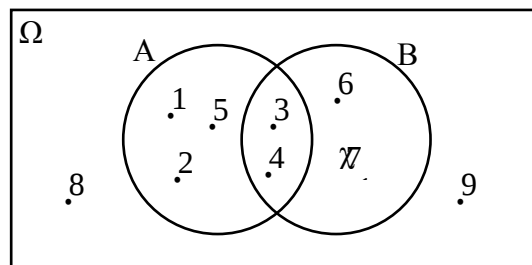


**Επαναληπτικές Ασκήσεις - Μαθηματικά Α' Γυμνασίου**

**Ενότητα 1: Σύνολα**

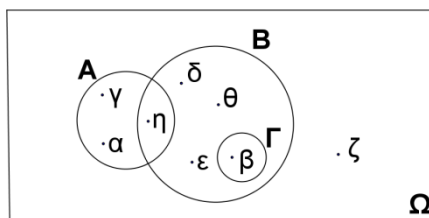
1. Με τη βοήθεια του Βέννιου διαγράμματος να γράψετε τα πιο κάτω σύνολα με αναγραφή των στοιχείων τους και να βρείτε τον πληθικό τους αριθμό:

- α)  $A =$                       ε)  $A' =$   
 β)  $B =$                       στ)  $B' =$   
 γ)  $A \cap B =$   
 δ)  $A \cup B =$



2. Με τη βοήθεια του πιο κάτω διαγράμματος να βρείτε:

- α)  $A \cup B =$   
 β)  $A \cap B =$   
 γ)  $A \cap \Gamma =$   
 δ)  $B \cap \Gamma =$   
 ε)  $n(A) =$



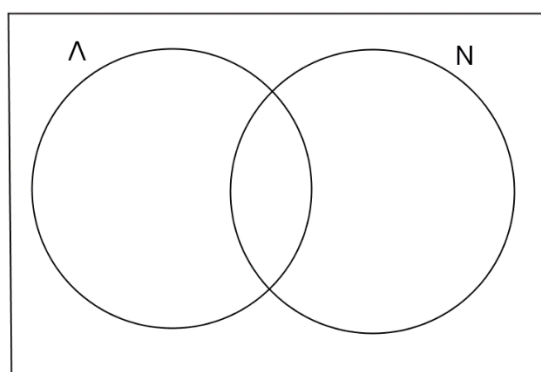
- στ)  $n(B) =$   
 ζ)  $n(A \cap \Gamma) =$   
 η)  $n(A \cap B) =$

3. Δίνονται τα πιο κάτω σύνολα:

Λ: τα γράμματα της λέξης "ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ"

Ν: τα γράμματα της λέξης "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ"

- α) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα Λ και Ν.  
 β) Να συμπληρώσετε το διάγραμμα :



- γ) Να βρείτε :  
 ι)  $\Lambda \cap N =$   
 ιι)  $\Lambda \cup N =$   
 ιιι)  $n(\Lambda) =$   
 ιν)  $n(\Lambda \cup N) =$

4. Δίνονται τα σύνολα:  $\Omega$  : τα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου  
 $A$  : τα σύμφωνα του ελληνικού αλφαβήτου  
 $B$  : τα φωνήεντα του ελληνικού αλφαβήτου  
 $\Gamma$  : τα γράμματα της λέξης « ευθεία »

Να εξετάσετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων ( ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ ) .

- |                                              |                                      |
|----------------------------------------------|--------------------------------------|
| α) $\beta \in A$                             | β) $\{\varepsilon, \omicron\} \in B$ |
| γ) $n(\Gamma) = 6$                           | δ) $n(A \cup B) = 24$                |
| ε) $B \subseteq \Omega$                      | στ) $A \cap B = \{ \}$               |
| ζ) $\{\alpha, \iota, \upsilon\} \subseteq B$ | η) $B' = A$                          |
| θ) $\alpha \notin B$                         | ι) $\theta, \alpha \in \Gamma$       |

5. Δίνονται τα σύνολα:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B$  : οι διαιρέτες του αριθμού 6

$\Gamma$  : τα ψηφία του αριθμού 612313

$\Delta$  : οι μονοψήφιοι πρώτοι αριθμοί

- α) Να εξετάσετε τη σχέση των συνόλων: ι)  $A$  και  $\Gamma$   
 ιι)  $B$  και  $\Gamma$   
 β) Να γράψετε με αναγραφή τα στοιχεία των πιο κάτω συνόλων:  
 ι)  $A \cap \Delta =$  ιι)  $B \cup \Delta =$   
 ιιι)  $A \cap B \cap \Delta =$  ιιι)  $A \cup B \cup \Delta =$

## Ενότητα 2: Αριθμοί

1. Να χαρακτηρίσετε με «Ορθό» ή «Λάθος» τις πιο κάτω ισότητες:

- |                               |                                                                                           |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| α) $0 : 18 = 0$               | η) $5 : 0 = 5$                                                                            |
| β) $36 - 4 : 2 = 16$          | θ) $6 + 4 \cdot 2 = 14$                                                                   |
| γ) $7 : 7 = 1$                | ι) $9(\alpha - 3) = 9\alpha - 27$                                                         |
| δ) $3 \cdot (a + 2) = 3a + 2$ | κ) $5^3 = 15$                                                                             |
| ε) $0 \cdot 3 = 0$            | λ) $\alpha + 8 = \beta + 12 \Leftrightarrow \alpha = \beta + 4$                           |
| στ) $9 : 0 = 0$               | μ) $3\alpha - 5 = 18\beta - 5 \Leftrightarrow \alpha = 6\beta$ και $\alpha, \beta \neq 0$ |
| ζ) $8^0 = 1$                  | ν) $\alpha \div x = \beta \Leftrightarrow x = \alpha \div \beta$                          |

2. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

- |                    |                                 |
|--------------------|---------------------------------|
| α) $32 + 12 : 4 =$ | β) $25 : (8 - 3) + 2 \cdot 3 =$ |
|--------------------|---------------------------------|

3. Να γράψετε τις αλγεβρικές παραστάσεις στην πιο απλή μορφή τους:

- |                               |                                              |
|-------------------------------|----------------------------------------------|
| α) $12\chi + 7\chi - 5\chi =$ | β) $3\chi + 3\psi + 4\chi + 2\chi - 2\psi =$ |
|-------------------------------|----------------------------------------------|

4. Αν  $\alpha - \beta = 16$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α)  $3\alpha - 3\beta - 5$                       β)  $2 + 8(\alpha + 1) - 7\alpha - \beta - 10$

5. Αν  $\chi + \psi = 11$  και  $\psi - \omega = 4$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i)  $3\chi + 5 + 3\psi =$                       ii)  $10(\chi - \omega) + 20\psi =$

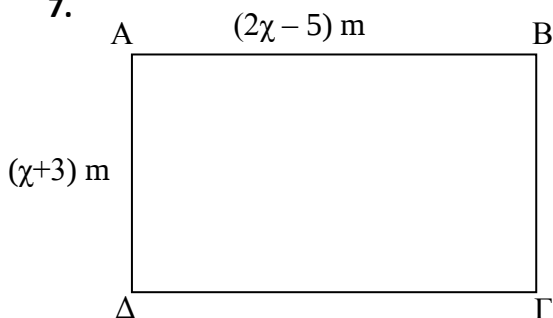
6. α) Αν  $\alpha + \beta = 8$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$2(\alpha + 1) + 7\beta + 5(2 - \beta) =$$

β) Αν  $5\chi + 2\psi = 12$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$5(\chi + \psi) - 3\psi + 3 =$$

7.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται χωράφι ΑΒΓΔ σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

α) Να γράψετε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την περίμετρό του στην πιο απλή της μορφή.

β) Να υπολογίσετε τις διαστάσεις ΑΒ και ΑΔ του χωραφιού, αν η περίμετρός του είναι 62m.

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\chi + 28 = 37$

β)  $\alpha - 12 = 12$

γ)  $69 - \omega = 50$

δ)  $64: \chi = 16$

ε)  $\psi: 15 = 5$

στ)  $2\chi + 8 = 80$

ζ)  $5\chi - 3\chi + 7 = 15$

η)  $3(\chi - 5) = 21$

θ)  $(4\chi - 5): 3 = 9$

ι)  $28: (\chi - 2) = 4$

κ)  $2\chi + 3\chi = 45$

λ)  $5 + 2\chi + 2 = 11$

μ)  $3\chi + 5 = 35 - 7\chi$

ν)  $2(\chi + 5) = 18$

ξ)  $7\chi - 5 = 30$

9. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις: α)  $2^3 =$                       β)  $3^0 =$                       γ)  $1^6 =$                       δ)  $10^3 =$                       ε)  $7^1 =$

στ)  $9^2 =$                       ζ)  $0^5 =$                       η)  $3^4 =$

10. Αν  $\chi = 4$ , να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$1^x + 2 \cdot 3^{x-2} - (\chi + 1) \cdot 2^{x-4} =$$

11. Να λύσετε τα προβλήματα με εξίσωση:

α) Ένας αριθμός είναι κατά δώδεκα μεγαλύτερος του διπλασίου ενός άλλου αριθμού. Αν το άθροισμα τους είναι 36, να βρείτε τους δύο αριθμούς.

β) Ο Γιάννης είναι κατά 6 χρόνια μικρότερος από το τετραπλάσιο της ηλικίας του Νίκου. Αν το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 29, να βρείτε τις ηλικίες τους.

γ) Οι μαθητές της Β' τάξης ενός Γυμνασίου είναι κατά 18 περισσότεροι από τους μαθητές της Α' τάξης και οι μαθητές της Γ' τάξης είναι κατά 12 περισσότεροι από τους μαθητές της Β' τάξης. Αν όλοι οι μαθητές του σχολείου είναι 354, να βρείτε πόσους μαθητές έχει η κάθε τάξη.

- δ) Μία τάξη αποτελείται από 25 μαθητές και μαθήτριες. Μάζεψαν το ποσό των €610 για κάποια εκδήλωσή τους. Αν κάθε αγόρι έδωσε €30 και κάθε κορίτσι €20, να βρείτε πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια της τάξης.

12. Να κάνετε τις πράξεις:

α)  $30 \div 5 + 24 \div 2^3 + (16 - 10)^2 - 7^0 \cdot 5^1 + 10^2 =$

β)  $(17 - 2 \cdot 8)^{23} + 5(3^3 \div 3) - 4 \cdot 2^3 =$

γ)  $5^3 : 5^2 + (28 + 12) \div 4 - 39 \div 3 + 6 \cdot 5 =$

δ)  $3^2 + 3^2 \cdot (7 + 6 : 2) - (6^2 - 2^3) : (3^2 - 2) =$

13. α) Αν  $\alpha = 4$  και  $\beta = 2$ , να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$\alpha^2 \beta + \beta^4 + (3\alpha - 2\beta)^2 - \beta^0 =$$

β) Αν  $x = 2$  και  $\psi = 5$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(\psi - x)^3 - (2x + \psi^2)^0 + x(3\psi + 1) - (3x + 2\psi) \div x^2 =$$

14. Να μετατρέψετε τους αριθμούς από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στο δυαδικό σύστημα: ι) 27, ιι) 105, ιιι) 60

15. Να μετατρέψετε τους πιο κάτω δυαδικούς αριθμούς στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης:

ι)  $1001_{(2)}$  ιι)  $1101001_{(2)}$  ιιι)  $1111011_{(2)}$

### Ενότητα 3: Διαιρετότητα

1. Να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα με τα κατάλληλα ψηφία έτσι ώστε ο αριθμός :

α)  $12 \square$  να διαιρείται με το 4.

β)  $25 \square$  να διαιρείται με το 3 και το 5.

γ)  $136 \square$  να διαιρείται με το 2 και το 3.

δ)  $2 \square 3 \square$  να διαιρείται με το 9 και το 10.

ε)  $37 \square \square$  να διαιρείται με το 5, το 4 και το 9.

στ)  $4 \square 2 \square$  να διαιρείται με το 3 και το 2 και όχι με το 5.

ζ)  $5 \square 7 \square \square$  να διαιρείται με το 25 και το 4 και όχι με το 9.

2. α) Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των διαιρετών για να αποδείξετε ότι :

i) ο αριθμός 8 διαιρεί τον αριθμό 16032.

ii) ο αριθμός 12 διαιρεί τον αριθμό  $60\alpha - 24\beta$ .

β) Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια διαίρεση. Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

ι)  $266 = 32 \cdot 8 + 10$  ιι)  $172 = 16 \cdot 10 + 12$

3. Να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών 72, 112 και 120.

4. Κάποιος έχει 60 μολύβια, 72 τετράδια και 120 ξύστρες. Πόσα το πολύ όμοια δέματα μπορεί να ετοιμάσει και πόσα μολύβια, πόσα τετράδια και πόσες ξύστρες θα περιέχει το καθένα;
5. Τρία αεροπλάνα απογειώνονται συγχρόνως από το αεροδρόμιο της Λάρνακας. Το πρώτο αεροπλάνο επιστρέφει κάθε 24 ώρες, το δεύτερο κάθε 32 ώρες και το τρίτο κάθε 40 ώρες. Να βρείτε σε πόσες μέρες θα ξανασυναντηθούν στο αεροδρόμιο της Λάρνακας για πρώτη φορά και πόσα δρομολόγια θα έχει κάνει μέχρι τότε το καθένα.
6. Οι στρατιώτες ενός στρατοπέδου μπορούν να παραταχθούν σε τετράδες ή πεντάδες και εξάδες χωρίς να περισσεύει κανένας. Πόσοι είναι οι στρατιώτες αν ξέρουμε ότι είναι λιγότεροι από 310 και περισσότεροι από 270;
7. Οι μαθητές ενός σχολείου είναι περισσότεροι από 300 και λιγότεροι από 400. Αν παραταχθούν σε εξάδες, οκτάδες ή δεκαπεντάδες περισσεύουν 3. Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου;
8. Σε ένα εργοστάσιο εργάζονται 240 γυναίκες και 504 άντρες. Πόσες το πολύ ομοιόμορφες ομάδες μπορεί να σχηματίσει ο διευθυντής του εργοστασίου; Από πόσες γυναίκες και πόσους άντρες θα αποτελείται η κάθε ομάδα;
9. Τρία λεωφορεία ξεκινούν από την ίδια πλατεία και εκτελούν την συγκοινωνία σε τρία διαφορετικά σημεία της πόλης. Το α' εκτελεί τη διαδρομή του σε 12 λεπτά, το β' σε 20 λεπτά και το γ' σε 30 λεπτά. Αν ξεκινήσουν και τα τρία λεωφορεία από την πλατεία στις 10 το πρωί, τι ώρα θα ξανασυναντηθούν για πρώτη φορά στην πλατεία και πόσες διαδρομές θα έχει κάνει το καθένα;
10. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τα πιο κάτω, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

|       |                                                                                                                   |               |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| I.    | Οι αριθμοί 15 και 28 είναι πρώτοι μεταξύ τους.                                                                    | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| II.   | Αν ένας αριθμός διαιρεί έναν άλλο, τότε διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.                                           | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| III.  | Ο αριθμός 2 είναι σύνθετος.                                                                                       | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| IV.   | Αν $\alpha \mid \beta$ τότε το $\alpha$ είναι διαιρέτης του $\beta$ .                                             | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| V.    | Ο αριθμός 1 είναι διαιρέτης κάθε φυσικού αριθμού.                                                                 | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| VI.   | Ο μεγαλύτερος τετραψήφιος αριθμός του δυαδικού συστήματος είναι ο $1111_{(2)}$                                    | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| VII.  | Σε κάθε τέλεια διαίρεση ο διαιρετέος είναι πολλαπλάσιο του διαιρέτη.                                              | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| VIII. | Σήμερα η μέρα είναι Τρίτη. Σε 180 μέρες η μέρα θα είναι Σάββατο.                                                  | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| IX.   | Αν $\alpha \mid \beta$ και $\beta \mid \gamma$ τότε $\alpha \mid \gamma$ . $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}$ | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| X.    | Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πάντοτε πρώτος.                                                              | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |

## Ενότητα 4: Ακέραιοι – Ρητοί Αριθμοί

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

|              |    |                |     |  |
|--------------|----|----------------|-----|--|
| Αριθμός      | -7 |                |     |  |
| Αντίθετος    |    | $-\frac{4}{5}$ |     |  |
| Αντίστροφος  |    |                |     |  |
| Απόλυτη τιμή |    |                | 0,3 |  |

2. Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο  $<$ ,  $=$ ,  $>$ , ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

α)  $-6 - 4 \dots\dots\dots (-5) \cdot (-3)$

β)  $|-12| \div | +3| \dots\dots\dots (-2)^2$

γ)  $\left(-\frac{4}{5}\right)(+10) \dots\dots\dots 24 \div (-2)$

δ)  $(-3)^3 \dots\dots\dots -30 + 3$

ε)  $(-5)^0 \dots\dots\dots -1^{20}$

στ)  $-|-0,3| \dots\dots\dots \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(+\frac{5}{2}\right)$

ζ)  $(-2,56) \cdot \left(+\frac{7}{12}\right) \cdot 0 \cdot (-145) \dots\dots\dots \frac{-32}{-4}$

η)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \dots\dots\dots 3 \div (+9)$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων αν  $\alpha = -3$  και  $\beta = -12$ .

α)  $|\alpha| + |\beta| =$

β)  $-|\alpha + \beta| - |\beta \div \alpha| =$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

α)  $(-3) + (-5) =$

β)  $(-2) - (+7) =$

γ)  $(-4) \cdot (-3) =$

δ)  $(-24) \div (+3) =$

ε)  $-\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

στ)  $\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{6}{10}\right) =$

ζ)  $\left(-2\frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{13}{10}\right) =$

η)  $(-5) + (+13) + (-1) + (+2) + (-3) =$

5. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α)  $(+5)^2 =$     β)  $2^5 =$     γ)  $(-3)^3 =$     δ)  $(-10)^6 =$     ε)  $-3^2 =$     στ)  $5^0 =$     ζ)  $-6^0 =$

η)  $0^{12} =$     θ)  $10^5 =$     ι)  $(-1)^{20} =$     κ)  $(-1)^{13} =$     λ)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$     μ)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 =$

6. Να κάνετε τις πράξεις: α)  $-(-2)^4 =$  β)  $(-7+6)^{2010} =$  γ)  $\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2 =$   
 δ)  $(2^5 - 6^2)^2 =$  ε)  $(2^4 - 10 \cdot 2)^3 =$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α)  $(-15+7) \div (-4) - (-3+2) =$   
 β)  $-9 - (-5) \cdot (-2) + (-3-4) - (-18) \div (+6) =$   
 γ)  $16 \div (-4) + 0 \div (-5) - (-9) \cdot (-1) =$   
 δ)  $(-2+8) \cdot (-3)^2 - 32 \div (12-14)^3 =$   
 ε)  $-5^2 - (-6+2) \cdot (+2) - (-7-5) \div (-1)^7 =$

στ)  $\frac{(-3) \cdot (+3) + (-4-8) \div (-3)}{(-6) \div (+3)} =$

ζ)  $\frac{12 + (-8+6)^4 - (-6-4)(-3)}{(16-24) \div 2 - 13} =$

η)  $\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(-2 + \frac{1}{2}\right) - 5\right] : \frac{3}{2} =$

θ)  $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \div \left(-2\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) =$

ι)  $\frac{\left(2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2}\right) \div \left(-2\frac{3}{5}\right)}{-\frac{2}{5} + \frac{1}{4}} =$

κ)  $(-6+14) \cdot \left(-\frac{3}{16}\right) - [(-5+7) - (-8+4)] \div \left(-\frac{3}{4}\right) =$

8. Αν  $\alpha - \beta = -3$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$-20 - 2 \cdot (\alpha - 6) + 3(\beta - 1) - (2\beta - \alpha) + 4$$

9. Αν  $\alpha = -1$ ,  $\beta = -3$  και  $\gamma = +2$ , να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α)  $3\gamma^3 - 2\beta^2 - (\gamma - \beta) - 10\alpha^8 =$  β)  $\frac{(\beta - \alpha) \cdot (3 - \gamma)}{\alpha\beta - \gamma}$  γ)  $\gamma - (-\alpha) - \beta^2$

10. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση :  $A = -2\alpha + 6 + 3(\alpha + 3\beta) - 4(5\beta - 3\alpha) - \alpha - \beta - 10$

α) Να γράψετε την παράσταση στη πιο απλή της μορφή.

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A αν ,  $\alpha - \beta = \frac{1}{3}$  .

11. Αν  $\alpha = -2$  και  $\beta = -3$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α)  $\alpha^3 + 3\alpha^2 - \beta^0 - \alpha\beta =$

β)  $\frac{(\beta - \alpha)^2 - \alpha^4}{\beta^2 - \alpha^2} =$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $9(3x+1) - 12x - 3 = 3(3x-2)$

β)  $12 - 3(x+2) = 2(x+3)$

γ)  $2(3x-1) - (x-3) - 4(2x-5) = 0$

δ)  $6 \cdot (x+3) - (2x-5) = x+17$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x - \frac{3(x+1)}{4} = \frac{2x-1}{3}$

β)  $\frac{x+1}{2} = x - \frac{2x-3}{4}$

γ)  $\frac{3x-2}{2} - \frac{x-2}{6} = \frac{2(x+1)}{3} + x$

δ)  $\frac{x}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{2x-7}{6}$

ε)  $\frac{2x-1}{3} + \frac{5(x-3)}{2} = \frac{x-20}{12}$

στ)  $\frac{2x+7}{3} + \frac{x-1}{2} = \frac{5x-2}{4}$

14. Να λύσετε τα προβλήματα με τη βοήθεια εξίσωσης :

α) Η ηλικία ενός πατέρα είναι τετραπλάσια από την ηλικία του γιου του. Αν οι ηλικίες τους μαζί συμπληρώνουν μισό αιώνα, να βρείτε την ηλικία του καθενός.

β) Να βρείτε τρεις διαδοχικούς αριθμούς που έχουν άθροισμα 984.

γ) Τρεις φίλοι κρατούν συνολικά €920 . Ο Στέφανος κρατεί €35 περισσότερα από τα τριπλάσια χρήματα του Ανδρέα και ο Πέτρος κρατεί €25 λιγότερα από τον Στέφανο. Να βρείτε πόσα χρήματα κρατεί ο καθένας.

15. Να σημειώσετε δίπλα από κάθε πρόταση εάν είναι ορθή (Ο) και αν είναι λάθος (Λ) .

α) Το γινόμενο δύο αντίθετων αριθμών είναι αρνητικός αριθμός . ....

β) Το γινόμενο 15 αρνητικών αριθμών είναι θετικός αριθμός. ....

γ) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι πάντοτε θετικός αριθμός . ....

δ) Ο ρητός - τ είναι πάντοτε αρνητικός αριθμός. ....

ε) Κάθε ρητός αριθμός είναι ακέραιος . ....

στ) Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές. ....

ζ) Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ομόσημοι . ....

η) Η διαφορά δύο αντίθετων αριθμών είναι μηδέν. ....

θ) Η απόσταση των αριθμών  $-14$  και  $+6$  πάνω στην αριθμητική γραμμή είναι 20 μονάδες. ....

ι) Κάθε φυσικός αριθμός είναι ακέραιος . ....

16. Να βάλετε σε κύκλο την « ΟΡΘΗ » απάντηση:

- α) Αν δύο ρητοί αριθμοί  $\chi$  και  $\psi$  είναι ετερόσημοι και  $|\chi| > |\psi|$ , το άθροισμα  $\chi + \psi$  θα έχει το ίδιο πρόσημο με:
- i) τον  $\chi$
  - ii) τον  $\psi$
  - iii) δεν μπορούμε να το βρούμε
  - iv) το άθροισμα θα είναι 0
- β) Αν  $\chi \neq 0$ ,  $\psi \neq 0$  και  $\chi + \psi = 0$ , τι συμπεραίνετε για τους ρητούς αριθμούς  $\chi$  και  $\psi$ ;
- i) ίσοι
  - ii) αντίθετοι ή 0
  - iii) αντίθετοι
  - iv) αντίστροφοι

ΤΕΛΟΣ Α' τεύχους

---

### Ενότητα 5: Ακολουθίες

1. Δίνεται η ακολουθία 5,8,11,14,17,20,...Να βρείτε:
  - (α) τον τέταρτο όρο της ακολουθίας
  - (β) τους επόμενους τρεις όρους της ακολουθίας
  - (γ) το γενικό τύπο της ακολουθίας
2. Για κάθε ακολουθία να βρείτε τον όρο που αναγράφεται:
  - (α)  $a_n = 4n$        $a_{20} =$
  - (β)  $\beta_n = 2n - 3$        $\beta_{60} =$
  - (γ)  $\gamma_n = 5n + 3$        $\gamma_{2020} =$
  - (δ)  $\delta_n = n^2 + 10n$        $\delta_8 =$
3. α) Δίνεται η ακολουθία με γενικό τύπο  $a_n = (-2)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  
Να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους της ακολουθίας.  
β) Να βρείτε τον γενικό τύπο της ακολουθίας 4, 7, 10, 13, ...  
και στην συνέχεια τον 20<sup>ο</sup> όρο της ακολουθίας
4. Να γράψετε τους πέντε πρώτους όρους για κάθε ακολουθία:
  - (α) Ο πρώτος όρος είναι το 3 και κάθε επόμενος όρος πολλαπλασιάζεται με -2
  - (β)  $a_n = 3n + 1$
  - (γ)  $a_1 = 20$ ,  $a_{n+1} = a_n - 3$
  - (δ) Τα τετράγωνα των φυσικών αριθμών 1 μέχρι 5
5. Να βρείτε ένα γενικό όρο  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  που εκφράζει τις πιο κάτω ακολουθίες:
  - (α) 3,7,11,15,...
  - (β) 22,16,10,4,...
  - (γ) 1,8,27,64,125,...
  - (δ) 2,6,18,54,108,...
  - (ε) 54,18,6,2,2/3,...

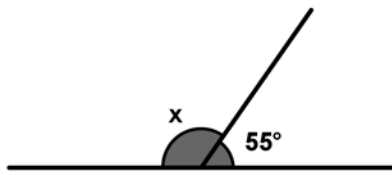
## Ενότητα 6: Γεωμετρία - Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες

1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή ή λάθος κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις.

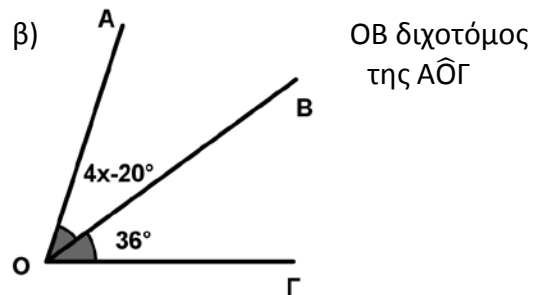
- α) Η διάμετρος του κύκλου είναι το μισό της ακτίνα του. ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ  
β) Από ένα σημείο περνούν άπειρες ευθείες. ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ  
γ) Δύο ευθείες είναι παράλληλες εάν έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ  
δ) Η εφαπτομένη ενός κύκλου είναι η ευθεία που έχει ένα κοινό σημείο με το κύκλο. ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ  
ε) Η μεσοκάθετος είναι η κάθετη ευθεία που φέρουμε στο μέσο μιας ευθείας. ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

2. Να υπολογίσετε, με εξίσωση, την τιμή του  $x$  στα πιο κάτω σχήματα. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

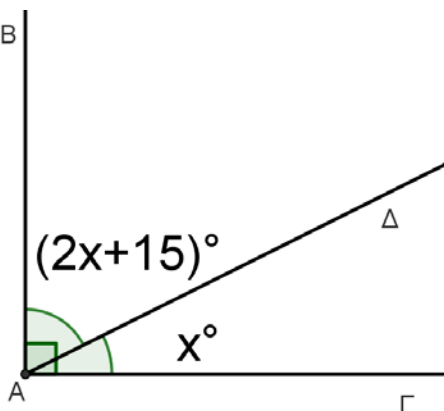
α)



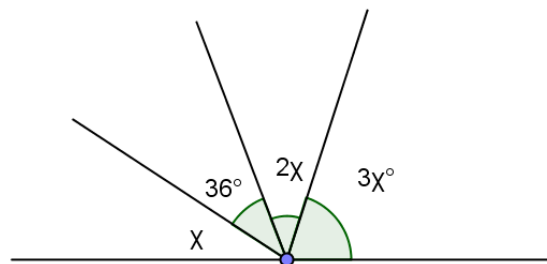
β)



γ)



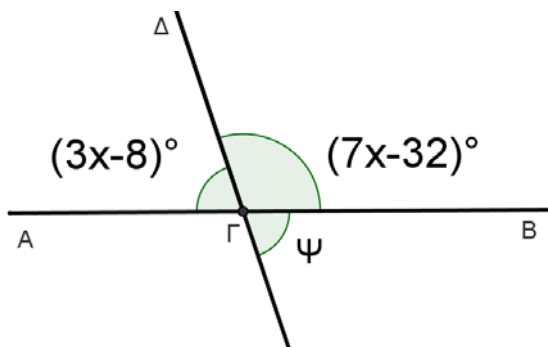
δ)



3. Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές και η μια είναι κατά  $20^\circ$  μικρότερη από το τριπλάσιο της άλλης. Να βρείτε τις δύο γωνίες. (Να λυθεί με εξίσωση).

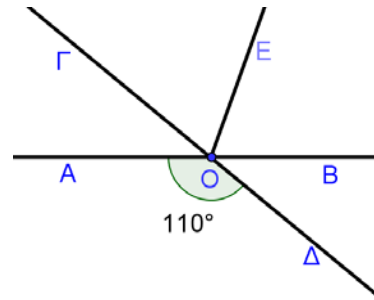
4. Δύο γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  είναι συμπληρωματικές. Αν η  $\alpha$  είναι τετραπλάσια της  $\beta$ , να υπολογίσετε τις δύο γωνίες. Να κάνετε το σχήμα και να λύσετε το πρόβλημα με εξίσωση.

5. Να υπολογίσετε τη γωνία  $\psi$ .



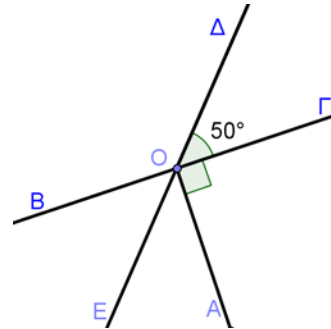
6. Στο διπλανό σχήμα AB και ΓΔ είναι ευθείες.

Αν  $\hat{A}\hat{O}\hat{\Delta} = 110^\circ$  και OE είναι η διχοτόμος της  $\hat{B}\hat{O}\hat{\Gamma}$ ,  
να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{B}\hat{O}\hat{E}$ ,  $\hat{B}\hat{O}\hat{\Delta}$  και  $\hat{E}\hat{O}\hat{\Delta}$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

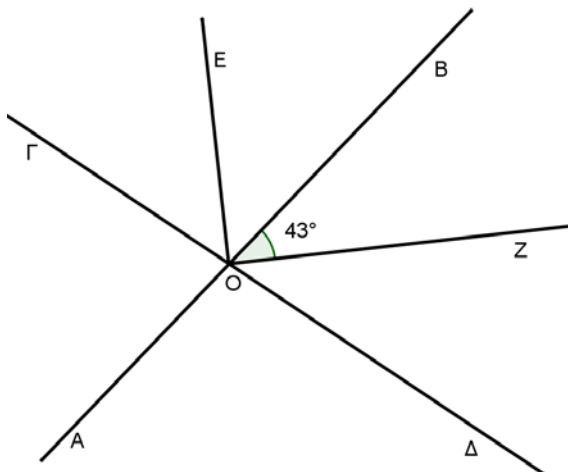


7. Στο διπλανό σχήμα ΒΓ και ΔΕ είναι ευθείες.

Αν  $\angle \Gamma\hat{O}\hat{\Delta} = 50^\circ$  και  $AO \perp BG$ ,  
να υπολογίσετε τις γωνίες  $\angle B\hat{O}\hat{\Delta}$ ,  $\angle B\hat{O}\hat{E}$ ,  $\angle A\hat{O}\hat{\Delta}$ ,  
 $\angle E\hat{O}\hat{A}$  και  $\angle E\hat{O}\hat{\Gamma}$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

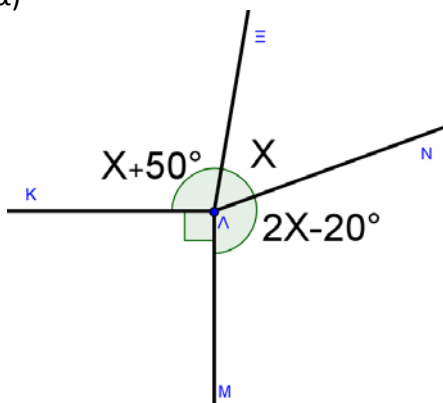


8. Στο πιο κάτω σχήμα είναι  $EO \perp OZ$ ,  $\hat{B}\hat{O}\hat{Z} = 43^\circ$  και OZ είναι διχοτόμος της  $\hat{B}\hat{O}\hat{\Delta}$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες:  $\hat{E}\hat{O}\hat{Z}$ ,  $\hat{E}\hat{O}\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{A}$ ,  $\hat{A}\hat{O}\hat{\Delta}$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{E}$ ,  $\hat{A}\hat{O}\hat{E}$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

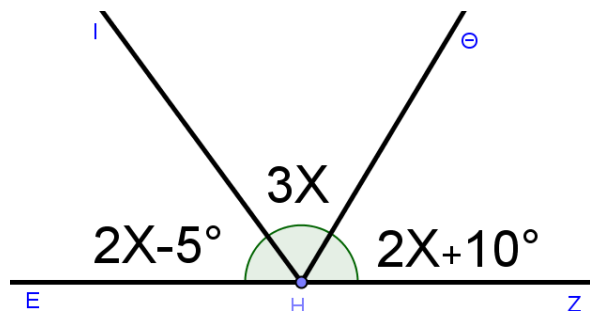


9. Να υπολογίσετε το  $\chi$ :

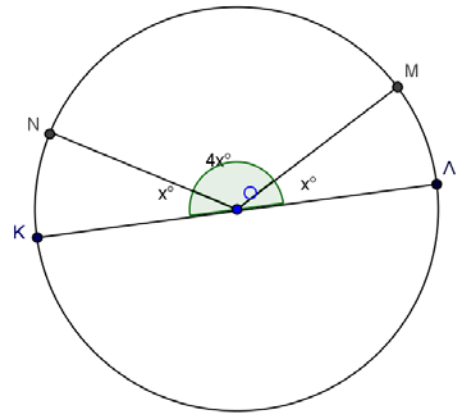
α)



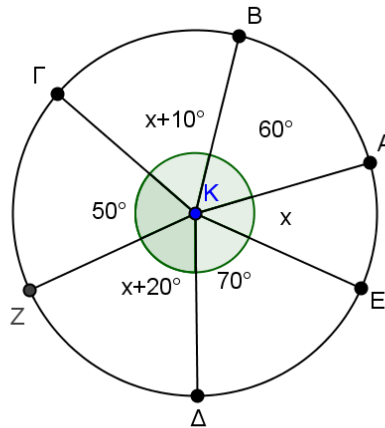
β)



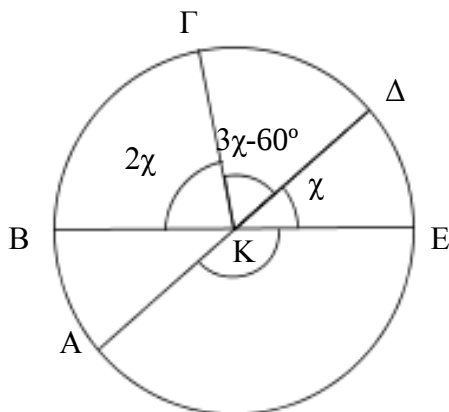
10. Στο σχήμα ΚΛ είναι η διάμετρος του κύκλου.  
Να βρείτε το μέτρο των τόξων ΜΝ, ΜΛ και ΚΝ. Να συγκρίνετε τα τόξα ΚΝ και ΜΛ. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



11. Από το διπλανό σχήμα :  
α) Να υπολογίσετε το  $\chi$ .  
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της επίκεντρης γωνίας ΒΚΓ.  
γ) Το μέτρο του τόξου ΓΒΑ.  
δ) Το μέτρο του τόξου ΖΔΕ.  
Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



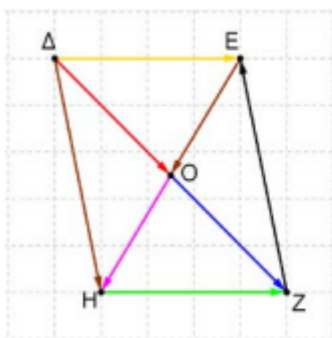
12. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\chi$ , το μέτρο του τόξου ΑΒΓ και την επίκεντρη γωνία ΑΚΕ. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



### Ενότητα 7: Διανύσματα

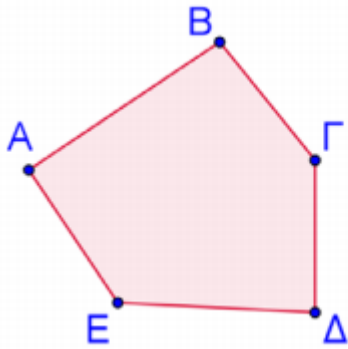
1. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Στο παραλληλόγραμμο ΔΕΖΗ τα διανύσματα:



|     |                                              |               |
|-----|----------------------------------------------|---------------|
| (α) | $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{HZ}$  | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (β) | $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OH}$  | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (γ) | $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{EZ}$  | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (δ) | $\overrightarrow{DO} = -\overrightarrow{OE}$ | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (ε) | $\overrightarrow{DZ} = \overrightarrow{EH}$  | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |

2. Στο σχήμα δίνεται το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ. Να χαρακτηρίσετε τις πιο κάτω ισότητες ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

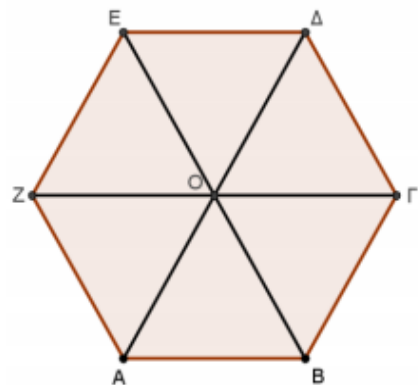


|                                                                                                                   |               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| (α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$                                             | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$                                             | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$                       | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (δ) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{ED}$                                             | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |
| (ε) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AB}$ | ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ |

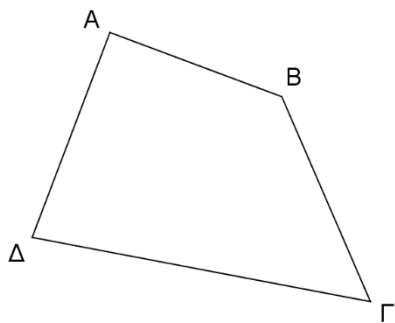
3.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ με όλες τις πλευρές ίσες με 2 cm και τις απέναντι πλευρές του παράλληλες. Αν  $Z\Gamma \parallel E\Delta$ ,  $A\Delta \parallel ZE$ ,  $EB \parallel \Delta\Gamma$ , να γράψετε δύο διανύσματα που:

- (α) είναι ίσα  
(β) είναι αντίθετα  
(γ) είναι παράλληλα με το  $\overrightarrow{B\Gamma}$   
(δ) είναι αντίρροπα με το  $\overrightarrow{E\Delta}$   
(ε) έχουν μέτρο 4 cm



4. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε το διάνυσμα που είναι ίσο με :



i)  $\overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} =$

ii)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{\Delta B} =$

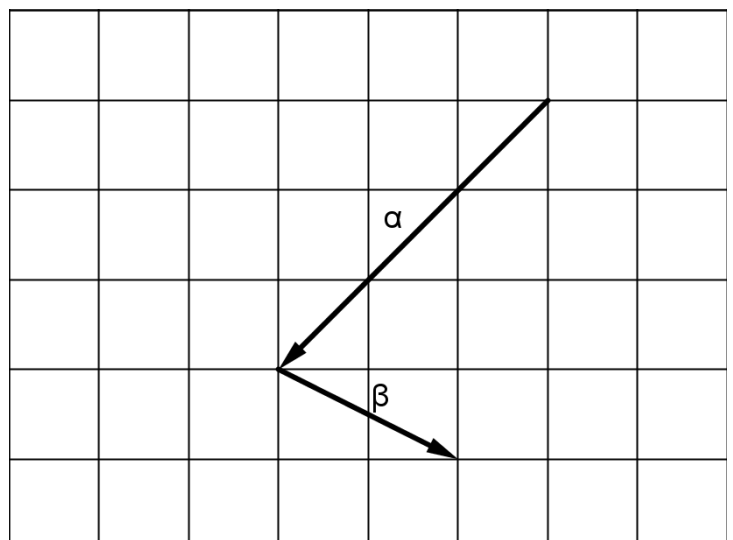
5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα

διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ .

Να σχεδιάσετε τα διανύσματα :

i)  $\vec{a} + \vec{\beta}$  και

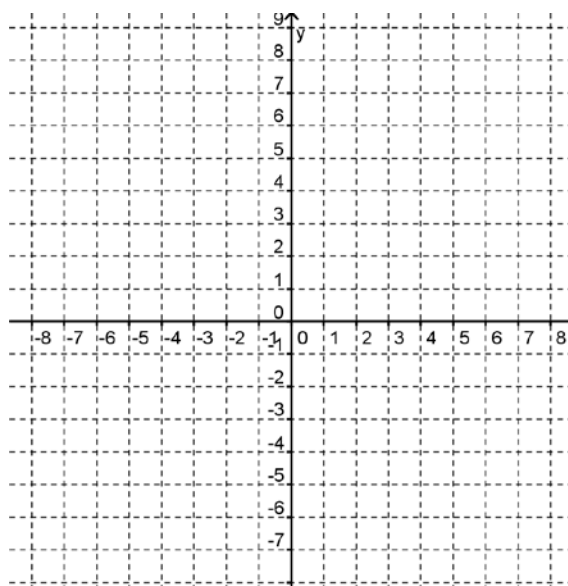
ii)  $\vec{a} - \vec{\beta}$



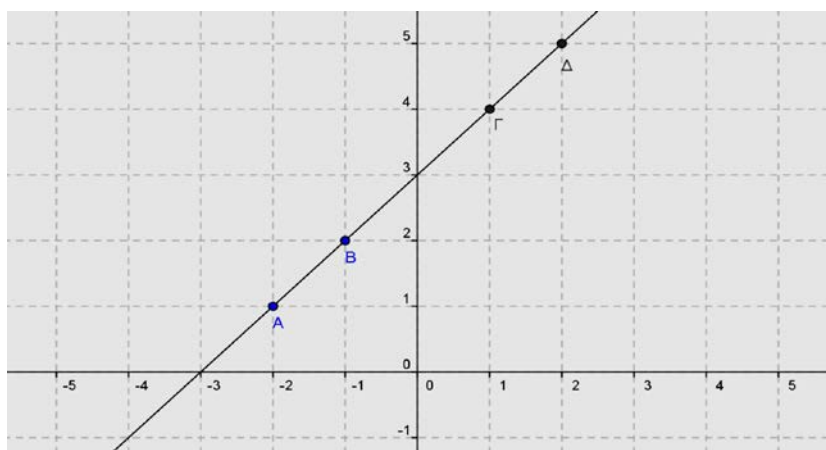
## Ενότητα 8: Συναρτήσεις

1. Δίνονται οι τιμές εισόδου -2, 0, 3 και +10 και οι αντίστοιχες τιμές εξόδου -10, -8, -5 και 2. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης.
2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης  $\psi = 3\chi - 2$  και στη συνέχεια να κατασκευάσετε τη γραφική της παράσταση.

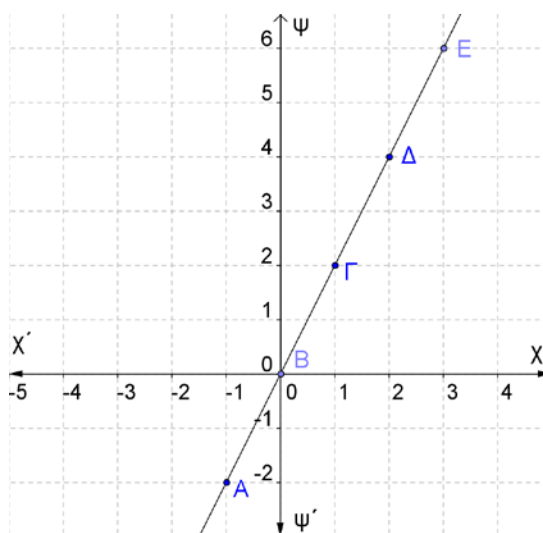
|                |    |   |   |
|----------------|----|---|---|
| $\chi$         | -1 | 0 | 2 |
| $\psi$         |    |   |   |
| $(\chi, \psi)$ |    |   |   |



3. Στο πιο κάτω ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης.
  - α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα τιμών της και να βρείτε τον τύπο της.
  - β) Να γράψετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της συνάρτησης με τους άξονες.



4. Από τη γραφική παράσταση του σχήματος:
  - α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Δ και E.
  - β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης.
  - γ) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης.



- δ) Να εξετάσετε, αν το σημείο (10, 24) ανήκει στην ευθεία.
- ε) Να τοποθετήσετε στο σχήμα ένα σημείο που δεν ανήκει στην ευθεία. Να γράψετε τις συντεταγμένες του και σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται.

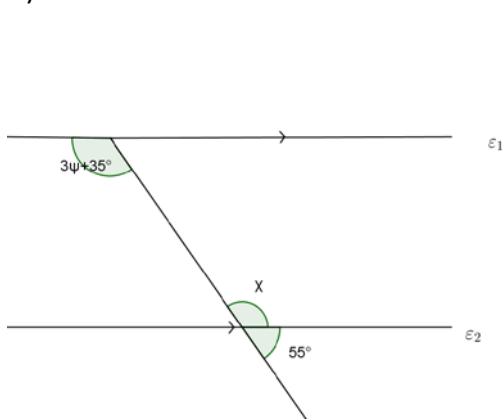
| Τιμή Εισόδου<br>x | Τιμή Εξόδου<br>y | Διατεταγμένα ζεύγη<br>(x,y) |
|-------------------|------------------|-----------------------------|
|                   |                  |                             |
|                   |                  |                             |
|                   |                  |                             |
|                   |                  |                             |

5. Για κάθε συνάρτηση να κατασκευάσετε τον πίνακα τιμών της και να κάνετε την γραφική της παράσταση: α)  $y = -\frac{1}{2}x$  , β)  $y = -2x + 3$  , γ)  $y = \frac{2}{3}x - 5$

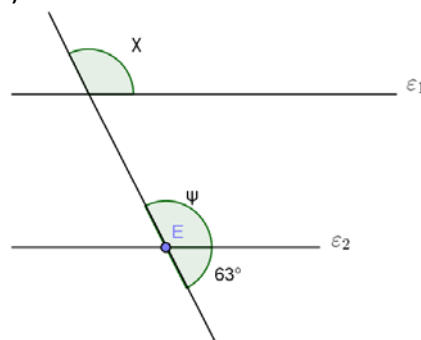
## Ενότητα 9: Γεωμετρία II - Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία - Τρίγωνα

1. Στα πιο κάτω σχήματα  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\chi, \psi$  και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

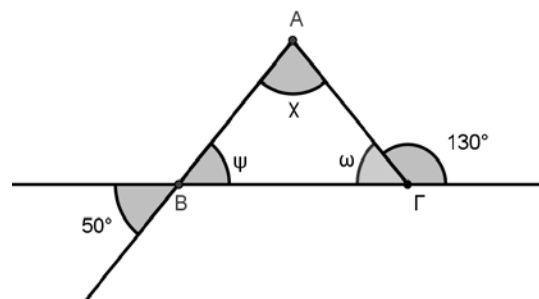
α)



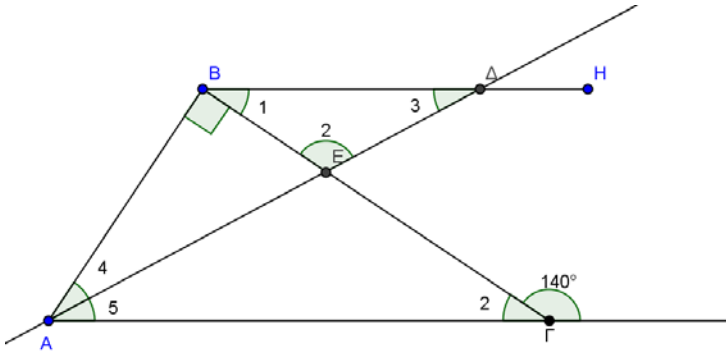
β)



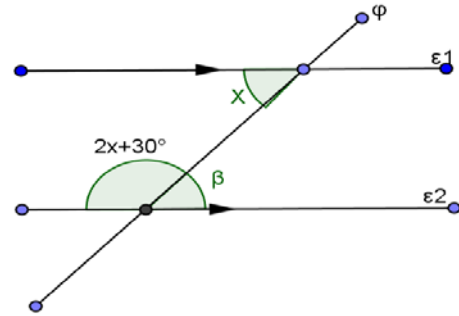
2. α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών  $\chi, \psi, \omega$  και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.  
 β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ:  
 ι) ως προς τις πλευρές του.  
 ιι) ως προς τις γωνίες του.



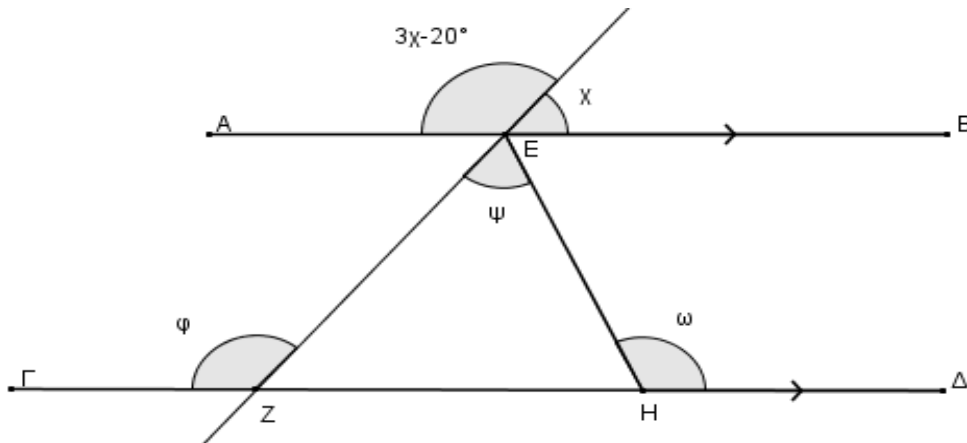
3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται  $BH \parallel AZ$ ,  $AE$  διχοτόμος της  $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ ,  $AB \perp BG$  και  $\widehat{B\hat{\Gamma}Z} = 140^\circ$ . Να βρείτε τις γωνίες  $\Gamma_2$ ,  $B_1$ ,  $A_4$ ,  $A_5$  και  $\Delta_3$ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



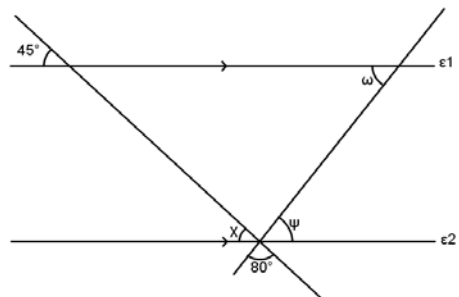
4. Στο σχήμα στα δεξιά οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{\beta}$ . (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



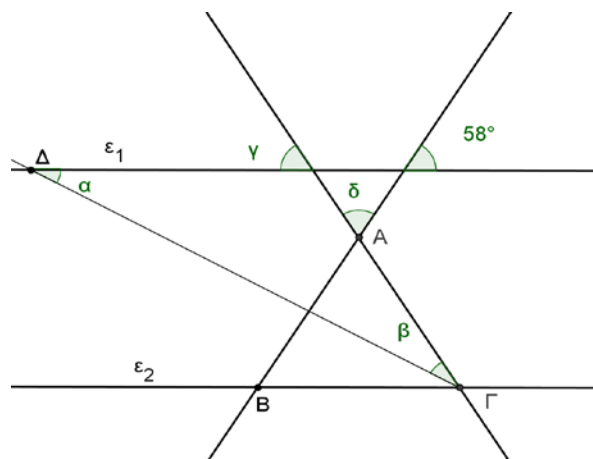
5. Στο πιο κάτω σχήμα  $AB \parallel \Gamma\Delta$  και  $EH$  διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{B\hat{E}Z}$ . Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



6. Στο πιο κάτω σχήμα  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\chi$ ,  $\psi$  και  $\omega$ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



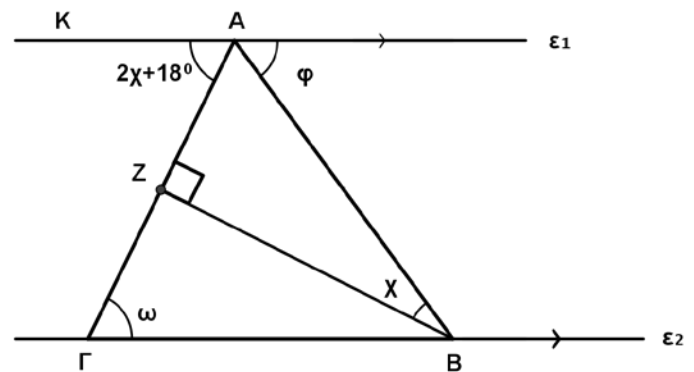
7. Στο πιο κάτω σχήμα  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ ,  $\Gamma\Delta$  είναι διχοτόμος της  $\widehat{A\hat{\Gamma}B}$  και  $AB = AG$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , και  $\delta$ .



8. Στο σχήμα  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ ,  $BZ \perp AG$  και  $AG$  διχοτόμος της γωνίας  $KAB$ .

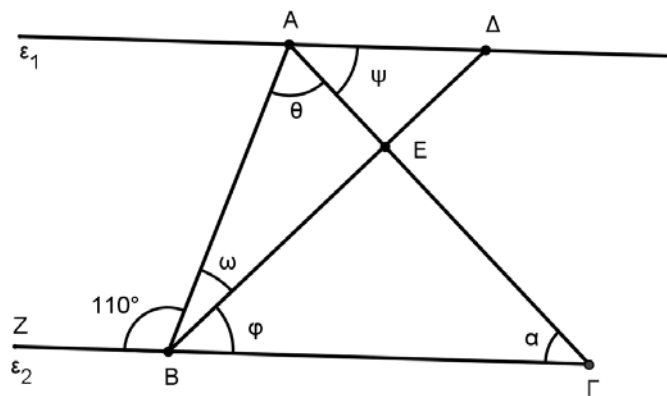
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\chi$ ,  $\phi$  και  $\omega$ .

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου  $AB\Gamma$  ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές του.



9. Στο πιο κάτω σχήμα  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ ,  $BE \perp AG$ ,  $BE = EG$  και  $\angle ABZ = 110^\circ$ . Να υπολογίσετε :

(α) Τις γωνίες  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\theta}$ . (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)



### Ενότητα 10: Λόγοι- Αναλογίες - Ποσοστά

1. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\chi$  στις πιο κάτω περιπτώσεις:

α)  $\frac{\chi}{8} = \frac{1}{4}$

β)  $\frac{8}{\chi} = \frac{5}{\chi - 3}$

2. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε εμπόρευμα με κόστος αγοράς €25000. Πλήρωσε επιπρόσθετα έξοδα €3000 για τη μεταφορά του εμπορεύματος. Στη συνέχεια πώλησε τα  $\frac{4}{5}$  του εμπορεύματος με κέρδος 20% και το υπόλοιπο με ζημιά 30%. Να εξετάσετε κατά πόσο ο επιχειρηματίας κέρδισε ή ζήτησε και να υπολογίσετε το συνολικό ποσό του κέρδους ή της ζημιάς του.
3. Η οικογένεια της Ελένης ξοδεύει μηνιαίως €1200. Αν η διατροφή απαιτεί το 32% των εξόδων, να βρείτε πόσα ευρώ χρειάζεται για τη διατροφή της συγκεκριμένη οικογένεια.
4. Ένα μεταχειρισμένο αυτοκίνητο αξίας €2 750 πωλήθηκε €2 200. Να βρείτε το ποσοστό (%) που ζήτησε ο ιδιοκτήτης.

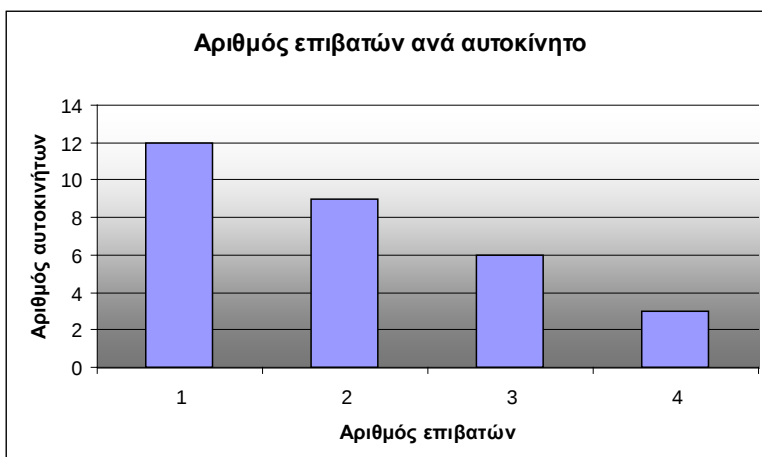
### Ενότητα 11: Στατιστική - Πιθανότητες

1. Ένα δείγμα από 20 οικογένειες εξετάστηκε ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Από την ρευνα αυτή προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 | 2 |
| 1 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 1 | 3 | 2 |
| 0 | 3 | 2 | 2 | 4 |

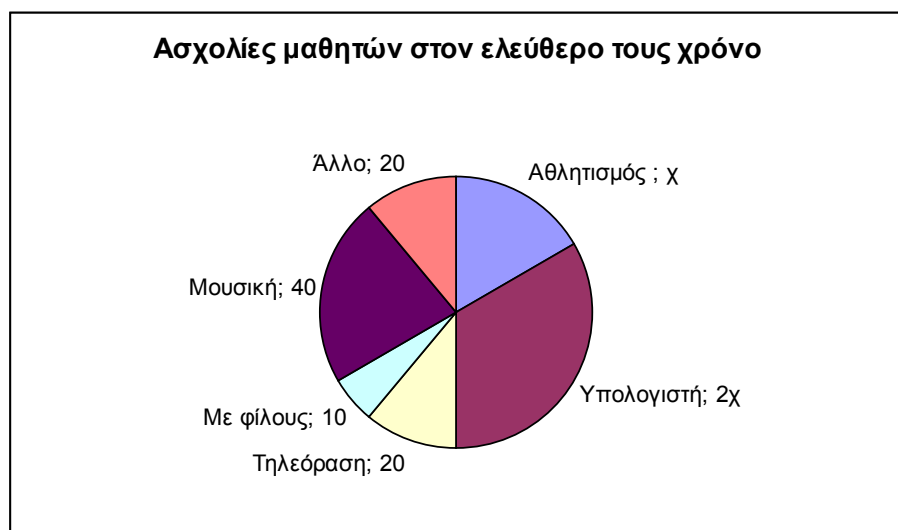
- α) Να κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων  
β) Να παρουσιάσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα  
γ) Πόσες οικογένειες έχουν το πολύ 2 παιδιά;  
δ) Ποιο είναι το ποσοστό των οικογενειών που έχουν τουλάχιστον 3 παιδιά;  
ε) Να παρουσιάσετε τα δεδομένα με ένα κυκλικό διάγραμμα.

2. Από μια έρευνα που έγινε σε 30 ιδιωτικά αυτοκίνητα που κυκλοφορούν στο κέντρο Λευκωσίας ως προς τον αριθμό των επιβατών τους, παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



- α) Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων  
β) Να κάνετε κυκλικό διάγραμμα  
γ) Να βρείτε πόσα αυτοκίνητα είχαν τουλάχιστον 3 επιβάτες  
δ) Να βρείτε το ποσοστό των αυτοκινήτων που είχαν το πολύ 2 επιβάτες.

3. Σε μία έρευνα που έγινε ανάμεσα στους 180 μαθητές ενός γυμνασίου σχετικά με το πως περνούν τον ελεύθερο τους χρόνο δόθηκαν σε κυκλικό διάγραμμα



α) Να βρείτε πόσοι μαθητές ασχολούνται με τον αθλητισμό και τον υπολογιστή.

β) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που συναντά φίλους του .

4. Ρίχνω ένα ζάρι. Να βρείτε:

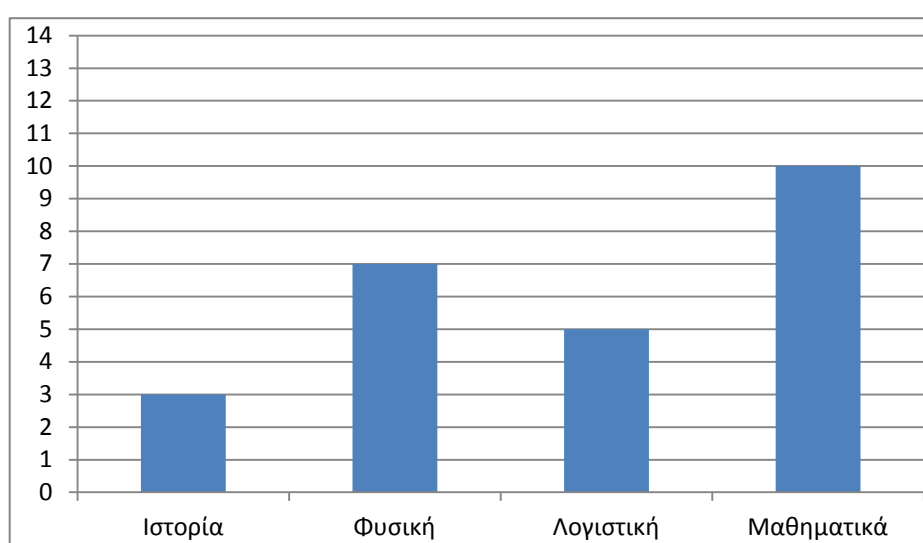
α) την πιθανότητα να φέρω 3.

β) την πιθανότητα να φέρω ζυγό αριθμό.

γ) Πιθανότητα να φέρω ένδειξη μεγαλύτερη από 7.

δ) Την πιθανότητα να φέρω πολλαπλάσιο του 3.

5. Το πιο κάτω ραβδόγραμμα δείχνει τις επιλογές των μαθητών ενός τμήματος Λυκείου ως προς τα μαθήματα: Ιστορία, Φυσική, Λογιστική και Μαθηματικά.



α) Πόσοι μαθητές επιλέγουν Φυσική; .....

β) Ποιό είναι το μάθημα που επιλέγουν οι περισσότεροι μαθητές; .....

γ) Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του τμήματος; .....

δ) Ποιο το ποσοστό των μαθητών που επιλέγουν την Λογιστική; .....

ε) Αν επιλέξω ένα μαθητή από αυτό το τμήμα ποιά η πιθανότητα να **μην** επέλεξε την Ιστορία;