

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΣΥΝΟΛΑ

1.1 Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα και να βρείτε τον πληθικό αριθμό τους

$A = \{ x/x \text{ σύμφωνο της λέξης "τριγωνομετρία"} \}$

$B = \{ \text{Τα ψηφία του αριθμού 400254} \}$

1.2 Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

α) $\{ \gamma, _, \delta, \alpha \} \cap \{ _, \eta, \alpha, _ \} = \{ \epsilon, _ \}$

β) $\{ 1, 3, _, _, 9 \} \cup \{ 2, 4, _ \} = \{ 1, 2, 3, _, 5, 7, _ \}$

γ) $\{ 1, _, 5, _ \} = \{ 2, _, _, 3 \}$

1.3 Δίνονται τα σύνολα:

$\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$, $A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$, $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$.

α) Να κάνετε το διάγραμμα Venn των συνόλων Ω , A , B .

β) Να βρείτε τα πιο κάτω:

(i) $A \cup B =$ (ii) $A \cap B =$ (iii) $A' =$ (iv) $B' =$

(v) $(A \cap B)' =$ (vi) $A' \cap B =$ (vii) $A' \cap B' =$ (viii) $A' \cup B' =$

(ix) $\nu(A \cup B) =$ (x) $\nu(A' \cap B') =$

1.4 Να συμπληρώσετε τα κενά με ένα από τα σύμβολα ($\in, \notin, \cup, \cap, \subset, \emptyset, \approx, =$)

α) $5 \dots \{ x/x \text{ άρτιος φυσικός αριθμός} \}$ β) $\{ 1, 3, 5, 7 \} \cap \{ 2, 4, 6 \} = \dots$

γ) $\{ \alpha, \beta, \gamma \} \dots \{ \gamma, \delta, \epsilon \} = \{ \gamma \}$ δ) $7 \dots \{ x/x \text{ περιττός φυσικός αριθμός} \}$

ε) $\{ \text{Μάρτης, Απρίλης, Μάης} \} \dots \{ \text{οι μήνες του χρόνου} \}$

στ) $\{ x/x \text{ φωνήεν της ελληνικής αλφαβήτου} \} \dots \{ x/x \text{ οι μέρες της εβδομάδας} \}$

ζ) $\{ x/x \text{ άρτιος φυσικός αριθμός} \} \dots \{ x/x \text{ περιττός φυσικός αριθμός} \} = \mathbb{N}$

η) $\{ x/x \text{ φωνήεν της λέξης "φρεγάτα"} \} \dots \{ x/x \text{ φωνήεν της λέξης "άλγεβρα"} \}$

1.5 Σε μία έρευνα που έγινε σε ένα σχολείο οι 150 μαθητές της Β' τάξης ρωτήθηκαν για τις εξωσχολικές δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται. Οι 80 από αυτούς

απάντησαν ότι ασχολούνται με τον αθλητισμό και οι 90 με το χορό, ενώ 50 από αυτούς απάντησαν ότι ασχολούνται και με τον αθλητισμό και με το χορό.

α) Να υπολογίσετε πόσοι από αυτούς ασχολούνται τουλάχιστον με μία από τις δύο δραστηριότητες.

β) Να υπολογίσετε πόσοι μαθητές δεν ασχολούνται με καμία από τις δύο δραστηριότητες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ-ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

2.1 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος
$-2\beta^3\psi^2$		
$\frac{\alpha\gamma^7}{8}$		
	-5	$\alpha^5\beta$

2.2 Να κάνετε τις πράξεις

$$(\alpha) 3\alpha + 5\alpha - 11\alpha = \quad (\beta) 5\alpha^2\beta - 3\alpha^2\beta = \quad (\gamma) (-6\alpha\beta^3) \cdot (-3\alpha^4\beta^2) =$$

$$(\delta) (-4\alpha^9\beta^4) \cdot (+2\alpha^{11}\beta^2) = \quad (\epsilon) (-2x^5\omega^2)^2 \cdot (-2x^4\omega) = \quad (\sigma\tau) 2x(x^2 - 5xy + y^3) =$$

$$(\zeta) (-2x\psi) - (+3x^2\psi) - (-6x\psi) + (+5x^2\psi) + (-10x\psi) = \quad (\eta) (x+2)(x-4) =$$

$$(\theta) (-2\omega^3x) - (+4x^2y) + (-7\omega^3x) - (-yx^2) = \quad (\iota) (3x^2 - 2x + 7) - (x^2 - 9) - 3(x + 5) =$$

$$(\kappa) 2x(3x-3) - x^2 - 2(3x-5) = \quad (\lambda) (y-5)(4-y) = \quad (\mu) (x-2)(x-5) =$$

2.3 Να βρείτε τα αναπλάγματα

$$(i) (x+4)^2 = \quad (ii) (x+3)^2 = \quad (iii) (\omega-9)^2 = \quad (iv) (\alpha-2)^2 =$$

$$(v) (5-\alpha)(5+\alpha) = \quad (vi) (x-6)(x+6) = \quad (vii) (4x-\omega)^2 = \quad (viii) \left(5x - \frac{1}{5x}\right)^2 =$$

$$(ix) \left(\frac{x}{7} - \frac{3}{5}\right)\left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right) = \quad (x) (2x^2 - 3\omega^3)^2 = \quad (xi) (2y^3 + 5x)(5x - 2y^3) =$$

2.4 Να συμπληρώσετε τα κενά για να ισχύουν οι ισότητες

$$(i) (x - \dots)(x + \dots) = \dots - 49 \quad (ii) (x - 4y)^2 = x^2 + \dots - \dots$$

$$(iii) (\dots + \dots)^2 = 9 + \dots + 4\beta^2 \quad (iv) (3x - \dots)^2 = \dots - \dots + 25$$

$$(v) (\dots + 5y)(\dots - \dots) = 16\omega^2 - \dots$$

2.5 Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ταυτότητες

$$(\alpha) 61^2 =$$

$$(\beta) 102 \cdot 98 =$$

2.6 Να κάνετε τις πράξεις

$$(\alpha) (x-2)^2 - (3x-1)(3x+1) - (2x-3)2x = \quad (\beta) (x-5)(x+5) - (2x-1)^2 =$$

2.7 (α) Να κάνετε τις πράξεις $(2x-1)(2x+1) - (2x+1)^2 - x^2 + 8 =$

(β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή του **αποτελέσματος** των πράξεων για $x = -1$.

2.8 (α) Να υπολογίσετε το $(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$, αν $\alpha - \beta = 5$.

(β) Αν $\alpha + \beta = 7$ και $\alpha\beta = 12$ να βρείτε την τιμή των αλγεβρικών παραστάσεων $\alpha^2 + \beta^2$ και $(\alpha - \beta)^2$.

2.9 Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(x^2 + 9)(y^2 + 4) - (xy + 6)^2 = (2x - 3y)^2$.

2.10 Δίδονται τα πολυώνυμα $p(x) = x^2 + 4x - 9$, $q(x) = -x^2 + 6x + 9$, $h(x) = x^3 - x$

Να υπολογίσετε τα (α) $p(x) + q(x) =$, (β) $p(x) - q(x) =$ (γ) $2p(x) + 3h(x) =$

(δ) $q(-2) + h(-1) =$ (ε) $p(x) \cdot h(x) =$

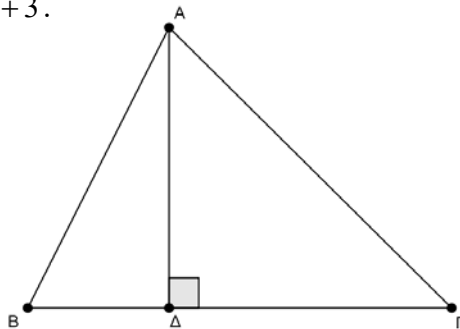
2.11 Δίδονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 4x - 3$, $B = 4x + 5$. Να βρείτε τα:

(α) $2A + 3 =$

(β) $A - B =$

2.12 Δίδεται το τρίγωνο ABΓ με ύψος $AD = x - 3$, $BD = 3x + 5$ και $DΓ = x - 7$.

Να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση του εμβαδού του τριγώνου είναι $E = 2x^2 - 7x + 3$.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

3.1 Να εξετάσετε την ορθότητα σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις, **βάζοντας σε κύκλο ότι ισχύει**, στη διπλανή στήλη του πίνακα: Η εξίσωση:

(α)	$0x = 8$ έχει άπειρες λύσεις	Σωστό / Λάθος
(β)	$0x = 0$ είναι αόριστη	Σωστό / Λάθος
(γ)	$5x = 0$ είναι αδύνατη	Σωστό / Λάθος
(δ)	$0x = -4$ δεν έχει λύση	Σωστό / Λάθος
(ε)	$-7x = 0$ έχει μοναδική λύση	Σωστό / Λάθος

3.2 Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ

(α) Η εξίσωση $5x = x - 4$ έχει λύση την $x = 1$

(β) Η ανίσωση $2x - 5 < 8$ έχει μία μόνο λύση.....

(γ) Η εξίσωση $7x = 0$ είναι αδύνατη.....

(δ) Μία εξίσωση λέγεται αόριστη αν έχει άπειρες λύσεις.....

3.3 Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω εξισώσεις έχουν μια λύση, καμία λύση ή άπειρες λύσεις.

(α) $3(x-1) + 5(x-2) = 2(x+1) + 6(x-3)$ (β)

$$\frac{2(\omega-3)}{5} - \frac{\omega+2}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{\omega-6}{5}$$

(γ) $2(x-1) - 1 = 2x - 5$ (δ) $2x - 2(3x-1) = 2(1-2x)$ (ε) $\frac{3x-1}{2} - \frac{3-2x}{3} = x-2$

3.4 Να προσδιορίσετε την παράμετρο λ ώστε η εξίσωση $2(x-1) = \lambda x + 3$ να είναι αδύνατη.

3.5 Για ποια τιμή του λ η εξίσωση $\lambda x + x + 2 = 3x + 6$ είναι αδύνατη;

3.6 Για ποιες τιμές των λ και μ η εξίσωση $(\lambda-5)x - \mu = 2x + 3\mu + 8$ είναι αόριστη;

3.7 Δίδεται η εξίσωση $\alpha x + 4\beta + 1 = 3x + 2\beta + 4$. Για ποια τιμή των α και β η εξίσωση

(α) έχει άπειρες λύσεις (β) δεν έχει λύση (γ) έχει μια λύση

3.8 Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τη λύση γραφικά

(i) $5(x-3) \leq x-7$ (ii) $6 - \frac{x-1}{2} \leq \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4}$ (iii) $4 - 5(x-2) \leq 13 - 3(x+1)$

3.9 Να λύσετε και να παρουσιάσετε τις λύσεις των παρακάτω ανισώσεων στην ευθεία των ρητών αριθμών. Ακολουθώς να γράψετε το διάστημα που συναληθεύουν.

(α) $x < 3$ και $x > -4$ (β) $2(x-1) + x > 7 - 3x$ και $8x - 7 < 4(x+3) + 2$

(γ) $2x - 3 > 4x + 5$ και $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{1}{2}$

3.10 (α) Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις και να παραστήσετε γραφικά τις λύσεις τους στον ίδιο άξονα. **(β)** Να σκιάσετε και να γράψετε το διάστημα στο οποίο αυτές συναληθεύουν και να αναφέρετε 3 κοινές τους λύσεις.

$3(x+1) - 7 \leq 13 - 5(x+1)$ και $\frac{x-2}{4} < 1 - \frac{1-x}{2}$.

3.11 Να επιλύσετε τους πιο κάτω τύπους ως προς τη μεταβλητή που σημειώνεται μέσα στην παρένθεση.

(α) $\psi = 3x + 7$ (x) (β) $E = \pi R\lambda + \pi R^2$ (λ)

(γ) $\psi = \alpha \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$ (x) (δ) $\Psi = \alpha\chi + \beta$ (χ) (ε) $T = \frac{KEX}{100}$ (E)

3.12 Η αντοχή μιας γέφυρας είναι 8 τόνοι, δηλαδή για βάρος 8 τόνων και πάνω η γέφυρα καταρρέει. Ένα φορτηγό βάρους 2 τόνων είναι φορτωμένο με σωλήνες που ο καθένας ζυγίζει 200 kg. Πόσους το πολύ σωλήνες μπορεί να μεταφέρει το φορτηγό ώστε να περάσει με ασφάλεια; (1 τόνος = 1000 kg). Να λυθεί με τη χρήση ανίσωσης.

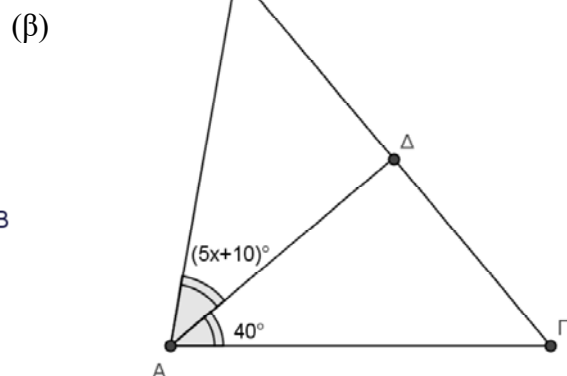
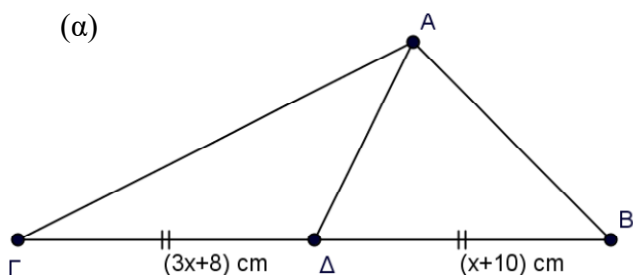
3.13 Η μηνιαία κάρτα διαδρομών στις αστικές συγκοινωνίες μιας πόλης κοστίζει €8. μια διαδρομή χωρίς κάρτα κοστίζει 30 σεντς. Πόσες διαδρομές το μήνα πρέπει να κάνει κάποιος για να τον συμφέρει η αγορά της κάρτας.

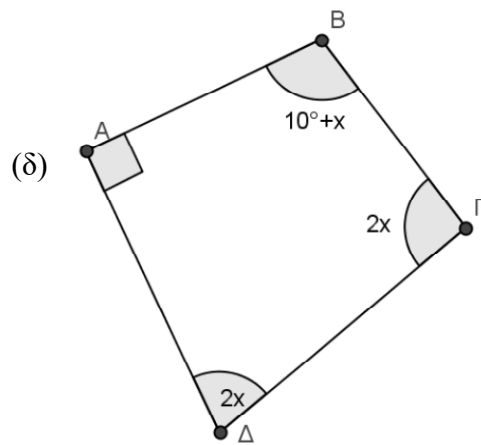
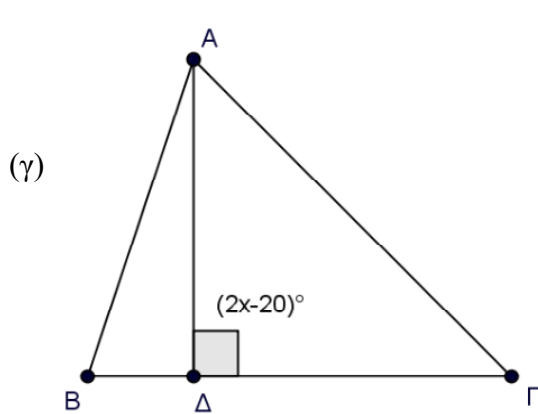
3.14 Να βρείτε το μικρότερο ακέραιο αριθμό που το διπλάσιο του μειωμένο κατά 5 είναι μεγαλύτερο του 8.

3.15 Να βρείτε για ποιες τιμές του αριθμού α, η ανίσωση $2x - 3\alpha + 1 \geq \alpha(x-1)$ έχει λύση τον αριθμό $x = 2$.

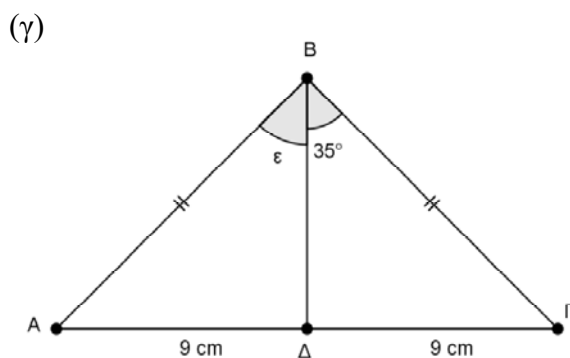
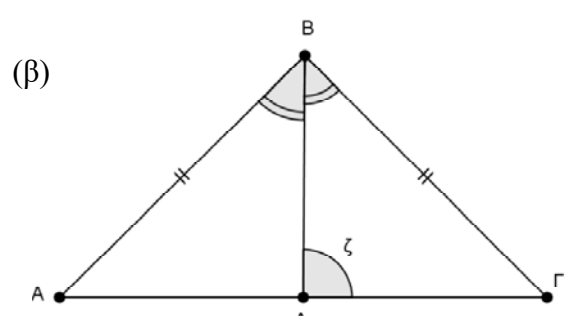
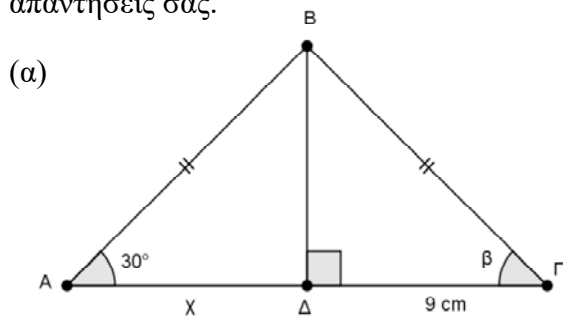
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Ι

4.1 Να αναγνωρίσετε τι στοιχείο του κάθε σχήματος είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ και να υπολογίσετε κάθε φορά την τιμή του x.

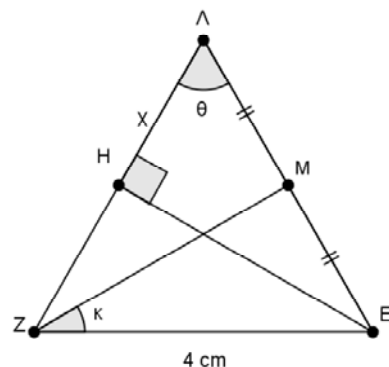




4.2 Να υπολογίσετε σε κάθε περίπτωση την τιμή των αγνώστων δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



(δ) Δίδεται ότι $Z\Lambda = \Lambda E = ZE$.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ-ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

5.1 Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

(α) $\sqrt{64} =$ (β) $\sqrt[3]{27} =$ (γ) $\sqrt{0,25} =$ (δ) $\sqrt[3]{0,008} =$ (ε) $\sqrt{(-7)^2} =$

(στ) $\sqrt[3]{20+14+30} =$ (ζ) $\sqrt{15 \cdot 15} =$ (η) $(\sqrt{18})^2 =$ (θ) $\sqrt[3]{5^6} =$

(ι) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} =$ (κ) $\sqrt{25} + \sqrt{49} =$ (λ) $\sqrt{(-4)^2} + \sqrt{12-3} + \sqrt[3]{-125} =$

(μ) $\sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}}} =$ (ν) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{500}}{\sqrt{5}} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} + (-3)^2} =$ (ξ) $\frac{\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}} =$

5.2 Να υπολογίσετε τους ακόλουθους άρρητους αριθμούς με ακρίβεια ακέραιας μονάδας (α) $\sqrt{65}$ (β) $\sqrt{78}$

5.3 Αν $\alpha=3$ και $\beta=27$, να υπολογίσετε την ακόλουθη παράσταση:
 $\sqrt{27\beta} - (\sqrt{\alpha})^2 + \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} =$

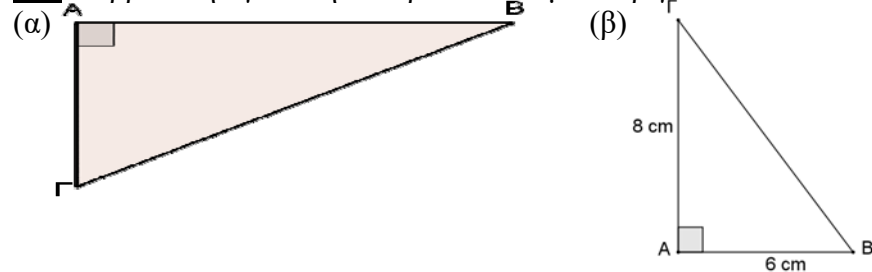
5.4 Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{24} \cdot \sqrt{50}}{2\sqrt{3}} = 10$.

5.5 Να ονομάσετε σε ποια από τα σύνολα R, Q, R-Q, N ανήκει ο καθένας από τους αριθμούς (α) 7 (β) $\sqrt{2}$ (γ) $1, \bar{3}$

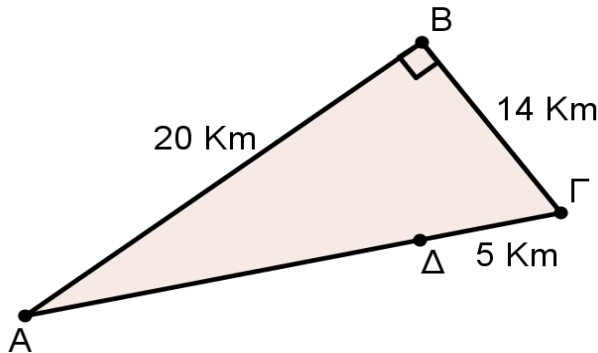
5.6 Να τοποθετήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς:

$$\sqrt{6}, \sqrt{8}, -\sqrt{12}, \sqrt{18}, \sqrt{60}, -\sqrt{8}$$

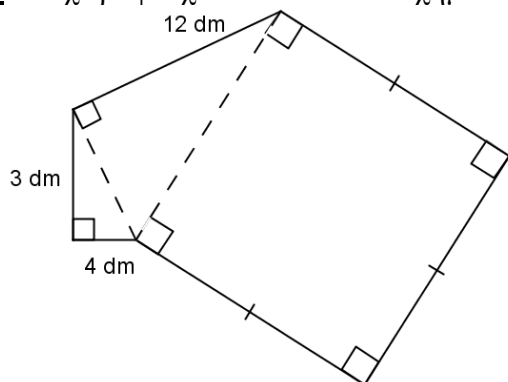
5.7 Να βρεθεί η άγνωστη πλευρά στα επόμενα τρίγωνα



5.8 Κατά τη μετακίνηση από την πόλη Α στην πόλη Β, μετά στο χωριό Γ και από το χωριό Γ στο χωριό Δ, ο μετρητής του αυτοκινήτου κατέγραψε τις αποστάσεις $AB = 20$ Km, $B\Gamma = 14$ Km και $\Gamma\Delta = 5$ Km. Ποια είναι η απόσταση από το χωριό Δ στην πόλη Α (με προσέγγιση ακέραιας μονάδας)

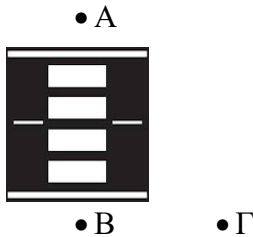


5.9 Ένα χωράφι έχει το ακόλουθο σχήμα. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωραφιού.



5.10 Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG=15$ m και ύψος $AD=9$ m, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

5.11 Ο Αντώνης και η Μαρία στέκονται στη διάβαση στα φανάρια στο σημείο Α και περιμένουν να περάσουν στην απέναντι μεριά του δρόμου. Ο Αντώνης περνά κάθετα απέναντι πηγαίνοντας από το σημείο Α στο σημείο Β περπατώντας 6m. Η Μαρία όμως περνά διαγώνια το δρόμο απέναντι από το σημείο Α στο σημείο Γ, περπατώντας τη διπλάσια απόσταση από τον Αντώνη. Όταν και οι δύο μαθητές θα βρίσκονται την απέναντι μεριά πόσα μέτρα **περίπου** θα απέχουν μεταξύ τους;



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ-ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

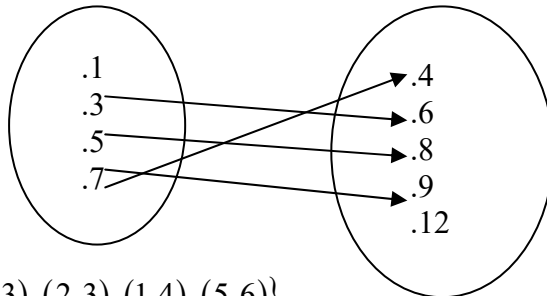
6.1 Να παραστήσετε το γράφημα $G = \{(1,3), (2,5), (4,7), (9,5), (2,6)\}$

(α) με τη χρήση πινάκων

(β) με χρήση βελοειδούς διαγράμματος

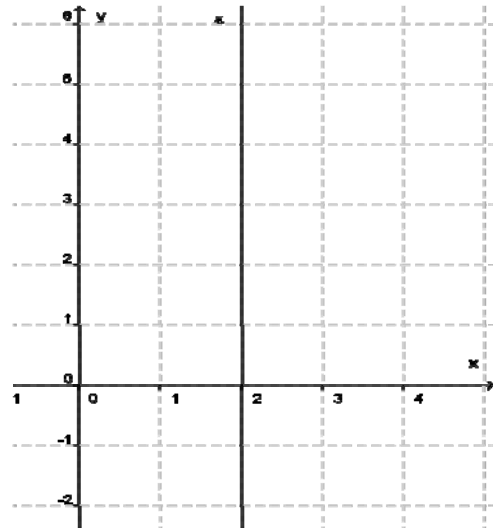
(γ) Ορίζει συνάρτηση η αντιστοιχία που δίνεται με τους πιο πάνω τρόπους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6.2 Να εξετάσετε αν στις πιο κάτω περιπτώσεις ορίζεται συνάρτηση. Αν ορίζεται να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της κάθε συνάρτησης.



$$G = \{(1,3), (2,3), (1,4), (5,6)\}$$

x	2,3	4,9	5	9,1
ψ	7	3	7	6



6.3 Δίδεται η ευθεία $\psi = 2x + 4$.

(α) Να εξετάσετε αν τα σημεία A(2,-3) και B(1,6) ανήκουν στην ευθεία.

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της ευθείας $\psi = 2x + 4$ με τον άξονα των τετμημένων xx' .

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της ευθείας $\psi = 2x + 4$ με τον άξονα των τεταγμένων ψ '.

(δ) Να παραστήσετε την ευθεία $\psi = 2x + 4$ γραφικά.

6.4 Να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω συναρτήσεων

(α) $\psi = 2\chi + 3$ (β) $\psi = 3\chi$ (γ) $\psi = 5$ (δ) $\chi = 2$

6.5 Να βρείτε την κλίση των ευθειών

(α) $\psi = 5\chi$ (β) $\psi = 3\chi - 14$ (γ) $\psi = 7$ (δ) $\chi = 1$ (ε) $3\chi + 2\psi = 5$

6.6 Να βρείτε την **κλίση** και την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(1,4), B(3,8).

6.7 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (0,0) και έχει κλίση 5.

6.8 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημείο (2,1) και έχει κλίση 3.

6.9 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και το σημείο Γ(2,8).

6.10 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Δ(2,5), Ε(0,3).

6.11 Να λύσετε τα συστήματα (α) $\begin{cases} \psi = 3\chi + 1 \\ 2\chi + \psi = 16 \end{cases}$ (β) $\begin{cases} 4\chi - \psi = -1 \\ 2\chi + 3\psi = 10 \end{cases}$

6.12 (α) Να τοποθετήσετε τα σημεία A(-2,5), B(-2,-1), Γ(2,-1) σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και να ενώσετε τα σημεία **με χάρακα** κατασκευάζοντας τα ευθύγραμμα τμήματα AB, ΒΓ, ΑΓ.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α και Β.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Β και Γ.

(δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α και Γ.

6.13 Ο πληθυσμός της πόλης της Λιμνούπολης δίνεται από τη σχέση $\Pi(t) = 12500 + 300t$, όπου το $\Pi(t)$ αντιπροσωπεύει τον πληθυσμό και το t αντιπροσωπεύει το χρόνο σε έτη από το 2010 μέχρι σήμερα.

(α) Να αναγνωρίσετε την κλίση α και την παράμετρο β και να εξηγήσετε τη σημασία τους. (β) Πόσος είναι ο πληθυσμός της Λιμνούπολης το 2013;

6.14 Σε μια αυλή υπάρχουν κότες και σκύλοι. Αν όλα τα ζώα μαζί έχουν 22 κεφάλια και 52 πόδια, πόσες είναι οι κότες και πόσοι οι σκύλοι; Θυμηθείτε πόσα πόδια έχει το κάθε ζώο!!!!!!

6.15 Ο Αντρέας Παυλίδης, μαθητής της Β τάξης του Γυμνασίου των Λιβαδιών φεύγει από το σπίτι για το σχολείο με τα πόδια. Η διαδρομή του Αντρέα περιγράφεται από τη σχέση $A = 1000 - 100t$, όπου A είναι η απόσταση από το σχολείο σε μέτρα και t είναι ο χρόνος του σε λεπτά. (α) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση που περιγράφει η πιο πάνω σχέση. (β) Σε απόσταση 400 μέτρων από το σπίτι του Αντρέα, στο δρόμο του για το σχολείο βρίσκεται ένα περίπτερο. Αν ο Αντρέας σταματήσει ένα πρωί στο περίπτερο στις 7.25 π.μ., θα προλάβει να είναι στην τάξη του για την πρώτη περίοδο στην ώρα του;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΛΟΓΟΙ-ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

7.1 Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{7}$ να βρείτε τους λόγους $\frac{\alpha + \beta}{\beta}$, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha}$, $\frac{\alpha + 2}{\beta + 7}$

7.2 Για έναν χυμό μια συγκεκριμένης γεύσης, αναμειγνύουμε 150 ml χυμό πορτοκάλι με 80 ml χυμό μανταρίνι. (α) Να βρείτε το λόγο του χυμού πορτοκάλι προς τον χυμό μανταρίνι. (β) Αν αναμειξουμε 250 ml χυμό πορτοκάλι με 180 ml χυμό μανταρίνι θα πάρουμε χυμό με την ίδια γεύση; (γ) Για να φτιάξουμε χυμό με την αρχική γεύση, να βρείτε πόσα ml χυμό πορτοκάλι πρέπει να αναμειξουμε με 280 ml χυμό μανταρίνι.

7.3 Να βρείτε το x : (α) $\frac{x}{2} = \frac{x+5}{4}$ (β) $\frac{2}{x} = \frac{10}{x-1}$ (γ) $\frac{x}{9} = \frac{x+2}{15}$

7.4 Η πόλη της Λάρνακας από το Κίτι απέχει 15 km. Ο Μιχάλης μελετά ένα χάρτη με κλίμακα 1 : 500000. Πόσα εκατοστά είναι η απόσταση πάνω στο χάρτη που μελετά ο Μιχάλης;

7.5 Να εξετάσετε σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις αν τα ποσά x και ψ είναι ευθέως ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα ή τίποτα από τα προηγούμενα.

(α)

x	ψ
2	36
12	6

(β)

x	ψ
5	10
15	20

(γ)

x	ψ
7	9
21	27

(δ)

x	ψ
6	14
9	21

(ε)

x	ψ
2	10
5	4

7.6 Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζεται η κατανομή των αγοριών και των κοριτσιών στις τρεις τάξεις ενός γυμνασίου της Λάρνακας.

Τάξεις	Αγόρια	Κορίτσια
A	150	x
B	120	ψ
Γ	130	ω
Σύνολο	400	600

(α) Να υπολογίσετε το λόγο των αγοριών της Α τάξης ως προς το σύνολο των αγοριών του σχολείου. (β) Να υπολογίσετε το λόγο του συνόλου των κοριτσιών ως προς το σύνολο των αγοριών του σχολείου. (γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των αγοριών της Β τάξης ως προς το σύνολο των παιδιών στο σχολείο. (γ) Αν το 20% των κοριτσιών είναι στην Α τάξη, το 30% στην Γ τάξη να υπολογίσετε τις τιμές των x , ψ και ω στον πίνακα.

7.7 Το 70% του βάρους ενός ανθρώπου είναι νερό. **(α)** Να γράψετε τη σχέση που συνδέει το βάρος του ανθρώπου (x) με το βάρος του νερού (y). **(β)** Να βρείτε πόσα κιλά νερό υπάρχουν σε ένα άνθρωπο βάρους 60kg.

7.8 Ένας κτηνοτρόφος από 60 Kg γάλα έβγαλε 12 Kg τυρί. **(α)** Πόσα Kg τυρί θα βγάλει από 250 Kg γάλα; **(β)** Από πόσα Kg γάλα θα βγάλει 90 Kg τυρί;

7.9 Για μια έρευνα πρέπει να ερωτηθούν 1200 άτομα. Αν δουλέψουν 12 άτομα ολοκληρώνουν την έρευνα σε 3 μέρες. Αν όμως η έρευνα πρέπει να ολοκληρωθεί σε 2 μέρες, πόσα άτομα πρέπει να δουλέψουν.

7.10 Ένα αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 120 km/h και χρειάζεται 3 ώρες για να φτάσει στον προορισμό του. Αν το αυτοκίνητο μειώσει κατά το $\frac{1}{6}$ την ταχύτητά του, πόση ώρα θα χρειαστεί για την ίδια απόσταση;

7.11 Η κυρία Μαρία μπορεί να τοποθετήσει τις μαρμελάδες που φτιάχνει σε 150 βάζα των 350 g το καθένα. **(α)** Αν χρησιμοποιήσει βάζα των 500 g το καθένα, πόσα βάζα θα χρειαστεί; **(β)** Αν κάθε βάζο των 350 g κοστίζει 0,5€ και κάθε βάζο των 500 g κοστίζει 0,6€, ποια βάζα την συμφέρει να χρησιμοποιήσει;

7.12 Μια τηλεόραση αξίας €720 πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Πόσα πωλήθηκε;

7.13 Οι κάτοικοι μιας πόλης μειώνονται κατά 10% το χρόνο. Αν σήμερα είναι 100000 πόσοι θα είναι σε 3 χρόνια. Πόση θα είναι η συνολική μείωση σε 3 χρόνια εκφρασμένη σαν ποσοστό επί του σημερινού πληθυσμού.

7.14 Η Άννα Παυλίδου αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε μαζί με το ΦΠΑ €23000. Αν ο συντελεστής ΦΠΑ είναι 15% πόσα ήταν η αξία του αυτοκινήτου χωρίς το ΦΠΑ;

7.15 Στην περίοδο εκπτώσεων αγοράσαμε ένα κοστούμι με έκπτωση 25% και πληρώσαμε 138€. Πόσα χρήματα θα πληρώναμε, αν αγοράζαμε το κοστούμι πριν την περίοδο εκπτώσεων;

7.16 Ένας μανάβης αγόρασε 10 κιλά μπανάνες προς 2 ευρώ το κιλό και 20 κιλά μήλα προς 3 ευρώ το κιλό από τον προμηθευτή του. Πώλησε όλες τις μπανάνες με κέρδος 25% και όλα τα μήλα με ζημιά 50%. Να βρείτε αν ο μανάβης κέρδισε ή έχασε και πόσα.

7.17 Κάποιος προσελήφθη ως πωλητής σε μια εταιρεία με τη συμφωνία να παίρνει βασικό εβδομαδιαίο μισθό €160 και επιπλέον προμήθεια επί των πωλήσεων ως εξής: για τα πρώτα €300 να μην παίρνει προμήθεια, ενώ για το υπόλοιπο ποσό πέραν των €300 να παίρνει προμήθεια 12%. Να υπολογίσετε το συνολικό του μισθό για μία εβδομάδα κατά την οποία οι εισπράξεις ήταν €2800.

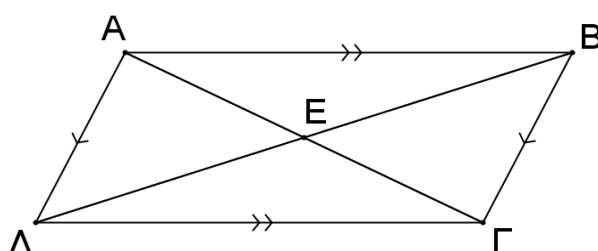
7.18 Η Κατερίνα Ιεροδιακόνου, μαθήτρια της Β Γυμνασίου, φύλαξε στον κουμπαρά της €100 για να αγοράσει ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή. Τελικά ο υπολογιστής που

αποφάσισε να αγοράσει στοιχίζε €800 και ήταν σε προσφορά με έκπτωση 20%. Αν ο ΦΠΑ είναι 10%, πόσα θα χρειαστεί επιπλέον δεδομένου ότι θα πάρει κρατική επιδότηση €300 και δώρο από τον παππού της €200.

7.19 Ο Ανδρέας Γεωργίου, ο Γιώργος Πέτρου και ο Πέτρος Αντρέου ίδρυσαν μια εταιρεία καταθέτοντας €5000, €3000 και €4000 αντίστοιχα. Στο τέλος του χρόνου η εταιρεία κέρδισε €40000 και αφού πλήρωσε φόρο 10%, κράτησε €12000 για επανεπένδυση και μοίρασε στους μετόχους τα υπόλοιπα. Πόσα θα πάρει ο κάθε ένας;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ-ΚΥΚΛΟΣ

8.1 Να συμπληρώσετε τα κενά

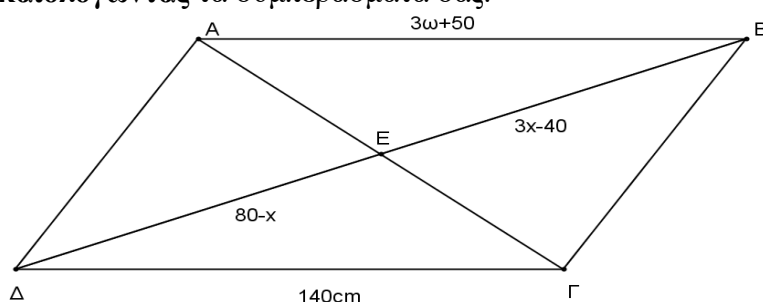


(α) $AB = \dots\dots\dots$ (β) $AD \parallel \dots\dots\dots$

(γ) $\hat{A}\hat{\Gamma} = \dots\dots\dots$ (δ) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = \dots\dots\dots$

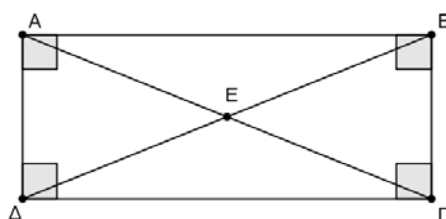
(ε) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} + \hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{B} = \dots\dots\dots$ (στ) $AE = \dots\dots\dots$

8.2 Αν $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο, να υπολογίσετε τους αγνώστους δικαιολογώντας τα συμπεράσματά σας.



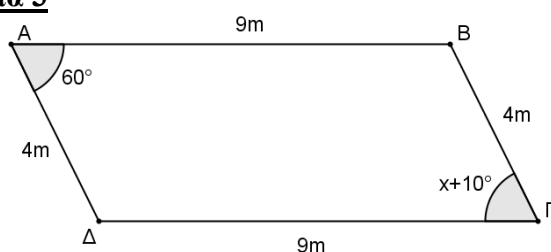
8.3 (α) Να αναγνωρίσετε το είδος του τετραπλεύρου σε κάθε περίπτωση (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, τετράγωνο, ρόμβος, τραπέζιο), δικαιολογώντας το συμπέρασμά σας με την ιδιότητα που αναγνωρίσατε. (β) Να υπολογίσετε το x σε κάθε περίπτωση, δικαιολογώντας το συμπέρασμά σας με την ιδιότητα που αναγνωρίσατε.

Σχήμα 1

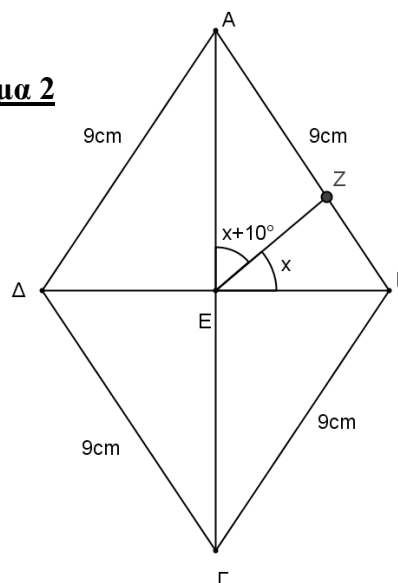


$AG = 2x + 90$ και $BD = 5x - 30$

Σχήμα 3



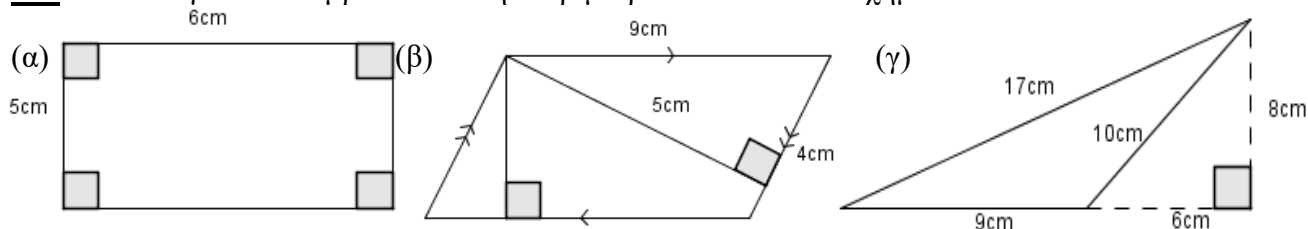
Σχήμα 2



8.4 Να βρείτε το εμβαδόν τετραγώνου με περίμετρο 32 cm .

8.5 Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο ίση με 24cm και το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του. Να βρείτε το εμβαδό του.

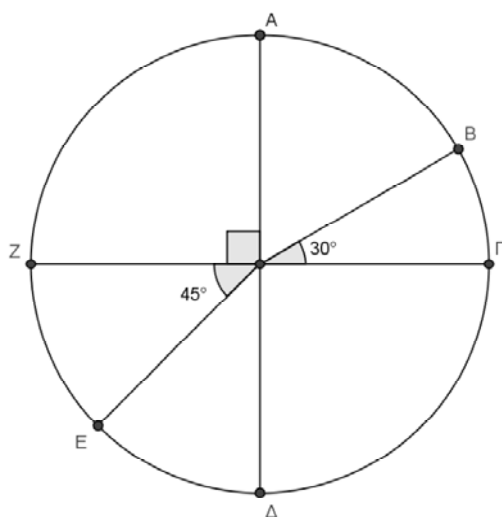
8.6 Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων.



8.7 Να βρεθεί το εμβαδόν τραπεζίου με $\beta_1 = 5\text{ cm}$, $\beta_2 = 15\text{ cm}$ και $v = 4\text{ cm}$.

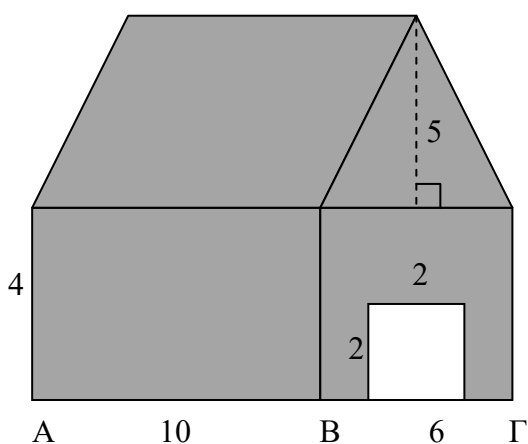
8.8 Να βρεθεί το εμβαδό κυκλικού τομέα ακτίνας 3 cm με επίκεντρη γωνία 40° .

8.9 Αν είναι γνωστό ότι το μήκος του κύκλου είναι ίσο με 72 cm , να υπολογίσετε



- (α) το μήκος του τόξου ΒΓ
- (β) το μήκος του τόξου ΑΖ
- (γ) το μήκος του τόξου ΖΕ
- (δ) το μήκος του τόξου ΑΔ
- (ε) το λόγο του μήκους του τόξου ΑΒ προς το μήκος του τόξου ΒΓ

8.10 Να βρεθεί το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους. Η μονάδα μέτρησης είναι τα cm . $AB=10$ και $B\Gamma=6$

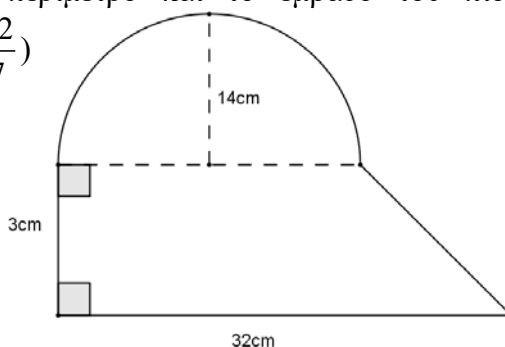


8.11 Ρόμβος έχει περίμετρο 52 cm και μία διαγώνιο 24 cm και είναι ισεμβαδικός με ορθογώνιο που έχει μήκος 10 cm . Να βρείτε την περίμετρο του ορθογωνίου.

8.12 Να υπολογίσετε το εμβαδό και την περίμετρο τετραγώνου που έχει διαγώνιο $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

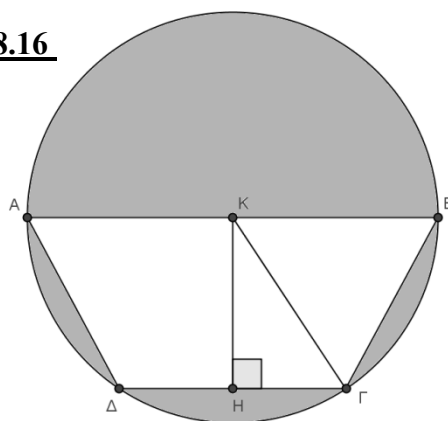
8.13 Το εμβαδό τραπεζίου είναι ίσο με 210 m^2 , και η μεγάλη βάση του είναι πενταπλάσια από τη μικρή. Αν το ύψος του τραπεζίου είναι 14 m , να υπολογίσετε τις βάσεις του τραπεζίου.

8.14 Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό του πιο κάτω σχήματος. (Να χρησιμοποιήσετε $\pi = \frac{22}{7}$)



8.15 Αν το εμβαδόν κυκλικού δίσκου είναι $81\pi \text{ dm}^2$, να βρεθεί το μήκος τόξου με επίκεντρη γωνία 60° στον ίδιο κύκλο. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)

8.16



ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. $AB = 20 \text{ cm}$

ΑΒ διάμετρος του κύκλου (Κ, R)

$\Delta\Gamma = 12 \text{ cm}$.

Να βρεθεί το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ-ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

9.1 Οι βαθμολογίες των μαθητών ενός τμήματος στα Μαθηματικά είναι 12, 8, 10, 20, 12, 17, 10, 9, 10. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, την επικρατούσα τιμή, τη μέγιστη τιμή και την ελάχιστη τιμή.

9.2 Η μέση τιμή επτά αριθμών είναι 9. Από αυτούς οι πέντε είναι οι 4, 6, 3, 4, 2. Να βρείτε τους άλλους δύο αριθμούς αν ο ένας είναι τριπλάσιος από τον άλλον.

9.3 Δίνονται οι αριθμοί 8, ψ, 13, 13, 20, 26, 27, 31, 31. Αν η μέση τιμή $\bar{x}$ των αριθμών αυτών είναι 21, να βρείτε: (α) τον αριθμό ψ, (β) την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.

9.4 Η μέση τιμή του βάρους 15 μαθητών μαζί με τον καθηγητή τους είναι 70 κιλά. Αν η μέση τιμή του βάρους των 15 μαθητών είναι 68 κιλά, να υπολογίσετε το βάρος του καθηγητή τους.

9.5 Σε μια οικογένεια με τρία παιδιά μας ενδιαφέρει το φύλο των παιδιών.

(α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο Ω ,

(β) Να βρείτε το ενδεχόμενο A: «Δύο παιδιά είναι αγόρια»,

(γ) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου B: «Όλα τα παιδιά είναι του ιδίου φύλου»

9.6 Ρίχνουμε 2 ζάρια ταυτόχρονα. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων

A: «Οι ενδείξεις να είναι οι ίδιες»

B: «Το άθροισμα των ενδείξεων να είναι 5»

Γ: «Το γινόμενο των ενδείξεων να είναι άρτιος μικρότερος του 5»

Δ: «Το άθροισμα των ενδείξεων να είναι πολλαπλάσιο του 6»

9.7 Ένα τμήμα έχει 34 μαθητές. Οι 15 χρησιμοποιούν ποδήλατο, οι 12 μοτοσυκλέτα και οι 7 χρησιμοποιούν και τα δύο. Να βρείτε την πιθανότητα αν φωνάξουμε ένα μαθητή:

(α) να χρησιμοποιεί ή ποδήλατο ή μοτοσυκλέτα ή και τα δύο

(β) να χρησιμοποιεί μόνο μοτοσυκλέτα

(γ) να μη χρησιμοποιεί ούτε μοτοσυκλέτα ούτε ποδήλατο

(δ) να χρησιμοποιεί μόνο ένα από τα δύο