

Θέματα Τελικών Εξετάσεων Γ' Λυκείου Μαθηματικά Κατεύθυνσης 1984 – 2005

Μονοτονία – Ακρότατα – Σημεία Καμπής

Άσκηση 1

(Μαθηματικά 4 1984) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση $y = x \cdot \ln(x)$ έχει ακρότατα, και αν ναι, ποια είναι αυτά και τι είδους.

Άσκηση 2

(Μαθηματικά 4 1985) Να βρείτε για ποιες τιμές του x , όπου $0 \leq x \leq 2\pi$, η συνάρτηση $y = 2\sigma\upsilon\nu(x) - \sigma\upsilon\nu(2x)$ είναι αύξουσα.

Άσκηση 3

(Μαθηματικά 4 1985) Να βρείτε το μέγιστο A , το ελάχιστο B και το σημείο καμπής Γ της συνάρτησης $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ και να αποδείξετε ότι είναι συνευθειακά.

Άσκηση 4

(Μαθηματικά 4 1986) Για ποιες τιμές του x με $0 < x < 2\pi$, η συνάρτηση $y = (2 - x)\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x$ είναι αύξουσα;

Άσκηση 5

(Μαθηματικά 4 1988) Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $y = 3 \cdot \eta\mu^2(x) - 4 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(x)$.

Άσκηση 6

(Μαθηματικά 4 1989) Να βρείτε τα μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $\frac{\sigma\upsilon\nu(x)}{2 - \eta\mu(x)}$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

Άσκηση 7

(Μαθηματικά 8 1990) (β) Να βρείτε το τοπικό ακρότατο της $y = 8 \cdot \eta\mu x - \varepsilon\phi x$ για $x \in R$ και $x \neq \kappa \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$, $\kappa \in Z$.

Άσκηση 8

(Μαθηματικά 4 1991) Αν η συνάρτηση $y = \alpha x + \beta \cdot \eta\mu x$ έχει τοπικό ακρότατο στο σημείο $A(\pi, \pi)$, να βρεθούν οι τιμές των (α) και (β).

Άσκηση 9

(Μαθηματικά 4 1992) Να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \frac{\eta\mu x}{2 - \sigma\upsilon\nu x}$ για $0 \leq x \leq 2\pi$.

Άσκηση 10

(Ενιαίες 1992) Να βρείτε στο διάστημα $0 \leq x \leq 2\pi$, που η συνάρτηση $f(x) = 4 - 4(\sqrt{3} \cdot \eta\mu(2x) - \sigma\upsilon\nu(2x))$ είναι αύξουσα.

Άσκηση 11

(Ενιαίες 1993) Αν η συνάρτηση $y = \alpha \cdot \eta\mu x + \beta \cdot \eta\mu^2 x$ έχει ακρότατο $y = \frac{1}{4}$ για $x = \frac{\pi}{6}$, να υπολογιστούν τα α και β .

Άσκηση 12

(Ενιαίες 1994) Αν για $x=1$, η συνάρτηση $y = x - \kappa \cdot \tau\omicron\xi\epsilon\phi x$ έχει ακρότατο, να βρεθεί το (κ) και ακολούθως να βρεθούν και να χαρακτηριστούν τα ακρότατα της.

Άσκηση 13

(Ενιαίες 1996) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της καμπύλης $y = -x^3 + 3x$, στο οποίο παίρνει την μέγιστη τιμή της.

Άσκηση 14

(Μαθηματικά 4 1999) Η καμπύλη με εξίσωση $y = (x^2 + \alpha x + \beta) \cdot e^x$ έχει τοπικό ελάχιστο στο σημείο $\left(-1, -\frac{8}{e}\right)$. Να βρείτε την τιμή των α και β .

Άσκηση 15

(Μαθηματικά 8 2000) Η συνάρτηση $y = \alpha x + \beta \ln x$ έχει ακρότατο το σημείο $A(1, 2)$. Να βρείτε τις τιμές των α και β και να χαρακτηρίσετε το είδος του ακρότατου.

Άσκηση 16

(Μαθηματικά 8 2001) Η καμπύλη με εξίσωση $y = e^{\alpha x} + x + \beta$ έχει ακρότατο το σημείο $A(0, 3)$. Να βρείτε τα α και β .

Άσκηση 17

(Ενιαίες 2001) Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε η γραφική παράσταση της $y = \alpha x^2 + \frac{\beta}{x}$ να έχει ακρότατο στο σημείο $(1, 6)$ και να ορίσετε το είδος του ακρότατου αυτού.

Άσκηση 18

(Μαθηματικά 4 2002) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x - \alpha}{x^2 - 3x + 2}$ με $x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του α για την οποία η συνάρτηση έχει τοπικό ακρότατο στο $x = 0$.

Άσκηση 19

(Ενιαίες 2003) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου καμπής της συνάρτησης $y = x^3 - 3x^2 + 6$.

Άσκηση 20

(Ενιαίες 2004) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης $y = x^3 - 3x + 4$.

Άσκηση 21

(Προεισαγωγικές 2004) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^\alpha - \alpha x + 10$ με $x > 0$ και $0 < \alpha < 1$. Να δείξετε ότι η $f(x)$ έχει τοπικό ακρότατο στο σημείο με $x=1$ και να το χαρακτηρίσετε.

Άσκηση 22

(Ενιαίες 2005) Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + x - 1$ έχει σημείο καμπής το σημείο $A(-1, 2)$. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β .