

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 2012-2013

Α' Τεύχος

Ενότητα 2. Αριθμοί (σελ. 31-68)

- Ισότητα - Ιδιότητες ισότητων
- Αλγεβρικές παραστάσεις
- Αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης
- Επίλυση Εξίσωσης
- Δυνάμεις με εκθέτη φυσικό αριθμό και βάση φυσικό αριθμό.
- Συστήματα Αρίθμησης

Ενότητα 3. Θεωρία Αριθμών / Διαιρετότητα (σελ. 71-98)

- Ευκλείδεια διαίρεση
- Πρώτοι αριθμοί και σύνθετοι αριθμοί
- Ιδιότητες διαιρετών
- Κριτήρια διαιρετότητας
- ΜΚΔ, ΕΚΠ Φυσικών Αριθμών

Ενότητα 4. Ακέραιοι – Ρητοί Αριθμοί (σελ. 101-142, 147-161)

- Ρητοί αριθμοί / Απόλυτη τιμή ρητού
- Σύγκριση Ρητών Αριθμών
- Πρόσθεση Ρητών Αριθμών
- Ιδιότητες πρόσθεσης / Άθροισμα πολλών προσθετέων
- Αφαίρεση Ρητών Αριθμών
- Πολλαπλασιασμός Ρητών Αριθμών
- Ιδιότητες Πολλαπλασιασμού
- Διαίρεση Ρητών Αριθμών
- Περιοδικοί Αριθμοί (**εκτός ύλης: σελ. 143-146**)
- Εξισώσεις

Β' Τεύχος

Ενότητα 5. Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες (σελ.3-52)

- Σημείο – Ευθύγραμμο Τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο
- Επίπεδα Σχήματα – Επίπεδα Σχήματα
- Μέτρηση Μήκους
- Μέτρηση Γωνίας – Είδη Γωνιών
- Παραπληρωματικές – Συμπληρωματικές – Κατακορυφήν γωνίες
- Βασικά στοιχεία κύκλου
- Κάθετες Ευθείες – Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση Παραλλήλων ευθειών
- Θέση ευθείας και κύκλου

Ενότητα 6. Δυνάμεις Ρητών Αριθμών (σελ.55-73, 79-81)

- Ιδιότητες Δυνάμεων I
- Ιδιότητες Δυνάμεων II – Δυνάμεις ρητών αριθμών με ακέραιο εκθέτη
- Αριθμητικές παραστάσεις με δυνάμεις Ρητών Αριθμών
- Τετραγωνική και κυβική ρίζα μη αρνητικού αριθμού (**εκτός ύλης: σελ. 74-78 και 82**)

Ενότητα 7. Συναρτήσεις (σελ. 87-114)

- Συντεταγμένες σημείου
- Η έννοια της αντιστοιχίας – συνάρτησης
- Γραφική παράσταση συνάρτησης

Ενότητα 8. Παράλληλες ευθείες/Τρίγωνα (σελ. 117-131, 137-152)

- Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία
- Κύρια στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων – Άθροισμα γωνιών τριγώνου
- Εξωτερική γωνιά τριγώνου
- Συμμετρία **(εκτός ύλης: σελ. 132-136)**
- Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου - Χαρακτηριστικά Σημεία Τριγώνου

Ενότητα 9. Λόγοι-Αναλογίες (σελ.161-175)

- Λόγοι – Αναλογίες
- Ιδιότητες Αναλογιών
- Ποσοστά
- Ευθέως Ανάλογα ποσά **(εκτός ύλης: 176-192)**
- Αντιστρόφως Ανάλογα ποσά

Ενότητα 10. Στατιστική/ Πιθανότητες (σελ. 195-227)

- Μεταβλητές – Είδη μεταβλητών
- Μέθοδοι παρουσίασης Στατιστικών δεδομένων
- Πείραμα τύχης – Υπολογισμός Πιθανότητας

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2. ΑΡΙΘΜΟΙ

2.1. Να συμπληρώσετε τα κενά, εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των ισοτήτων.

(α) $\text{Αν } x - 8 = y - 8 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$ **(β)** $\text{Αν } \alpha + 6 = \beta + 10 \Leftrightarrow \alpha = \dots\dots\dots$

(γ) $\text{Αν } 4x = 24y \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$ **(δ)** $\text{Αν } \alpha : 7 = \beta : 7 \Leftrightarrow \beta = \dots\dots\dots$

(ε) $(8x) : 6 = 32 : 6 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

2.2. Να μετατραπούν οι επόμενες λεκτικές προτάσεις σε συμβολικές εκφράσεις.

Αν με x συμβολίσουμε τα χρήματα του Α, να εκφράσετε συμβολικά τα χρήματα των πιο κάτω ατόμων:

(α) Ο Β έχει 14 ευρώ λιγότερα από τα χρήματα του Α _____

(β) Ο Γ έχει δεκαπλάσια χρήματα από τα χρήματα του Β _____

(γ) Ο Δ έχει 3 ευρώ περισσότερα από τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του Β _____

2.3. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις.

(α) $4a + 3a - 2a =$

(β) $6\beta + 7 - \beta + 3 =$

(γ) $4y + 6 - 7x - 9 - 3y + 4x =$ **(δ)** $5 \cdot (\omega + 3) + 4\omega =$

2.4. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $2(4\alpha + \beta) + \alpha + 3(\alpha + 2\beta)$

(α) Να γράψετε την παράσταση σε πιο απλή μορφή.

(β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης όταν $\alpha = 4$ και $\beta = 2$.

2.5. Αν $\alpha = 6$ και $\beta = 2$ να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων

(α) $(\alpha + \beta)(\alpha - 3) =$ **(β)** $\alpha : \beta + \beta\alpha - \alpha =$

2.6. Να εξετάσετε αν η τιμή $x=3$ είναι λύση των ακόλουθων εξισώσεων:

(α) $2(7 - x) + 5x = 10 + x$

(β) $6x + 2x - 5 = 16 + x$

2.7. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 5 είναι λύση της εξίσωσης $(20 - 3x) - 1 = 5x + 7$.

2.8. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $x + 6 = 14$

(β) $4x = 24$

(γ) $3x + 4x = 21$

(δ) $2x - 4 = 8$

(ε) $5(x + 2) = 30$

(στ) $x + 11 = 20$

(ζ) $\omega - 13 = 20$

(η) $\alpha : 5 = 9$

(θ) $24 : x = 3$

(ι) $12x = 48$

(ια) $x + 2x + 3 = 12$

(ιβ) $2(4x - 5) = 6$

2.9. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{3}{4x-10+2x} + \frac{5}{8} = 1$, $x \in \mathbb{N}$.

2.10. Να λύσετε τα παρακάτω προβλήματα με **χρήση εξίσωσης**

(α) Να βρείτε τον αριθμό του οποίου το πενταπλάσιο του όταν αυξηθεί κατά 7 γίνεται ίσο με 22.

(β) Το άθροισμα δύο διαδοχικών περιττών αριθμών είναι 32. Ποιοι είναι οι αριθμοί;

(γ) Η κυρία Μαρίνα είχε 37 καραμέλες. Έφαγε τη μία και τις υπόλοιπες τις μοίρασε στα τέσσερα εγγονάκια της. Πόσες καραμέλες πήρε το κάθε εγγονάκι;

(δ) Οι μαθητές της Β τάξης στο γυμνάσιο της Λιμνούπολης είναι κατά 50 περισσότεροι από της Α τάξης, και οι μαθητές της Γ τάξης είναι κατά 40 λιγότεροι από τους διπλάσιους της Α τάξης. Αν όλοι οι μαθητές του σχολείου είναι 490, πόσοι είναι οι μαθητές σε κάθε τάξη;

(ε) Η Ιωάννα είναι κατά 3 χρόνια μεγαλύτερη από το τετραπλάσιο της ηλικίας της Σοφίας. Να υπολογίσετε τις ηλικίες τους, αν το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 33.

(στ) Ο Χρίστος έχει €23 περισσότερα από τον Βασίλη. Πόσα χρήματα έχει ο καθένας αν κρατούν και οι δύο μαζί €131.

(ζ) Ένας καναπές ζυγίζει 40 κιλά λιγότερα από το διπλάσιο της μάζας μιας πολυθρόνας. Αν ο καναπές ζυγίζει 60 κιλά, να υπολογίσετε πόσο ζυγίζει η πολυθρόνα.

2.11. Τέσσερις αθλητές συζητούν:

Άγγελος: “Έχω κερδίσει 4 μετάλλια περισσότερα από τα τριπλάσια της Μελίνας”.

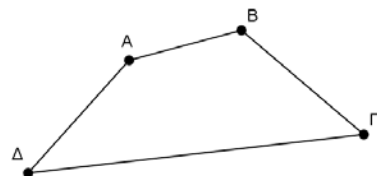
Πέτρος: “Έχω κερδίσει 2 μετάλλια περισσότερα από τη Μελίνα”.

Ιόλη: “Έχω κερδίσει τα διπλάσια μετάλλια από τον Πέτρο”.

Μελίνα: “Δηλαδή κερδίσαμε όλοι μαζί 45 μετάλλια!”

Πόσα μετάλλια κατέκτησε ο κάθε αθλητής; (Να λυθεί με χρήση εξίσωσης)

2.12. Δίδεται ότι σε τετράπλευρο ΑΒΓΔ η πλευρά ΒΓ είναι διπλάσια της ΑΒ, η ΓΔ είναι τριπλάσια της ΒΓ και η ΔΑ είναι κατά 3 μεγαλύτερη από την ΑΒ.



(α) Να βρείτε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ σε σχέση με το μήκος της πλευράς ΑΒ.

(β) Αν το μήκος της ΑΒ είναι 3cm, να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

2.13. Μετά από κλήρωση στο Γυμνάσιο Λιβαδιών, επιλέχθηκαν τυχαία 61 μαθητές, για να επισκεφθούν τρία αξιοθέατα της Λευκωσίας: τα Φυλακισμένα Μνήματα, το Βυζαντινό Μουσείο και το σπίτι του Χατζηγιωργάκη Κορνέσιου. Αν επισκέφθηκαν τα Φυλακισμένα Μνήματα 3 μαθητές λιγότεροι από το διπλάσιο των μαθητών που επισκέφθηκαν το Βυζαντινό Μουσείο και το σπίτι του Χατζηγιωργάκη Κορνέσιου επισκέφθηκαν 4 μαθητές περισσότεροι από αυτούς που επισκέφθηκαν το Βυζαντινό Μουσείο, να βρείτε πόσοι μαθητές επισκέφθηκαν το κάθε αξιοθέατο. (Το πρόβλημα να λυθεί με τη βοήθεια εξίσωσης.)

2.14. Να μετατρέψετε τους ακόλουθους αριθμούς από το δυαδικό, στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.

(α) 11101 **(β)** 11010 **(γ)** 10111 **(δ)** 110110

2.15. Να μετατρέψετε τους ακόλουθους αριθμούς από το δεκαδικό, στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

(α) 35 **(β)** 43 **(γ)** 37 **(δ)** 68

ΕΝΟΤΗΤΑ 3. ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

3.1. Να σημειώσετε με $\checkmark$ τους αριθμούς που διαιρούνται :

	6372	4125	2340	2536	7000
με το 2					
με το 3					
με το 5					
με το 9					
με το 4					
με το 25					
με το 10					
με το 100					
με το 2 και το 3					
με το 3 και το 5					

3.2. (α) Να βρείτε τον αριθμό ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 16 δίνει πηλίκο 4 και αφήνει υπόλοιπο 3.

(β) Να βρείτε τον αριθμό ο οποίος διαιρείται τέλεια με το 12 και δίνει πηλίκο 9.

(γ) Να βρείτε τον αριθμό που όταν διαιρεθεί με το 13 δίνει πηλίκο 10 και υπόλοιπο 5.

3.3. Να γράψετε δίπλα από την κάθε πρόταση σωστό (Σ), ή λάθος (Λ).

(α) $6 \mid 28$ _____ **(β)** $25 \mid 5$ _____ **(γ)** $8 \mid 48$ _____ **(δ)** $3 \mid 23$ _____

(ε) Ο αριθμός 84 είναι πολλαπλάσιο του 12 _____

(στ) Ο αριθμός 18 διαιρείται με το 3 _____

3.4. Να εξετάσετε αν η παρακάτω ισότητα παριστάνει ευκλείδεια διαίρεση. Αν είναι, να γράψετε το διαιρετέο, το διαιρέτη, το πηλίκο και το υπόλοιπο. **$52 = 5 \cdot 9 + 7$**

3.5. Να εξετάσετε αν το πιο κάτω άθροισμα και η πιο κάτω διαφορά διαιρούνται με το 18. **(α)** $1800 + 38$ **(β)** $5400 - 36$

3.6. Ποιοι αριθμοί, όταν διαιρεθούν με το 3 δίνουν πηλίκο εννιαπλάσιο από το υπόλοιπο;

3.7. Να χαρακτηρίσετε Σωστό (Σ), ή Λάθος (Λ) τις ακόλουθες προτάσεις.

(α) Ο αριθμός 17 είναι σύνθετος αριθμός _____

(β) Το γινόμενο δύο πρώτων αριθμών είναι πάντοτε πρώτος αριθμός _____

(γ) Όλοι οι περιττοί αριθμοί είναι πρώτοι αριθμοί _____

(δ) Το άθροισμα δύο σύνθετων αριθμών είναι πάντοτε σύνθετος αριθμός _____

3.8. Να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα με τα κατάλληλα ψηφία, ώστε ο αριθμός:

(α) $64 \square$ να διαιρείται συγχρόνως με το 3 και το 4

(β) $9 \square \square 2$ να διαιρείται συγχρόνως με το 4 και το 9

(γ) $42 \square$ να διαιρείται συγχρόνως με το 2 και το 4

(δ) $52 \square$ να διαιρείται συγχρόνως με το 2 και το 5

(ε) $2 \square 4 \square$ να διαιρείται συγχρόνως με το 2 και το 3

(στ) $563 \square$ να διαιρείται συγχρόνως με το 2 και το 3, αλλά όχι με το 4

3.9. Να βρείτε τον Μ.Κ.Δ. και το Ε.Κ.Π. των αριθμών:

(α) 36, 120 (β) 90, 36, 180 (γ) 36 και $2^3 \cdot 3 \cdot 7$

3.10. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ διαιρείται με το 21.

3.11. Τρία λεωφορεία που εξυπηρετούν την περιοχή των Λιβαδιών εκτελούν κυκλικές διαδρομές που διαρκούν 20, 36 και 60 λεπτά.

(α) Αν αναχωρήσουν ταυτόχρονα από το γυμνάσιο Λιβαδιών, σε πόση ώρα θα ξανασυναντηθούν για πρώτη φορά στο ίδιο σημείο;

(β) Πόσες διαδρομές θα έχει εκτελέσει το κάθε ένα μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά;

(γ) Πόσες φορές θα συναντηθούν κατά τη διάρκεια μιας μέρας, αν εργάζονται για 8 ώρες;

3.12. Η Γεωργία έχει 72 λευκές, 108 κόκκινες και 180 μαύρες χάντρες. Πόσα το πολύ όμοια βραχιόλια μπορεί να φτιάξει με αυτές; Πόσες χάντρες θα έχει το κάθε βραχιόλι;

3.13. Τρεις αθλητές ξεκινούν μαζί και κάνουν το γύρο ενός στίβου, ο Α' σε 60 δευτερόλεπτα, ο Β' σε 80 δευτερόλεπτα και ο Γ' σε 100 δευτερόλεπτα. Σε πόσα δευτερόλεπτα θα ξανασυναντηθούν στην αφετηρία, και πόσα δρομολόγια θα κάνει ο καθένας μέχρι να ξανασυναντηθούν;

3.14. Τρία τραίνα αναχωρούν από το σιδηροδρομικό σταθμό της Βουδαπέστης για Μόσχα η ώρα 9:00 π.μ. στις 8 Νοεμβρίου 2012. Το πρώτο τραίνο εκτελεί τη διαδρομή κάθε 8 ώρες, το δεύτερο κάθε 20 ώρες, και το τρίτο κάθε 30 ώρες.

(α) Μετά από πόσες ώρες θα ξανασυναντηθούν τα τρία τραίνα;

(β) Πόσες διαδρομές θα έχει εκτελέσει το δεύτερο τραίνο;

(γ) Τι ώρα και τι ημερομηνία θα είναι όταν θα ξανασυναντηθούν τα τρία τραίνα;

3.15. Μια διαφημιστική εταιρεία μοίρασε πακέτα δώρων με πέννες, ημερολόγια, και φλιτζάνια στους πελάτες της. Διέθεσε 300 πέννες, 120 ημερολόγια και 180 φλιτζάνια. Πόσα πακέτα μοίρασε αν στο κάθε πακέτο έβαζε ίσο αριθμό από το κάθε είδος; Πόσες πέννες, πόσα ημερολόγια και πόσα φλιτζάνια είχε σε κάθε πακέτο;

3.16. Δίνονται οι αριθμοί $A=x^a \cdot y^b \cdot \omega^c$ και $B=x^{\lambda} \cdot y^{\mu} \cdot z^{\nu}$, αναλυμένοι σε γινόμενα πρώτων παραγόντων. Να βρείτε το Ε.Κ.Π.(A, B) και τον Μ.Κ.Δ.(A, B), αν $a>\lambda$, $b<\mu$ και $\gamma>\nu$.

3.17. Αν ο αριθμός a είναι πρώτος αριθμός, να βρείτε:

- (α) τους διαιρέτες του a (β) τους διαιρέτες του a^2
 (γ) το γινόμενο των διαιρετών του a^2 .

ΕΝΟΤΗΤΑ 4. ΑΚΕΡΑΙΟΙ-ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

4.1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	Αντίθετος	Αντίστροφος	Απόλυτη τιμή
4			
		$\frac{2}{3}$	
	$-3\frac{2}{5}$		
-2,3			

4.2. Να τοποθετήσετε στα κενά, τον κατάλληλο αριθμό, ώστε να ισχύει η ισότητα:

- (α) $(+7) + (\dots) = 0$ (β) $(-3) + (\dots) = -3$ (γ) $(-8) \cdot (\dots) = +1$
 (δ) $\left(-8\frac{13}{27}\right) \cdot (\dots) = +8\frac{13}{27}$ (ε) $\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot (\dots) = -\frac{2}{7}$

4.3. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις:

- α) $(+9) + (+3) =$ β) $(+9) - (+12) =$ γ) $-3 + 8 =$ δ) $(-3) \cdot (+9) =$
 ε) $(-4) + |-5| =$ στ) $(-18) : (-6) =$ ζ) $(+5) - (-6) =$ η) $-3 - 12 =$
 θ) $\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) =$ ι) $-\frac{2}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right) =$ ια) $(+5) + (+4) =$ ιβ) $-6 + 9 =$
 ιγ) $(-4) \cdot (+4) =$ ιδ) $(-8) + (-3) =$ ιε) $(-5) \cdot (-3) =$ ιστ) $(-9) : (+9) =$
 ιζ) $(+9) + (-13) =$ ιθ) $(+7) \cdot (+2) =$ κ) $(-30) : (-6) =$

4.4. Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο ($>$, $=$, $<$) μεταξύ των αριθμών:

- (α) $-12 \dots +9$ (β) $2, \bar{3} \dots 2,3$ (γ) $|+20| \dots |-21|$
 (δ) $(-5) + (-3) \dots (-16) : (-2)$ (ε) $(-20) \cdot (+2) \dots (+20) - (-2)$
 (στ) $-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \dots -1$ (ζ) $0, \bar{7} \dots \frac{6}{9}$ (η) $-3,4 + 0 \dots (+3,4)(-1)$

4.5. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις:

$$(α) -12 + 8 - 4 = \quad (β) (-6 - 2) \cdot (+3 - 7) = \quad (γ) - 2 - 3 \cdot (-4) =$$

$$(δ) (-3-2) \cdot (-2) + 16 + 12 : (-4) - (-7+11) = \quad (ε) 2 - (-6 + 8) - (-2 + 3) \cdot (-4) =$$

$$(ε) \frac{(-3) + (-2 + 9) \cdot (+2) - (-4)}{3 \cdot (-1) \cdot (+5)} = \quad (στ) \frac{(-4)(-3)(+3)(-1)}{(-9) + (-7) + (+3) - (-7)} =$$

$$(ζ) \left(-\frac{21}{2} \right) \cdot \left(+\frac{4}{7} \right) + \frac{10}{3} : \left(-\frac{5}{3} \right) = \quad (η) \frac{(-5)(-4)(+1) + (-17+5) : (-6)}{-(3+6-9) + (-7+18)} =$$

$$(θ) (-9 + 4) - [-13 - (+3 - 19) : (-4)] =$$

4.6. Αν $a = -2$, $β = 16$, $γ = -4$, να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των ακόλουθων παραστάσεων:

$$(α) β + 7 = \quad (β) |-a - β| = \quad (γ) \frac{γ^2 + 4}{α} = \quad (δ) 4a - 2 \cdot (γ - a) =$$

4.7. Αν $a = +3$, $β = -2$ και $γ = -1$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $5β - 4(β - γ) =$

4.8. Αν $α = -2$ και $β = -1$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$\frac{αβ - 3α}{β - α}$$

4.9. Να λύσετε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$(α) 6x - 2 = 2x + 6 \quad (β) -2(x - 3) + 8x = -18 \quad (γ) 3x - 8 = 2x + 1$$

$$(δ) 7(3 - α) - (4α - 6) = 4 - 8α + 5 \quad (ε) 18(x - 1) = 4x + 3(x + 5)$$

$$(στ) \frac{2x - 1}{3} - x = \frac{2(x + 3)}{5} - \frac{1}{15} \quad (ζ) \frac{2x - 1}{3} - \frac{x + 2}{6} = -2$$

4.10. Να συμπληρώσετε τα κενά:

(α) Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι

(β) Αν $a \cdot β = 1$ τότε οι a και $β$ λέγονται

4.11. Να υπογραμμίσετε το σωστό : Αν $a > β$ και $a < 0$ τότε $a + β$

(α) θετικός αριθμός (β) αρνητικός αριθμός (γ) μηδέν

4.12. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό (Σ), ή Λάθος (Λ) τις πιο κάτω προτάσεις.

(α) Κάθε ακέραιος αριθμός είναι και ρητός

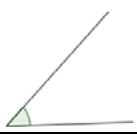
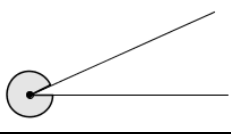
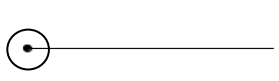
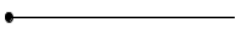
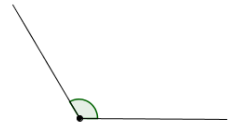
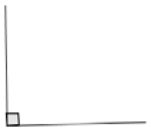
(β) Οι αριθμοί $-\frac{6}{7}$ και $-\frac{7}{6}$ είναι αντίθετοι

(γ) Οι αριθμοί $\frac{6}{7}$ και $-\frac{7}{6}$ είναι ετερόσημοι

(δ) Αν $α \cdot β = 1$, τότε οι a και $β$ είναι αντίστροφοι αριθμοί

ΕΝΟΤΗΤΑ 5. ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

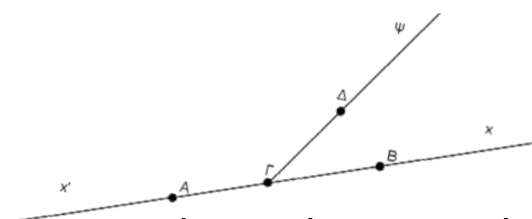
5.1. Να γράψετε το είδος της κάθε γωνίας.

Γωνία	Γωνία	Γωνία
(α) 	(δ) 	(ζ) 
(β) 	(ε) 	
(γ) 	(στ) 	

5.2. Να γράψετε δίπλα από κάθε γωνία το είδος της.

(α) 50° (β) 91° (γ) 180° (δ) 270° (ε) 360° (στ) 90°

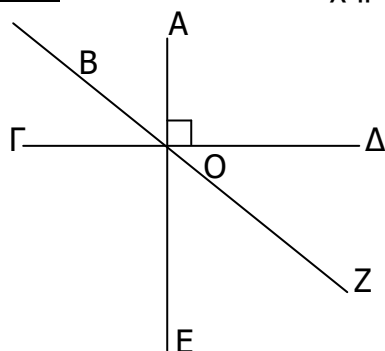
5.3.



Να απαντήσετε τα παρακάτω με βάση το παραπάνω σχήμα

- (α) Να γράψετε δύο σημεία.....
 (β) Να γράψετε δύο αντικείμενες ημιευθείες.....
 (γ) Να γράψετε δύο ημιευθείες που δεν είναι αντικείμενες.....
 (δ) Να γράψετε μια ευθεία

5.4. Από το πιο κάτω σχήμα να αναγνωρίσετε και να γράψετε



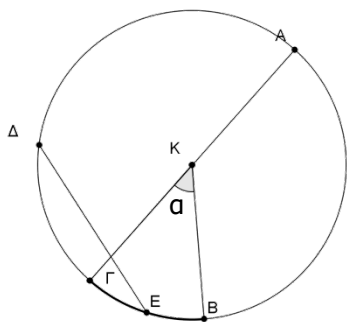
- (α) μια οξεία γωνία:
 (β) μια ορθή γωνία:
 (γ) μια αμβλεία γωνία:
 (δ) μια ευθεία γωνία:
 (ε) δυο κατακορυφή γωνίες:
 (στ) δυο συμπληρωματικές γωνίες:
 (ζ) δυο παραπληρωματικές γωνίες:
 (η) δυο εφεξής γωνίες:

5.5. Να υπολογίσετε τη γωνία η οποία είναι κατά 40° μικρότερη από την παραπληρωματική της (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

5.6. Να βρείτε τη γωνία που είναι κατά 50° μεγαλύτερη από την παραπληρωματική της.

5.7. Οι γωνίες α και β είναι συμπληρωματικές, ενώ οι γωνίες β και γ είναι παραπληρωματικές. Αν $\hat{\alpha} = 25^\circ$, να βρείτε τις γωνίες β και γ.

5.8. Να ονομάσετε τα ακόλουθα στοιχεία του κύκλου.



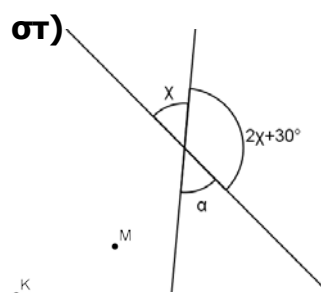
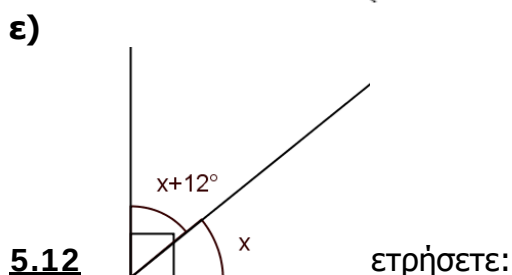
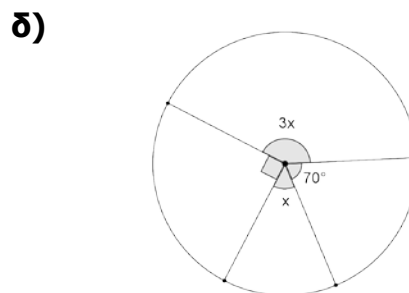
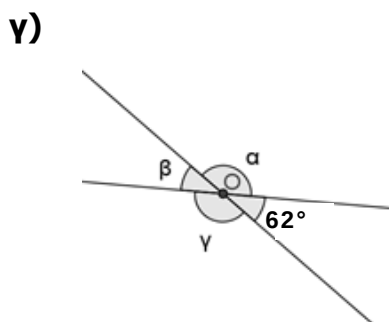
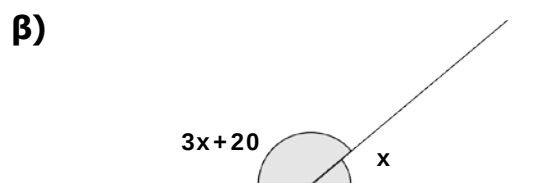
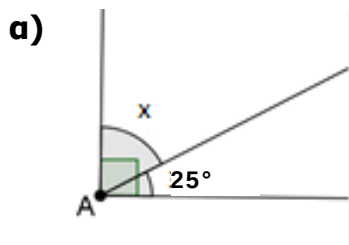
K: _____ $\square$ BEΓ : _____
 $\hat{\alpha}$: _____ ΔΕ : _____
 AK : _____ ΑΓ: _____

- 5.9.** (α) Τι είδους γωνία είναι η παραπληρωματική μιας οξείας γωνίας;
 (β) Τι είδους γωνίες είναι πάντα οι συμπληρωματικές γωνίες;

5.10. Να σημειώσετε τις σωστές (Σ) και λανθασμένες (Λ) προτάσεις.

- (α) Η παραπληρωματική οξείας γωνίας είναι αμβλεία.
 (β) Η απόσταση μιας εφαπτόμενης ευθείας από το κέντρο ενός κύκλου είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα του.
 (γ) Η ακτίνα ενός κύκλου είναι διπλάσια από την διάμετρο.
 (δ) Μία ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου, αν έχει ένα κοινό σημείο με τον κύκλο.
 (ε) Δύο κατακορυφές γωνίες είναι παραπληρωματικές.

5.11. Να υπολογίσετε τα άγνωστα γράμματα στα ακόλουθα σχήματα χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



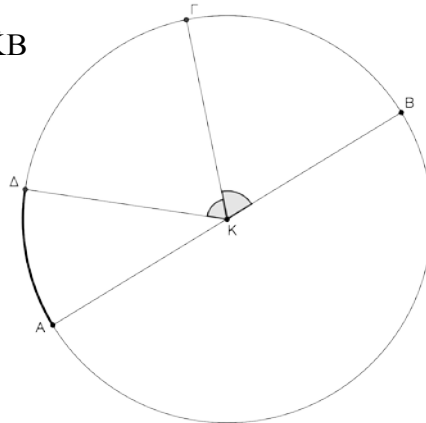
- (α) την απόσταση των σημείων K και Λ
 (β) την απόσταση των σημείων M και N
 από το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ

5.13. Αν στο ακόλουθο σχήμα AB: διάμετρος του κύκλου, ΚΓ: διχοτόμος της $\Delta\hat{K}B$ και $\Delta\hat{K}\Gamma = 70^\circ$, να υπολογίσετε (χωρίς τη χρήση χάρακα, ή μοιρογνωμονίου):

(α) τη γωνία $\Gamma\hat{K}B$

(β) το τόξο $\overset{\frown}{A\Delta}$

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



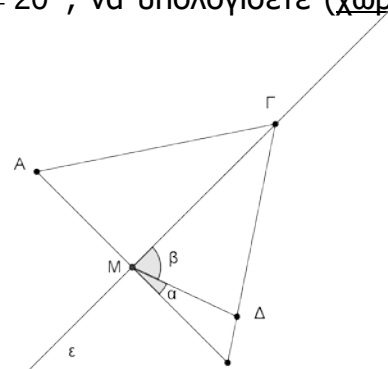
5.14. Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία ε είναι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος AB. Αν $AB=6\text{cm}$, $A\Gamma=5\text{cm}$ και $\hat{\alpha} = 20^\circ$, να υπολογίσετε (χωρίς τη χρήση χάρακα, ή μοιρογνωμονίου):

(α) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος MB

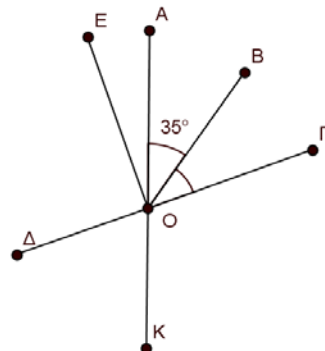
(β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος BΓ

(γ) τη γωνία $\hat{\beta}$

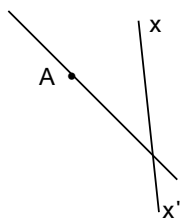
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



5.15. Δίδεται ότι η OB είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{O}\Gamma$ και ότι $EO \perp \Delta\Gamma$. Ζητούνται οι γωνίες $B\hat{O}\Gamma, E\hat{O}A, \Delta\hat{O}K$.

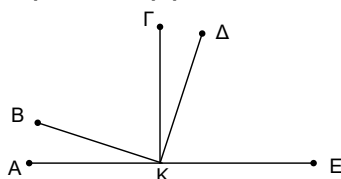


5.16. (α) Από το σημείο A να φέρετε κάθετη πάνω στην ευθεία xx' .



(β) Να χαράξετε και να ονομάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 6cm και να φέρετε τη μεσοκάθετη του.

5.17. Αν $\Gamma\mathbf{K} \perp \mathbf{AE}$, $\Delta\mathbf{K} \perp \mathbf{BK}$ και $\mathbf{B}\hat{\mathbf{K}}\mathbf{\Gamma}$ είναι τετραπλάσια της γωνίας $\mathbf{\Gamma}\hat{\mathbf{K}}\mathbf{\Delta}$ να υπολογίσετε τη γωνιά $\mathbf{A}\hat{\mathbf{K}}\mathbf{B}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΕΝΟΤΗΤΑ 6. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

6.1. Να υπολογίσετε τις ακόλουθες δυνάμεις:

(α) 4^2 **(β)** $(-7)^1$ **(γ)** $(-2)^3$ **(δ)** $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ **(ε)** $(-1)^{2010}$ **(στ)** -6^2

(ζ) $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-2}$ **(η)** $(-50)^0$ **(θ)** $(-8)^2$

6.2. Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε μορφή μίας δύναμης, ή γινομένου δυνάμεων.

(α) $(-9)^4 \cdot (-9)^3 =$ **(β)** $\left(\frac{2}{5}\right)^9 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$ **(γ)** $(6^4)^5 =$ **(δ)** $3^7 : 3^{11} =$

(ε) $(+7)^8 \cdot (+7)^{-6} =$ **(στ)** $4^5 : 4^{-2} =$ **(ζ)** $(x^3 \cdot y^2)^5 =$ **(η)** $(-3a^6b^4)^2 =$

(θ) $(3^2 \cdot 9 \cdot 27)^3 : (-3)^{24} =$ **(ι)** $3^7 : 3^4 + 27 + 3^8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 + 3^2 : 3^{-1} + 5 \cdot 3^3 =$

(ια) $5^6 : 5^2 + 25 \cdot 5^3 \cdot 5^{-1} + 3 \cdot (5^2)^2 =$ **(ιβ)** $3^4 \cdot 9^{-3} \cdot 27^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} =$

6.3. Να υπολογίσετε το x στις ακόλουθες ισότητες.

(α) $(-2,4)^8 \cdot (-2,4)^x = (-2,4)^{13}$ **(β)** $\left(\frac{5}{7}\right)^4 : \left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{5}{7}\right)$ **(γ)** $7^{12} \cdot 7^x = 7^{-2}$

(δ) $(-4)^x : (-4)^2 = \left[(-4)^6\right]^3$ **(ε)** $\left(-\frac{5}{7}\right)^x : \left(-\frac{5}{7}\right)^7 = \left(-\frac{7}{5}\right)^2$

6.4. Αν $a = (+5)^3 \cdot (-9)^4$ και $\beta = 2^6 \cdot (+5) \cdot (-9)^{-3}$, να γράψετε τις ακόλουθες παραστάσεις σε μορφή γινομένου δυνάμεων. **(α)** $a \cdot \beta =$ **(β)** $a : \beta =$

6.5. Να υπολογίσετε την τιμή των ακόλουθων παραστάσεων:

(α) $3^8 : 3^5 + (-3)^0 - (-3)^3 + (-3 + 4)^{58} =$ **(β)** $(-5 + 3)^3 - 2^4 + \left[-\frac{5}{7} \cdot \left(\frac{5}{14} \right)^{-1} \right] =$

(γ) $(-4)^0 \cdot \frac{(-2)^3}{25} \cdot \left(-\frac{5}{2} \right)^2 =$ **(δ)** $(-3)^3 + 12 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^{-2} - 4 \cdot (-1)^5 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^0 - 6^2 : (-6 + 10) =$

6.6. Αν a, β δύο αντίθετοι αριθμοί να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $\left(\frac{2a}{\beta} \right)^3$

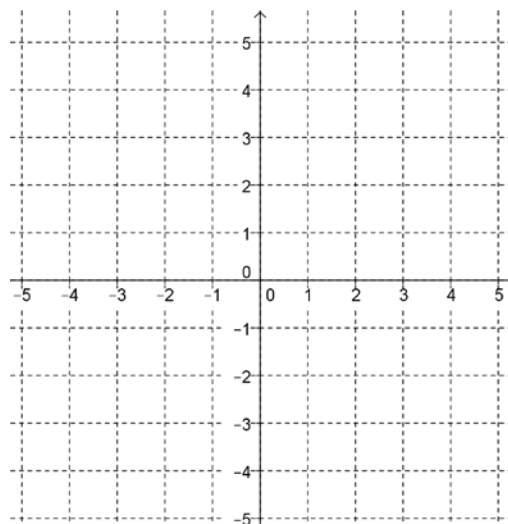
6.7. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Γ σε κάθε περίπτωση
 $\Gamma = 7^v + (-7)^v$ **(α)** όταν το v είναι άρτιος **(β)** όταν το v είναι περιττός

ΕΝΟΤΗΤΑ 7. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

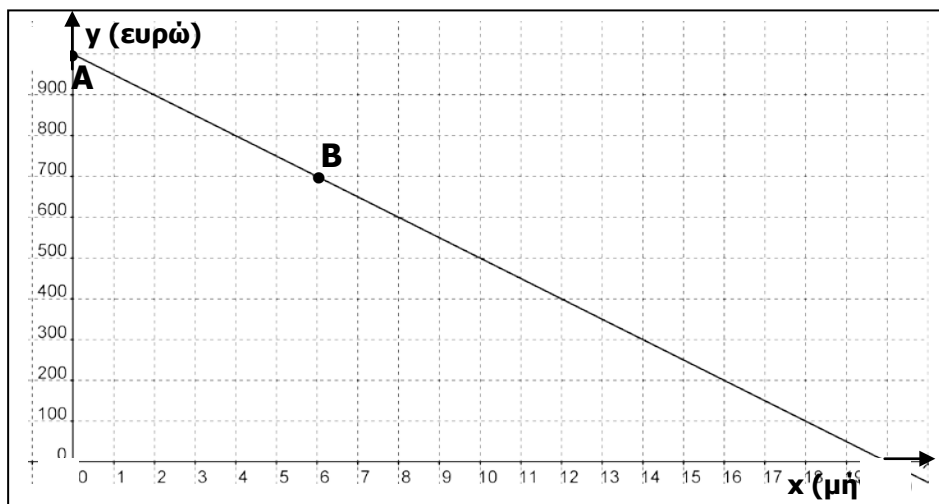
7.1. Δίδεται η συνάρτηση με τύπο $\psi = 2x - 1$ **(α)** Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

(β) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση.

x	2	-1	
ψ			5
(x, ψ)			



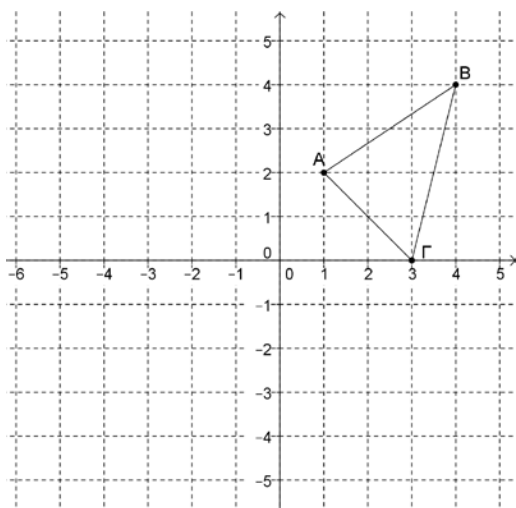
7.2. Από ένα τραπεζικό λογαριασμό με καταθέσεις ύψους 1000 ευρώ, η κυρία Μελίνα παίρνει 50 ευρώ το μήνα για να πληρώσει το λογαριασμό του τηλεφώνου της.



- (α) Να κατασκευάσετε πίνακα τιμών της συνάρτησης, με τη βοήθεια των σημείων A και B.
- (β) Πόσα χρήματα θα έχουν μείνει ως υπόλοιπο στο λογαριασμό 10 μήνες μετά;
- (γ) Μετά από πόσους μήνες ο λογαριασμός θα έχει υπόλοιπο 300 ευρώ;
- (δ) Σε πόσους μήνες ο λογαριασμός θα έχει μηδενικό υπόλοιπο;
- (ε) Πόσα χρήματα θα έχει ξοδέψει από τον δεύτερο μέχρι τον πέμπτο μήνα;
- (στ) Διέρχεται η ευθεία από την αρχή των αξόνων; (Να δικαιολογήσετε)
- (ζ) Σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης;

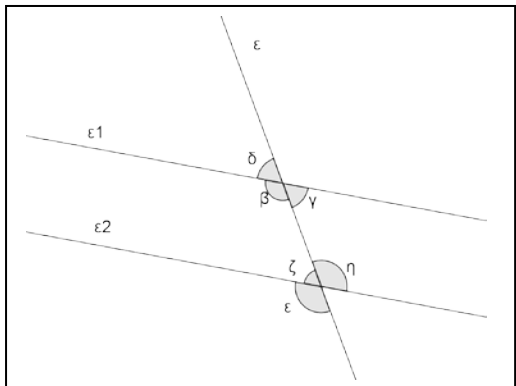
7.3. Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνεται το τρίγωνο ABΓ.

- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών A, B και Γ του τριγώνου.
- (β) Να πολλαπλασιάσετε την **τετμημένη** της κάθε κορυφής με **-1** και να διαιρέσετε την **τεταγμένη** της κάθε κορυφής με **2**, και ακολούθως να ονομάσετε τα νέα σημεία A', B' και Γ'.
- (γ) Να τοποθετήσετε τα σημεία A', B' και Γ' στο ορθοκανονικό σύστημα. Σε ποιο **τεταρτημόριο** βρίσκεται το νέο τρίγωνο A'B'Γ';



ΕΝΟΤΗΤΑ 8. ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΟΥ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΙΤΗ-ΤΡΙΓΩΝΑ

8.1. Στο πιο κάτω σχήμα, $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και ε : τέμνουσα των ε_1 και ε_2 . Να ονομάσετε, ως προς τις θέσεις τους, τα ακόλουθα ζεύγη γωνιών.



α) $\hat{\delta}, \hat{\gamma}$:

β) $\hat{\delta}, \hat{\varepsilon}$:

γ) $\hat{\beta}, \hat{\varepsilon}$:

δ) $\hat{\gamma}, \hat{\zeta}$:

8.2. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι ορθές και ποιες είναι λανθασμένες.

(α) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να έχει δύο ορθές γωνίες

(β) Υπάρχει τρίγωνο με γωνίες 35° , 45° και 70°

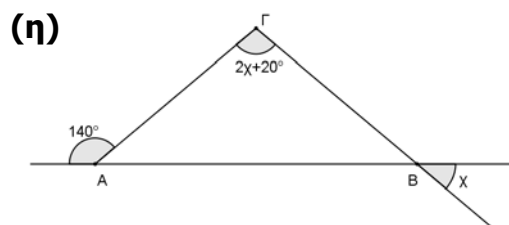
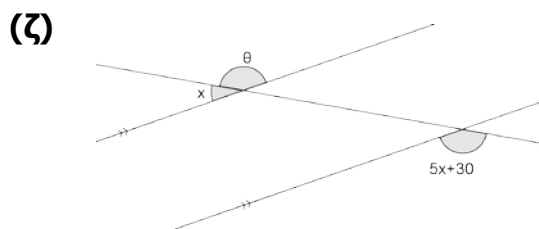
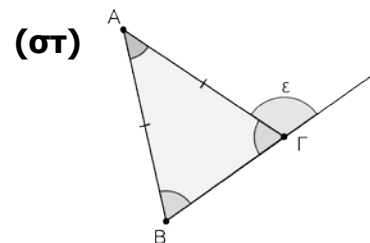
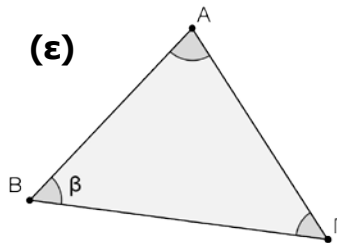
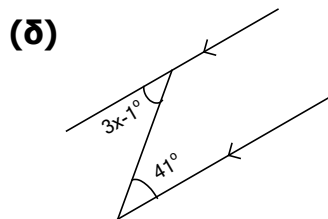
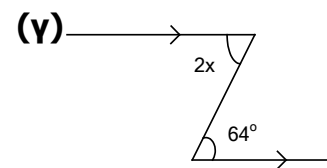
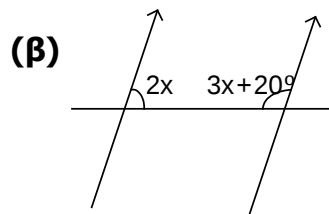
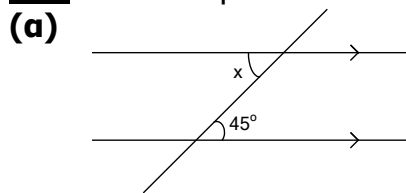
(γ) Σε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διάμεσος

(δ) Διχοτόμος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς

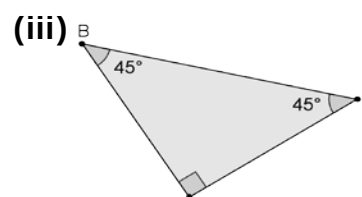
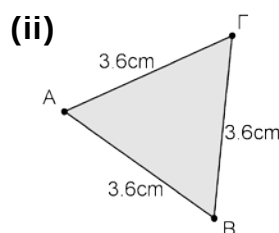
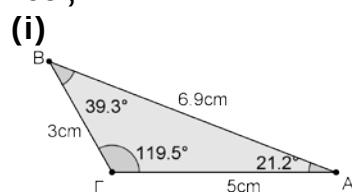
(ε) Σε ορθογώνιο τρίγωνο η υποτεινούσα μπορεί να είναι ίση με μια από τις κάθετες πλευρές

(στ) Έγκεντρο είναι το σημείο τομής των διχοτόμων ενός τριγώνου

8.3. Να υπολογίσετε το x και θ .

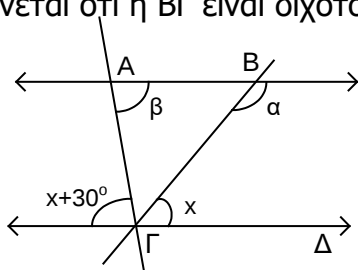


8.4. Να ονομασετε τα ακόλουθα τρίγωνα ως προς **(α)** τις γωνίες και **(β)** πλευρές τους



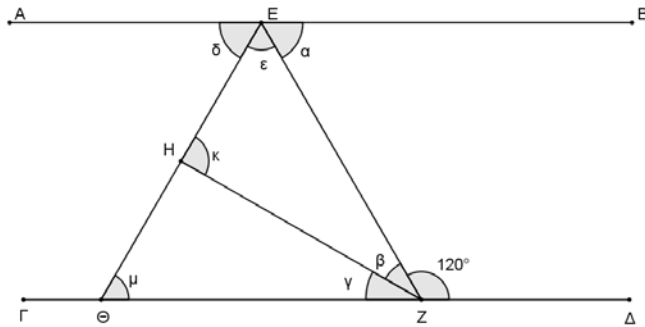
8.5. Να υπολογίσετε τις γωνίες A, B, Γ ισοσκελούς τριγώνου ABΓ με $AB=AG$, αν η γωνία απέναντι από τη βάση είναι ίση με 70° .

8.6. Δίνεται ότι η BΓ είναι διχοτόμος της γωνιάς AΓΔ. Να υπολογίσετε τις γωνίες x , α και β .



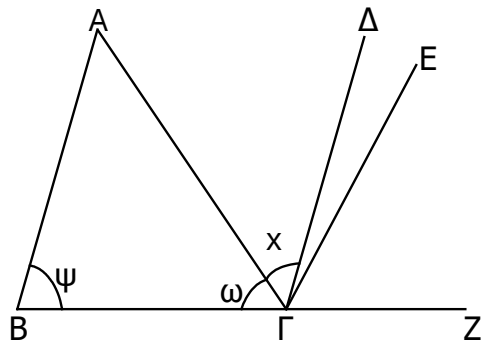
8.7. Στο πιο κάτω σχήμα $AB \parallel \Gamma\Delta$, $E\Theta$ διχοτόμος της $\hat{A}\hat{E}Z$ και $Z\eta$ διχοτόμος της $\hat{E}Z\Gamma$.

- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \kappa$ και μ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
 (β) Τι είδους τρίγωνο είναι το HEZ ως προς τις γωνίες του και τις πλευρές του; (δικαιολογήστε την απάντησή σας).

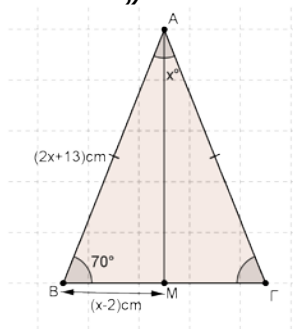


8.8. Στο σχήμα $AB \parallel \Gamma\Delta$, ΓE διχοτόμος της γωνιάς $\hat{A}\hat{\Gamma}Z$, $\hat{B}\hat{A}\Gamma = 50^\circ$ και $\hat{E}\hat{\Gamma}Z = 62^\circ$.

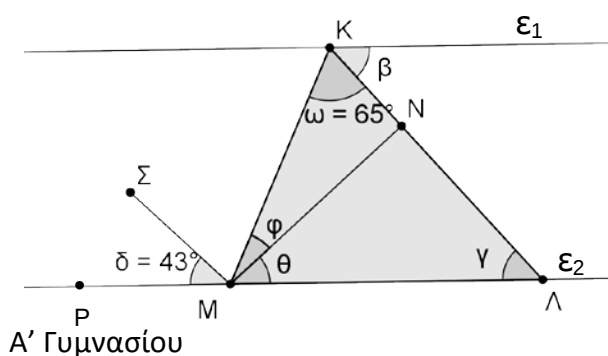
Να βρείτε τις γωνίες χ, ψ, ω και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E$.



8.9. Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\hat{A}, \hat{\Gamma}$, καθώς και τα μήκη των 3 πλευρών του τριγώνου, αν η AM είναι ύψος του τριγώνου (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



8.10.



Δεδομένα

$\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$
 $MN \perp K\Lambda$
 $M\Lambda$: Διχοτόμος
 της $\hat{K}\hat{M}\hat{P}$

Ζητούμενα

$\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}, \hat{\beta}$

ΕΝΟΤΗΤΑ 9. ΛΟΓΟΙ-ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

9.1. Να υπολογίσετε τους άγνωστους όρους στις αναλογίες:

$$(α) \frac{x}{x-2} = \frac{3}{5} \quad (β) \frac{x+3}{6} = \frac{7}{2} \quad (γ) \frac{x}{3} = \frac{10}{5}$$

9.2. Να υπολογίσετε τους άγνωστους όρους στην αναλογία $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$, αν $x+y=28$

9.3. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η κατανομή των ζώων σε δύο φάρμες.

Φάρμες	Κουνέλια	Αγελάδες	Σύνολο ζώων στη φάρμα
Φάρμα Α	210	210	420
Φάρμα Β	70	130	200
Σύνολο ζώων	280	340	620

Να υπολογίσετε:

(α) Το λόγο των κουνελιών της Φάρμας Α προς τα κουνέλια της Φάρμας Β.

(β) Το λόγο του συνόλου των κουνελιών προς το σύνολο των αγελάδων.

(γ) Το ποσοστό των κουνελιών της Φάρμας Β ως προς το σύνολο των κουνελιών.

(δ) Το ποσοστό των αγελάδων της Φάρμας Α ως προς το σύνολο των ζώων της Φάρμας Α.

9.4. Τρεις φίλοι ,ο Ανδρέας, ο Βασίλης και ο Γιώργος, αγόρασαν ένα λαχείο συνεταιρικό και πλήρωσαν €30. Ο Ανδρέας πλήρωσε τα διπλάσια λεφτά από τον Βασίλη και ο Γιώργος πλήρωσε €5 περισσότερα από όσα πλήρωσε ο Ανδρέας . Το λαχείο κέρδισε €6000. Πόσο κέρδος αναλογεί στον καθένα ;

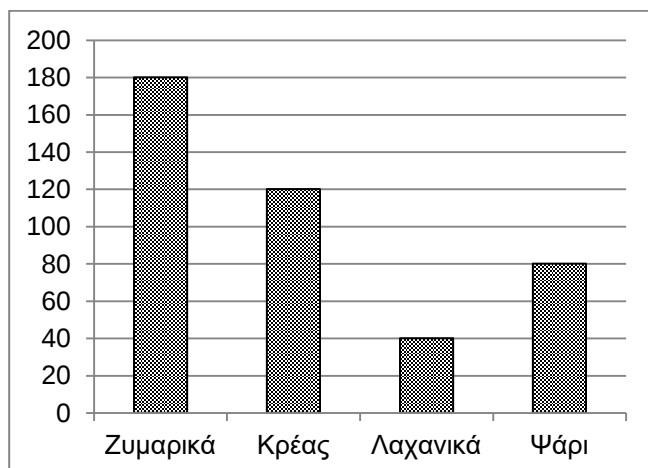
9.5. Τρεις άπορες οικογένειες θα μοιραστούν €880 ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών τους. Η πρώτη οικογένεια έχει 8 παιδιά, η δεύτερη 7 και η τρίτη 5. Να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει η κάθε οικογένεια.

9.6. Αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 80km/h και διανύει κάποια απόσταση σε 6 ώρες. Αν αυξήσει την ταχύτητά του κατά 20%, ποια θα είναι η νέα του ταχύτητα;

9.7. Ένας έμπορος πώλησε μια τηλεόραση με έκπτωση 15% πάνω στην αξία της για €680. Να υπολογίσετε ποια ήταν η τιμή της τηλεόρασης.

ΕΝΟΤΗΤΑ 10. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

10.1. Ρωτήσαμε τους μαθητές ενός σχολείου να μας πουν ποιο είναι το αγαπημένο τους φαγητό. Οι απαντήσεις των μαθητών φαίνονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



(α) Τι είδος μεταβλητής είναι το "φαγητό";

(β) Πόσοι μαθητές απάντησαν ότι το αγαπημένο τους φαγητό είναι το κρέας;

(γ) Ποιο φαγητό προτιμούν 80 μαθητές;

(δ) Ποιο φαγητό προτιμούν οι περισσότεροι μαθητές;

(ε) Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;

10.2. Ρίχνουμε ένα ζάρι μια φορά. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

A = « η ένδειξη να είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός»

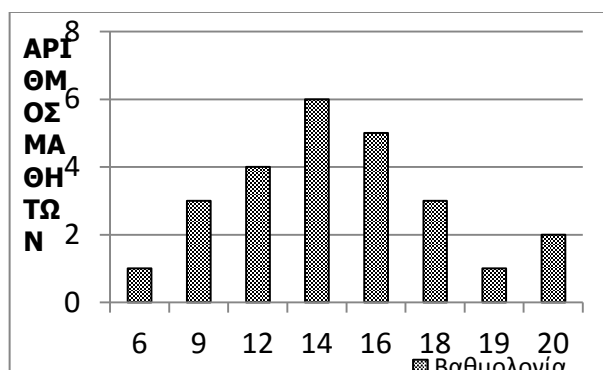
B = « η ένδειξη να είναι 3 ή 5»

Γ = « η ένδειξη να είναι ο αριθμός 8»

Δ = « η ένδειξη να είναι αριθμός μεγαλύτερος του 2»

Ε = « η ένδειξη να είναι αριθμός μικρότερος του 7»

10.3. Η βαθμολογία σε ένα διαγώνισμα στα Μαθηματικά φαίνεται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



(α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Βαθμολογία	Μαθητές

(β) Να βρείτε το πλήθος των μαθητών.

(γ) Πόσοι μαθητές πήραν βαθμό:

i. το πολύ 15;

ii. τουλάχιστον 12;

(δ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήρε βαθμό τουλάχιστον 10.

(ε) Αν επιλέξω στην τύχη ένα μαθητή, ποια η πιθανότητα να πήρε βαθμό το πολύ 10;