

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

A. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής.

1) $\eta\mu 112^\circ \sigma\upsilon\nu 22^\circ - \eta\mu 22^\circ \sigma\upsilon\nu 112^\circ$

2) $\frac{\sigma\upsilon\nu 26^\circ \sigma\upsilon\nu 19^\circ - \eta\mu 19^\circ \eta\mu 26^\circ}{2\eta\mu 22,5^\circ \sigma\upsilon\nu 22,5^\circ}$

3) $\frac{\epsilon\varphi 18^\circ + \epsilon\varphi 27^\circ}{1 - \sigma\varphi 72^\circ \epsilon\varphi 27^\circ}$

4) $\eta\mu(\alpha + 12^\circ) \sigma\upsilon\nu(18^\circ - \alpha) + \eta\mu(18^\circ - \alpha) \sigma\upsilon\nu(\alpha + 12^\circ)$

5) $2\eta\mu 17^\circ \sigma\upsilon\nu 17^\circ (2\sigma\upsilon\nu^2 13^\circ - 1) + 2\eta\mu 13^\circ \sigma\upsilon\nu 13^\circ (\sigma\upsilon\nu^2 17^\circ - \eta\mu^2 17^\circ)$

6) $\frac{2\epsilon\varphi 15^\circ}{1 - \epsilon\varphi^2 15^\circ}$

7) $\sigma\upsilon\nu^4 \frac{\pi}{8}$

B. Αν $\eta\mu\alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu 2\alpha$, $\epsilon\varphi 2\alpha$ και $\sigma\upsilon\nu \frac{\alpha}{2}$

Γ. Να αποδειχθούν οι πιο κάτω σχέσεις:

1) $\frac{\eta\mu\chi + \eta\mu 2\chi}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\chi + \sigma\upsilon\nu\chi} = \epsilon\varphi\chi$

2) $\frac{\eta\mu(\alpha + 45^\circ)}{\eta\mu(\alpha - 45^\circ)} = -\frac{1 + \eta\mu 2\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$

3) $\epsilon\varphi(\chi + \psi) - \epsilon\varphi\chi = \frac{\eta\mu\psi}{\sigma\upsilon\nu\chi \sigma\upsilon\nu(\chi + \psi)}$

4) $\frac{\eta\mu 40^\circ}{\eta\mu 8^\circ} - \frac{\sigma\upsilon\nu 40^\circ}{\sigma\upsilon\nu 8^\circ} = 4\sigma\upsilon\nu 16^\circ$

5) $\frac{\epsilon\varphi \frac{\alpha}{2}}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha} - \frac{2\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu \frac{\alpha}{2}} = \sigma\tau\epsilon\mu^2 \frac{\alpha}{4}$

6) $\frac{\sigma\tau\epsilon\mu 2\alpha - \sigma\varphi 2\alpha}{\epsilon\varphi\alpha} = 1$

7) $2\sigma\upsilon\nu^2(\alpha + 30^\circ) - 2\eta\mu^2(\alpha - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 2\alpha$

8) $\epsilon\varphi(\alpha + 60^\circ) \epsilon\varphi(\alpha - 60^\circ) = \frac{1 + 2\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1 - 2\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$

9) $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha} - \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = 2\sigma\varphi 2\alpha \sigma\varphi \frac{\alpha}{2}$

Δ. 1) Αν $\eta\mu^4\omega + \sigma\upsilon\nu^4\omega = \frac{11}{16}$ να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu 4\omega = -\frac{1}{4}$

2) Αν $\sigma\upsilon\nu 2\chi = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$ να υπολογίσετε την $\epsilon\varphi(\chi + 45^\circ)$

3) Αν $2\alpha + \beta = 90^\circ$, να δείξετε ότι: $\frac{4\epsilon\varphi\alpha(1 - \epsilon\varphi^2\alpha)}{(1 + \epsilon\varphi^2\alpha)^2} = \eta\mu 2\beta$

4) Αν $\eta\mu\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\beta$ να δείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\beta = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 4\beta}{4}$

5) Αν $\eta\mu(2\psi - \chi) = \eta\mu\chi$, να δείξετε ότι $\epsilon\varphi\chi = \epsilon\varphi\psi$

6) Αν A, B, Γ είναι οι γωνιές του τριγώνου ABΓ, να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu\Gamma}{\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B} = \epsilon\varphi A + \epsilon\varphi B$

7) Αν $\sigma\upsilon\nu^2\chi = \epsilon\varphi(45^\circ - \chi)$ να δείξετε ότι $\epsilon\varphi^2\chi = \epsilon\varphi 2\chi(1 + \epsilon\varphi\chi)$