

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Ιδιότητες Αναλογιών - Ποσοστά

1. Να υπολογιστεί το x στις πιο κάτω αναλογίες.
 - α) $\frac{x}{6} = \frac{7}{2}$
 - β) $\frac{4x}{12} = \frac{2}{3}$
 - γ) $\frac{27}{x} = \frac{x}{3}$
 - δ) $\frac{2}{x-4} = \frac{6}{x+4}$
2. Στην αναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{7}{2}$ να βρείτε τα α και β αν:
 - α) $\alpha + \beta = 36$
 - β) $\alpha - \beta = 30$
3. Τρία αδέρφια κληρονόμησαν από τον πατέρα τους €15 000 ανάλογα με τις ηλικίες τους. Ο Ανδρέας είναι 16 χρονών, η Άννα είναι 8 χρονών και ο Γιάννης είναι 6 χρονών. Πόσα θα πάρει ο καθένας;
4. Ένα χρηματικό έπαθλο €300 μοιράστηκε σε τρεις νικητές ενός διαγωνισμού ανάλογα με τις σωστές απαντήσεις που έδωσαν. Ο Α απάντησε σωστά σε 3 ερωτήσεις, ο Β σε 8 και ο Γ σε 4. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας.
5. Σε μια τάξη με 25 μαθητές τα 14 είναι αγόρια. Τι ποσοστό των μαθητών είναι τα κορίτσια ;
6. Εμπόρευμα αξίας €300 πουλήθηκε με κέρδος 30% πάνω στην αξία του. Να βρεθεί η τιμή πώλησης του εμπορεύματος .
7. Κάποιος αγόρασε ένα αυτοκίνητο €8000 και το πούλησε €7520. Πόσα % ζήτησε;
8. Κάποιος κέρδισε €12000. Έδωσε το 20% των χρημάτων στη γυναίκα του, το 30% στη κόρη του και τα υπόλοιπα τα κράτησε ο ίδιος. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας.
9. Η τιμή ενός εμπορεύματος ανέρχεται στις €19800 και περιλαμβάνει 10% φόρους πάνω στην αρχική τιμή. Αν κάποιος δεν είναι υποχρεωμένος να πληρώσει τους φόρους και του γίνει και έκπτωση 40% πόσα πρέπει να δώσει για να αγοράσει το εμπόρευμα;
10. Κάποιος κέρδισε €18000. Ξόδεψε το 30% των χρημάτων για την αγορά αυτοκινήτου. Τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 7 και 11 χρονών. Πόσα ξόδεψε για την αγορά αυτοκινήτου και πόσα έδωσε στο κάθε παιδί;

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Ανισώσεις – Απόλυτη Τιμή

1. Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε γραφικά τη λύση τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

α) $-2x + 8 < x + 3(x + 1)$ β) $3 - 5(x - 1) \geq 7x - 4$

γ) $\frac{x-1}{4} - \frac{x}{5} \geq 1$ δ) $\frac{x+2}{3} - \frac{x+1}{2} < x + \frac{3x+1}{6}$

2. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (αν υπάρχουν):

α) $3(x + 2) > x + 12$ και $2(x - 5) < 2 - (5 - x)$

β) $-x + 4 < 5 \leq x + 2$ και $x + \frac{1}{2} < 2x + \frac{3}{2} < \frac{3x+4}{2}$

γ) $4(x + 4) + x + 1 > 2(4x - 5)$ και $6(11 - x) \leq 4(x - 2) - 3(x + 1)$

δ) $\frac{4(x-5)}{5} - 1 < \frac{7x}{10} - \frac{18}{5}$ και $\frac{x+3}{2} - \frac{27}{5} > \frac{3x-1}{20} - \frac{x}{5}$

3. Η εταιρεία πετρελαιοειδών «Πετρόϊκα» προτείνει στους νέους πελάτες της τα εξής πακέτα για το πετρέλαιο θέρμανσης:

A Πακέτο : κόστος μεταφοράς 80 € και χρέωση 0,58 € ανά λίτρο
B Πακέτο : χρέωση 0,60 € ανά λίτρο χωρίς κόστος μεταφοράς

Από πόσα λίτρα και πάνω συμφέρει η επιλογή του A πακέτου;

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $|\mu| = 2$

β) $|\chi - 6| = 18$

γ) $|\psi + 8| = -3$

δ) $|\chi| - 3 = 8$

ε) $6|z| - 7 = 35$

στ) $\left| \frac{\chi+3}{3\chi-5} \right| = 2$

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Αλγεβρικές Παραστάσεις

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $-4x + 6x - 5x + 2x$

β) $\frac{1}{3}x\psi - \frac{2}{5}x\psi$

γ) $-2x + (x + 3) - (2x - 8)$

δ) $-3\omega \cdot (-5\omega^2)$

ε) $9\gamma\beta^2 \cdot (-\frac{5}{4}\beta\gamma^3)$

ζη) $(-\chi^5) \cdot (-3\chi^2)^2$

$$\delta) \left(-\frac{2}{5} \chi^3 \psi^2 \right)^2$$

$$\epsilon) -24\omega^2 \psi^4 : (-13\psi\omega^6)$$

$$\zeta) -\frac{3}{4} \alpha^3 \beta : \left(-\frac{5}{8} \chi \psi^4 \right)$$

$$\eta) \left(-2\chi^3 \psi^2 \right)^3 : \left(-\frac{4}{3} \chi^4 \psi^5 \right)$$

2. Να βρείτε τους ακέραιους κ, λ ώστε η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση να είναι μονώνυμο.

$$-2\chi^{\kappa+1} \psi^2 + 7\chi^5 \psi^{1-\lambda}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) -14\chi + 6\alpha + 5\chi - 2\alpha$$

$$\beta) 2\chi\psi - 8\chi^2 + 5\chi^2 - \chi\psi$$

$$\gamma) 3\chi + (4\chi - \psi) + (2\psi - 5\chi)$$

$$\delta) \chi \cdot (\chi^2 - 2\chi + 2)$$

$$\epsilon) (-5\alpha^4 + 2\alpha - 3)(-2\alpha^2)$$

$$\zeta\eta) -\frac{1}{2} \chi \cdot (-4\chi\psi + 28\chi^{28} - 12)$$

$$\delta) (\chi - 1)(\chi - 5)$$

$$\epsilon) (\chi + 1)(2\chi - 3)$$

$$\zeta) (1 - 3\chi)(\chi^2 + \chi + 4)$$

$$\eta) (\chi + 1)(\chi - 1)(\chi + 3)$$

$$\eta\theta) (8\chi^2 - 14\chi + 4\chi^4) : (-2\chi)$$

$$\eta\beta) (6\psi^5 + 9\psi^3 - 3\psi^2) : (-3\psi^2)$$

$$\eta\gamma) \frac{5\chi\psi^2 - 4\chi^3\psi}{\chi\psi}$$

$$\eta\delta) \frac{16\chi^4\psi^3 - 8\chi^3\psi + 4\chi\psi}{-4\chi^2\psi}$$

4. Να κάνετε τις διαιρέσεις :

$$\alpha) (\chi^2 + 7\chi + 12) : (\chi + 3)$$

$$\beta) (4\chi^2 - 12\chi + 9) : (2\chi - 3)$$

$$\gamma) \frac{\chi^2 - 6\chi + 8}{\chi - 2}$$

$$\delta) (\chi^3 + 2\chi^2 - 13\chi - 3) : (\chi - 3)$$

$$\epsilon) (3\chi^3 + \chi^2 - 4) : (\chi - 1)$$

$$\zeta\eta) (9\chi^3 + 2 - 7\chi) : (3\chi - 2)$$

5. Ο ένας παράγοντας του πολυώνυμου $2\chi^2 + 7\chi - 15$ είναι το $2\chi - 3$. Να βρείτε τον άλλο παράγοντα.

6. Να βρείτε το πολυώνυμο το οποίο όταν διαιρεθεί με το $2\psi + 4$ δίνει πηλίκο $\psi^2 - 3\psi + 5$ και αφήνει υπόλοιπο 3.

7. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & 5\alpha^2\beta^3 - (4\alpha^2 - 3\beta^3\alpha^2) + 2\alpha^2 \\ \beta) & 5\chi(\chi^2 - \chi + 2) - 2(4\chi - 6) \\ \gamma) & (\alpha^2 - 3)(\alpha - 2) - (\alpha + 5)(2\alpha - 3) \\ \delta) & (\alpha - 3)(\alpha - 1) - (\alpha - 4)^2 \\ \epsilon) & 16\chi\psi(\chi^2 - \psi) - (32\chi^4\psi^2) \div (8\chi\psi) - \chi(4\psi)^2 \\ \zeta\eta) & 2\chi(3\chi - 2\psi) - (4\chi + \psi)(-3\chi\psi) - 2(\chi^2 - 2\psi^2) \end{array}$$

8. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 5\psi^3 - 21\psi^2 + 19\psi - 3$, $B = 5\psi - 1$, $\Gamma = -3\psi^2 + 5\psi - 4$
Να βρείτε:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & A + B - \Gamma = \\ \beta) & B \cdot \Gamma = \\ \gamma) & 5B - 2\Gamma = \\ \delta) & A \div B = \end{array}$$

9. Αν $\varphi(\chi) = \chi^3 + 3\chi^2 - 5\chi + 10$, $\rho(\chi) = 3\chi - 2$ και $\sigma(\chi) = 3\chi^3 + 9\chi^2 - 10\chi + 6$,
να βρείτε:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & \rho(\chi) - \varphi(\chi) \\ \beta) & 6\rho(\chi) \\ \gamma) & \varphi(-3) \\ \delta) & \rho[\varphi(-3)] \end{array}$$

Να λύσετε την εξίσωση: $\sigma(\chi) - 3\varphi(\chi) = 6$

10. Δίνονται τα μονώνυμα $A = \frac{1}{4}\chi^6\psi^5$ και $B = -\frac{1}{2}\chi^4\psi^2$

α) Να βρείτε το πηλίκο $\frac{A}{B}$.

β) Αν το μονώνυμο $8\chi^{\mu-3}\psi^{2\lambda+1}$ είναι όμοιο με το πιο πάνω πηλίκο να βρείτε τις τιμές των μ και λ .

11. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & (\chi - 3)^2 \\ \beta) & (2\chi + \omega)^2 \\ \gamma) & (5\chi + 3\omega) \cdot (3\omega - 5\chi) \\ \delta) & (2\psi - 5)^3 \\ \epsilon) & (-5\chi^3 - 2\psi)^2 \\ \zeta\eta) & (\alpha - 3\beta^2 + 2)^2 \end{array}$$

12. Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -2$

$$(2\chi + 1)^3 - 2\chi(3\chi + 1) \cdot (3\chi - 1) - (3\chi - 2)^2$$

13. Αν $\chi = \frac{1}{\psi}$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$A = (5\chi - \psi)^2 - (5\chi - 3)(5\chi + 3) + 4\psi - (\psi + 2)^2$$

14. Αν $2\chi + \phi = -5$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (2\chi - \phi)^2 + 7\chi\phi - \chi(2 - \phi) + 2\chi$$

15. Αν $2\alpha - \beta = 7$ και $\alpha\beta = 10$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $4\alpha^2 + \beta^2$.

16. Αν $\chi - \frac{3}{\chi} = 4$, να δείξετε ότι: $\chi^3 - \frac{27}{\chi^3} = 100$

17. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(3\alpha + 2\beta)^2 - 5(\alpha - 2\beta)(\alpha + 2\beta) - 3\beta(8\alpha + 5\beta) = (2\alpha - 3\beta)^2$$

18. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $4\chi + 4\psi + 8\omega$

β) $3\chi - 3\psi - \omega\chi + \omega\psi$

γ) $9\chi^2 - 16\psi^2$

δ) $\chi^2 - \chi - 30$

ε) $25\chi^2 + 40\chi + 16$

ζη) $\psi^3 - 25\psi$

δ) $16\alpha^2 + 49\beta^2$

ε) $-\psi^2 + 8\psi - 15$

19. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\alpha(\alpha - 2) - \beta(\beta - 2)$

β) $\chi^2 - 6\chi + 9 - 2\beta\chi + 6\beta$

γ) $(\chi - 3\omega)^2 + (\chi - 3\omega) - 6$

δ) $\chi^2 - 6\psi - 1 - 9\psi^2 + 4 - 4\chi$

$$\begin{array}{ll} \varepsilon) & 16\chi^4 - 81\psi^4 \\ \delta) & \alpha^2(\alpha-5) + (\alpha-5)(3\alpha-2) - 25 + \alpha^2 \\ \zeta) & (\chi^2 - 6\chi + 3)^2 - (\chi-9)^2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \zeta\eta) & 3\rho^2 - 3\omega^2 - \omega^2 - 2\rho\omega - \rho^2 \\ \varepsilon) & \chi^2 - 6\chi\psi + 9\psi^2 - 4\omega^2 \\ \eta) & 4(\chi-1) + 9\chi^2(1-\chi) \end{array}$$

20. Χρησιμοποιώντας πλήρη παραγοντοποίηση σε γινόμενο ή με άλλο τρόπο να βρείτε τη τιμή του πολυωνύμου $A = 2\chi^3 + 6\chi\psi^2 - 2\psi^3 - 6\chi^2\psi$ για $\chi=101$ και $\psi=99$.

21. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{\chi^2 - 25}{2\chi - 10} \quad \beta) \frac{5\alpha^2\beta - 5\alpha\beta^2}{\alpha^3\beta - \alpha\beta^3}$$

22. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & \frac{\chi\psi^2}{\chi^2 + 3\chi - 18} \cdot \frac{4\chi + 24}{\chi\psi} \\ \gamma) & \frac{2\chi}{\chi^2 - 25} + \frac{1}{5 - \chi} - \frac{3}{\chi^2 + 5\chi} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \beta) & \frac{\chi^2 - 8\chi + 12}{\chi^2 - 36} : \frac{3\chi - 6}{\chi^2 + 5\chi - 6} \\ \delta) & \frac{3\chi^2 - 3}{\chi^3 + \chi^2 - 2\chi} : \left(\frac{3}{\chi^2 - 4} + \frac{1}{\chi + 2} \right) \end{array}$$

23. Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{\frac{\chi}{\psi} - \frac{9\psi}{\chi}}{\frac{\chi^2 - 6\chi}{\psi^2} + 9} \quad \beta) \frac{\frac{\chi^2 - 16}{\chi^2 + 3\chi - 4}}{\frac{\chi^2 - 4\chi}{\chi^2}}$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Στατιστική - Πιθανότητες

1. Η βαθμολογία στα 5 μαθήματα ενός μαθητή Γ' Γυμνασίου είναι:
15, 14, 13, 14, 19.

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή,
- β) τη διάμεσο και
- γ) την επικρατούσα τιμή.

2. Η μέση τιμή έξι αριθμών είναι 10. Οι τρεις από τους αριθμούς αυτούς είναι το 1, το 3 και το 6. Από τους υπόλοιπους τρεις, ο δεύτερος είναι τριπλάσιος από τον πρώτο και τρίτος διπλάσιος από το δεύτερο.
 - α) Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί.
 - β) Να βρεθεί η διάμεσος των αριθμών αυτών.

3. Η μέση ηλικία 20 καθηγητών ενός σχολείου την περασμένη χρονιά είναι 43 έτη. Ένας καθηγητής 62 χρονών συνταξιοδοτήθηκε και στη θέση του φέτος, προσελήφθη ένας καθηγητής 33 ετών. Να υπολογίσετε τη νέα μέση ηλικία των καθηγητών.

4. Ρίχνουμε δύο ζάρια. Αφού καταγραφεί ο δειγματικός χώρος, να υπολογίσετε την πιθανότητα:
 - α) Α: το άθροισμα των δύο ενδείξεων να είναι μεγαλύτερο του 9.
 - β) Β: η ένδειξη και στα δύο ζάρια να είναι 7.
 - γ) Γ: το γινόμενο των δύο ενδείξεων να είναι περιττός αριθμός.
 - δ) Δ: η μια τουλάχιστον ένδειξη να είναι 2.
 - ε) Ε: τα ζάρια να μην έχουν ίδιες ενδείξεις.

5. Ρίχνω τρία νομίσματα στον αέρα.
 - α) Να καταγράψετε το δειγματικό χώρο.
 - β) Ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε μια ένδειξη κεφαλή.
 - γ) Ποια η πιθανότητα να πάρουμε το πολύ δύο ενδείξεις κεφαλή.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Γραμμικά Συστήματα - Ευθεία

1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α (2, -3) και έχει κλίση $\lambda = 4$.

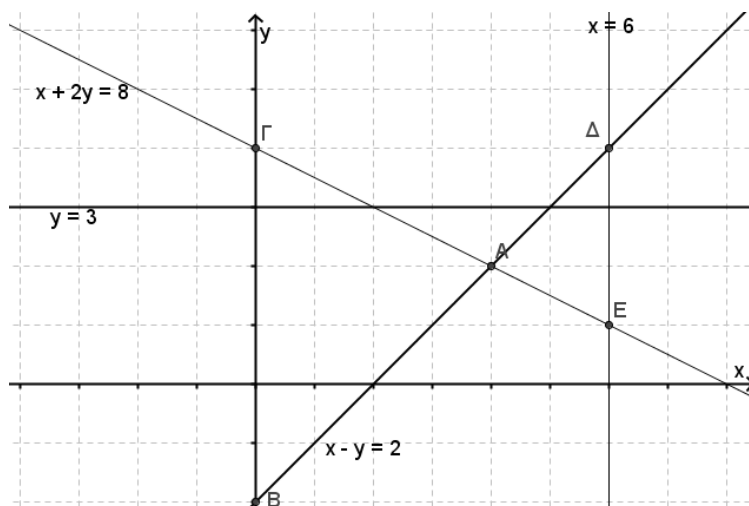
2. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας :
 - α) που διέρχεται από τα σημεία (6, -1) και (3, 2)
 - β) που διέρχεται από τα σημεία (-5, 3) και (2, 3)
 - γ) που διέρχεται από τα σημεία (2, 4) και (2, -6)
 - δ) που περνά από το σημείο (3,-6) και είναι παράλληλη με την ευθεία $3x - y = 5$
 - ε) που περνά από το σημείο (-10,3) και κάθετη με την ευθεία $y = 5x - 3$

3. Να βρεθεί ο a ώστε οι ευθείες $y = 2x - 5$ και $y = (2a - 7)x + 9$ να είναι :

α) παράλληλες.

β) κάθετες.

4. Δίνονται οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις:



α) Με τη βοήθεια των πιο πάνω γραφικών παραστάσεων να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα :

i) $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} x = 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} y = 0 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

v) $\begin{cases} x = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$

β) Να αποδείξετε ότι εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι τετραπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ.

5. Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 13 \end{cases}$

β) $\begin{cases} 3x - y = 12 \\ 2x + 3y = 19 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} 2\alpha - 3\beta = -6 \\ \alpha - 2\beta = -5 \end{cases}$

δ) $\begin{cases} 3\varphi + 5\omega = 50 \\ 4\varphi + 3\omega = 41 \end{cases}$

ε) $\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{y}{3} = \frac{8}{3} \\ x = 2(y + 1) \end{cases}$

στ) $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 17 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12 \end{cases}$

6. Δίνεται η ευθεία $(\lambda + \mu)x + (2\mu - \lambda)y = 3$. Να βρεθούν οι αριθμοί λ και μ ώστε η πιο πάνω ευθεία να διέρχεται από τα σημεία $(2,5)$ και $(-1,-7)$.
7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (a + \beta)x + 2a + \beta = 4$. Να βρείτε τους αριθμούς a και β ώστε η εξίσωση να έχει λύσεις τους αριθμούς 2 και -3.
8. Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = x^3 + ax^2 + \beta x - 6$. Αν ισχύει ότι $f(-1) = 0$ $f(2) = 0$ να βρείτε τις τιμές των a και β .
9. Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 260 παιδιά, τα οποία μένουν σε 50 σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων. Αν όλες οι σκηνές είναι γεμάτες να βρείτε πόσες είναι οι σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων.
10. Ο κερματοδέκτης ενός μηχανήματος πώλησης αναψυκτικών δέχεται κέρματα του ενός ευρώ και δύο ευρώ. Όταν ανοίχτηκε, διαπιστώθηκε ότι περιείχε 80 κέρματα συνολικής αξίας 95 ευρώ. Πόσα κέρματα από κάθε είδος υπήρχαν;
11. Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 15. Αν εναλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του, παίρνουμε αριθμό μικρότερο του αρχικού κατά 27. Να βρείτε τον αρχικό αριθμό.
12. Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι σε κάθε παίκτη υποβάλλονται 10 ερωτήσεις και για κάθε σωστή απάντηση προστίθενται βαθμοί, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρούνται βαθμοί. Κάποιος παίκτης έδωσε 7 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 52 βαθμούς ενώ κάποιος άλλος απάντησε σωστά 4 ερωτήσεις και πήρε 4 βαθμούς συνολικά. Πόσους βαθμούς παίρνει για κάθε σωστή απάντηση και πόσους βαθμούς του αφαιρούνται για κάθε λανθασμένη απάντηση;
13. Αν $4 + 4 + 4 + \dots + 4 + 7 + 7 + 7 + \dots + 7 = 305$ και το πλήθος των προσθετέων του πρώτου μέλους είναι 50, να βρείτε πόσες φορές χρησιμοποιήθηκε ο αριθμός 4 και πόσες ο αριθμός 7.
14. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(1,4) B(-2,5) και Γ(-1,3).
 - α) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου.
 - β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΓΔ του τριγώνου.
 - δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

ΕΝΟΤΗΤΑ 6: Εξισώσεις

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 - 8x = 0$

β) $x^2 - 64 = 0$

γ) $x^2 - 2x = 15$

δ) $(x + 5)(x^2 - 2x - 3)(2x - 5) = 0$

ε) $3\alpha^2 + 4\alpha - 7 = 0$

στ) $25\psi^2 - 20\psi + 4 = 0$

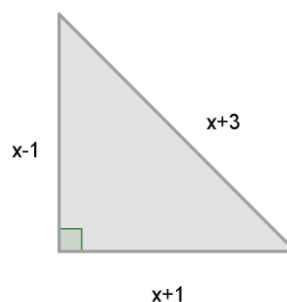
2. Να βρείτε το είδος των ριζών των εξισώσεων:

α) $4x^2 - x + 8 = 0$

β) $7x^2 - 5x = -3$

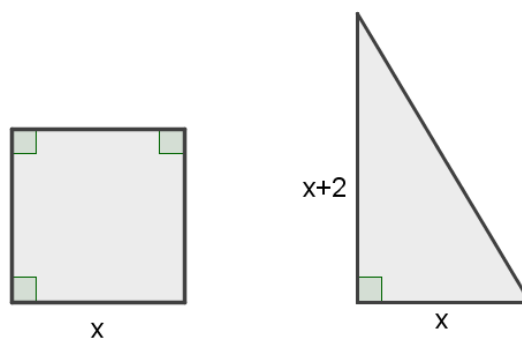
γ) $3x(3x + 10) + 25 = 0$

3. Να βρείτε τη τιμή του x στο διπλανό σχήμα.



4. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογώνιο με εμβαδόν 150 τετραγωνικά μέτρα. Αν το μήκος του είναι 5 μέτρα μεγαλύτερο από το πλάτος του να βρείτε πόσα μέτρα συρματοπλέγμα χρειάζονται για την περιφράξη του.

5. Το ορθογώνιο τρίγωνο και το τετράγωνο του διπλανού σχήματος έχουν το ίδιο εμβαδόν. Να υπολογίσετε το x .



6. Αν $A = (x - 3)^2 - (x + 3)^2$ και $B = 3x^2 - 2x$ και ισχύει ότι $\frac{A}{B} = 1$ να βρείτε τη τιμή του x με $x > 0$.

7. Αν η εξίσωση $(x - \mu)^2 + 5(x - \mu) + 6 = 0$ έχει ρίζα τον αριθμό 5, να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού μ αν το μ είναι άρτιος αριθμός.

8. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x-2}{x} + \frac{4}{x-2} = \frac{8}{x^2-2x}$$

$$\beta) \frac{y+2}{y} = \frac{y+3}{y+4} - \frac{4}{y^2+4y}$$

$$\gamma) \frac{3}{y+5} - \frac{y}{y-5} = \frac{y^2+25}{25-y^2}$$

$$\delta) \frac{2x}{y^2+y} = 1 - \frac{2}{y+1}$$

$$\epsilon) \frac{\rho}{\rho-1} + \frac{6}{\rho^2-1} = 4$$

$$\zeta\eta) \frac{3}{\omega^2-3\omega-4} = \frac{2\omega+5}{\omega^3+2\omega^2+\omega} + \frac{4}{\omega^2-4\omega}$$

$$\zeta) \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - 4\frac{x+1}{x-1} + 3 = 0$$

$$\eta) \frac{3}{\kappa+2} = \frac{2}{\kappa} + \frac{\kappa-4}{\kappa^2+2\kappa}$$

ψψψψψψ (

ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Συναρτήσεις

1. Ο αριθμός των τερμάτων που πέτυχε ο Κριστιάνο Ρονάλντο κατά τις χρονιές 2008-2012, παρουσιάζεται στο διπλανό πίνακα.

α) Να κατασκευάσετε ένα βελοειδές διάγραμμα για τον διπλανό πίνακα.

β) Να εξετάσετε (και να δικαιολογήσετε) αν το διάγραμμα ορίζει συνάρτηση και να την ονομάσετε με f .

γ) Ποιο είναι το Πεδίο Ορισμού και ποιο το Πεδίο Τιμών της f .

δ) Να βρείτε το γράφημα της συνάρτησης f .

ε) Να βρείτε τις τιμές $f(2011)$ και $f(2008)$.

Χρονιά	Τέρματα
2008	34
2009	45
2010	52
2011	42
2012	56

2. Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα **Σ**, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα **Λ**, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

α) Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(5, 3)$ και $B(2, 3)$.	Σ	Λ
β) Δίνεται η συνάρτηση $h: (-\infty, +3) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $h(x) = 2x - 7$. Το πεδίο τιμών της h είναι το $(-\infty, -1)$	Σ	Λ
γ) Η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - x^5 + 1$ είναι περιττή.	Σ	Λ
δ) Η συνάρτηση $f: A \rightarrow B$ με $f(x) = x^2$ έχει πεδίο ορισμού $A = \{-1, 2, 3\}$. Το πεδίο τιμών της f είναι $f(A) = \{1, 4, 9\}$	Σ	Λ

3. Δίνεται συνάρτηση $f: A \rightarrow B$ με $f(x) = 2x + 1$ και πεδίο ορισμού

$A = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$. Να βρείτε το πεδίο τιμών $f(A)$ της συνάρτησης f .

4. Δίνονται οι συναρτήσεις

α) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = 3x - 5$,

β) $h: (-\infty, +2) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $h(x) = 5x - 3$

γ) $g: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $g(x) = 3 - x$

Να βρείτε το πεδίο τιμών τους.

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = 5 - 7x$

β) $g(x) = x^2 + 3$

γ) $h(x) = \sqrt{2x + 5}$

δ) $R(x) = \frac{1}{x^2 - 16}$

ε) $P(x) = \frac{5}{\sqrt{2x - 6}}$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) i) $f(-1)$ ii) $f(0)$ iii) $f(1)$

β) τις τιμές του x αν

i) $f(x) = -3$

ii) $f(x) = 5$

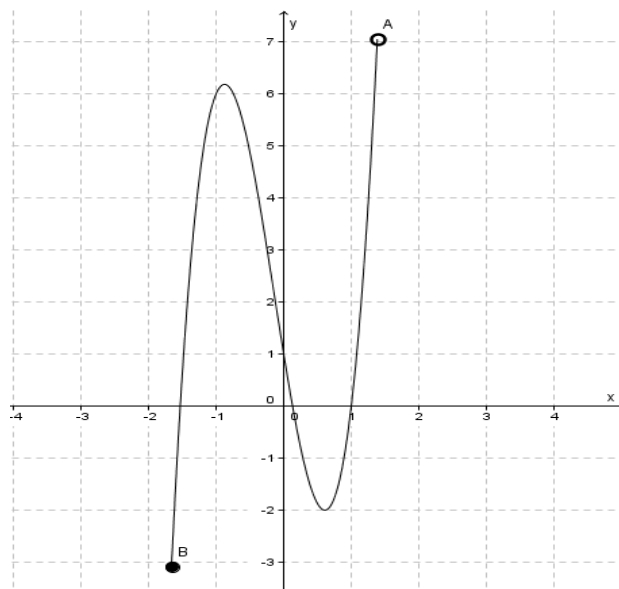
γ) το Π.Ο. και Π.Τ. της συνάρτησης

δ) τα σημεία τομής της f με τους άξονες

ε) τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική

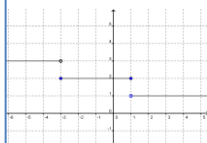
παράσταση της f βρίσκεται πάνω από

τον άξονα των x .

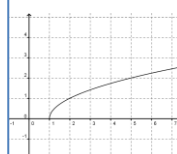


7. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις είναι συνάρτηση του ψ ως προς χ :

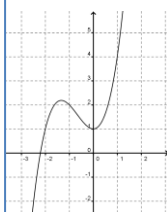
α)



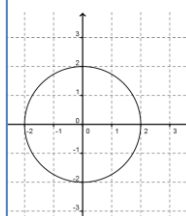
β)



γ)

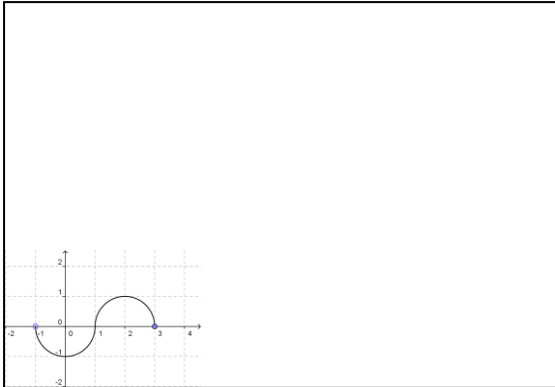


δ)

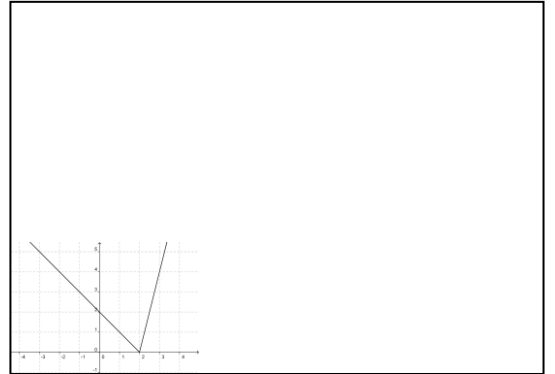


8. Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών των συναρτήσεων που δίνονται γραφικά πιο κάτω:

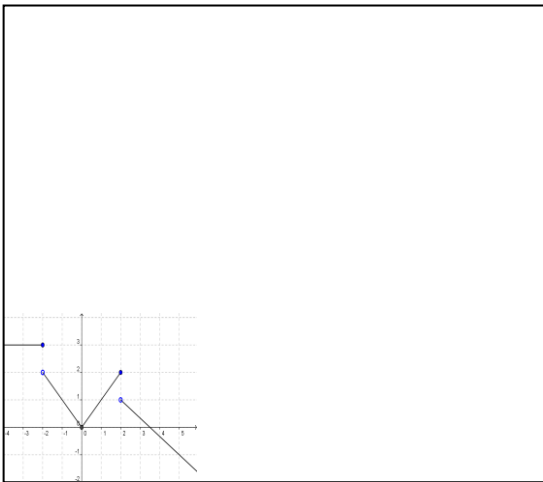
α)



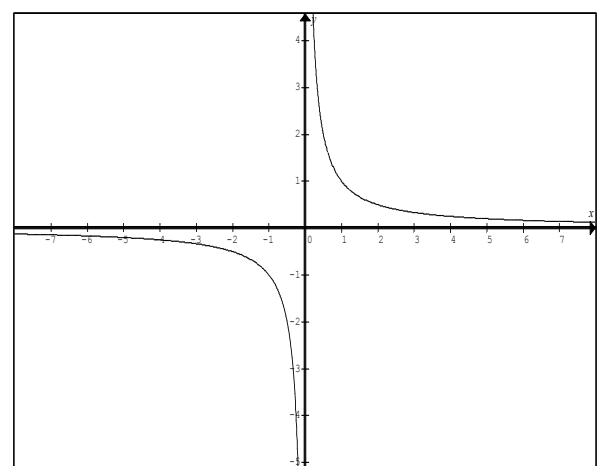
β)



γ)

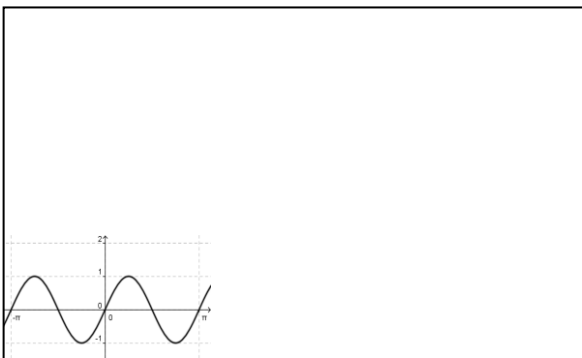


δ)

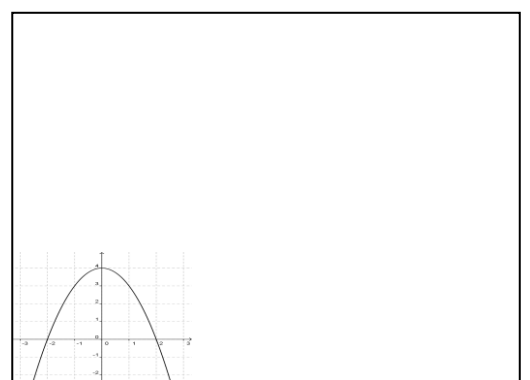


9. Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις που παρουσιάζονται στις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις είναι άρτιες, περιττές ή τίποτε από τα δύο.

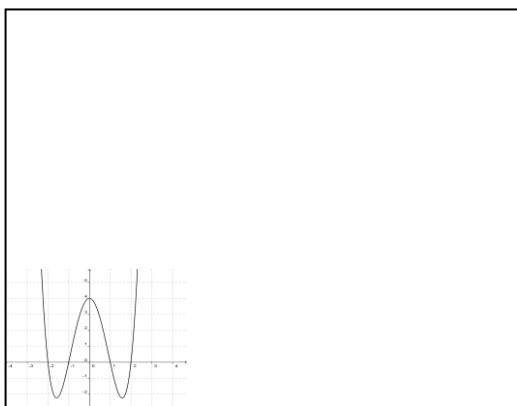
α)



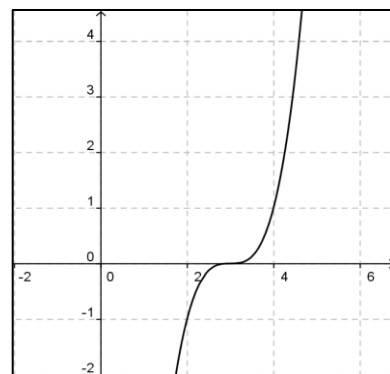
β)



γ)



δ)



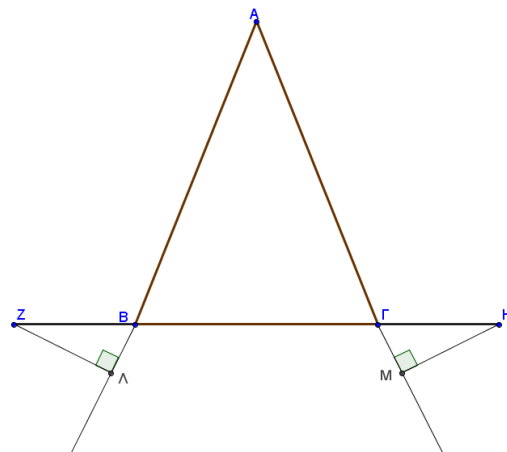
ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Γεωμετρία

1. Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα **Σ**, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα **Λ**, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

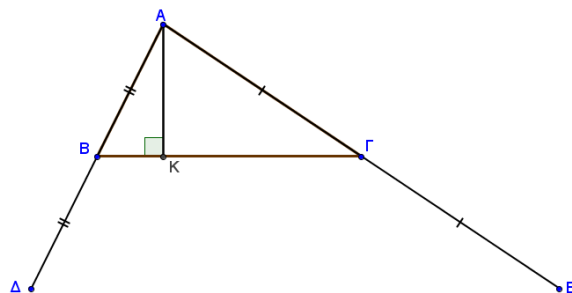
α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα .	Σ	Λ
β) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.	Σ	Λ
γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, και έχουν μια γωνία αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ
δ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια γωνία ίση μία προς μία, και έχουν μια κάθετη πλευρά τους αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ

2. Να δείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ η διάμεσος AD είναι ύψος και διχοτόμος.
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν M και Λ είναι μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι :
- α) $BL = \Gamma M$
- β) Τα M και Λ απέχουν ίση απόσταση από την πλευρά $B\Gamma$.

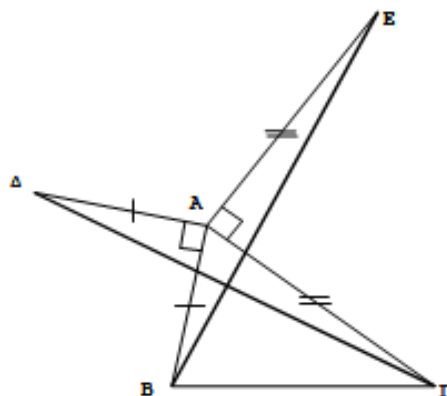
4. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε τη βάση $B\Gamma$ κατά τμήματα $BZ = \Gamma H$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $Z\Lambda$ και $H\Lambda$ αποστάσεις από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $Z\Lambda = H\Lambda$.



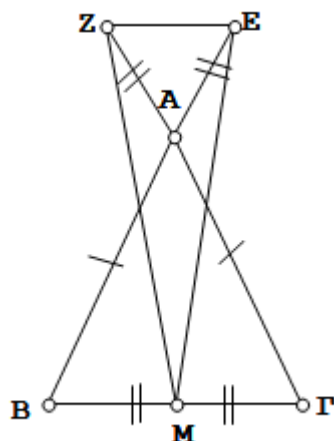
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν K, Λ, M είναι μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $\Lambda K = \Lambda M$.
6. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του AK . Αν $AB = B\Delta$ και $A\Gamma = \Gamma E$ να αποδείξετε ότι Δ και E απέχουν ίση απόσταση από την ευθεία $B\Gamma$.



7. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι τυχαίο τρίγωνο με $AD=AB$, $AE=AG$ και $AD \perp AB$, $AG \perp AE$. Να δείξετε ότι $\Gamma\Delta=BE$.



8. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$), M μέσο της $B\Gamma$ και $AZ=AE$. Να δείξετε το τρίγωνο MZE είναι ισοσκελές.



9. Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Σ , αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Λ , αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

α) Ορθογώνιο είναι κάθε παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία .	Σ	Λ
β) Αν οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου είναι ίσες τότε αυτό είναι ορθογώνιο.	Σ	Λ
γ) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι κάθετες και διχοτομούν τις γωνίες του.	Σ	Λ
δ) Ένας ρόμβος είναι και τετράγωνο .	Σ	Λ

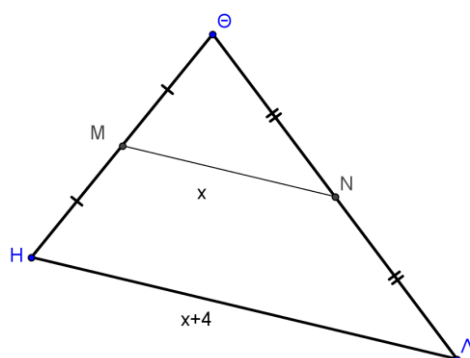
10. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α) Τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές παράλληλες και τις διαγώνιες του ίσες	i) Τετράγωνο
β) Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται	ii) Ορθογώνιο
γ) Οι διαγώνιοι διχοτομούνται, είναι ίσες και κάθετες	iii) Ρόμβος
δ) Τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές του παράλληλες και δύο διαδοχικές πλευρές ίσες	iv) Τραπεζίο
	v) Παραλληλόγραμμο

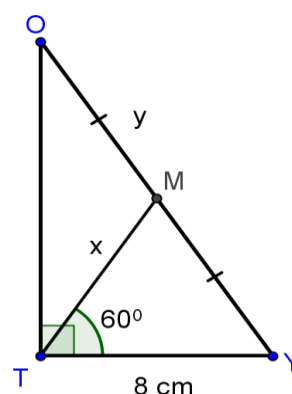
11. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ .Προεκτείνετε τη ΔΓ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΔΓ=ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΑΒΕΓ παραλληλόγραμμο.
12. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ.Η παράλληλη από το Δ προς την ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Αν η παράλληλη από το Ε προς τη ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Ζ,να αποδείξετε ότι:
α) ΒΖΕΔ παραλληλόγραμμο
β) ΑΕ=ΒΖ
13. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ,Μ είναι το μέσο της ΑΔ. Φέρουμε την ΒΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΒΜ=ΜΕ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΔΕ είναι παραλληλόγραμμο.
14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την ΑΒ κατά τμήμα ΑΔ=ΑΒ και την ΑΓ κατά τμήμα ΑΕ=ΑΓ. Να δείξετε ότι το ΒΓΔΕ είναι ορθογώνιο.
15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν τα σημεία Δ,Ε,Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ,ΒΓ,ΑΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι ΑΔΕΖ ορθογώνιο.
16. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ορθογωνίου είναι κορυφές ρόμβου.
17. Στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ τετραγώνου ΑΒΓΔ, παίρνουμε σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα , ώστε ΑΕ =ΒΖ. Να αποδείξετε ότι :
α) $AZ = \Delta E$
β) $AZ \perp \Delta E$
18. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος του ΑΔ.
α) Αν Ε και Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ να δείξετε ότι ΑΕΔΖ ορθογώνιο.
β) Αν Μ είναι το μέσο της ΕΖ να δείξετε ότι $\Delta M = \frac{B\Gamma}{4}$.

19. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τα μέσα Ε και Ζ είναι των ΒΓ και ΓΔ αντίστοιχα. Αν η ΕΖ τέμνει τη διαγώνιο ΑΓ στο Η ,να αποδείξετε ότι $ΓΗ = \frac{ΑΓ}{4}$.
20. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Στις πλευρές ΑΒ ,ΒΓ,ΓΔ και ΔΑ παίρνουμε σημεία Κ,Λ,Μ και Ν αντίστοιχα τέτοια ,ώστε ΑΚ=ΒΛ=ΓΜ=ΔΝ. Να δείξετε ότι ΚΛΜΝ είναι τετράγωνο.
21. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ φέρουμε το ύψος του ΑΔ. Αν Ε και Ζ τα μέσα των ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα ,να αποδείξετε ότι $\Delta \hat{E}Z = \hat{B} - \hat{\Gamma}$.
22. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Αν Μ ,Ν ,Λ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ ΑΓ,ΒΓ αντίστοιχα να δείξετε:
 α) Το τετράπλευρο ΜΝΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο
 β) Το τρίγωνο ΝΛΝ είναι ισοσκελές.
23. Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε τα χ και γ

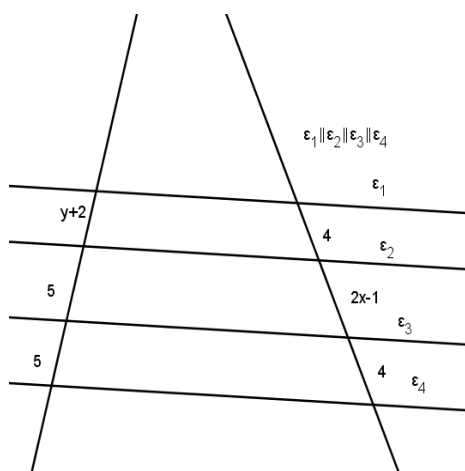
α)



β)



γ)



δ)

