

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Αξιοσημείωτες Ταυτότητες

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x-3)^2$

(β) $(2x+\omega)^2$

(γ) $(5x+3\omega) \cdot (3\omega-5x)$

(δ) $(2\psi-5)^3$

(ε) $(-5x^3-2\psi)^2$

(στ) $\left(\frac{\alpha}{3}+3\beta^2\right)^2$

(ζ) $(7+\sqrt{2})(7-\sqrt{2})$

(η) $(\beta^4+1)(\beta^2+1)(\beta+1)(\beta-1)$

2. Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για
- $x=-2$

$$(2x+1)^3 - 2x(3x+1) \cdot (3x-1) - (3x-2)^2 =$$

3. Αν
- $x = \frac{1}{\psi}$
- , να δείξετε ότι η πιο κάτω παράσταση είναι ανεξάρτητη του
- x
- και
- ψ
- :

$$A = (5x - \psi)^2 - (5x - 3)(5x + 3) + 4\psi - (\psi + 2)^2$$

4. Αν
- $2x + \phi = -5$
- , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

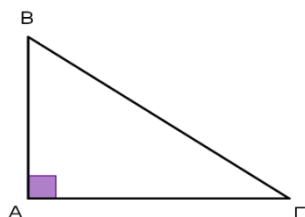
$$A = (2x - \phi)^2 + 7x\phi - x(2 - \phi) + 2x$$

5. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(3\alpha + 2\beta)^2 - 5(\alpha - 2\beta)(\alpha + 2\beta) - 3\beta(8\alpha + 5\beta) = (2\alpha - 3\beta)^2$$

6. Αν
- $x \cdot \psi = 2$
- , να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα
- $\left(\frac{x-2\psi}{3}\right)^2 - \left(\frac{x+2\psi}{3}\right)^2 = -\frac{16}{9}$

7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές ίσες με
- $(3x+1)$
- cm και
- $(4x-1)$
- cm. Αν η υποτείνουσα του ισούται με 5x cm, να βρείτε την τιμή του
- x
- .



ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Παραγοντοποίηση-Ρητές Αλγεβρικές Παραστάσεις

1. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $4\chi + 4\psi + 8\omega$

(β) $3\chi - 3\psi - \omega\chi + \omega\psi$

(γ) $9\chi^2 - 16\psi^2$

(δ) $\chi^2 - \chi - 30$

(ε) $25\chi^2 + 40\chi + 16$

(στ) $\psi^3 - 25\psi$

(ζ) $2\chi^2 - 14\chi + 20$

(η) $-\psi^2 + 8\psi - 15$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $\alpha(\alpha - 2) - \beta(\beta - 2)$

(β) $\chi^2 - 6\chi + 9 - 2\beta\chi + 6\beta$

(γ) $(\chi - 3\omega)^2 + (\chi - 3\omega) - 6$

(δ) $\chi^2 - 6\psi - 1 - 9\psi^2 + 4 - 4\chi$

(ε) $16\chi^4 - 81\psi^4$

(στ) $3\rho^2 - 3\omega^2 - \omega^2 - 2\rho\omega - \rho^2$

(ζ) $\alpha^2(\alpha - 5) + (\alpha - 5)(3\alpha - 2) - 25 + \alpha^2$

(η) $\chi^2 - 6\chi\psi + 9\psi^2 - 4\omega^2$

(θ) $(\chi^2 - 6\chi + 3)^2 - (\chi - 9)^2$

(ι) $4(\chi - 1) + 9\chi^2(1 - \chi)$

3. Χρησιμοποιώντας πλήρη παραγοντοποίηση σε γινόμενο ή με άλλο τρόπο να βρείτε τη τιμή του πολυωνύμου $A = 2\chi^3 + 6\chi\psi^2 - 2\psi^3 - 6\chi^2\psi$ για $\chi = 101$ και $\psi = 99$.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\chi^2 - 8\chi = 0$

(β) $\chi^2 - 64 = 0$

(γ) $\chi^2 - 2\chi = 15$

(δ) $(\chi + 5)(\chi^2 - 2\chi - 3)(2\chi - 5) = 0$

(ε) $25\psi^2 - 20\psi + 4 = 0$

(στ) $2\chi^2 - \chi - 10 = 0$

(ζ) $3(3\chi - 4) = \chi(\chi + 2)$

(η) $3\chi^2 - 5\chi + 4 = 0$

5. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$(\alpha) \frac{\chi^2 - 25}{2\chi - 10}$$

$$(\beta) \frac{5\alpha^2\beta - 5\alpha\beta^2}{\alpha^3\beta - \alpha\beta^3}$$

6. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) \frac{\chi\psi^2}{\chi^2 + 3\chi - 18} \cdot \frac{4\chi + 24}{\chi\psi}$$

$$(\beta) \frac{\chi^2 - 8\chi + 12}{\chi^2 - 36} : \frac{3\chi - 6}{\chi^2 + 5\chi - 6}$$

$$(\gamma) \frac{2\chi}{\chi^2 - 25} + \frac{1}{5 - \chi} - \frac{3}{\chi^2 + 5\chi}$$

$$(\delta) \frac{3\chi^2 - 3}{\chi^3 + \chi^2 - 2\chi} : \left(\frac{3}{\chi^2 - 4} + \frac{1}{\chi + 2} \right)$$

7. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) \frac{\frac{\chi}{\psi} - \frac{9\psi}{\chi}}{\frac{\chi^2 - 6\chi}{\psi^2} + 9}$$

$$(\beta) \frac{\frac{\chi^2 - 16}{\chi^2 + 3\chi - 4}}{\frac{\chi^2 - 4\chi}{\chi^2}}$$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha) \frac{\chi - 2}{\chi} + \frac{4}{\chi - 2} = \frac{8}{\chi^2 - 2\chi}$$

$$(\beta) \frac{y + 2}{y} = \frac{y + 3}{y + 4} - \frac{4}{y^2 + 4y}$$

$$(\gamma) \frac{3}{y + 5} - \frac{y}{y - 5} = \frac{y^2 + 25}{25 - y^2}$$

$$(\delta) \frac{2x}{y^2 + y} = 1 - \frac{2}{y + 1}$$

$$(\epsilon) \frac{\rho}{\rho - 1} + \frac{6}{\rho^2 - 1} = 4$$

$$(\sigma\tau) \frac{3}{\omega^2 - 3\omega - 4} = \frac{2\omega + 5}{\omega^3 + 2\omega^2 + \omega} + \frac{4}{\omega^2 - 4\omega}$$

$$(\zeta) \left(\frac{\chi + 1}{\chi - 1} \right)^2 - 4 \frac{\chi + 1}{\chi - 1} + 3 = 0$$

$$(\eta) \frac{3}{\kappa + 2} = \frac{2}{\kappa} + \frac{\kappa - 4}{\kappa^2 + 2\kappa}$$