να υπολογίσετε ύψος και τον όγκο του. (3cm, 300πcm³)

4) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου είναι 64π cm² και η ακτίνα της βάσης είναι διπλάσια του ύψους του. Να υπολογίσετε το ύψος, την ακτίνα και τον όγκο του κυλίνδρου. (4cm, 8cm, 256πcm³)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ-ΣΦΑΙΡΑ

- 5) Το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $54\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας της βάσης του. Να υπολογίσετε την ακτίνα, το ύψος και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του. (3cm, 6cm, $36\pi\text{cm}^2$)
- 6) Κύλινδρος έχει όγκο ίσο με $54\pi\text{cm}^3$ και ύψος διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Να υπολογίσετε την ακτίνα και το ύψος του. (3cm, 6cm)
- 7) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κυλίνδρου είναι $40\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του είναι $72\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του. ($160\pi\text{cm}^3$)
- 8) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $48\pi \text{ cm}^2$ και ισχύει η σχέση $2U-3R=0$. Να υπολογίσετε την ακτίνα της βάσης και το ύψος του κυλίνδρου. (4cm, 6cm)
- 9) Ο όγκος κυλίνδρου είναι $160\pi \text{ cm}^3$ και ισχύει η σχέση $2U-5R=0$. Να υπολογίσετε την ακτίνα της βάσης και το ύψος του κυλίνδρου. (4cm)
- 10) Αν η ακτίνα της βάσης κυλίνδρου διπλασιαστεί, πόσες φορές πρέπει να ελαττωθεί το ύψος του, ώστε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου να μην αλλάξει; (Να ελαττωθεί στο μισό)
- 11) Κυλινδρικό δοχείο (βαρέλι) έχει ακτίνα βάσης 50 cm και ύψος 2 m. Αυτό πρέπει να γεμίσει με τη βοήθεια κυλινδρικού κουβά που έχει ακτίνα 20cm και ύψος 25cm. Πόσες φορές πρέπει να αδειάσουμε τον γεμάτο κουβά μέσα στο δοχείο (βαρέλι); (50 φορές)
- 12) Σοκολατένιος κύλινδρος με ακτίνα βάσης 8 cm και ύψος 20 cm λειώνεται και μετατρέπεται σε πλάκες σοκολάτας σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 6,28cm, 5cm, 2cm. Πόσες τέτοιες πλάκες μπορούν να γίνουν; (64)
- 13) Μια μεταλλική σωλήνα πάχους 1cm έχει εξωτερική ακτίνα 11cm. Ζητείται ο όγκος του μετάλλου που χρειάζεται για την κατασκευή σωλήνα μήκους 3 μέτρων. ($6300\pi\text{cm}^3$)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ-ΣΦΑΙΡΑ

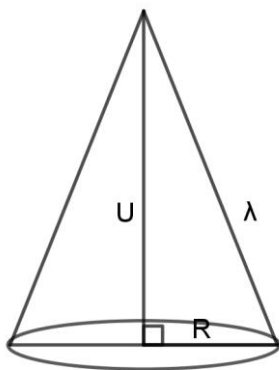
ΚΩΝΟΣ

Ορθός κώνος ή απλώς **κώνος** λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου γύρω από μια κάθετη πλευρά του.

Το ευθύγραμμο τμήμα γύρω από το οποίο περιστρέφεται, λέγεται **άξονας** ή **ύψος (u)** του κώνου.

Ο κυκλικός δίσκος που δημιουργείται από την περιστροφή ονομάζεται **βάση**. Η **ακτίνα (R)** της βάσης ονομάζεται και **ακτίνα του κώνου**.

Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή της υποτείνουσας ονομάζεται **κυρτή επιφάνεια** του κώνου και η υποτείνουσα ονομάζεται **γενέτειρα (λ)** του κώνου.



$$E_{\kappa} = \pi R \lambda$$

$$E_{\text{ολ}} = E_{\kappa} + E_{\beta} = \pi R \lambda + \pi R^2$$

$$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$$

$$U^2 + R^2 = \lambda^2$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΚΩΝΟ

- Ένας κώνος έχει ύψος 8 cm και ακτίνα βάσης 6 cm.
Να υπολογίσετε: α) Το μήκος της γενέτειρας του κώνου (λ) (10cm)
β) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου (E_{κ}) (60πcm²)
γ) Τον όγκο του κώνου (V) (96πcm³)
- Κώνος έχει ύψος 4 cm και περίμετρο βάσης 6π cm. Να υπολογίσετε την ακτίνα, τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του. (3, 12πcm³, 24πcm²)
- Κώνος έχει ύψος 12 cm και εμβαδόν βάσης 25π cm². Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας και της γενέτειρας του. (5cm, 13cm)
- Η διάμετρος της βάσης ενός κώνου είναι ίση με 24 cm. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του είναι 180π cm². Να υπολογίσετε τη γενέτειρα, το ύψος και τον όγκο του κώνου. (15cm, 9cm, 432πcm³)
- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κώνου είναι 90π cm² και εμβαδόν της της κυρτής επιφάνειας του είναι 65π cm². Να υπολογίσετε Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του. (5cm)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ-ΣΦΑΙΡΑ

- 6) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ορθού κυκλικού κώνου είναι $60\pi \text{ m}^2$ και η ακτίνα του ισούται με τα $\frac{3}{5}$ της γενέτειράς του. Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας και της γενέτειρας του. (6cm, 10cm)
- 7) Ο όγκος κώνου είναι $324\pi \text{ cm}^3$ και ισχύει η σχέση $R = \frac{3}{4}U$. Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους του. (12cm)
- 8) Αν η ακτίνα της βάσης κώνου διπλασιαστεί, πόσες φορές πρέπει να ελαττωθεί το ύψος του ώστε ο όγκος του να μην αλλάξει; (κατά το $\frac{1}{4}$)
- 9) Το εμβαδόν της βάσης κώνου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και η γενέτειρα του σχηματίζει με τη βάση γωνιά 45° . Να υπολογίσετε το μήκος της γενέτειρας του. ($6\sqrt{2} \text{ cm}$)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ-ΣΦΑΙΡΑ

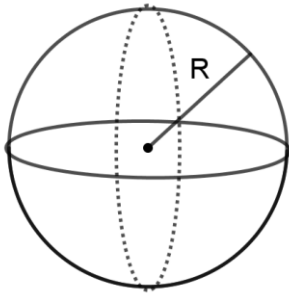
ΣΦΑΙΡΑ

Σφαίρα ονομάζεται το στερεό που παράγεται, αν περιστρέψουμε έναν κύκλο γύρω από την διάμετρο του.

Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή του κύκλου ονομάζεται **επιφάνεια της σφαίρας**.

Το κέντρο του κύκλου είναι το **κέντρο της σφαίρας**.

Η απόσταση οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας της σφαίρας από το κέντρο είναι ίση με την ακτίνα του κύκλου και είναι η **ακτίνα της σφαίρας (R)**.



$$E = 4\pi R^2$$
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΣΦΑΙΡΑ

- 1) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο σφαίρας με ακτίνα ίση με 5 cm.
($100\pi\text{cm}^2$, $\frac{500}{3}\pi\text{cm}^3$)
- 2) Μία σφαίρα έχει εμβαδόν ίσο με $36\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας της. (3cm)
- 3) Μία σφαίρα έχει όγκο ίσο με $\frac{32}{3}\pi\text{cm}^3$. Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας της. (2cm)