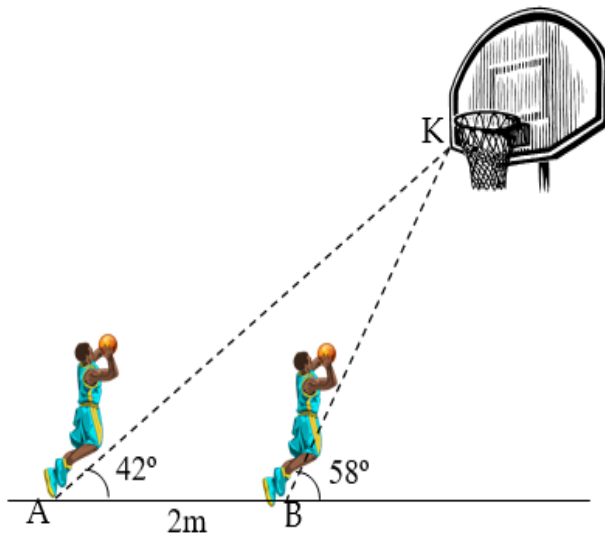


ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ Ι & ΙΙ

1. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 1\text{ cm}$ και $\gamma = 3\text{ cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι $\alpha = 19\text{m}$, $\beta = 16\text{m}$ και $\gamma = 5\text{m}$. Να βρείτε τη γωνία A και το εμβαδόν του τριγώνου.
3. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ τότε να δείξετε ότι $\hat{\Gamma} = 120^\circ$.

Αν επιπλέον $\gamma = \alpha\sqrt{3}\text{cm}$ να υπολογίσετε τις γωνίες A και B .

4. Στο πιο κάτω σχήμα όταν ο καλαθοσφαιριστής βρίσκεται στο σημείο A , ρίχνει τη μπάλα στο καλάθι υπό γωνία 42° , ενώ όταν βρίσκεται στο σημείο B υπό γωνία 58° . Να βρείτε σε πόσο ύψος από το έδαφος βρίσκεται το καλάθι K .



5. Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu\left(\chi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $[0, \pi]$.
6. Να λύσετε την εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^2\chi - 5\sigma\upsilon\nu\chi - 3 = 0$ στο διάστημα $[0, \pi]$.
7. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha+\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu 2\alpha+\eta\mu\alpha} = \sigma\varphi\alpha$.

8. Αν $\varepsilon\varphi\alpha = \frac{1-\sigma\upsilon\nu\beta}{\eta\mu\beta}$, να αποδείξετε ότι $\varepsilon\varphi 2\alpha = \varepsilon\varphi\beta$.

9. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu^3\alpha \cdot \eta\mu\alpha - \eta\mu^3\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha + \eta\mu 2\alpha \cdot \eta\mu\alpha} = \frac{\eta\mu 4\alpha}{4\sigma\upsilon\nu\alpha}$.

10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\varepsilon\varphi \frac{B}{2} = \frac{\eta\mu B}{\eta\mu A + \eta\mu \Gamma}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

11. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\Gamma}{2} - 2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{A}{2} = \eta\mu B$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο. Αν επιπλέον ισχύει $\alpha = 2\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι και ισοσκελές.

12. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \varepsilon\varphi\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \varepsilon\varphi\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, $B = \frac{\eta\mu 5\alpha + \eta\mu 3\alpha + 2\sigma\upsilon\nu\alpha}{(\eta\mu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha)^2}$,

$$\Gamma = \frac{\eta\mu 2\alpha}{2\sigma\upsilon\nu 3\alpha \sigma\upsilon\nu 2\alpha - \sigma\upsilon\nu 5\alpha}$$

Να δείξετε ότι: $A = 2\varepsilon\varphi 2\alpha$, $B = 2\sigma\upsilon\nu\alpha$, $\Gamma = 2\eta\mu\alpha$.

13. (α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha}{2\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 2\eta\mu\alpha$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha}{\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 2\sqrt{3}$.

14. (α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 4\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 4\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha} = \varepsilon\varphi 2\alpha$.

(β) Χρησιμοποιώντας το πιο πάνω αποτέλεσμα να λύσετε την εξίσωση $\frac{\eta\mu 4\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 4\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha} = 1$

στο διάστημα $(0, \pi)$.

15. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{\eta\mu 5x + \eta\mu 2x - \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu 5x + \sigma\upsilon\nu 2x + \sigma\upsilon\nu x}$ και

$$g(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu x.$$

(α) Να δείξετε ότι: $f(x) = \varepsilon\varphi 2x$ και $g(x) = \sqrt{2} \cdot \eta\mu x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(2x)$.

16. Δίνονται: $A = \frac{\eta\mu 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{(1+\sigma\upsilon\nu 2x) \cdot (1+\sigma\upsilon\nu x)}$ και $B = \frac{1+\sigma\upsilon\nu 2x+\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu 2x+\eta\mu x}$

(α) Να δείξετε ότι: $A = \varepsilon\varphi \frac{x}{2}$ και $B = \sigma\varphi x$.

(β) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $A = B$.

17. Αν $A = \frac{\eta\mu 3x}{\eta\mu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu 3x}{\sigma\upsilon\nu x}$ και $B = \frac{\eta\mu 4x \cdot \sigma\upsilon\nu 5x + \eta\mu x}{\eta\mu 5x}$

(α) Να δείξετε ότι: $A = 2$ και $B = \sigma\upsilon\nu 4x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $AB - 1 = 0$, $x \in (0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

18. (α) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha + \beta = 4R\sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

(β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2\eta\mu 5x \cdot \sigma\upsilon\nu 3x - \eta\mu 8x}{2\sigma\upsilon\nu 3x \cdot \sigma\upsilon\nu 2x - \sigma\upsilon\nu 5x} = 2\eta\mu x$.

(γ) Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη ταυτότητα ή με οποιονδήποτε άλλον τρόπο, να λύσετε την εξίσωση $\frac{2\eta\mu 5x \cdot \sigma\upsilon\nu 3x - \eta\mu 8x}{2\sigma\upsilon\nu 3x \cdot \sigma\upsilon\nu 2x - \sigma\upsilon\nu 5x} = \varepsilon\varphi x$, στο διάστημα $[0, \pi]$.

19. (α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2\sigma\upsilon\nu 5\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 3\alpha - \sigma\upsilon\nu 8\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha - \sigma\upsilon\nu 6\alpha} = \frac{\sigma\tau\epsilon\mu^2 2\alpha}{4}$

(β) Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη ταυτότητα ή με οποιονδήποτε άλλον τρόπο, να λύσετε την εξίσωση $\frac{2\sigma\upsilon\nu 5\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 3\alpha - \sigma\upsilon\nu 8\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha - \sigma\upsilon\nu 6\alpha} = 1$, στο διάστημα $[0, \pi]$.

20. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu^2 x - \eta\mu^2 3x$ και $g(x) = \frac{2\eta\mu 4x \cdot (1+\sigma\upsilon\nu 4x)}{\sigma\upsilon\nu^3 2x}$,

$$x \in \mathbb{R} - \left\{k\pi \pm \frac{\pi}{4}\right\}$$

(α) Να δείξετε ότι: $f(x) = -\eta\mu 4x \cdot \eta\mu 2x$ και $g(x) = 8\eta\mu 2x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $g(x) + 2f(x) = 0$.