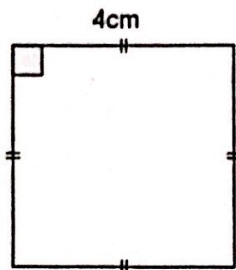


ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ενότητα 3: Γεωμετρία -Μέτρηση

1. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων .

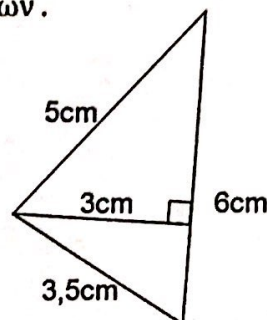
α)



$$\pi = 4 \cdot \alpha = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$$

$$E = \alpha^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

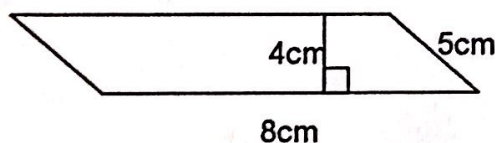
β)



$$\pi = 5 + 6 + 3,5 = 14,5 \text{ cm}$$

$$E = \frac{b \cdot u}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

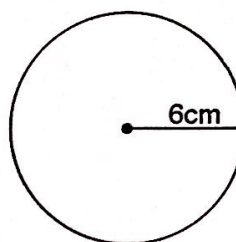
γ)



$$\pi = 8 + 5 + 8 + 5 = 26 \text{ cm}$$

$$E = b \cdot u = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$

δ)



$$\pi = 2 \pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}$$

$$E = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

2. Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση «ορθό» αν η πρόταση είναι ορθή και «λάθος» αν η πρόταση είναι λανθσμένη.

α) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες. Λάθος

β) Στο ισοσκελές τραπέζιο οι γωνίες παρά την κάθε βάση του είναι ίσες. Σωστό

γ) Το τετράγωνο έχει όλες τις ιδιότητες του ρόμβου. Σωστό

δ) Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα. Λάθος

ε) Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούν τις γωνίες του. Λάθος

3. Να υπολογίσετε τις διαστάσεις ορθογωνίου με εμβαδόν 72 m^2 αν το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος του.

$$E = 72 \text{ m}^2$$

$$E = a \cdot b = l \cdot \pi$$

$$72 = 2x \cdot x$$

$$\frac{72}{2} = \frac{2x^2}{2}$$

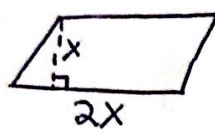
$$36 = x^2$$

$$x = 6$$

$$\pi = 6 \text{ cm}$$

$$l = 12 \text{ cm}$$

4. Παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 32 cm^2 . Αν η μία βάση του είναι διπλάσια από το αντίστοιχο σε αυτή ύψος, να υπολογίσετε τη βάση και το ύψος του παραλληλογράμμου.



$$E = 32 \text{ cm}^2$$

$$E = b \cdot u$$

$$32 = 2x \cdot x$$

$$32 = 2x^2$$

$$16 = x^2$$

$$x = 4$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

5. Δίνεται κύκλος με διάμετρο 20 dm . Να βρείτε:

- α) το μήκος του
β) το εμβαδόν του
γ) το μήκος τόξου με επίκεντρη γωνία 45°
δ) το εμβαδόν κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία 120° .

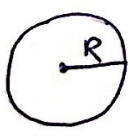


(Να δώσετε τις απαντήσεις σας συναρτήσει του π)

Διάμετρος $20 \text{ dm} \rightarrow$ ακτίνα $R = 10 \text{ dm}$

α) $\Gamma = 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 20\pi \text{ dm}$
 β) $E = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ dm}^2$
 γ) $\gamma = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi R = \frac{45^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 = 2,5\pi \text{ dm}$
 δ) $E_{\text{κτ.}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi R^2 = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 10^2 = \frac{100}{3}\pi \text{ dm}^2$

6. Κύκλος έχει εμβαδόν $50,24 \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος του.



$$E = \pi \cdot R^2$$

$$50,24 = 3,14 \cdot R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{50,24}{3,14} = 16 \Rightarrow \sqrt{R^2} = \sqrt{16} \Rightarrow R = 4 \text{ cm}$$

$$\Gamma = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12 \text{ cm}$$

7. Ένας κύκλος έχει μήκος $36\pi \text{ m}$. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου του κύκλου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° .



$$\Gamma = 36\pi$$

$$\Gamma = 2\pi R$$

$$\frac{36\pi}{2} = \frac{2\pi R}{2}$$

$$R = 18 \text{ m}$$

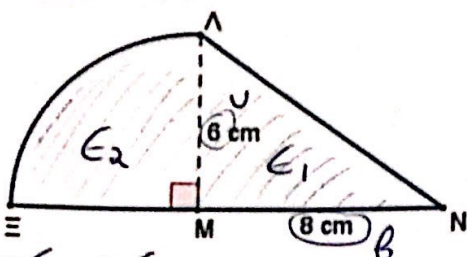
$$\gamma = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi R$$

$$\gamma = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 18 \Rightarrow \gamma = 6\pi$$

$$\gamma = 18,84 \text{ m}$$

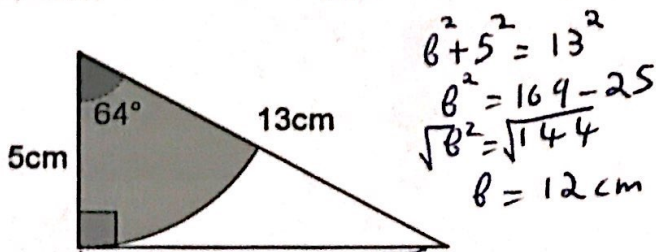
8. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής στα πιο κάτω σχήματα.

α)



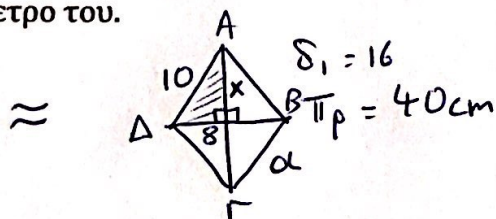
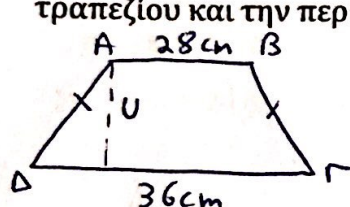
$$\begin{aligned} E_{\text{ολ}} &= E_1 + E_2 \\ &= \frac{b \cdot u}{2} + \frac{1}{360^\circ} \cdot \pi \cdot R^2 \\ &= \frac{8 \cdot 6}{2} + \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 3,14 \cdot 6^2 \\ &= 24 + 28,26 = 52,26 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

β)



$$\begin{aligned} b^2 + 5^2 &= 13^2 \\ b^2 &= 169 - 25 \\ \sqrt{b^2} &= \sqrt{144} \\ b &= 12 \text{ cm} \\ E_{\text{σκιασ}} &= E_{\text{τριγ}} - E_{\text{κ.τ.}} \\ &= \frac{b \cdot u}{2} - \frac{1}{360^\circ} \cdot \pi \cdot R^2 \\ &= \frac{12 \cdot 5}{2} - \frac{64^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 5^2 \\ &= 30 - 13,96 = 16,04 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. Ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις 28 cm και 36 cm είναι ισοδύναμο με ρόμβο που η μια διαγώνιος του είναι ίση με 16 cm και η περίμετρος του είναι 40 cm. Να βρείτε το ύψος του τραπεζίου και την περίμετρο του.



$$E_p = \frac{s_1 \cdot s_2}{2} =$$

$$E_p = \frac{12 \cdot 16}{2}$$

$$E_p = 96 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} E_p &= E_{\text{τ.}} \\ E_{\text{τ.}} &= \frac{(b_1 + b_2) \cdot u}{2} \end{aligned}$$

$$96 = \frac{(28 + 36) \cdot u}{2} \Rightarrow 96 = 32 \cdot u$$

$$u = 3 \text{ cm}$$

$$\Pi_p = 4 \cdot a$$

$$40 = 4 \cdot a \Rightarrow$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

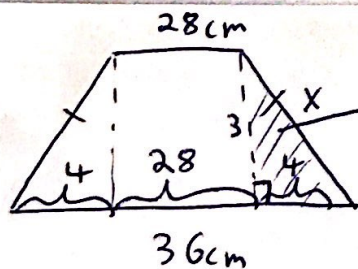
$$10^2 = 8^2 + x^2$$

$$100 - 64 = x^2$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$$

$$x = 6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow s_2 = 12 \text{ cm}$$



Ορθ. τρίγωνο $\rightarrow \Pi. \Theta.$

$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

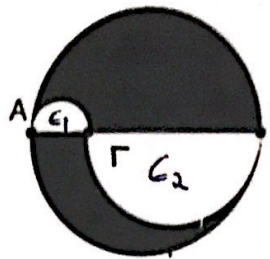
$$x^2 = 9 + 16$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

$$\Pi_{\text{τρ}} = 36 + 5 + 28 + 5 = 74 \text{ cm}$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με διάμετρο $AB = 20 \text{ cm}$. Μέσα στον κύκλο γράφονται ημικύκλια με διαμέτρους AG και BG . Αν $AG = 6 \text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



$$AB = 20 \Rightarrow R = 10$$

$$AG = 6 \Rightarrow R_1 = 3$$

$$GB = 20 - 6 = 14 \Rightarrow R_2 = 7$$

$$E_{\text{σκ}} = E_{\text{ολ}} - E_1 - E_2$$

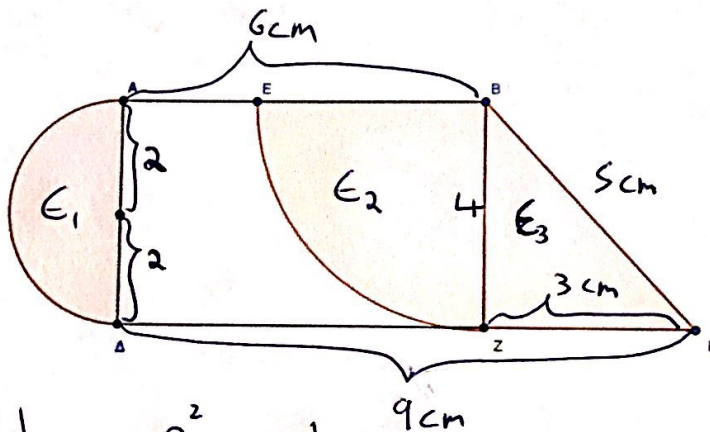
$$E_{\text{σκ}} = \pi \cdot R^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot R_1^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot R_2^2$$

$$E_{\text{σκ}} = \pi \cdot 10^2 - \frac{180}{360} \cdot \pi \cdot 3^2 - \frac{180}{360} \cdot \pi \cdot 7^2$$

$$E_{\text{σκ}} = 100\pi - 4,5\pi - 24,5\pi$$

$$E_{\text{σκ}} = 71 \cdot \pi = 222,94 \text{ cm}^2$$

11. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 6 \text{ cm}$, $\Delta\Gamma = 9 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 5 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας. Να δώσετε την απάντησή σας συναρτήσει του π . (Τα τόξα στο πιο κάτω σχήμα είναι ημικύκλια ή τεταρτοκύκλια)



$$(BZ)^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow$$

$$(BZ)^2 = 25 - 9$$

$$\sqrt{(BZ)^2} = \sqrt{16}$$

$$BZ = 4 \text{ cm}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot R_1^2$$

$$E_1 = \frac{180}{360} \cdot \pi \cdot 2^2$$

$$E_1 = 2\pi \text{ cm}^2$$

$$E_2 = \frac{1}{4} \pi \cdot R_2^2$$

$$E_2 = \frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 4^2$$

$$E_2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$E_3 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$E_3 = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$E_3 = 6 \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 + E_3 = (6\pi + 6) \text{ cm}^2$$

$$\pi = \widehat{A\Delta} + \widehat{A\Delta} + \widehat{E\Delta} + \widehat{B\Gamma} + \widehat{\Gamma Z} + \widehat{Z\Delta}$$

$$\pi = 2\pi + 4 + 4 + 5 + 3 + 2\pi$$

$$\pi = (4\pi + 16) \text{ cm}$$

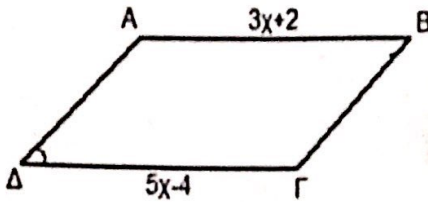
$$\widehat{A\Delta} = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \frac{180}{360} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2$$

$$\widehat{A\Delta} = (2\pi) \text{ cm}$$

$$\widehat{Z\Delta} = \frac{90}{360} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4 = (\pi) \text{ cm}$$

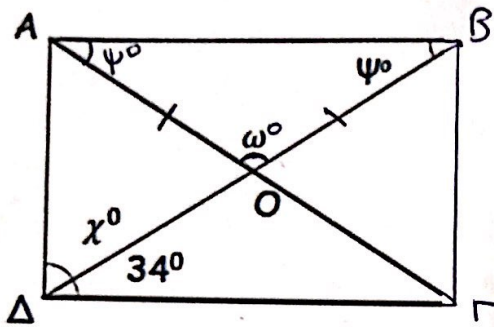
12. Στα πιο κάτω τετράπλευρα να υπολογίσετε τις τιμές των χ , ψ και ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο



$$\begin{aligned} AB &= DC \quad (\text{αντίστοιχα ή γωνίες ίσες}) \\ 3x+2 &= 5x-4 \Rightarrow \\ 2+4 &= 5x-3x \Rightarrow \\ 6 &= 2x \Rightarrow \\ \boxed{x=3} \end{aligned}$$

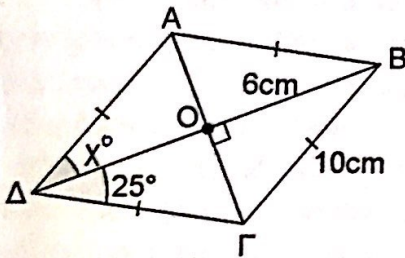
β) ΑΒΓΔ ορθογώνιο



$$\begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ \\ \chi^\circ + 34^\circ &= 90^\circ \quad (\text{εμπληρωματικές γωνίες}) \\ \chi^\circ &= 90^\circ - 34^\circ \\ \chi^\circ &= 56^\circ \\ \psi^\circ &= 34^\circ \quad (\text{εντός εναλλάξ γωνίες}) \\ \psi^\circ + \psi^\circ + \omega^\circ &= 180^\circ \quad (\text{Αθροισμα γωνιών τριγ}) \\ \omega^\circ &= 180^\circ - 2 \cdot 34^\circ = 112^\circ \end{aligned}$$

γ) ΑΒΓΔ ρόμβος

$$\hat{x} = 25^\circ \quad (\text{διαγώνιος διχοτομούν τις γωνίες})$$



13. Σε κάθε σχήμα της στήλης Α να αντιστοιχίσετε τη σωστή ιδιότητα που αναγράφεται στη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1) Παραλληλόγραμμο	Α. Οι διαγώνιοι είναι άνισες, τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται
2) Ορθογώνιο	Β. Οι διαγώνιοι είναι ίσες, τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται
3) Ρόμβος	Γ. Οι διαγώνιοι είναι άνισες και διχοτομούνται
4) Τετράγωνο	Δ. Οι διαγώνιοι είναι ίσες και διχοτομούνται

1.	2.	3.	4.
Γ	Δ	Α	Β