

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

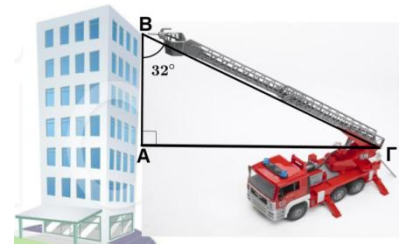
ΜΕΡΟΣ Α':

- 1) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} \chi - \psi = 5 \\ 3\chi - 4\psi = 8 \end{cases}$
- 2) Δίνονται τα πολυώνυμα: $\rho(\chi) = 2\chi^2 + 4\chi - 1$, $\varphi(\chi) = 5\chi - 2$. Να υπολογίσετε:
 (α) $\rho(\chi) - \varphi(\chi) =$ (β) $\varphi(\chi) \cdot \rho(\chi) =$
- 3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:
 (α) $(\chi + 4)^2 =$ (β) $(3\psi - 7)(3\psi + 7) =$
- 4) 4) Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση όπου ισχύει: «Ορθό» ή «Λάθος».

ΠΡΟΤΑΣΗ	Ορθό / Λάθος
(α) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.	
(β) Αν η παραβολή $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma, \alpha \neq 0$ δεν τέμνει τον άξονα χ , τότε η διακρίνουσά της είναι $\Delta=0$.	
(γ) Αν δύο ευθείες είναι κάθετες τότε το γινόμενο των κλίσεων τους ισούται με -1 .	
(δ) Δύο ισοσκελή τρίγωνα που έχουν τις γωνίες των βάσεων τους ίσες, είναι πάντοτε ίσα.	
(ε) Αν $\kappa=2$ τότε τα μονώνυμα $\kappa\chi^7\psi^6$ και $-2\psi^6\chi^7$ είναι αντίθετα.	

- 5) Να κάνετε την διαίρεση: $(2\chi^2 + \chi - 10) : (\chi - 2)$

- 6) Στο διπλανό σχήμα η σκάλα του πυροσβεστικού οχήματος έχει μήκος $B\Gamma=25\text{m}$ και σχηματίζει γωνία $B=32^\circ$ με την οροφή του κτηρίου. Να υπολογίσετε την απόσταση $A\Gamma$ του πυροσβεστικού οχήματος από το κτήριο.
 (Δίνονται: $\eta\mu 32^\circ \approx 0,53$, $\sigma\upsilon\nu 32^\circ \approx 0,85$, $\epsilon\varphi 32^\circ \approx 0,62$).

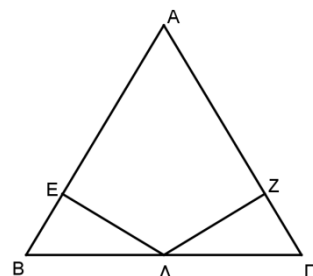


- 7) Να αναλύσετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

(α) $5\chi^2 - 10\chi =$ (β) $16\beta^2 - \alpha^2 =$ (γ) $\psi^2 - 10\psi + 25 =$ (δ) $\chi^2 - \chi\psi - \omega\chi + \omega\psi =$

- 8) Να βρείτε: α) την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(2, -3)$ και $B(-2, 1)$,
 β) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB .

- 9) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$. Αν $\Delta E \perp AB$, $\Delta Z \perp A\Gamma$ και Δ μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι: $\Delta E = \Delta Z$.
 (ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ — Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



- 10) Δίνεται η εξίσωση: $\chi(3\chi - 8) = -5$. Να βρείτε:

- α) τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και το είδος των ριζών της,
 β) τις λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης.

- 11) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν K τυχαίο σημείο της $B\Gamma$ και Δ μέσο της $K\Gamma$, να προεκτείνετε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma E K$ είναι παραλληλόγραμμο.
 (ΣΧΗΜΑ—ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ— Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

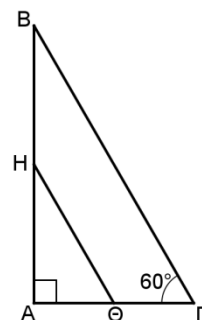
12) Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{5x - x^2}{x^2 - 25} \cdot \frac{x^2 + 7x + 10}{2x + 4} =$

13) Να αντιστοιχίσετε την κάθε συνάρτηση της Α' στήλης με το αντίστοιχο πεδίο ορισμού της Β' στήλης:

Α' ΣΤΗΛΗ	Β' ΣΤΗΛΗ
1) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{3}$	α $x \in (-3, +\infty)$
2) $g(x) = \frac{4x}{4x + 12}$	β $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$
3) $h(x) = \sqrt{9 - 3x}$	γ $x \in [-3, +\infty)$
4) $t(x) = \frac{x - 3}{3x}$	δ $x \in (-\infty, 3)$
5) $p(x) = \frac{3}{\sqrt{x + 3}}$	ε $x \in \mathbb{R} - \{0\}$
	στ $x \in (-\infty, 3]$
	ζ $x \in \mathbb{R} - \{3\}$
	η $x \in \mathbb{R}$

1) →
2) →
3) →
4) →
5) →

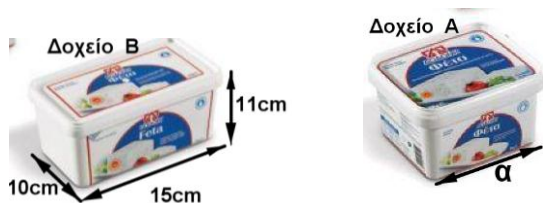
14) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Αν Η και Θ τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι: ΗΘ=ΑΓ. (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



15) Στα διπλανά σχήματα δίνονται δοχεία φύλαξης τυριού Α και Β.

Το δοχείο Α έχει σχήμα κύβου και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας είναι 864cm^2 . Το δοχείο Β έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και οι διαστάσεις του είναι 15cm, 10cm και 11cm.

Ποιο δοχείο χωρεί περισσότερο τυρί; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



ΜΕΡΟΣ Β΄:

1) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi+10}{\chi^2-4} - \frac{\chi}{\chi+2} = \frac{4}{2-\chi}$

- 2) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με AB=ΑΓ και Z τυχαίο σημείο της πλευράς AB. Προεκτείνετε την ΑΓ κατά τμήμα ΓΔ = ΒΖ. Το τμήμα ΖΔ τέμνει την ΒΓ στο Μ. Προεκτείνετε την ΓΒ κατά τμήμα ΒΕ = ΖΔ. Να αποδείξετε ότι: (α) ΖΕ=ΔΜ και (μ. 7)
(β) το τρίγωνο ΕΖΜ είναι ισοσκελές. (μ. 3)
(ΣΧΗΜΑ—ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ— Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

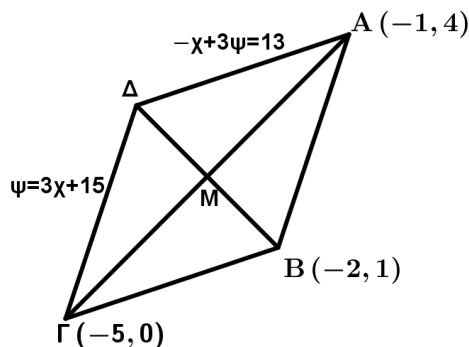
3) (α) Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{\chi}{\chi+3} - \frac{2}{\chi-3} \right) : \frac{\chi+\chi^2}{\chi^3-9\chi} =$

(β) Να αποδείξετε ότι: $(2\chi-1)^2 - 4(1+\chi)(\chi-1) - 5 = 2\chi^2 - 2\chi(\chi+2)$

- 4) Κυλινδρικό δοχείο με διάμετρο 8cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $240\pi \text{ cm}^2$, είναι γεμάτο με κρασί. Με το κρασί αυτό θα γεμίσουμε ποτήρια σε σχήμα κώνου που έχουν εμβαδόν βάσης $36\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε πόσα ποτήρια θα γεμίσουν.
(Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν και συναρτήσει του π).



- 5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $A(-1,4)$, $B(-2,1)$ και $\Gamma(-5,0)$. Οι εξισώσεις των ευθειών ΑΔ: $-\chi+3\psi=13$ και ΔΓ: $\psi=3\chi+15$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.
(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



6) Στην διπλανή γραφική παράσταση δίνεται η παραβολή: $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

(α) Να κυκλώσετε την ορθή απάντηση:

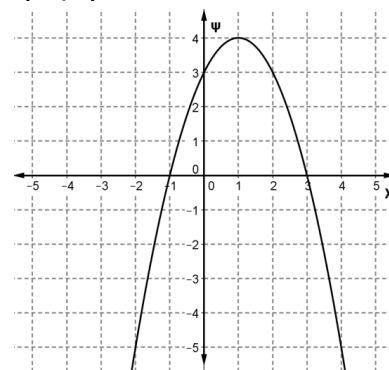
i) Η πιο πάνω παραβολή έχει: 1) ελάχιστη τιμή, 2) μέγιστη τιμή.

ii) Το είδος των ριζών της πιο πάνω παραβολής:

- 1) δύο ρίζες πραγματικές και ίσες,
- 2) δεν έχει ρίζες στους πραγματικούς αριθμούς,
- 3) δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

iii) 1) $\alpha > 0$, 2) $\alpha < 0$, 3) $\alpha = 0$.

iv) 1) $\Delta > 0$, 2) $\Delta < 0$, 3) $\Delta = 0$.



(β) i) Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω κενά:

$$f(2) = \dots, \quad f(-1) = \dots, \quad f(4) = \dots, \quad f(0) = \dots$$

ii) Να βρείτε τις τιμές του x όταν $f(x) = -5$:

iii) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

(γ) Να γράψετε: i) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής:

ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής:

(δ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της πιο πάνω συνάρτησης f .

(ε) Αν ο τύπος της εξίσωσης της πιο πάνω παραβολής είναι $f(x) = -x^2 + 2x + 3$,
να βρείτε το κ όταν το σημείο $A(\kappa, 4\kappa + 4)$ ανήκει στην παραβολή.