

Θέματα Τελικών Εξετάσεων Γ' Λυκείου Μαθηματικά Κατεύθυνσης 1984 – 2005

Ασύμπτωτες

Άσκηση 1

(Μαθηματικά 8 1985) Δίνεται η καμπύλη $x \cdot y + y = x - 3$.

- a) Να δείξετε ότι το σημείο $P\left(t-1, 1-\frac{4}{t}\right)$ με $t \neq 0$ βρίσκεται πάνω στην καμπύλη και ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο P είναι: $4x - t^2y = 8t - 4 - t^2$.
- b) Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της καμπύλης και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- c) Αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο P τέμνει τις ασύμπτωτες στα σημεία B και Γ, και A το σημείο τομής των ασύμπτωτων, να δείξετε ότι $AP = PB = P\Gamma$ και στη συνέχεια να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι ανεξάρτητο του t .

Άσκηση 2

(Μαθηματικά 4 1986) Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$. Να βρεθούν:

- a) Οι ασύμπτωτες
- b) Μέγιστα ή ελάχιστα αν υπάρχουν

Άσκηση 3

(Ενιαίες 1993) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της συνάρτησης $y = \frac{2x^2}{x^2 - 9}$

Άσκηση 4

(Ενιαίες 1994) Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της.

Άσκηση 5

(Μαθηματικά 4 1994) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x^\nu}{x^2 + \mu}$

- a) Για ποιες τιμές του (μ) η συνάρτηση έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη;
b) Αν $\mu = 1$, και το (ν) παίρνει διαδοχικές τιμές 1, 2 και 3, να βρείτε τις ασύμπτωτες στην κάθε περίπτωση.

Άσκηση 6

(Ενιαίες 1996) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της καμπύλης $y = \frac{\ln(x-5)}{x-6}$

Άσκηση 7

(Μαθηματικά 4 2001) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + \alpha}$. Να δείξετε ότι αν η συνάρτηση $f(x)$ έχει ακρότατα τότε δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη και αν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη τότε δεν έχει ακρότατα.

Άσκηση 8

(Προεισαγωγικές 2003) Να δείξετε ότι η ευθεία $x = 1$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της καμπύλης $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\ln x}$.

Άσκηση 9

(Ενιαίες 2004) Να δώσετε τον ορισμό της κατακόρυφης ασύμπτωτης του διαγράμματος μιας συνάρτησης. Με βάση τον ορισμό αυτό να δείξετε ότι η ευθεία $x = 2$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της καμπύλης με εξίσωση $y = \frac{x}{x-2}$.