

Επαναληπτικές Ασκήσεις - Μαθηματικά β' Γυμνασίου

Ενότητα 1: Σύνολα

1. (α) Στο διπλανό διάγραμμα να τοποθετήσετε τα

στοιχεία των πιο κάτω συνόλων:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$B = \{4, 8, 12\}$$

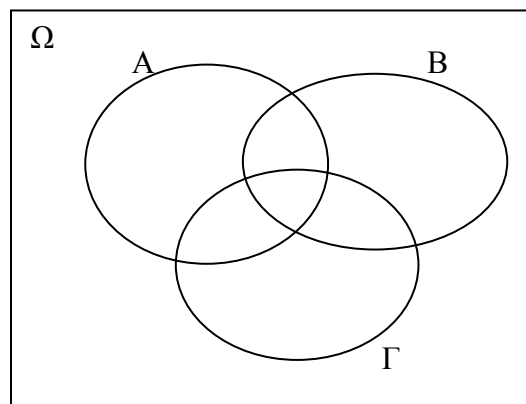
$$\Gamma = \{3, 6, 9, 12\}$$

- (β) Με τη βοήθεια του διπλανού διαγράμματος να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:

$$A' =$$

$$(A \cup B)' =$$

$$A \cap B \cap \Gamma =$$



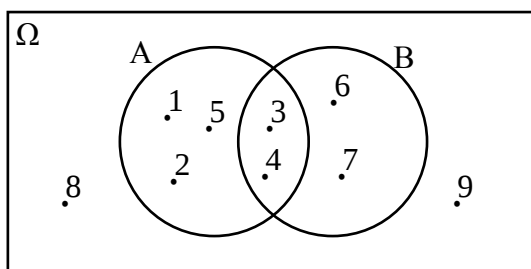
2. Με τη βοήθεια του διπλανού διαγράμματος να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:

α) $A =$

β) $B =$

γ) $A \cap B =$

δ) $(A \cup B)' =$



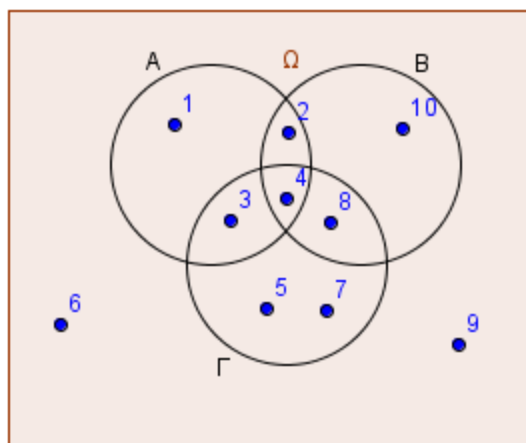
3. α) Να βρείτε τα στοιχεία των πιο κάτω

$$A =$$

$$B' =$$

$$A \cup B =$$

$$A \cap B \cap \Gamma =$$



Ενότητα 2 : Αλγεβρικές Παραστάσεις

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $\sigma(\chi) = \chi^2 + 1$, $\rho(\chi) = 2\chi - 3$ και $\phi(\chi) = \chi^2 - 2\chi + 3$.

Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

i) $\phi(\chi) + \rho(\chi) =$

ii) $\sigma(2) + \rho(-3) =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = \chi^3 - 2\chi^2 + \chi - 3$, $B = \chi + 3$ και $\Gamma = 3\chi^2 - 2\chi$

Να βρείτε: (α) $A + \Gamma - B =$

(β) $B \cdot \Gamma =$

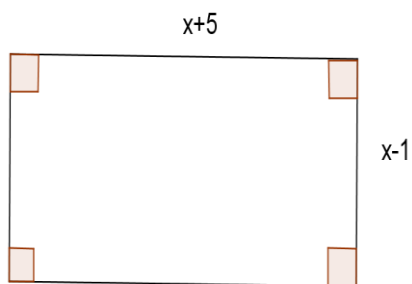
3. Δίνονται τα πολυώνυμα $\rho(\chi) = -2\chi^2 + 6\chi - 3$ και $\sigma(\chi) = 2\chi + 5$.

Να αποδείξετε ότι : $3\rho(2) + \sigma(-4) = 0$

4. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^3 + 6x^2 - 6$ και

$B = 3x^2 - 2x - 1$. Να βρείτε το πολυώνυμο $\Gamma = A - 2B$.

5. Να βρείτε τα πολυώνυμα $E(\chi)$ και $\Pi(\chi)$ τα οποία εκφράζουν το εμβαδόν και την περίμετρον του πιο κάτω ορθογωνίου.



6. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $5\omega - 2\omega\chi + 4\omega\chi - 7\omega + 1 =$

β) $(-2\alpha\beta^2) \cdot (-6\alpha^2\beta^3) =$

7. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $2\kappa\lambda \cdot (-3\kappa) =$

β. $(-\kappa + 2) \cdot (\kappa - 1) =$

γ. $2\omega - (\omega^2 - 5\omega) =$

δ. $(x - y) \cdot (x + y) =$

ε. $9x \cdot \left(-\frac{2}{3}x\psi\right) =$

8. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2\chi^3 - 8\chi^2 + 3\chi - 5) + (8\chi^2 - 5\chi + 9) =$

β) $(3\chi^2 + 2\chi - 4) - (\chi^2 - 3\chi + 7) =$

9. Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{2}{3}x^4y^2\right)\left(-\frac{1}{4}x^6y^5\right)$ και του αποτελέσματος να βρείτε τον συντελεστή και το κύριο μέρος.

10. Να βρείτε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων:

α) $(2\chi + 3)^2$

β) $(7\chi - 2\psi)(7\chi + 2\psi) =$

γ) $(5\chi^2 - \frac{1}{2})(5\chi^2 + \frac{1}{2}) =$

δ) $(\alpha^3 - 2\beta)(\alpha^3 + 2\beta) =$

ε) $(\chi\psi - \frac{1}{2})^2 =$

η) $(4\chi - 3\psi)^2 =$

θ) $(\psi + 5)^2 =$ ι) $(5\chi + 1)(5\chi - 1) =$

κ) $(3\chi^2 - 2)(3\chi^2 + 2) =$ λ) $(3\chi + 2\psi)(3\chi - 2\psi)$

11. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $(a + x)^2 - (a - x)^2 + 4ax = 8ax$

β) $(\chi + \psi)^2 - (\chi - \psi)(\chi + \psi) = 2\psi(\chi + \psi)$

$(4\psi + 3\chi)^2 - (3\chi - 2\psi)^2 = 12\psi^2 + 36\chi\psi$

δ) $(2\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 = 3\chi(\chi - 2)$

ε) $(a^2 + \beta^2) - (2\alpha\beta)^2 = (\alpha^2 - \beta^2)^2$

ζ) $\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \alpha\beta = \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2$

12. Να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$(2\chi - 3)^2 + 4(\chi - 4)(\chi + 4) - (\chi - 1)^3 = \quad \text{όταν } \chi = 2.$$

13. Να συμπληρώσετε τα κενά :

$$\alpha) (4a^2 + \dots)^2 = \dots + \dots + \kappa^4 \quad \beta) (25x^6 - \dots) = (\dots + 7y)(\dots - \dots)$$

$$\gamma) (4a^3 - \dots)^2 = \dots - \dots + 25\beta^2 \quad \delta) (\dots + \dots)^2 = 9a^2 + \dots + \beta^2$$

$$\epsilon) (\dots - 3a^2)^2 = \dots - 24a^2x + \dots$$

14. Να κάνετε τις πράξεις:

$$A) 2(4x - 3\psi)^2 - 3(\psi - 2x)(2x + \psi) - 4(x + 2\psi)^2 =$$

Ενότητα 3 : Εξισώσεις -Ανισώσεις

1. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $6\chi + 7 = 4\chi - 5 - \chi$

$$\beta) 6\chi - 3 = 2\chi + 5$$

$$\gamma) 5\chi - 15 = 2\chi + 3$$

$$\delta) 2(6 - x) + 3x = -4 - 7x.$$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$x - \frac{3(x+1)}{4} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\frac{2(x-3)}{3} - \frac{3(2x+1)}{2} = x - \frac{1}{6}$$

3. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε:

$$(α) \text{ η εξίσωση } \alpha\chi + 2 = -5\chi + 2 \text{ να είναι αόριστη.}$$

$$\beta) \text{ εξίσωση } -\beta\chi + 8 = -3\chi + 5 \text{ να είναι αδύνατη.}$$

4. Να βρείτε την τιμή του κ, ώστε η εξίσωση $(2\kappa - 3)x = 5$, να είναι αδύνατη.

5. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha + 5)\chi - 4\beta = 2\beta + 24$. Για ποια τιμή των α και β η εξίσωση είναι αόριστη;
6. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ έτσι ώστε η εξίσωση $\lambda x - 2\mu = 6x + \mu - 2$ να είναι αόριστη.
7. Να λύσετε την ανίσωση και να παραστήσετε τις λύσεις γραφικά πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών:
 $2(x + 4) - 12 < 3(x - 3)$
8. **Να λύσετε τις ανισώσεις και να βρείτε το διάστημα που συναληθεύουν και να το παραστήσετε γραφικά στον άξονα των ρητών.**
 - α) $\frac{1}{2}\chi - 1 < \chi - 2$ και $\frac{\chi + 2}{2} - \frac{2\chi + 3}{5} \leq \frac{\chi + 5}{4}$
 - β) $4(\chi - 1) + 12 > 2(\chi - 5)$ και $6 - \frac{\chi - 1}{2} \leq \frac{\chi + 14}{4}$
9. Έχω 23 χαρτονομίσματα των €5 και €10. Αν τα χρήματα μου έχουν συνολική αξία €140, πόσα χαρτονομίσματα των €5 και €10 έχω;
10. Ένας πατέρας έχει τριπλάσια ηλικία από τον γιο του. Μετά από 5 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι κατά 10 χρόνια μεγαλύτερη του διπλασίου της ηλικίας του γιου. Να βρείτε τις σημερινές τους ηλικίες.
11. Σε μια συγκέντρωση πήραν μέρος άνδρες και γυναίκες. Οι άνδρες ήταν τριπλάσιοι από τις γυναίκες. Μετά από λίγο ήρθαν ακόμη τέσσερα ανδρόγυνα και έτσι οι άνδρες έγιναν κατά τρεις περισσότεροι από το διπλάσιο των γυναικών. Πόσοι ήταν οι άνδρες στην αρχή της συγκέντρωσης;
12. Σε ένα τμήμα της Β' Γυμνασίου, οι μαθητές είναι τριπλάσιοι από τις μαθήτριες. Μια μέρα που απουσίασαν τέσσερις μαθητές και τέσσερις μαθήτριες, οι μαθητές ήταν επταπλάσιοι από τις μαθήτριες. Πόσους μαθητές και πόσες μαθήτριες έχει το τμήμα ;

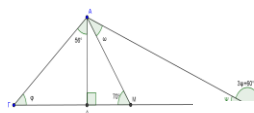
Ενότητα 4: Συμμετρία – Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της **A** στήλης με την ορθή πρόταση της **B** στήλης.

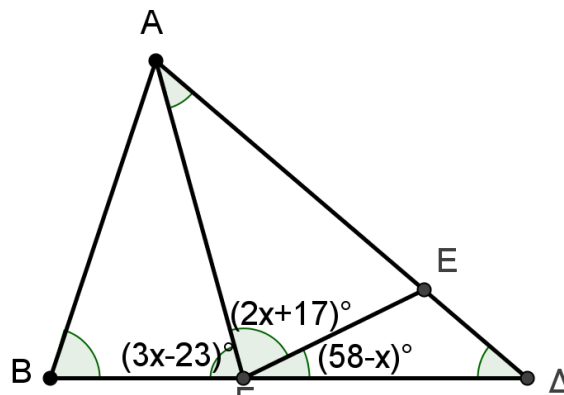
Α ΣΤΗΛΗ			Β ΣΤΗΛΗ		
(i) Τρίγωνο με τη μεγαλύτερη του γωνία 85°			(α) Έγκεντρο		
(ii) Σημείο τομής των υψών			(β) Ισοσκελές τρίγωνο		
(iii) Τρίγωνο με δύο γωνίες 100° και 40°			(γ) Κέντρο βάρους		
(iv) Τρίγωνο με τρεις γωνίες ίσες			(δ) Οξυγώνιο τρίγωνο		
(v) Σημείο τομής των διχοτόμων			(ε) Ορθόκεντρο		
			(στ) Ισόπλευρο τρίγωνο		
(i)→	(ii) →	(iii)→	(iv)→	(v)→	

2. Στο πιο κάτω σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα AD είναι ύψος και AM διάμεσος του τριγώνου $ABΓ$.

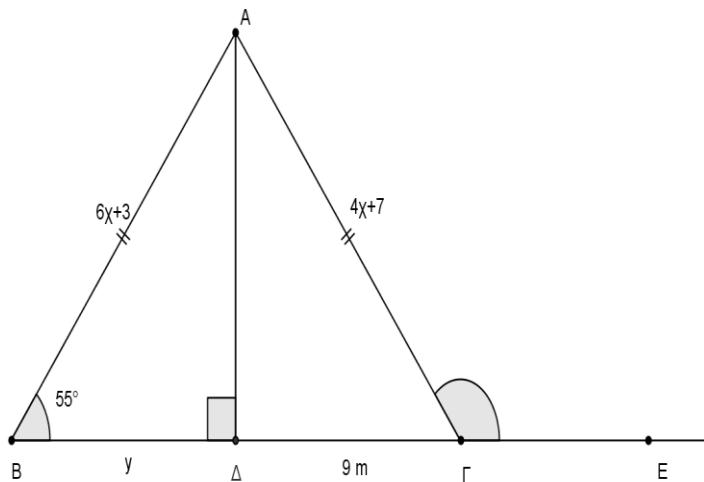
- (α) Αν $ΓM = 2\chi - 3$ και $MB = \chi + 2$ να βρεθεί η τιμή του χ .
 (β) Να βρείτε τις τιμές των ϕ , ω , ψ .



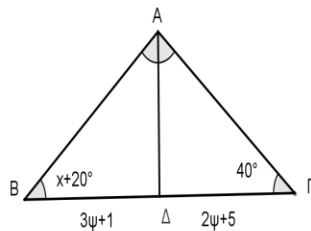
3. Στο διπλανό σχήμα $AB = AG$, AG είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}\Delta$, $A\hat{F}B = (3\chi - 23)^\circ$, $A\hat{F}E = (2\chi + 17)^\circ$ και $E\hat{F}\Delta = (58 - \chi)^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$, $\hat{A}\Delta$ και $\hat{\Delta}$



4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$), $\hat{A}B\Gamma = 55^\circ$, AD διάμεσος του $\triangle AB\Gamma$. Να υπολογίσετε:
- τις τιμές των x και y .
 - τη γωνία $\hat{A}\Gamma E$.
 - το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



5. Δίδεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$), $\hat{\Gamma} = 40^\circ$, $\hat{B} = x + 20^\circ$. Η AD είναι διάμεσος του τριγώνου, $BD=3\psi+1$ και $D\Gamma = 2\psi+5$. Να υπολογίσετε τις τιμές των x , ψ και τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.



Ενότητα 5: Πραγματικοί Αριθμοί – Πυθαγόρειο Θεώρημα

1. Να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

$\sqrt{16+9} = 4+3$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\frac{\sqrt{25}}{9} = \frac{5}{3}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\sqrt[3]{8} = 2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\sqrt{-25} = -5$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

2. Να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

α) $\sqrt{49+16} = 7+4$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
β) $\sqrt{200} = 2\sqrt{10}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
γ) $(5\sqrt{2})^2 = 50$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
δ) $\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{4}}} = \sqrt{5}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
ε) $\sqrt[3]{4^3 \cdot 5^3} = 20$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

3. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω ρίζες:

$$(\alpha) \sqrt{49} = \quad (\beta) \sqrt{\frac{36}{81}} = \quad (\gamma) \sqrt[3]{27} = \quad (\delta) \sqrt[3]{\frac{64}{125}} =$$

4. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

(i) $A = \sqrt{25 \cdot \sqrt{1} \cdot \sqrt[3]{64}} =$

(ii) $B = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{9})^2 =$

5. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$(α) \sqrt{(-7)^2} + 2\sqrt[3]{27} - \sqrt{1} + (\sqrt{19})^2 =$$

$$(β) \sqrt{12\sqrt{7} + \sqrt{4}} =$$

6. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

$$A = \sqrt{75 + \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{15 + \sqrt{1}}}}} =$$

$$B = \sqrt{\frac{36}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{3} \cdot \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \sqrt{4}}}} =$$

7. Να κάνετε τις πράξεις στις πιο κάτω παραστάσεις:

$$(i) \sqrt{49} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt{100} =$$

$$(ii) \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{21})^2 + \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$(iii) \sqrt{22 + \sqrt[3]{7 + 5 \cdot \sqrt{20 - 4}}} =$$

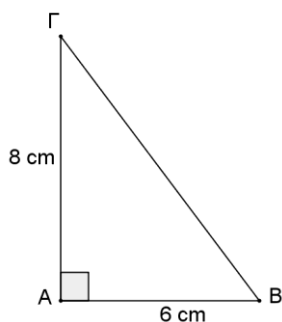
8. Να δείξετε ότι :

$$3 \cdot \sqrt{32} - \sqrt{2 \cdot \sqrt{16}} - 2 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{100}} = 0$$

9. Αν $\alpha = -2$ και $\beta = -18$ να βρείτε τα πιο κάτω:

$$α) \sqrt[3]{4\alpha} - \sqrt{\alpha\beta} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} =$$

10. Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ στο παρακάτω σχήμα:



11. Ένα τρίγωνο έχει μήκη πλευρών 5cm , $x\text{cm}$, $(x+1)\text{cm}$. Αν ισχύει η σχέση

$$(x+1)(x+2) = 38 + x^2 \text{ τότε:}$$

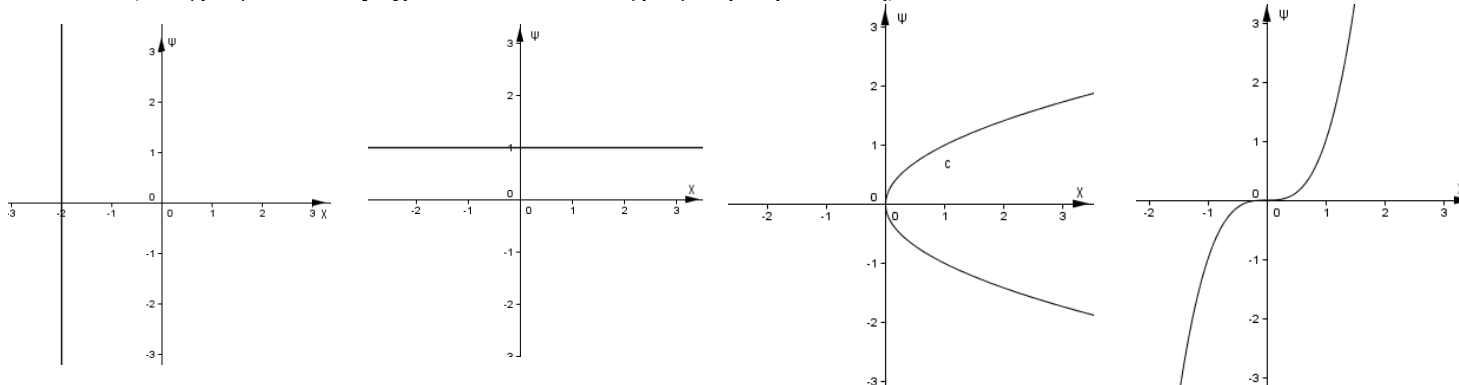
α) Να υπολογίσετε το x .

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Ενότητα 6: Συναρτήσεις - Συστήματα

1. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις αναπαριστούν συναρτήσεις.

(Να γράψετε **ναι** ή **όχι** κάτω από κάθε γραφική παράσταση)



2. Τα μέλη μιας κινηματογραφικής λέσχης πληρώνουν ετήσια συνδρομή €30 και για κάθε προβολή €5 εισιτήριο.

- Να εκφράσετε τα χρήματα ψ που πληρώνει κάθε μέλος ως συνάρτηση των προβολών χ που παρακολουθεί και να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
- Ο Ντίνος χωρίς να είναι μέλος της λέσχης παρακολούθησε όλη τη χρονιά 20 ταινίες πληρώνοντας για κάθε προβολή €8. Συνέφερε τον Ντίνο να είναι μέλος της λέσχης;

3. Δίνεται η ευθεία $y = 2x + 3$

- Να βρείτε την κλίση της ευθείας
- Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία

4. Δίνεται η ευθεία $2y - 4x - 6 = 0$.

- Να βρείτε την κλίση της ευθείας.
- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων στα οποία η ευθεία τέμνει τους άξονες.
- Να εξετάσετε ποια από τα σημεία $(0, 2)$ και $(-4, -5)$ ανήκουν στην γραφική παράσταση της συνάρτησης.
- Να βρείτε την τιμή του λ αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $(2\lambda - 5, \lambda - 4)$.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(1,3)$ και έχει κλίση $\lambda = -2$.

6. Η ευθεία (ε_1) : $\psi = 5\chi + 4 - 2\beta$ περνά από το σημείο $A(-1, 5)$.

(α) Να βρείτε το β και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας (ε_1) .

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων στα οποία τέμνει τους άξονες η ευθεία (ε_1) .

(γ) Να εξετάσετε αν η ευθεία (ε_1) διέρχεται από το σημείο $K(-1, 1)$

(δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_2) που περνά από την αρχή των αξόνων και τέμνει την ευθεία (ε_1) στο σημείο $A(-1, 5)$.

7.

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης.

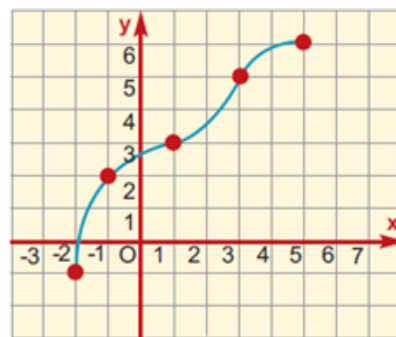
Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

(α) Για $x = 1$, είναι $y = \dots$ A: -1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

(β) Για $x = 3$, είναι $y = \dots$ A: -1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

(γ) Για $y = 6$, είναι $x = \dots$ A: -1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5

(δ) Για $y = 2$, είναι $x = \dots$ A: -1 B: 2 Γ: 3 Δ: 5



8. Να βρείτε την κλίση των ευθειών στις πιο κάτω περιπτώσεις:

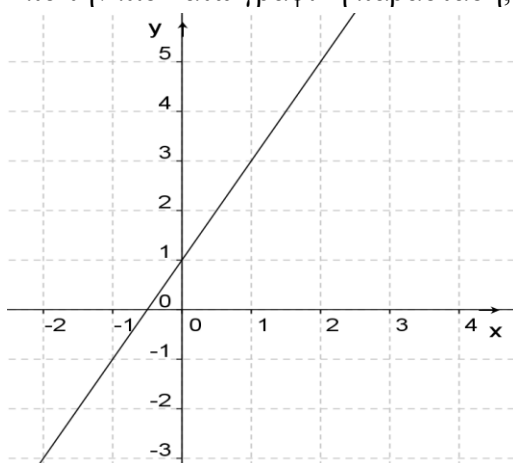
α) $\psi = 3\chi - 1$

β) $\psi = \frac{2\chi + 5}{3}$

γ) $\chi + 3\psi = 7$

δ) $\chi = 2\psi - 1$

9. Από την πιο κάτω γραφική παράσταση, να βρείτε:



- α) τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες.
- β) 2 σημεία που ανήκουν στην ευθεία, διαφορετικά από τα σημεία τομής με τους άξονες.

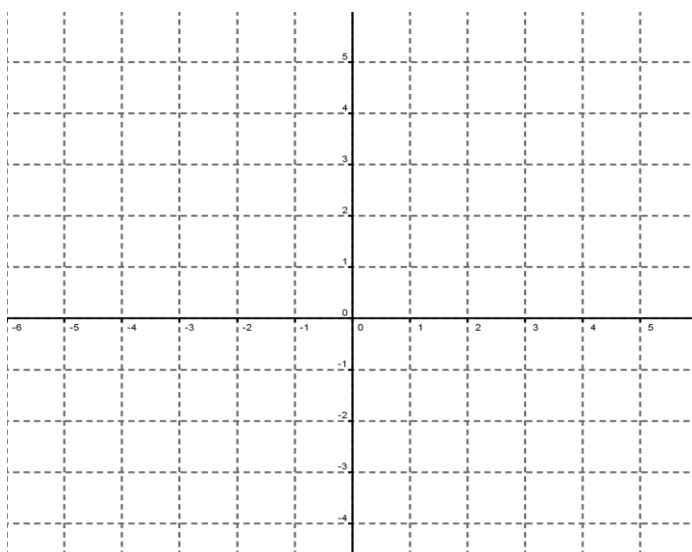
10. Να παραστήσετε το γράφημα

$$F = \{(-1, -4), (0, -1), (1, 2), (2, 5)\}$$

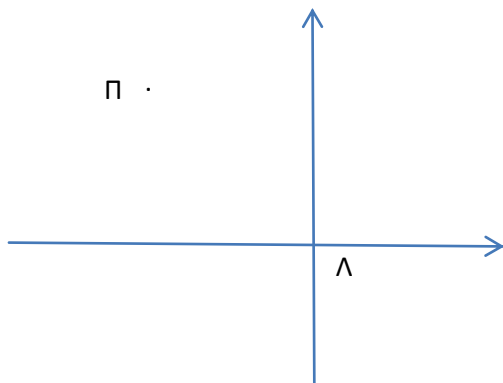
α) με τη χρήση πίνακα τιμών:

X				
ψ				

β) με τη χρήση γραφικής παράστασης:



11. Ένα πλοίο Π, κινείται με ταχύτητα 12 Km/h και κατευθύνεται προς το λιμάνι Λ. Αν το λιμάνι είναι η αρχή των συντεταγμένων, τότε το πλοίο βρίσκεται στην θέση $(-30, 40)$, με μονάδα μέτρησης τα χιλιόμετρα.

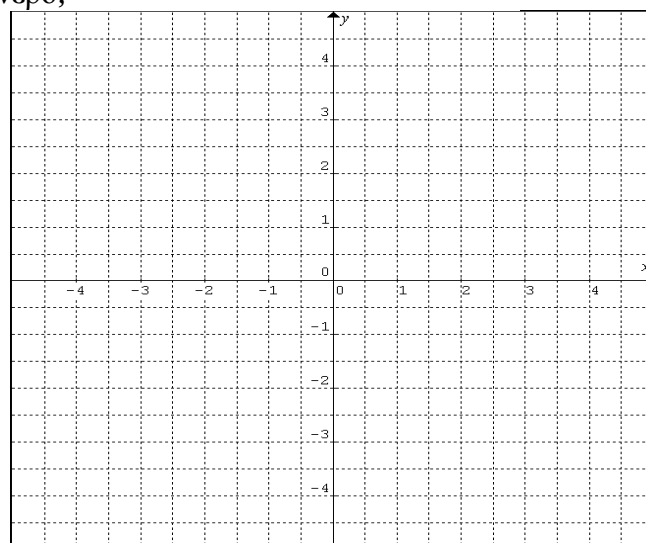


- (α) Να υπολογίσετε την απόσταση του πλοίου Π από το λιμάνι Λ.
 (β) Σε πόση ώρα θα φτάσει το πλοίο στο λιμάνι;
 (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΠΛ.
 (δ) Αν το πλοίο ξεκινήσει από το λιμάνι Λ και κινείται με την ίδια σταθερή ταχύτητα, στην ίδια ευθεία (ΠΛ) και προς την πλευρά του Λ, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου, που θα βρίσκεται σε 4 ώρες και 10 λεπτά.

12. α) Μία από τις βρύσες του σχολείου χάλασε στο τέλος του πρώτου διαλείμματος. Τα παιδιά υπολόγισαν ότι κάθε λεπτό χάνονταν 0,5 λίτρα νερού. Πόσα λίτρα νερού σπαταλήθηκαν συνολικά μέχρι το επόμενο διάλειμμα (80 λεπτά αργότερα) που την επισκεύασε ο υδραυλικός;



- (β) Μπορείτε να βρείτε τον τύπο που υπολογίζει το συνολικό όγκο νερού ψ (σε λίτρα) που σπαταλήθηκε ως συνάρτηση του χρόνου χ (σε λεπτά);
 (γ) Να παραστήσετε γραφικά το χαμένο όγκο νερού ψ ως συνάρτηση του χρόνου χ .
 (δ) Μετά από πόσο χρόνο θα χάνονταν 70 λίτρα νερό;



13. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-3y=-8 \end{cases} & \begin{cases} \chi+3\psi=7 \\ 4\chi-\psi=2 \end{cases} \end{array}$$

14. Σε μία θεατρική παράσταση πήγαν 14 άτομα , άνδρες και γυναίκες. Το εισιτήριο του κάθε άνδρα στοίχιζε 5 €, και της κάθε γυναίκας 3 €. Αν όλοι πλήρωσαν 54 €, πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες;

15. Η διαφορά των ηλικιών πατέρα και κόρης είναι 25 χρόνια. Μετά από 5 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια της ηλικίας της κόρης του.
Να υπολογίσετε τις σημερινές τους ηλικίες.

Ενότητα 7: Λόγοι Αναλογίες

1. Να υπολογίσετε την τιμή του χ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

$$\alpha) \frac{\chi}{3} = \frac{8}{12} \qquad \beta) \frac{\chi-1}{3} = \frac{\chi+2}{5}$$

2. Να υπολογίσετε την τιμή του χ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

$$(a) \frac{\chi}{5} = \frac{12}{20} \qquad (\beta) \frac{2\chi+1}{2} = \frac{\chi-3}{3}$$

3. Δέκα εργάτες χρειάζονται 24 μέρες για να ολοκληρώσουν μια οικοδομική εργασία. Δύο εργάτες αρρώστησαν. Σε πόσες μέρες θα ολοκληρώσουν την εργασία οι υπόλοιποι εργάτες;

4. Δύο ζωγράφοι δούλεψαν στην κατασκευή μίας τοιχογραφίας και πήραν 500 ευρώ. Ο πρώτος δούλεψε 20 μέρες και ο δεύτερος δούλεψε 30 μέρες. Πόσα χρήματα αντιστοιχούν στον καθένα;

5. Ένα εργοστάσιο με 6 μηχανές κατασκευάζει 200 πλαστικές μπουκάλες σε 4 μέρες. Αν φέρει ακόμη 2 μηχανές, σε πόσο χρόνο θα κατασκευαστούν τα 200 πλαστικά μπουκάλια;

6. Ένας χώρος στάθμευσης διαθέτει 200 θέσεις . Για κάθε αυτοκίνητο που σταθμεύει η είσπραξη είναι 5 € ημερησίως . Ο χώρος στάθμευσης έχει **έξοδα** λειτουργίας 40 € καθημερινά.

α) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Αρ. Αυτοκινήτων (χ)	10	20	30	40	50
Ημερήσιο Κέρδος (ψ)					



7. Ο επιστάτης μιας εργοληπτικής εταιρείας χρειάζεται 12 εργάτες για να εκτελέσουν μια εργασία σε 8 μέρες. Αν πρέπει να παραδώσουν το έργο σε 6 μέρες, πόσοι εργάτες πρέπει να δουλέψουν;



8. Το πετρέλαιο που υπάρχει στην δεξαμενή μιας πολυκατοικίας επαρκεί για 30 μέρες όταν καταναλώνονται 50 lt την ημέρα. Όταν το κρύο δυναμώνει η ημερήσια κατανάλωση αυξάνεται κατά 20%. Για πόσες μέρες επαρκεί τότε το πετρέλαιο;
9. Αυτοκίνητο με ταχύτητα 80 Km/h διανύει κάποια απόσταση σε 6 ώρες. Αν αυξήσει την ταχύτητα του κατά 20 % , σε πόσες ώρες θα διανύσει την ίδια απόσταση;
10. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε εμπόρευμα με κόστος αγοράς €25000. Πλήρωσε επιπρόσθετα έξοδα €3000 για τη μεταφορά του εμπορεύματος. Στη συνέχεια πώλησε τα $\frac{4}{5}$ του εμπορεύματος με κέρδος 20% και το υπόλοιπο με ζημιά 30%. Να εξετάσετε κατά πόσο ο επιχειρηματίας κέρδισε ή ζήτησε και να υπολογίσετε το συνολικό ποσό του κέρδους ή της ζημιάς του.
11. Οι μαθητές ενός σχολείου είναι 600. Το 40% των μαθητών διαβάζουν βιβλία στον ελεύθερο χρόνο τους. Από αυτούς που διαβάζουν βιβλία το 60% διαβάζει λογοτεχνικά



βιβλία και το 30% επιστημονικά.



- α) Να βρείτε πόσοι διαβάζουν λογοτεχνικά βιβλία.
β) Να βρείτε πόσοι διαβάζουν επιστημονικά βιβλία.

Ενότητα 8: Τετράπλευρα Κύκλος

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της στήλης Α με μια πρόταση από τη στήλη Β, συμπληρώνοντας το κάτω μέρος του πίνακα με τον αντίστοιχο αριθμό.

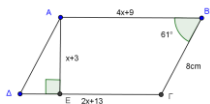
ΣΤΗΛΗ Α			ΣΤΗΛΗ Β
α) Το παραλληλόγραμμο που οι διαγώνιοι του τέμνονται κάθετα			1) Τετράγωνο
β) Το τετράπλευρο που έχει μόνο 2 πλευρές παράλληλες			2) Ορθογώνιο
γ) Το τετράπλευρο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος ταυτόχρονα			3) Ισοσκελές τρίγωνο
δ) Το τρίγωνο με δύο πλευρές ίσες			4) Σκαληνό τρίγωνο
			5) Τραπεζίο
			6) Ρόμβος
α) ->	β) ->	γ) ->	δ) ->

2. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=4\chi+9$, $\Delta\Gamma=2\chi+13$, $B\Gamma=8\text{cm}$ και $AE=\chi+3$. Να βρείτε:

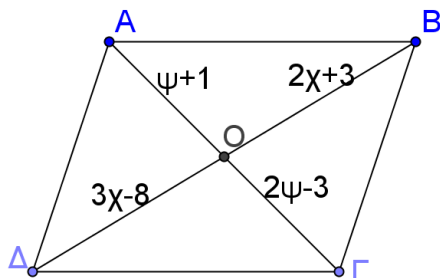
A. το μέτρο των γωνιών ΑΔΓ, ΔΓΒ, ΔΑΕ

B. την τιμή του χ

γ. την περίμετρο και το εμβαδόν του παραλληλογράμμου



3. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο. Να βρείτε τα χ και ψ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

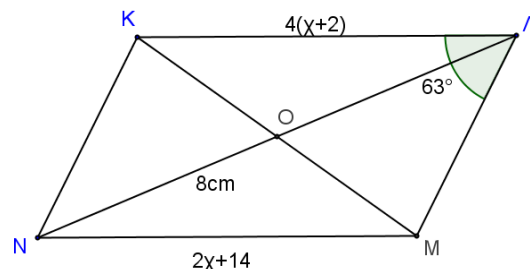


4. α) Δίνεται το παραλληλόγραμμο $K\Lambda MN$ με $K\Lambda = 4(\chi+2)$, $MN = 2\chi+14$, $NO = 8\text{cm}$ και $\widehat{K\Lambda M} = 63^\circ$. Να βρείτε τα ακόλουθα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

(i) την τιμή του χ .

(ii) το μέτρο της γωνίας $\widehat{\Lambda MN}$.

(iii) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος OL .



5. Παραλληλόγραμμο έχει βάση 16 cm και ύψος 9 cm .

Το παραλληλόγραμμο είναι ισεμβαδικό με τετράγωνο. Να βρείτε την περίμετρο του τετραγώνου.

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται:

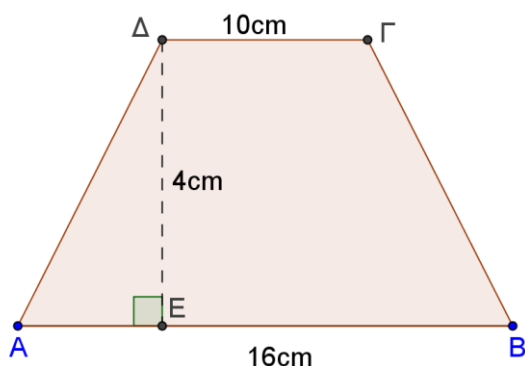
• $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο • $A\Gamma$ και $B\Delta$ διαγώνιοι • $AB = 5x - 3$ • $B\Gamma = 2y + 4$ • $\Delta\Gamma = 3x + 7$ • $A\Delta = 3y - 5$ • $\widehat{A\Delta O} = 28^\circ$	
---	--

(α) Να υπολογίσετε τα x και y .

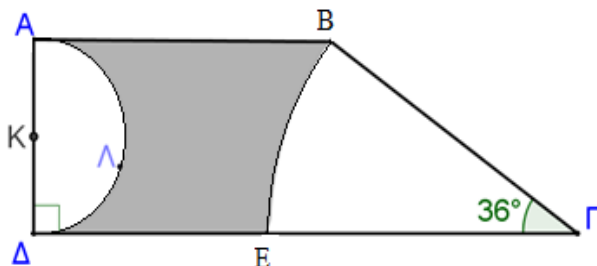
(β) Να εξετάσετε αν το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι και ρόμβος.

7. Ορθογώνιο του οποίου το μήκος είναι τετραπλάσιο από το πλάτος του είναι ισεμβαδικό με παραλληλόγραμμο με βάση 9 cm. Αν η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 30 cm να βρείτε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του παραλληλογράμμου.
8. Ορθογώνιο έχει περίμετρο 44 cm και είναι ισεμβαδικό με ρόμβο. Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι κατά 4 cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του και η μία διαγώνιος του ρόμβου είναι ίση με 12 cm, να υπολογίσετε:
το εμβαδόν του ορθογωνίου.
την περίμετρο του ρόμβου.
9. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ισοσκελές τραπέζιο με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma$.

Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρό του.



10. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι ισεμβαδικό με ισοσκελές τραπέζιο, που έχει περίμετρο 26 cm και η μικρή βάση του ισούται με τις μη παράλληλες πλευρές του. Αν η μεγάλη βάση του τραπέζιου είναι κατά ένα μεγαλύτερη από το διπλάσιο της μικρής και το πλάτος του ορθογωνίου ισούται με το ύψος του τραπέζιου, να βρείτε το μήκος του ορθογωνίου.
11. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με $AB = 12\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 20\text{cm}$, $A\Delta = 6\text{cm}$ και $\widehat{B\Gamma\Delta} = 36^\circ$. Αν $\widehat{A\Delta\Delta}$ ημικύκλιο με κέντρο το Κ και $\widehat{BE}$ τόξο με κέντρο το Γ και ακτίνα $B\Gamma$, να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



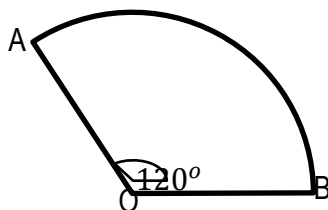
12. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος διαγωνίου $\left(\sqrt{93+\sqrt{41+\sqrt{64}}}\right)\text{cm}$ και πλάτος $\left(8-\sqrt{16}\right)\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του.

13. Αν η περίμετρος ενός κύκλου είναι $12\pi\text{ cm}$, να υπολογίσετε :

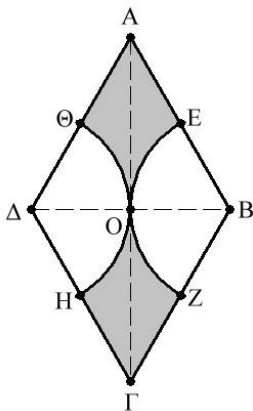
α) την ακτίνα του κύκλου

β) το εμβαδόν του κύκλου. *(Η απάντησή σας να δοθεί συναρτήσει του π).*

14. Ο κυκλικός τομέας στο πιο κάτω σχήμα έχει εμβαδόν $12\pi\text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρό του.

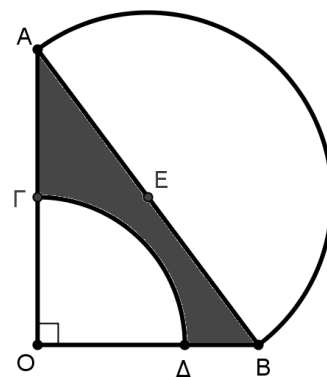


15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με πλευρά $AB=5\text{ cm}$, $\Delta B=6\text{ cm}$ και γωνία $B=100^\circ$. Τα τόξα ΕΟΖ και ΗΟΘ έγιναν με κέντρα Β και Δ αντίστοιχα. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



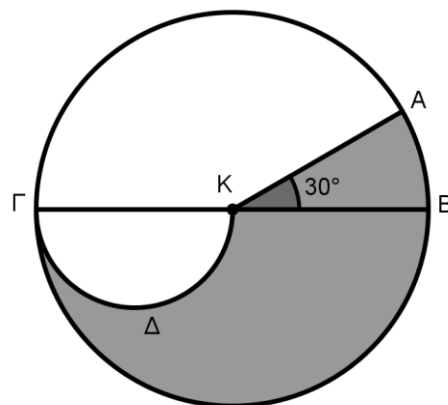
16. AOB , με $\hat{O}=90^\circ$ και $OA=16\text{cm}$. Το σημείο Γ είναι στο μέσο της OA και $\Gamma\Delta$ τόξο με κέντρο O . Ημικύκλιο με διάμετρο AB και κέντρο E έχει εμβαδόν $50\pi\text{ cm}^2$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).



17. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα KB . Αν $\Gamma\Delta K$ ημικύκλιο, $\hat{A}KB = 30^\circ$ και το μήκος του τόξου AB ισούται με πm , να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος.

(Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π .)



Ενότητα 9 : Στατιστική- Πιθανότητες

1. Σε ένα σακούλι έχουμε 20 μπάλες του μπιλιάρδου αριθμημένες από το 1 μέχρι και το 20. Παίρνουμε στην τύχη μία μπάλα από το σακούλι. Να βρείτε την πιθανότητα:

- A: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι περιττός.
 B: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι πολλαπλάσιο του 6.
 Γ: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι το 7 ή το 8.
 Δ: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι το 23.
 E: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι μικρότερος του 25.

2. Από τους αριθμούς $1, 2, 3, \dots, 20$ παίρνουμε τυχαία ένα αριθμό. Ποια η πιθανότητα:

- A: ο αριθμός να διαιρείται με το 3
 B: ο αριθμός να μην διαιρείται με 3 ή 5
 Γ: ο αριθμός να είναι πολλαπλάσιο του 6

4. Οι παρακάτω αριθμοί δείχνουν την ψηλότερη ημερήσια θερμοκρασία σε βαθμούς κελσίου για 20 μέρες:
 25, 26, 26, 26, 24, 21, 21, 22, 24, 26
 25, 27, 22, 22, 24, 23, 23, 26, 25, 26
 α) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων
 β) Να κάνετε ραβδόγραμμα
 γ) Αν επιλέξουμε τυχαία μια μέρα από αυτές ποια η πιθανότητα η θερμοκρασία να είναι 26 βαθμοί κελσίου;
 δ) Να βρείτε την μέση τιμή
 ε) Την επικρατούσα τιμή
 στ) Την διάμεσο