

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 7

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

Οι μαθητές μας, μπορούν να διαβάσουν από το σχολικό εγχειρίδιο και να λύσουν πρώτα τα ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ και τις δραστηριότητες που αντιστοιχούν στις πιο κάτω παραγράφους, βασιζόμενοι στα λυμένα παραδείγματα του βιβλίου (σελ. 63-106).

- Ευθείες και επίπεδα στον χώρο – Μέτρηση χώρου
- Εμβαδόν και όγκος ορθού πρίσματος
- Εμβαδόν και όγκος τετραγωνικής πυραμίδας
- Εμβαδόν και όγκος κυλίνδρου
- Εμβαδόν και όγκος κώνου
- Εμβαδόν και όγκος σφαίρας

Το σχολικό εγχειρίδιο, τεύχος Β΄, **Ενότητα 7–ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ** βρίσκεται και αναρτημένο στην ηλεκτρονική διεύθυνση

http://archeia.moec.gov.cy/sm/266/c_gym_mathimatika_2.pdf

Ακολουθούν **ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ**

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

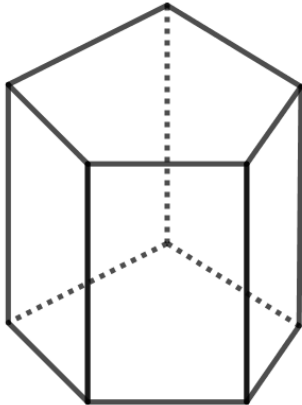
ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ (Ενότητα 7)

ΟΡΘΟ ΠΡΙΣΜΑ

Πρίσμα είναι το στερεό του οποίου οι δύο έδρες του είναι παράλληλα και ίσα πολύγωνα και ονομάζονται βάσεις του πρίσματος. Οι άλλες έδρες είναι παραλληλόγραμμα και ονομάζονται παράπλευρες έδρες.

Ορθό πρίσμα είναι το πρίσμα που οι παράπλευρες ακμές του είναι κάθετες στα επίπεδα των βάσεων.



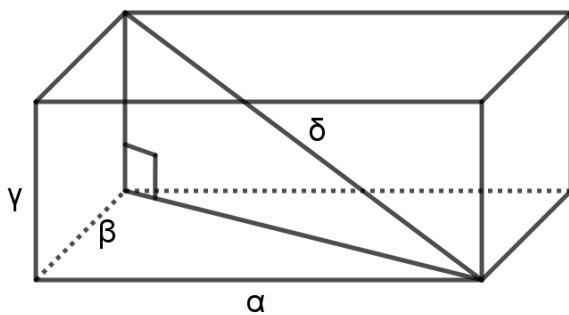
$$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$$

$$E_{\omega\lambda} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$$

$$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$$

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ

Ονομάζεται το πρίσμα του οποίου οι βάσεις είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα.



$$E_{\pi} = 2(\alpha\gamma + \beta\gamma)$$

$$E_{\omega\lambda} = 2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)$$

$$V = \alpha\beta\gamma$$

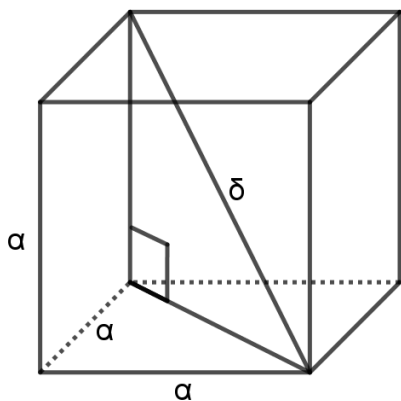
$$\delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$$

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

ΚΥΒΟΣ

Είναι το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου οι τρεις διαστάσεις είναι ίσες και οι έδρες του είναι όλες τετράγωνα με πλευρά α .



$$E_{\pi} = 4\alpha^2$$

$$E_{\text{ολ}} = 6\alpha^2$$

$$V = \alpha^3$$

$$\delta = \alpha\sqrt{3}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΠΡΙΣΜΑ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ – ΚΥΒΟΣ

- Να διαβάσετε από το βιβλίο τις σελίδες 63-81
- Στην παρένθεση δίνονται οι απαντήσεις

- 1) Πόσες έδρες έχει: α) ένας κύβος (6)
β) ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο (6)
γ) ένα πενταγωνικό πρίσμα (7)
δ) ένα οκταγωνικό πρίσμα (10)
ε) ένα πρίσμα που έχει 10 κορυφές; (12)
- 2) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός εδρών που μπορεί να έχει ένα πρίσμα; (5)
- 3) Πόσες κορυφές έχει ένας κύβος; (8)
- 4) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κορυφών που μπορεί να έχει ένα πρίσμα; (6)
- 5) Πόσες ακμές έχει: α) ένα τριγωνικό πρίσμα (9)
β) ένα πρίσμα που οι βάσεις του είναι πεντάγωνα; (15)
- 6) Πόσες διαγώνιες έχει: α) ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο (4)
β) ένα τριγωνικό πρίσμα; (0)
- 7) Ορθό πρίσμα έχει ύψος 8 cm και βάση τετράγωνο με πλευρά 6 cm.
Να υπολογίσετε: το E_{π} , το $E_{\text{ολ}}$ και τον V του πρίσματος. (192cm^2 , 264cm^2 , 288cm^3)
- 8) Ορθό τριγωνικό πρίσμα έχει βάση ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 6 cm και 8 cm.

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

Το ύψος του πρίσματος είναι ίσο με 12 cm. Να υπολογίσετε: το Επ, το Εολ και τον V του πρίσματος. (288cm², 336cm², 288cm³)

- 9) Ορθό πρίσμα έχει βάση ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, ύψος ίσο με 5 m και $E_{\pi} = 90 \text{ m}^2$. Οι πλευρές του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου είναι η μία διπλάσια της άλλης. Να υπολογίσετε τις πλευρές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου και τον V του πρίσματος. (6m, 3m, 90m³)
- 10) Ορθό πρίσμα έχει βάση τετράγωνο, ύψος 12 cm και $E_{\pi} = 240 \text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε την ακμή της βάσης, το Εολ και τον V του πρίσματος. (5cm, 290cm², 300cm³)
- 11) Η βάση ορθού πρίσματος είναι ρόμβος με διαγώνιους 6 cm και 8 cm. Το Εολ του πρίσματος ισούται με 148 cm². Να υπολογίσετε το Επ, το ύψος και τον V του πρίσματος.
(100cm², 5cm, 120cm³)
- 12) Ορθού πρίσματος η βάση είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm. Ο όγκος του πρίσματος ισούται με 60 cm³. Να υπολογίσετε το ύψος του πρίσματος και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του. (10m, 132cm²)
- 13) Η βάση ορθού τριγωνικού πρίσματος είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 5m και 12m. Το $E_{\pi} = 270 \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε το ύψος, το Εολ και το V του πρίσματος. (9m, 330m², 270m³)
- 14) Ορθό τριγωνικό πρίσμα έχει ύψος 8 cm και $E_{\pi} = 96 \text{ cm}^2$.
Οι πλευρές της βάσης του είναι ίσες με: (χ) cm, (χ+1) cm και (χ+2) cm
α) να υπολογίσετε το χ. (3)
β) να δείξετε ότι η βάση του πρίσματος είναι ορθογώνιο τρίγωνο. (ισχύει η Πυθαγόρεια τριάδα)
- 15) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 7 cm, 6 cm και 5 cm.
Να υπολογίσετε: α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας (130cm²)
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας (214cm²)
γ) τον όγκο (210cm³)
δ) την διαγώνιο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. ($\sqrt{110}$ cm)
- 16) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 7 cm και πλάτος 5 cm. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του είναι 166 cm².
Να υπολογίσετε: α) το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. (4cm)
β) τον όγκο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. (140cm³)
- 17) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 m, πλάτος 3 m και όγκο 120 m³. Να υπολογίσετε το ύψος και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας. (10m, 164m²)
- 18) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 88 cm². Το μήκος του παραλληλεπιπέδου είναι τριπλάσιο του ύψους του και το πλάτος του διπλάσιο του ύψους του. Να υπολογίσετε τον όγκο του. (48cm³)
- 19) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαγώνιο ίση με 13 cm, ύψος 12 cm και πλάτος 3 cm.
Να υπολογίσετε το μήκος, τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
(4cm, 144cm³, 192cm²)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

- 20) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει ύψος ίσο με 10 cm. Η περίμετρος της βάσης του είναι 32 cm. Το μήκος της βάσης είναι τριπλάσιο από το πλάτος της. Να υπολογίσετε τον όγκο του. (480cm^3)
- 21) Ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου οι διαστάσεις του είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 3, 4, 5 και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ισούται με 376 cm^2 . Να υπολογίσετε τις διαστάσεις και τον όγκο του. (6cm, 8cm, 10cm, 480cm^3)
- 22) Ορθογώνιο παραλληλεπιπέδου οι διαστάσεις είναι ανάλογες με τους αριθμούς 2,3,4. Ο όγκος του ισούται με 192 cm^3 . Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του. (208cm^2)
- 23) Ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 224 cm^3 . Το ύψος του είναι 7 cm. Το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος. Να υπολογίσετε το μήκος και το πλάτος του. (8cm, 4cm)
- 24) Ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι 120 m^2 και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας 184 m^2 . Το μήκος της βάσης είναι διπλάσιο του πλάτους της. Να υπολογίσετε τον όγκο του παραλληλεπιπέδου. (160m^3)
- 25) Ένα δοχείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με βάση τετράγωνο πλευράς 1 m. Το δοχείο περιέχει νερό μέχρι το ύψος των 40 cm. Αν τοποθετηθεί σε αυτό μια πέτρα τότε το ύψος του νερού ανεβαίνει στα 50 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο της πέτρας. (100000cm^3)
- 26) Ένα δωμάτιο έχει μήκος 5 m, πλάτος 4 m και ύψος 3 m. Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να πληρώσουμε για να βάψουμε τους τοίχους και την οροφή του αν το βάψιμο κοστίζει 50 σεντς το τετραγωνικό μέτρο. (€37)
- 27) Θέλουμε να βάψουμε την παράπλευρη επιφάνεια μιας υδατοδεξαμενής σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Η υδατοδεξαμενή έχει μήκος 5 m, πλάτος 3 m και ύψος 6m. Να υπολογίσετε πόσο θα στοιχίσει το βάψιμο, αν θα χρησιμοποιήσουμε μπογιά που πωλείται σε κουβάδες των 4 λίτρων και πωλούνται προς €15 ο ένας. Με ένα λίτρο μπογιά βάφουμε 6 m^2 . (€60)
- 28) Κύβος έχει ακμή 3 cm. Να υπολογίσετε: α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του (54cm^2)
β) τον όγκο του (27cm^3)
γ) το μήκος της διαγωνίου του. ($3\sqrt{3}\text{ cm}$)
- 29) Κύβος έχει διαγώνιο $\delta = 5\sqrt{3}\text{ cm}$. Να υπολογίσετε: α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του (150cm^2)
β) τον όγκο του. (125cm^3)
- 30) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας ενός κύβου που η διαγώνιος μιας έδρας του είναι ίση με $2\sqrt{2}\text{ m}$. (24cm^2)
- 31) Κύβος έχει ολική επιφάνεια 384 cm^2 . Να υπολογίσετε την ακμή του κύβου τον όγκο του. (8cm, 512cm^3)
- 32) Κύβος έχει όγκο ίσο με 125 cm^3 . Να υπολογίσετε την ακμή του κύβου και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του. (5cm, 150cm^2)

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΟΡΘΟΥ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ

- 33) Ένα ανοικτό ντεπόζιτο έχει σχήμα κύβου ακμής 4 m. Θέλουμε να το βάψουμε εξωτερικά με μπογιά η οποία στοιχίζει €8 το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα στοιχίσει η αγορά της μπογιάς; (€640)
- 34) Ο όγκος ενός κύβου είναι αριθμητικά ίσος με το εμβαδόν της επιφάνειάς του. Να δείξετε ότι η διαγώνιος του είναι ίση με $6\sqrt{3}$
- 35) Ένα κλειστό ξύλινο κουτί σχήματος κύβου έχει εξωτερική επιφάνεια 600 cm^2 και εσωτερική επιφάνεια 486 cm^2 . Να υπολογίσετε το πάχος του ξύλου από το οποίο κατασκευάστηκε το κουτί. (0,5cm)
- 36) Το εμβαδόν της επιφάνειας κύβου είναι 216 cm^2 και έχει τον ίδιο όγκο με ορθό πρίσμα του οποίου η βάση του είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 6 cm και 8 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος. (264 cm^2)
- 37) Ο όγκος ενός κύβου είναι 64 m^3 . Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 m και πλάτος 3 m. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι διπλάσιο του εμβαδού της ολικής επιφάνειας του κύβου.
Να υπολογίσετε το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. (12m)
- 38) Κλειστό κυβικό δοχείο Α είναι γεμάτο με λάδι και ένα άλλο κλειστό δοχείο Β που είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 6 cm, 12 cm και 20 cm είναι άδειο. Τα εμβαδά των ολικών επιφανειών των δύο δοχείων είναι ίσα. Ανοίγουμε τα δοχεία και από το δοχείο Α αδειάζουμε λάδι στο δοχείο Β μέχρι αυτό να γεμίσει. Να υπολογίσετε το ύψος της στάθμης του λαδιού που απέμεινε στο δοχείο Α. (2cm)
- 39) Μια αρωματοβιομηχανία συσκευάζει ένα συγκεκριμένο τύπο αρώματος σε γυάλινα δοχεία σχήματος κύβου με ακμή 4 cm. Σκοπεύει να εισάγει νέα συσκευασία σε δοχεία σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 2 cm, 3 cm, 12 cm. Αν θεωρήσουμε ότι και στις δύο περιπτώσεις τα δοχεία θα είναι τελείως γεμάτα με το συγκεκριμένο άρωμα, να υπολογίσετε:
α) Πόση επιπλέον ποσότητα αρώματος, σε cm^3 , θα χρειάζεται για να γεμίσει ένα δοχείο της νέας συσκευασίας, όταν θα εγκαταλειφθούν τα σημερινά δοχεία. (8 cm^3)
β) Πόση επί τοις εκατόν (%) θα είναι η αύξηση της ποσότητας στο δοχείο της νέας συσκευασίας σε σχέση με το σημερινό δοχείο. (12.5%)
- 40) Ντεπόζιτο σε σχήμα κύβου με ακμή βάσης 1,2 m είναι γεμάτο νερό. Το νερό χύνεται σε άλλο ντεπόζιτο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις βάσης 1,5m και 0,9m. Να υπολογίσετε τη στάθμη του νερού στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. (1.28m)