

#### Ενότητα 4: Ακέραιοι-Ρητοί Αριθμοί

1) Να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση.

α) Ο αριθμός  $3,4\overline{17}$  είναι ίσος με:

- i.  $3,4177...$     ii.  $3,41717...$     iii.  $3,417417...$     iv.  $34,17$

β) Μεταξύ των ρητών αριθμών  $\frac{2}{11}$  και  $\frac{3}{11}$  υπάρχουν :

- i. Κανένας ρητός αριθμός  
ii. ☒ Απειροί ρητοί αριθμοί  
iii. Ένας ρητός αριθμός  
iv. Κανένα από τα πιο πάνω

2) Δίνονται οι αριθμοί :

$-4, \frac{2}{3}, -1001, -1.5, +2\frac{1}{4}, 0, 2015, 9, -3, 2.45$

Να βρείτε ποιοι από τους πιο πάνω αριθμούς είναι:

- (i) Φυσικοί:  $9 \in \mathbb{N}, 2015 \in \mathbb{N}, 0 \in \mathbb{N}_0$   
(ii) Ακέραιοι:  $-4, -1001, 0, 2015, 9, -3$   
(iii) Θετικοί ρητοί:  $\frac{2}{3}, +2\frac{1}{4}, 2015, 9, 2.45$

3) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (+4) + (-19) = -15$$

$$\beta) -18 + 5 - 6 = -24 + 5 = -19$$

$$\gamma) (-17) - (+9) = (-17) + (-9) = -26$$

$$\delta) (-7) \cdot (+5) = -35$$

$$\varepsilon) (-36) \div (-6) = +6$$

$$\zeta) (-1) \cdot (-4) \cdot (-5) = (+4) \cdot (-5) = -20$$

$$\eta) +1\frac{\overset{1}{5}}{\underset{8}{}} - 1\frac{\overset{2}{3}}{\underset{4}{}} = 1\frac{5}{8} - 1\frac{6}{8} = -\frac{1}{8}$$

$$\text{Е.к.п.}[8,4] = 8$$

$$\theta) -\frac{\overset{5}{3}}{\underset{4}{}} - \frac{\overset{4}{2}}{\underset{5}{}} = -\frac{15}{20} - \frac{8}{20} = -\frac{23}{20}$$

$$\text{Е.к.п.}[4,5] = 20$$

$$\iota) -2\frac{\overset{2}{1}}{\underset{5}{}} + \left(-1\frac{\overset{5}{1}}{\underset{2}{}}\right) - \left(-\frac{\overset{1}{3}}{\underset{10}{}}\right) = -2\frac{2}{10} - 1\frac{5}{10} + \frac{3}{10} = -3\frac{7}{10} + \frac{3}{10} = -3\frac{4}{10}$$

$$\text{Е.к.п.}[5,2,10] = 10$$

$$\kappa) \frac{\overset{1}{7}}{\underset{3}{9}} \cdot \left(\frac{\overset{1}{-3}}{\underset{5}{5}}\right) = -\frac{7}{15}$$

$$\lambda) \left(-1\frac{\overset{2}{2}}{\underset{5}{}}\right) : \left(-3\frac{\overset{1}{1}}{\underset{2}{}}\right) = \left(-\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{7}{2}\right) = \left(-\frac{\cancel{7}}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{\cancel{7}}\right) = +\frac{2}{5}$$

$$\mu) (-2) - (-6) + (+5) - (-2) = \cancel{-2} + 6 + 5 + \cancel{2} = +11$$

4) Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο το Σ αν είναι σωστή και το Λ αν είναι λάθος:

|                                                                                                                          |              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| i. Η τετμημένη και η τεταγμένη σημείου που βρίσκεται στο 2 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο είναι και οι δύο αρνητικοί αριθμοί. | Σ / <u>Λ</u> |
| ii. Το γινόμενο $(-435) \cdot (-503) \cdot (+274) \cdot (-172) \cdot (-12) \cdot (-94)$ είναι θετικό.                    | Σ / <u>Λ</u> |
| iii. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι μεγαλύτερη από το μηδέν.                                                | <u>Σ</u> / Λ |
| iv. Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με μηδέν.                                                                | <u>Σ</u> / Λ |
| v. Το πηλίκο δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με -1.                                                                      | <u>Σ</u> / Λ |

5) Να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα  $<$ ,  $>$  και  $=$  ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

α)  $-34$   $>$   $-74$

β)  $-(-(-(-(-(+15))))))$   $<$   $+15$

γ)  $-500$   $<$   $4$

δ)  $+8$   $<$   $|-12|$

ε)  $0$   $>$   $-|-14|$

στ)  $-(-13)$   $=$   $|-13|$

6) Αν για τους ρητούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύουν οι πιο κάτω σχέσεις, να γράψετε τα συμπεράσματά σας για αυτούς:

α) Αν ισχύει  $\alpha + \beta = 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι Αντίθετοι

β) Αν ισχύει  $\alpha \cdot \beta = +1$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι Αντίστροφοι

γ) Αν ισχύει  $-\alpha \cdot \beta < 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι Ομόσημοι

δ) Αν ισχύει  $\frac{\alpha}{\beta} < 0$ , τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι Εξέσκητοι

στ) Αν ισχύει  $\alpha + \beta = \beta$ , τότε  $\alpha =$  0

7) Αν  $\alpha = +6$ ,  $\beta = -3$  και  $\gamma = -4$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$i) 5 - \alpha + \beta = -(+6) + (-3) = -6 - 3 = -9$$

$$ii) \alpha \div \beta - \alpha \cdot \beta = (+6) \div (-3) - (+6) \cdot (-3) = -2 - (-18) = -2 + 18 = +16$$

$$iii) 2 \cdot (\alpha - \beta) - \alpha - 3 = 2 \cdot [+6 - (-3)] - (+6) - 3 = 2(+6 + 3) - 6 - 3 \\ = 2(+9) - 9 = +18 - 9 = +9$$

$$iv) \frac{\beta \cdot \gamma - \beta}{\alpha^2 : \gamma} = \frac{-3 \cdot (-4) - (-3)}{(+6)^2 : (-4)} = \frac{+12 + 3}{(+36) : (-4)} = \frac{+15}{-9} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{Ε.Κ.Π. } [5, 3] = 15$$

8) Να κάνετε απλά τα σύνθετα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{\frac{2}{3}}{-5\frac{1}{4}} = \\ = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{21}{4}} \\ = -\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 21} \\ = -\frac{8}{63}$$

$$\beta) \frac{(-2) : (-1\frac{1}{4})}{\frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}} = \frac{(-2) : (-\frac{5}{4})}{\frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}} \\ = \frac{(-2) \cdot (-\frac{4}{5})}{\frac{\frac{6}{15} - \frac{5}{15}}{\frac{6}{15} - \frac{5}{15}}} \\ = \frac{+\frac{8}{5}}{+\frac{1}{15}} = +\frac{8 \cdot 15}{5 \cdot 1} \\ = 24$$



9) Ο  $x$  είναι ο αντίθετος του  $+5$  και ο  $y$  ο αντίστροφος του  $-\frac{1}{3}$ . Να υπολογιστεί η

τιμή της παράστασης:  $A = x \div y - (x - y) =$

$$x = -5, \quad y = -3$$

$$\begin{aligned} A &= x \div y - (x - y) = (-5) \div (-3) - [-5 - (-3)] \\ &= \left(-\frac{5}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - (-5 + 3) = +\frac{5}{3} - (-2) = +\frac{5}{3} + 2 \\ &= +1\frac{2}{3} + 2 \end{aligned}$$

10) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

$$\alpha) (-5)^2 = +25$$

$$\beta) (+2)^3 = +8$$

$$\gamma) (-7)^0 = +1$$

$$\delta) -(-2)^4 = -(+16) = -16$$

$$\epsilon) -4^2 = -16$$

$$\sigma\tau) (-3 + 2)^6 = (-1)^6 = +1$$

$$\zeta) \left(+\frac{1}{5}\right)^3 = +\frac{1}{125}$$

11) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$\alpha) (-2)^3 - (+1)^3 - 7^0 = -8 - (+1) - 1 = -8 - 1 - 1 = -10$$

$$\beta) (-1)^5 - 2 \cdot (5 - 1)^2 = -1 - 2 \cdot (+4)^2 = -1 - 2 \cdot (+16) = -1 - 32 = -33$$

$$\begin{aligned} \gamma) (2^3 - 3) : (-5) + (3 - 5)^2 &= (8 - 3) : (-5) + (-2)^2 = (+5) : (-5) + (+4) \\ &= -1 + 4 = +3 \end{aligned}$$

- 12) Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης Α με την ίση παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β.

|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| Α. $x - 3x + 7x = 5x$    | 1. $-6x$  |
| Β. $2x + 6x - x = 7x$    | 2. $-16x$ |
| Γ. $-4x - 5x + 3x = -6x$ | 3. $5x$   |
| Δ. $-9x + x - 8x = -16x$ | 4. $7x$   |
|                          | 5. $8x$   |

| Α. | Β. | Γ. | Δ. |
|----|----|----|----|
| 3  | 4  | 1  | 2  |

- 13) Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της στήλης Α με τη λύση της στη στήλη Β.

| ΣΤΗΛΗ Α                   | ΣΤΗΛΗ Β     |
|---------------------------|-------------|
| 1. $5x = -15$ (Δ)         | Α. $x = 9$  |
| 2. $\frac{1}{2}x = 4$ (Γ) | Β. $x = -2$ |
| 3. $-3x = 6$ (Β)          | Γ. $x = 8$  |
| 4. $2x - 9 = x$ (Α)       | Δ. $x = -3$ |
|                           | Ε. $x = 2$  |

1.  $5x = -15$   
 $\frac{5x}{5} = \frac{-15}{5}$   
 $x = -3$

2.  $\frac{1}{2}x = 4$   
 $x = 8$

3.  $-3x = 6$   
 $\frac{-3x}{-3} = \frac{6}{-3}$   
 $x = -2$

4.  $2x - 9 = x$   
 $2x - x = 9$   
 $x = 9$

- 14) Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ):

- α) Σήμερα είμαι  $x$  χρονών, σε δύο χρόνια θα είμαι  $x + 2$ .  $\Sigma$
- β) Έχω  $x$  ευρώ. Αν ξοδέψω τα €7 θα μου μείνουν  $7 - x$  ευρώ.  $\Lambda$
- γ) Σήμερα ο Αντρέας είναι  $x$  χρονών. Μετά από 5 χρόνια ο Βασίλης θα έχει ηλικία διπλάσια από αυτή του Αντρέα, δηλαδή  $2x + 5$  χρονών.  $\Lambda$
- δ) Αγόρασα  $x$  παγωτά σοκολάτας και 5 παγωτά βανίλιας και πλήρωσα €16.  
 Αν η τιμή του κάθε παγωτού είναι ίδια τότε το παγωτό στοιχίζει  $16 : (x + 5)$ .  $\Sigma$

- 15) Ο κύριος Γιάννης αγόρασε ένα πουκάμισο και ένα ζευγάρι παπούτσια και πλήρωσε €130. Για τα παπούτσια πλήρωσε τετραπλάσια χρήματα από ότι πλήρωσε για το πουκάμισο. Ποια η τιμή του πουκαμίσου και ποια των παπουτσιών;

$$\text{Παπούτσια} : 4x = 4 \cdot 26 = \text{€}104$$

$$\text{Πουκάμισο} : x = \text{€}26$$

$$4x + x = 130$$

$$5x = 130$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{130}{5}$$

$$x = 26$$

- 16) Δίνεται η αλγεβρική παράσταση:  $A = 5(x - 2\psi) - 4(3x + \psi - 2) - 12$

α) Να γράψετε την παράσταση A σε πιο απλή μορφή

$$A = 5(x - 2\psi) - 4(3x + \psi - 2) - 12$$

$$= \underline{5x} - 10\psi - \underline{12x} - 4\psi + 8 - 12$$

$$= -7x - 14\psi - 4$$

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A, όταν

$$x = -2 \text{ και } \psi = +1$$

$$A = -7(-2) - 14(+1) - 4$$

$$= +14 - 14 - 4$$

$$= -4$$

17) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\alpha) x + 5 - 2x &= 3 + x \Rightarrow x - 2x - x = -5 + 3 \\ &\Rightarrow -2x = -2 \\ &\Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-2}{-2} \Rightarrow x = +1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) 3(2 + \gamma) &= -18 \\ 6 + 3\gamma &= -18 \Rightarrow 3\gamma = -6 - 18 \Rightarrow 3\gamma = -24 \\ &\Rightarrow \frac{3\gamma}{3} = \frac{-24}{3} \Rightarrow \gamma = -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) 7(\beta - 1) &= 5(3\beta - 2) - 5 \\ 7\beta - 7 &= 15\beta - 10 - 5 \Rightarrow 7\beta - 15\beta = +7 - 10 - 5 \\ &\Rightarrow -8\beta = -8 \Rightarrow \frac{-8\beta}{-8} = \frac{-8}{-8} \Rightarrow \beta = 1 \\ &\quad \underline{5} \quad \underline{3} \quad \underline{15} \\ \delta) \frac{x}{3} + \frac{2x}{5} &= 3 \Rightarrow 5x + 6x = 45 \Rightarrow 11x = 45\end{aligned}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}[3, 5] = 15 \quad \frac{11x}{11} = \frac{45}{11} \Rightarrow x = \frac{45}{11} = 4 \frac{1}{11}$$

$$\begin{aligned}\epsilon) \frac{2(\omega - 3)}{5} - \frac{\omega + 2}{4} &= -\frac{1}{2} \Rightarrow 8(\omega - 3) - 5(\omega + 2) = 20 \\ &\quad \underline{4} \quad \underline{5} \quad \underline{20}\end{aligned}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}[5, 4, 2] = 20 \Rightarrow 8\omega - 24 - 5\omega - 10 = 20$$

$$\Rightarrow 8\omega - 5\omega = 24 + 10 + 20 \Rightarrow 3\omega = 54 \Rightarrow \frac{3\omega}{3} = \frac{54}{3}$$

$$\begin{aligned}\sigma) \frac{\alpha - 1}{4} - \frac{2\alpha + 3}{2} + 1 &= \alpha - 1 \\ &\quad \underline{1} \quad \underline{2} \quad \underline{4} \quad \underline{4} \\ &\Rightarrow \omega = 18\end{aligned}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}[4, 2] = 4$$

$$\Rightarrow \alpha - 1 - 2(2\alpha + 3) + 4 = 4(\alpha - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{-7\alpha}{-7} = \frac{-1}{-7}$$

$$\Rightarrow \alpha - 1 - 4\alpha - 6 + 4 = 4\alpha - 4$$

$$\Rightarrow \alpha = +\frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \alpha - 4\alpha - 4\alpha = 1 + 6 - 4 - 4$$

$$\Rightarrow -7\alpha = -1$$



- 18) Έχω δύο κορδέλες που έχουν μήκος 55cm και 42cm. Αν κόψω ένα κομμάτι  $x$  cm από κάθε κορδέλα, τότε η μια κορδέλα θα έχει διπλάσιο μήκος από την άλλη. Να υπολογίσετε το  $x$ .

$$\begin{array}{l} A: 55 \text{ cm} \\ B: 42 \text{ cm} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 55 - x \\ 42 - x \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 55 - x = 2(42 - x) \\ 55 - x = 84 - 2x \\ -x + 2x = -55 + 84 \\ x = 29 \end{array}$$

- 19) Σε μια εκδρομή πήραν μέρος 44 άτομα, άντρες, γυναίκες και παιδιά. Αν οι άντρες ήταν διπλάσιοι από τις γυναίκες, και τα παιδιά είναι το  $\frac{1}{3}$  των ανδρών και γυναικών μαζί, να υπολογίσετε πόσοι ήταν οι άντρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά.

$$\text{Άνδρες: } 2x = 2 \cdot 11 = 22$$

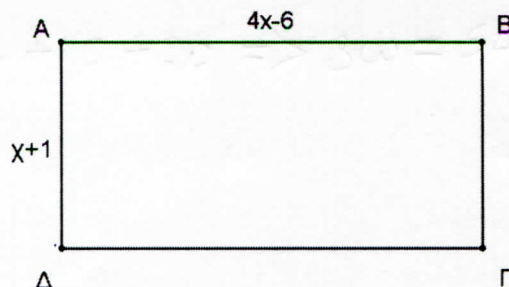
$$\text{Γυναίκες: } x = 11$$

$$\text{Παιδιά: } \frac{1}{3}(2x + x) = \frac{1}{3}(3x) = x = 11$$

$$2x + x + x = 44$$

$$\Rightarrow 4x = 44 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{44}{4} \Rightarrow x = 11$$

- 20) Αν στο πιο κάτω ορθογώνιο η AB είναι διπλάσια της AD, να υπολογίσετε την περίμετρο του.



$$\begin{aligned} \pi_{AB\Gamma\Delta} &= 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 \\ &= 20 + 10 \\ &= \underline{\underline{30}} \end{aligned}$$

$$(AB) = 2(AD)$$

$$\Rightarrow 4x - 6 = 2(x + 1)$$

$$\Rightarrow 4x - 6 = 2x + 2$$

$$\Rightarrow 4x - 2x = 6 + 2$$

$$\Rightarrow 2x = 8$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\begin{aligned} (AB) &= 4x - 6 = 4 \cdot 4 - 6 \\ &= 16 - 6 = \underline{\underline{10}} \end{aligned}$$

$$(AD) = x + 1 = 4 + 1 = \underline{\underline{5}}$$