

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ - ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

ΣΤ' ΤΑΞΗ

ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ ΥΛΙΚΟ

Σχολική χρονιά 2020-2021



Περιεχόμενα

1. Επίλυση προβλημάτων με κλάσματα	Σελ. 3-4
2. Δεκαδικοί αριθμοί - Επανάληψη	Σελ. 5-10
3. Επίλυση προβλημάτων διαδικασίας	Σελ. 11-12
4. Έννοια λόγου	Σελ. 13-18
5. Ίσοι λόγοι	Σελ. 19-27
6. Ιδιότητες αναλογιών	Σελ. 28-33
7. Ρυθμός μεταβολής	Σελ. 34-37
8. Έννοια ποσοστού	Σελ. 38-45
9. Επίλυση προβλημάτων με ποσοστά (1)	Σελ. 46-52
10. Επίλυση προβλημάτων με ποσοστά (2)	Σελ. 53-64

Μάθημα: Επίλυση προβλημάτων με κλάσματα

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1. Ο Θάνος χρησιμοποίησε τα $\frac{6}{8}$ ενός υφάσματος, για να φτιάξει ένα τραπεζομάντηλο. Πόσο ήταν το μήκος του υφάσματος που αγόρασε, αν το κομμάτι που χρησιμοποίησε για το τραπεζομάντηλο είχε μήκος 120 cm;

Απάντηση: _____

2. Ο Στέφανος αποταμίευσε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων που χρειάζεται, για να αγοράσει ένα αυτοκίνητο. Πόσα κοστίζει το αυτοκίνητο, αν χρειάζεται ακόμη €6000 για να το αγοράσει;

Απάντηση: _____

3. Σε ένα πανεπιστήμιο φοιτούν 2400 φοιτητές/τριες. Το $\frac{1}{3}$ των φοιτητών/τριών του προέρχεται από την Κύπρο, το $\frac{1}{6}$ από την Ελλάδα, τα $\frac{3}{8}$ από την Αγγλία και οι υπόλοιποι φοιτητές προέρχονται από ασιατικές χώρες. Πόσοι/ες φοιτητές/τριες από ασιατικές χώρες φοιτούν στο πανεπιστήμιο;

4. Στην τάξη της Νίκης, το $\frac{1}{2}$ των παιδιών συμμετέχουν στον όμιλο της Γυμναστικής, το $\frac{1}{4}$ των παιδιών συμμετέχουν στον όμιλο της Μουσικής, το $\frac{1}{8}$ των παιδιών συμμετέχουν στον όμιλο της Τέχνης και 3 παιδιά συμμετέχουν στον όμιλο Περιβάλλοντος. Πόσα είναι συνολικά τα παιδιά στην τάξη της Νίκης, αν το κάθε παιδί συμμετέχει σε έναν μόνο όμιλο;

Απάντηση: _____

5. Ο Χάρης έχει μια συλλογή με μαγνήτες από διάφορες ηπείρους. Οι μισοί μαγνήτες του είναι από την Ευρώπη. Το $\frac{1}{6}$ των μαγνητών είναι από την Αμερική, το $\frac{1}{12}$ από την Αφρική, το $\frac{1}{6}$ από την Ασία και 7 μαγνήτες προέρχονται από την Αυστραλία. Πόσους μαγνήτες έχει ο Χάρης από κάθε ήπειρο;

Απάντηση: _____

6. Σε μια θεατρική παράσταση, το $\frac{1}{4}$ των εισιτηρίων πωλήθηκαν προς €12 το ένα, τα $\frac{2}{5}$ προς €10 το ένα και τα υπόλοιπα προς €8 το ένα. Πόσες ήταν οι συνολικές εισπράξεις, αν τα εισιτήρια που πωλήθηκαν προς €12 ήταν 150;

Απάντηση: _____

Μαθήματα: Δεκαδικοί αριθμοί - Επανάληψη

Έχουμε μάθει:

- Σε κάθε δεκαδικό αριθμό διακρίνουμε το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος του. Αυτά διαχωρίζονται από την υποδιαστολή (,).

Παράδειγμα:

Στον δεκαδικό αριθμό 2,135:

- Το ψηφίο 2 έχει αξία 2 μονάδες
- το ψηφίο 1 έχει αξία 1 δέκατο ($\frac{1}{10}$)
- το ψηφίο 3 έχει αξία 3 εκατοστά ($\frac{3}{100}$)
- το ψηφίο 5 έχει αξία 5 χιλιοστά ($\frac{5}{1000}$).



- Σύγκριση δεκαδικών αριθμών

Παράδειγμα:

2,541

2,5

2,056

2,11

Οι πιο πάνω δεκαδικοί αριθμοί έχουν το ίδιο ψηφίο στη θέση των μονάδων. Για να συγκρίνουμε τους δεκαδικούς αριθμούς, ελέγχουμε τα ψηφία στη θέση των δέκατων, εκατοστών και χιλιοστών.

Μονάδες		Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
2	,	5	4	1
2	,	5	0	0
2	,	0	5	6
2	,	1	1	0

2,5 = 2,500

2,11 = 2,110

Άρα,

$$2,056 < 2,11 < 2,5 < 2,541$$

Παραδείγματα

1. Να γράψετε την αξία του ψηφίου με κόκκινο χρώμα στους πιο κάτω δεκαδικούς αριθμούς.

32,**6**1

23,**1**52

245,**1**07

Λύση:

Το ψηφίο 6 στον δεκαδικό αριθμό 32,61 έχει αξία ίση με 6 δέκατα ($\frac{6}{10}$) ή 0,6.

Το ψηφίο 5 στον δεκαδικό αριθμό 23,152 έχει αξία ίση με 5 εκατοστά ($\frac{5}{100}$) ή 0,05.

Το ψηφίο 7 στον δεκαδικό αριθμό 245,107 έχει αξία ίση με 7 χιλιοστά ($\frac{7}{1000}$) ή 0,007.

2. Να γράψετε τους πιο κάτω δεκαδικούς αριθμούς σε λεκτική μορφή.

19,4

2,57

24,236

Λύση:

19,4 δεκαεννιά και τέσσερα δέκατα

2,57 δύο και πενήντα επτά εκατοστά

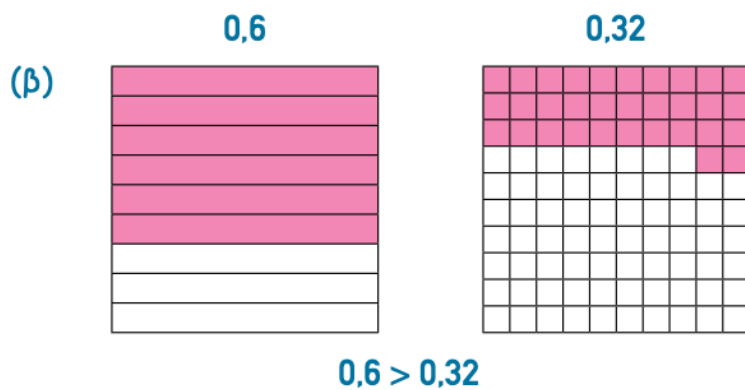
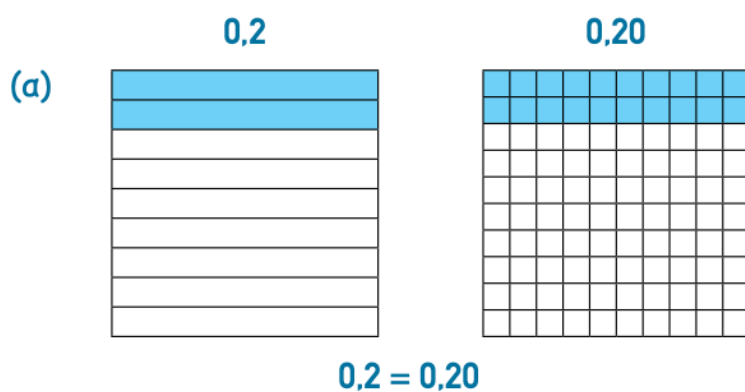
24,236 είκοσι τέσσερα και διακόσια τριάντα έξι χιλιοστά

3. Να συγκρίνετε τους δεκαδικούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) 0,2 και 0,20

(β) 0,6 και 0,32

Λύση:



0,6 = 0,60

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα. Στην τελευταία στήλη, να γράψετε την αξία του ψηφίου με κόκκινο χρώμα σε κάθε δεκαδικό αριθμό.

					$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
	100	10	1		0,1	0,01	0,001	
Αριθμός	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Αξία ψηφίου με κόκκινο χρώμα
12, 4 5		1	2	,	4	5		$\frac{4}{10} = 0,4$
4 8 , 21								
0, 30 5								
603, 5 3								
9, 1 28								
7 8,56								

2. Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 0, 2, 3, 5 και 8, μια φορά το καθένα σε κάθε περίπτωση, για να γράψετε:

(α) δύο δεκαδικούς αριθμούς που έχουν το ψηφίο 5 στη θέση των εκατοστών

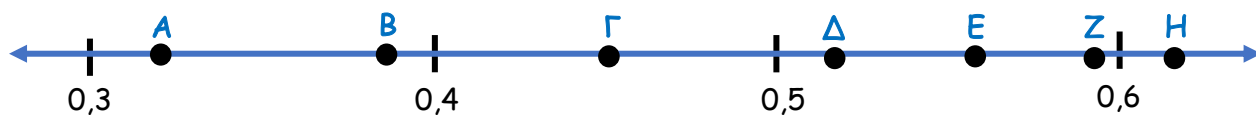
(β) δύο δεκαδικούς αριθμούς που έχουν το ψηφίο 3 στη θέση των χιλιοστών

(γ) δύο δεκαδικούς αριθμούς που έχουν το ψηφίο 8 στη θέση των δεκάτων και το ψηφίο 2 στη θέση των εκατοστών

3. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Δεκαδικός αριθμός	Μικτός αριθμός	Αναλυτική μορφή	Λεκτική μορφή
2,15	$2\frac{15}{100}$	$2 + 0,1 + 0,05$	Δύο και δεκαπέντε εκατοστά
45,09			
	$6\frac{2}{1000}$		
		$9 + 0,7$	
			Τέσσερα και δώδεκα χιλιοστά
3,5			
			Τρία και εβδομήντα πέντε εκατοστά

4. Να γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε δεκαδικό αριθμό με βάση την πιο κάτω αριθμητική γραμμή.



0,55	0,62	0,336	0,458	0,52	0,38	0,579

5. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) $4,5 \quad \square \quad 7,8$

(β) $0,12 \quad \square \quad 0,012$

(γ) $3,4 \quad \square \quad 3,400$

(δ) $1,3 \quad \square \quad 1,24$

(ε) $6 \quad \square \quad 6,00$

(στ) $5,46 \quad \square \quad 5,49$

(ζ) $1,92 \quad \square \quad 1,920$

(η) $6,76 \quad \square \quad 6,7$

(θ) $4,07 \quad \square \quad 4,7$

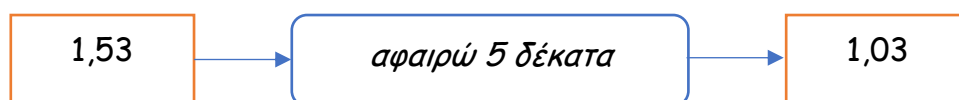
(ι) $2,3 \quad \square \quad 2\frac{30}{100}$

(κ) $\frac{4}{10} \quad \square \quad 0,39$

(λ) $4\frac{8}{1000} \quad \square \quad 4,8$

6. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:



Μάθημα: Επίλυση προβλημάτων διαδικασίας

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1. Η Αλίκη, η Βάσια, ο Γιάννης και ο Δημήτρης πήγαν σε ένα εστιατόριο. Να χρησιμοποιήσετε τις πληροφορίες και να συμπληρώσετε τον πίνακα, για να βρείτε τι παράγγειλε ο καθένας.



- Κανένα από τα κορίτσια δεν έφαγε θαλασσινά.
- Στον Γιάννη δεν αρέσουν τα ζυμαρικά.
- Η Αλίκη είναι χορτοφάγος.

	Κοτόπουλο φιλέτο	Μακαρονάδα με θαλασσινά	Τσιπούρα	Μπιφτέκι λαχανικών
Αλίκη				
Βάσια				
Γιάννης				
Δημήτρης				

2. Η Ελένη, ο Χρίστος, ο Αντώνης και η Ανδριανή είναι αθλητές του στίβου.
Να χρησιμοποιήσετε τις πιο κάτω πληροφορίες, για να βρείτε το όνομα κάθε αθλητή.



- Κανένα από τα κορίτσια δεν αγωνίζεται στα άλματα.
- Ο Χρίστος δεν είναι αθλητής στο άλμα εις μήκος.
- Η Ελένη δεν είναι μαραθωνοδρόμος.

Αθλήματα
Δρόμος ταχύτητας 100 m
Άλμα εις ύψος
Άλμα εις μήκος
Μαραθώνιος δρόμος

Στα γήπεδα Α και Β διεξήχθησαν δύο μεγάλοι ποδοσφαιρικοί αγώνες.

Το Τμήμα Τροχαίας ανέφερε ότι στην περιοχή γύρω από το γήπεδο Α συγκεντρώθηκαν 4000 αυτοκίνητα σε μια έκταση 3 km^2 . Στην περιοχή Β συγκεντρώθηκαν 3000 αυτοκίνητα σε μια έκταση 2 km^2 .



(α) Γιατί το Τμήμα Τροχαίας παρουσίασε τις πληροφορίες με τον πιο πάνω τρόπο;

(β) Σε ποια από τις δύο περιοχές παρουσιάστηκε μεγαλύτερη κυκλοφοριακή συμφόρηση;

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους κανονισμούς επίβλεψης για την είσοδο παιδιών σε μια πισίνα.

ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ ΕΠΙΒΛΕΨΗΣ ΠΑΙΔΙΩΝ ΣΤΗΝ ΠΙΣΙΝΑ		
Ηλικία παιδιού	Κανονισμοί επίβλεψης (Παιδιά προς Ενήλικες)	Χρώμα περικαρπίου
5 χρονών και κάτω		Μπλε
6-8 χρονών		Πορτοκαλί
9-12 χρονών		Κόκκινο

(α) Να επεξηγήσετε τους κανονισμούς επίβλεψης παιδιών στην πισίνα.

(β) Να γράψετε την ηλικιακή ομάδα παιδιών στην οποία αναφέρεται ο κάθε λόγος:

(i) Για κάθε 3 παιδιά, υπάρχει 1 ενήλικας

(ii) 4 παιδιά προς 1 ενήλικα

(γ) Να περιγράψετε τη σχέση που παρουσιάζουν οι πιο κάτω λόγοι:

(i) 1:2

(ii) 1:4

(iii) 5 προς 4

Νέες Έννοιες

- **Λόγος** δύο ομοειδών μεγεθών α και β , που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης, είναι το πηλίκο των μέτρων τους. Ο λόγος του α προς το β γράφεται ως:

$$\alpha \text{ προς } \beta \text{ ή } \alpha:\beta \text{ ή } \frac{\alpha}{\beta}$$

- Ο **λόγος** εκφράζει το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο ή περισσότερων μεγεθών. Η σύγκριση είναι δυνατόν να αναφέρεται:
 - στο μέγεθος ενός μέρους προς το μέγεθος ενός άλλου μέρους ενός συνόλου (μέρος - μέρος),
 - στο μέγεθος ενός μέρους προς το μέγεθος του συνόλου (μέρος - όλο)
 - στο μέγεθος του συνόλου προς το μέγεθος ενός μέρους του συνόλου (όλο - μέρος)

Παράδειγμα:

Για την παρασκευή μιας δόσης χυμού μήλου, χρησιμοποιούνται 2 πράσινα και 3 κόκκινα μήλα.



Σύγκριση		
Μέρος-Μέρος	Μέρος-Όλο	Όλο-Μέρος
Πράσινα προς κόκκινα μήλα 2 προς 3 2:3 $\frac{2}{3}$	Πράσινα μήλα προς συνολικό αριθμό μήλων 2 προς 5 2:5 $\frac{2}{5}$	Συνολικός αριθμός μήλων προς πράσινα μήλα 5 προς 2 5:2 $\frac{5}{2}$
Κόκκινα προς πράσινα μήλα 3 προς 2 3:2 $\frac{3}{2}$	Κόκκινα μήλα προς συνολικό αριθμό μήλων 3 προς 5 3:5 $\frac{3}{5}$	Συνολικός αριθμός μήλων προς κόκκινα μήλα 5 προς 3 5:3 $\frac{5}{3}$

Παραδείγματα

1. Να εκφράσετε τον λόγο σε κάθε περίπτωση.

(α) δοχεία ζάχαρη προς δοχεία αλεύρι



ζάχαρη



αλεύρι



αλεύρι

(β) καπέλα προς κασκόλ



Λύση:

(α) 1 προς 2 ή 1:2 ή $\frac{1}{2}$

(β) 4 προς 6 ή 4:6 ή $\frac{4}{6}$

2. Να περιγράψετε τη σχέση που παρουσιάζουν οι λόγοι $\frac{6}{10}$ και $\frac{10}{4}$, με βάση την πιο κάτω εικόνα.



Λύση:

Στη σακούλα υπάρχουν 10 συνολικά βόλοι, 6 πράσινοι και 4 κόκκινοι. Άρα, ο λόγος $\frac{6}{10}$ περιγράφει τη σχέση του αριθμού των πράσινων βόλων προς τον συνολικό αριθμό των βόλων.

Ο λόγος $\frac{10}{4}$ περιγράφει τη σχέση του συνολικού αριθμού των βόλων προς τον αριθμό των κόκκινων βόλων.

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Εικόνα	Λεκτική εκφραση	Σύμβολα
	1 κίτρινη μαργαρίτα προς 3 ροζ μαργαρίτες	1 προς 3 $1:3$ $\frac{1}{3}$
	2 τετράγωνα προς 4 κύκλους	
	4 γάτοι προς 7 ζώα	
		5 προς 2

2. Να γράψετε "Ορθό" ή "Λάθος", με βάση την εικόνα.



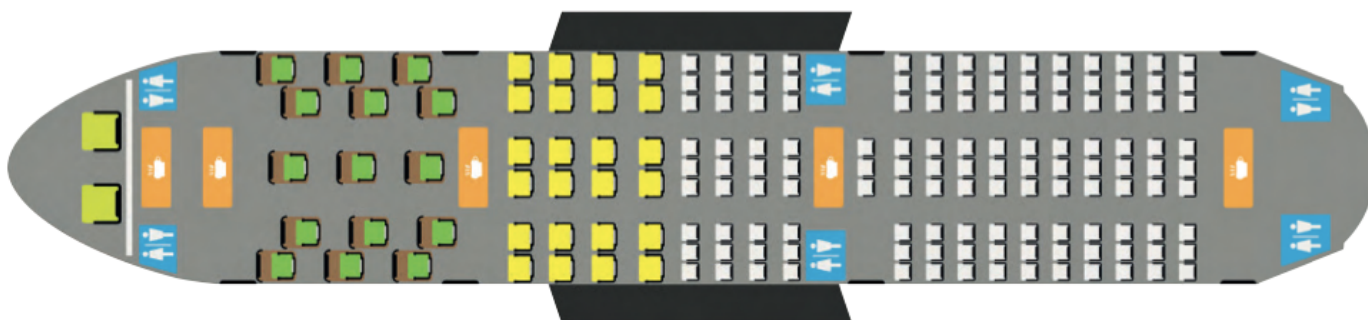
(α) Για κάθε 4 πράσινες χάντρες υπάρχουν 3 μπλε.

(β) Για κάθε 3 πράσινες χάντρες υπάρχουν 4 μπλε.

(γ) Τα $\frac{3}{7}$ του συνολικού αριθμού των χαντρών είναι πράσινες.

(δ) Σε σύνολο 7 χαντρών, οι 3 είναι μπλε.

3. Το πιο κάτω διάγραμμα παρουσιάζει τον αριθμό των θέσεων σε ένα αεροσκάφος.



■ Πρώτη Θέση: 15

■ Επιχειρηματική Θέση: 24

■ Οικονομική Θέση: 129

129 : 24 _____

$\frac{24}{168}$ _____

15 προς 129 _____

(β) Να γράψετε συμβολικά κάθε λόγο.

Αριθμός θέσεων στην οικονομική θέση προς αριθμό θέσεων στην πρώτη θέση

Για κάθε 15 θέσεις στην πρώτη θέση, υπάρχουν 24 θέσεις στην επιχειρηματική θέση.

Συνολικός αριθμός θέσεων προς αριθμό θέσεων στην πρώτη θέση.

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν την πιο κάτω συνταγή, για να παρασκευάσουν ανάμικτο χυμό.

Συνταγή για ανάμικτο χυμό (1 δόση)

Αναμιγνύουμε 2 ποτήρια χυμό μπανάνα και 3 ποτήρια χυμό φράουλα



(α) Πόσα ποτήρια με χυμό μπανάνα και πόσα με χυμό φράουλα θα χρησιμοποιήσουν τα παιδιά, αν παρασκευάσουν διπλάσια, τριπλάσια και τετραπλάσια δόση; Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.

	Ποτήρια με χυμό μπανάνα	Ποτήρια με χυμό φράουλα	Ποτήρια με χυμό μπανάνα προς ποτήρια με χυμό φράουλα
1 δόση	2	3	$\frac{2}{3}$
Διπλάσια δόση			
Τριπλάσια δόση			
Τετραπλάσια δόση			

(β) Να παρατηρήσετε τους λόγους που γράψατε στην τελευταία στήλη του πίνακα. Ποια σχέση τους συνδέει;

(γ) Η Άννα χρησιμοποίησε 12 ποτήρια με χυμό μπανάνα. Πόσα ποτήρια με χυμό φράουλα χρησιμοποίησε;

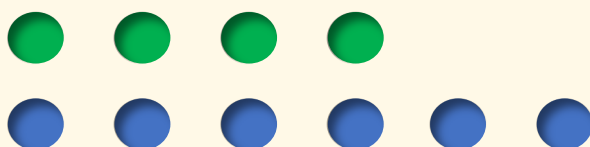
(δ) Ο Λευτέρης χρησιμοποίησε συνολικά 40 ποτήρια. Πόσα ποτήρια με χυμό μπανάνα και πόσα ποτήρια με χυμό φράουλα χρησιμοποίησε;

Νέες Έννοιες

- **Αναλογία** ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων.

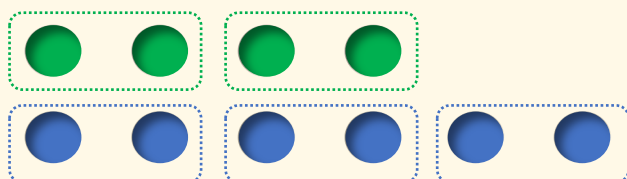
Παράδειγμα:

Ο λόγος των πράσινων προς τους μπλε βόλους είναι:



4 προς 6

ή



2 προς 3

Οι λόγοι 4:6 και 2:3 είναι ίσοι.

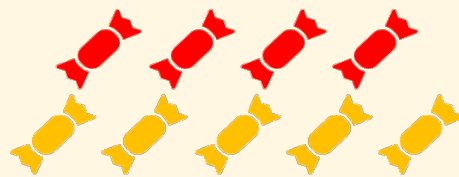
$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Νέες Έννοιες

- Για να σχηματίσουμε αναλογία από έναν λόγο, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους του με τον ίδιο αριθμό.

Παράδειγμα:

Σε μια συσκευασία που περιέχει κόκκινες και κίτρινες καραμέλες, ο λόγος των κόκκινων προς τις κίτρινες καραμέλες είναι 4 προς 5.



Πόσες είναι οι κόκκινες και πόσες οι κίτρινες καραμέλες σε μια συσκευασία, αν ο συνολικός αριθμός των καραμελών στη συσκευασία είναι 27;

	Κόκκινες καραμέλες	Κίτρινες καραμέλες	Συνολικός αριθμός καραμελών
Λόγος	4 $\cdot 3$	5 $\cdot 3$	9 $\cdot 3$
Πραγματικές ποσότητες	; $\leftarrow$	; $\leftarrow$	27 $\leftarrow$

$$\frac{\text{Κόκκινες καραμέλες}}{\text{Συνολικός αριθμός}} = \frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{12}{27}$$

$$\frac{\text{Κίτρινες καραμέλες}}{\text{Συνολικός αριθμός}} = \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{15}{27}$$

Αν ο συνολικός αριθμός των καραμελών στη συσκευασία είναι 27, τότε οι κόκκινες καραμέλες είναι 12 και οι κίτρινες καραμέλες είναι 15.

Παράδειγμα

1. Σε μια πισίνα, ο λόγος των ναυαγοσωστών προς τους λουόμενους είναι 3 προς 20.

(α) Πόσοι είναι οι ναυαγοσώστες στην πισίνα, αν οι λουόμενοι είναι 60;

(β) Πόσοι είναι οι λουόμενοι στην πισίνα, αν οι ναυαγοσώστες είναι 12;

(γ) Πόσοι είναι οι λουόμενοι στην πισίνα, αν ο συνολικός αριθμός των ατόμων στην πισίνα είναι 46;

Λύση:

(α) Ο αριθμός των λουομένων έχει τριπλασιαστεί. Άρα, πρέπει να τριπλασιαστεί και ο αριθμός των ναυαγοσωστών.

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{9}{60}$$

	Αριθμός ναυαγοσωστών	Αριθμός λουομένων	Συνολικός αριθμός ατόμων
Λόγος	3 	20 	23
Πραγματικές ποσότητες	;	60 	

Ο αριθμός των ναυαγοσωστών στην πισίνα θα είναι 9.

(β) Ο αριθμός των ναυαγοσωστών έχει τετραπλασιαστεί. Άρα, πρέπει να τετραπλασιαστεί και ο αριθμός των λουομένων.

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 4}{20 \cdot 4} = \frac{12}{80}$$

	Αριθμός ναυαγοσωστών	Αριθμός λουομένων	Συνολικός αριθμός ατόμων
Λόγος	3 	20 	23
Πραγματικές ποσότητες	12 	;	

Ο αριθμός των λουομένων στην πισίνα θα είναι 80.

(γ) Ο συνολικός αριθμός των ατόμων έχει διπλασιαστεί. Άρα, πρέπει να διπλασιαστεί και ο αριθμός των λουομένων.

$$\frac{20}{23} = \frac{20 \cdot 2}{23 \cdot 2} = \frac{40}{46}$$

	Αριθμός ναυαγοσωστών	Αριθμός λουομένων	Συνολικός αριθμός ατόμων
Λόγος	3	20 	23 
Πραγματικές ποσότητες		;	46 

Ο αριθμός των λουομένων στην πισίνα θα είναι 40.

Δραστηριότητες

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Σε έναν βοτανικό κήπο, φυτεύονται 3 λεβάντες για κάθε 4 δεντρολίβανα. Πόσα είναι όλα τα δεντρολίβανα, αν οι λεβάντες είναι 15;

	Αριθμός λεβάντων	Αριθμός δεντρολίβανων	Συνολικός αριθμός φυτών
Λόγος	3	4	7
Πραγματικές ποσότητες			

Απάντηση: _____

(β) Σε μια παιδική κατασκήνωση, ο λόγος του αριθμού των κοριτσιών προς τον αριθμό των αγοριών είναι 3 προς 7. Πόσα είναι όλα τα αγόρια, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών στην κατασκήνωση είναι 70;

	Αριθμός κοριτσιών	Αριθμός αγοριών	Συνολικός αριθμός παιδιών
Λόγος	3	7	10
Πραγματικές ποσότητες			

Απάντηση: _____

(γ) Ο Μάνος και η Φανή είναι ποδηλάτες. Για κάθε 2 km που διανύει ο Μάνος, η Φανή διανύει 3 km. Η συνολική απόσταση που κάλυψαν και οι δύο ποδηλάτες ήταν 35 km. Πόση απόσταση κάλυψε ο Μάνος και πόση η Φανή;

	Απόσταση που κάλυψε ο Μάνος	Απόσταση που κάλυψε η Φανή	Συνολική απόσταση
Λόγος	2	3	5
Πραγματικές ποσότητες			

Απάντηση: _____

2. Ο κύριος Αντρέας τοποθετεί γκρίζα και λευκά πλακάκια σε ένα δωμάτιο. Ο λόγος των γκρίζων προς τα λευκά πλακάκια είναι 2 προς 5.

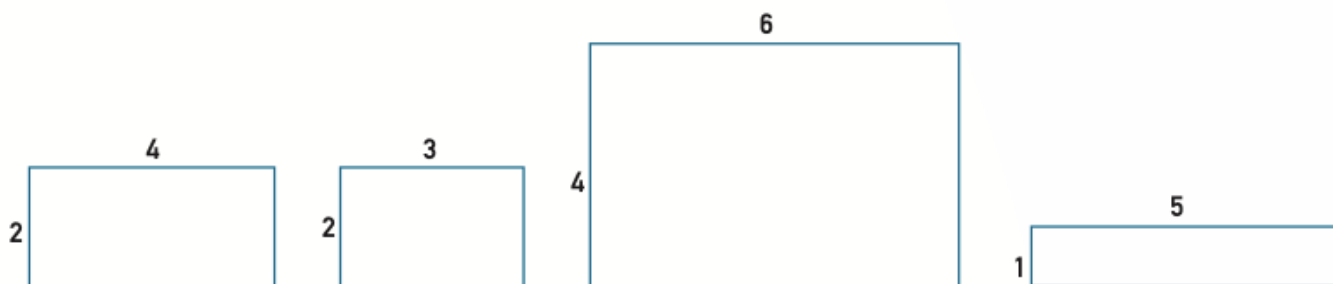
(α) Πόσα γκρίζα πλακάκια χρειάζονται, αν τα λευκά πλακάκια είναι 30;

(β) Πόσα λευκά πλακάκια χρειάζονται, αν τα γκρίζα πλακάκια είναι 16;

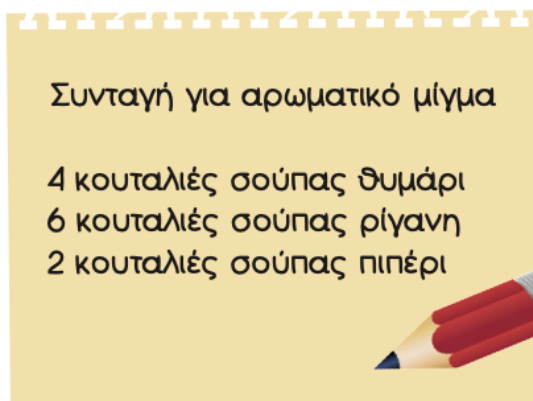
(γ) Πόσα λευκά πλακάκια χρειάζονται, αν τα γκρίζα πλακάκια είναι 24;

(δ) Όλα τα πλακάκια που θα χρησιμοποιήσει ο κύριος Αντρέας είναι 35. Πόσα είναι τα λευκά και πόσα είναι τα γκρίζα πλακάκια;

3. Να βάλετε σε κύκλο τα σχήματα στα οποία ο λόγος του μήκους προς το πλάτος είναι ο ίδιος.



4. Ο Δημήτρης ετοίμασε ένα αρωματικό μίγμα για το φαγητό με βάση την πιο κάτω συνταγή. Να υπολογίσετε πόσες κουταλιές θυμάρι, πόσες κουταλιές ρίγανη και πόσες κουταλιές πιπέρι ανέμιξε, αν ο συνολικός αριθμός των κουταλιών που χρησιμοποίησε ήταν 36.



	Κουταλιές σούπας θυμάρι	Κουταλιές σούπας ρίγανη	Κουταλιές σούπας πιπέρι	Συνολικός αριθμός κουταλιών
Λόγος	4	6	2	12
Πραγματικές ποσότητες	:	:	:	36

Απάντηση: _____

5. Το πρόγραμμα προπόνησης του Παναγιώτη περιλαμβάνει καθημερινά 4 km κολύμπι προς 12 km ποδηλασία προς 8 km τρέξιμο. Μετά από έναν αριθμό προπονήσεων, ο Παναγιώτης υπολόγισε ότι η συνολικός αριθμός χιλιομέτρων που κάλυψε και στα τρία αθλήματα ήταν 96. Πόσα χιλιόμετρα κάλυψε στο κολύμπι, πόσα στην ποδηλασία και πόσα στο τρέξιμο;

	Κολύμπι (km)	Ποδηλασία (km)	Τρέξιμο (km)	Συνολικός αριθμός χιλιομέτρων
Λόγος				
Πραγματικές ποσότητες				

Απάντηση: _____

6. (α) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα.

	Κόκκινες χάντρες	Μπλε χάντρες	Συνολικός αριθμός χαντρών
<i>Λόγος</i>	4	9	13
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	20	:	:

(β) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα και να συμπληρώσετε τον πίνακα, με βάση την πιο κάτω ερώτηση.

«Πόσα ποτήρια αλεύρι χρειάζονται για 16 ποτήρια γάλα;»

	Ποτήρια γάλα	Ποτήρια αλεύρι	Συνολικός αριθμός ποτηριών
<i>Λόγος</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

(γ) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα και να συμπληρώσετε τον πίνακα, με βάση την πιο κάτω απάντηση.

«Ο συνολικός αριθμός λουλουδιών στην ανθοδέσμη είναι 24.»

	Αριθμός μαργαρίτων	Αριθμός χρυσάνθεμων	Συνολικός αριθμός λουλουδιών
<i>Λόγος</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

7. Να βρείτε ποιες από τις πιο κάτω περιγραφές αναφέρονται στην ίδια συνταγή για ανάμικτο χυμό πορτοκαλιού και μήλου. Να εξηγήσετε.

Α. Για κάθε 1 L χυμού μήλου, υπάρχουν 3 L χυμού πορτοκάλι.

Β. Το $\frac{1}{4}$ του χυμού είναι χυμός μήλου και το υπόλοιπο πορτοκάλι.

Γ. Για κάθε 4 L χυμού πορτοκάλι, υπάρχει 1 L χυμού μήλου.

Δ. $\frac{3}{4}$ του χυμού είναι χυμός πορτοκάλι και το υπόλοιπο χυμός μήλο.

Ε. Για κάθε 1 L χυμού πορτοκάλι, υπάρχουν 3 L χυμού μήλου.

Στ. Για κάθε 2 L χυμού μήλου υπάρχουν 6 L χυμού πορτοκάλι.



Στην αναλογία $\frac{a}{b} = \frac{\gamma}{\delta}$:

- οι a , b , γ και δ ονομάζονται όροι της αναλογίας
- οι a και δ ονομάζονται άκροι όροι της αναλογίας
- οι b και γ ονομάζονται μέσοι όροι της αναλογίας.

Να υπολογίσετε το γινόμενο των άκρων και το γινόμενο των μέσων όρων κάθε αναλογίας στον πιο κάτω πίνακα.

	Αναλογία $\frac{a}{b} = \frac{\gamma}{\delta}$	Γινόμενο άκρων όρων $a \cdot \delta$	Γινόμενο μέσων όρων $b \cdot \gamma$
A	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$		
B	$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$		
Γ	$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$		
Δ	$\frac{4}{20} = \frac{5}{25}$		
Ε	$\frac{10}{15} = \frac{6}{9}$		

Τι παρατηρείτε;

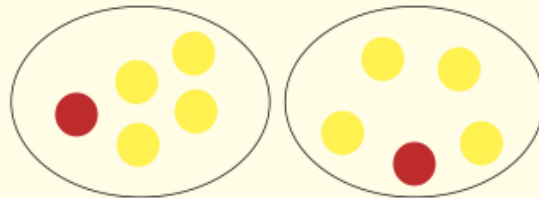
Νέες Έννοιες

- Αναλογία ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων, $\frac{a}{b} = \frac{\gamma}{\delta}$:
- οι a , b , γ και δ ονομάζονται όροι της αναλογίας
- οι a και δ ονομάζονται άκροι όροι της αναλογίας
- οι b και γ ονομάζονται μέσοι όροι της αναλογίας.

Παράδειγμα:

Ο λόγος των κόκκινων προς τους κίτρινους βόλους είναι 2:8 ή 1:4.

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$



- Οι αριθμοί 1, 2, 4 και 8 ονομάζονται όροι της αναλογίας.
- Οι αριθμοί 2 και 4 ονομάζονται άκροι όροι της αναλογίας.
- Οι αριθμοί 8 και 1 ονομάζονται μέσοι όροι της αναλογίας.

- Το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

Αν $\frac{a}{b} = \frac{\gamma}{\delta}$, τότε $a \cdot \delta = b \cdot \gamma$

Παράδειγμα:

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

$$3 \cdot 16 = 48$$

$$4 \cdot 12 = 48$$

$$3 \cdot 16 = 4 \cdot 12$$

Παραδείγματα

1. Να ελέγξετε κατά πόσο οι λόγοι $\frac{4}{5}$ και $\frac{32}{40}$ σχηματίζουν αναλογία.

Λύση:

Υπολογίζουμε τα γινόμενα:

$$4 \cdot 40 = 160$$

$$5 \cdot 32 = 160$$

Παρατηρούμε ότι $4 \cdot 40 = 5 \cdot 32$.

Άρα, οι δύο λόγοι σχηματίζουν αναλογία, $\frac{4}{5} = \frac{32}{40}$.

2. Δίνεται η αναλογία $\frac{15}{20} = \frac{9}{x}$. Να βρείτε την τιμή του x .

Λύση:

$$\frac{15}{20} = \frac{9}{x}$$

$$15x = 20 \cdot 9$$

$$15x = 180$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{180}{15}$$

$$x = 12$$

Σε μια αναλογία το γινόμενο των άκρων όρων είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.

3. Ο λόγος των σκύλων προς τις γάτες σε ένα καταφύγιο ζώων είναι 3:4. Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των ζώων στο καταφύγιο, αν ο αριθμός των σκύλων είναι 9.

Λύση:

Α' τρόπος:

Για να επιλύσουμε το πρόβλημα, μπορούμε να σχηματίσουμε την αναλογία $\frac{3}{7} = \frac{9}{x}$, όπου το x αναπαριστά τον αριθμό των γάτων. Στη συνέχεια, σχηματίζουμε την ισότητα των γινομένων των άκρων και των μέσων όρων της αναλογίας.

$$3x = 7 \cdot 9$$

$$3x = 63$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{63}{3}$$

$$x = 21$$

Β' τρόπος:

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{x}$$

$$\frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21}$$

	Αριθμός σκύλων	Αριθμός γάτων	Συνολικός αριθμός ζώων
Λόγος	3	4	7
Πραγματικές ποσότητες	9		;

Ο συνολικός αριθμός των ζώων στο καταφύγιο είναι 21.

Δραστηριότητες

1. Να ελέγξετε κατά πόσο οι δύο λόγοι σχηματίζουν αναλογία.

(α) $\frac{3}{4}$ και $\frac{15}{20}$

(β) $\frac{4}{7}$ και $\frac{6}{14}$

(γ) $\frac{9}{20}$ και $\frac{5}{9}$

(δ) $\frac{5}{8}$ και $\frac{20}{32}$

(ε) $\frac{7}{5}$ και $\frac{28}{20}$

2. Να υπολογίσετε την τιμή του v στις πιο κάτω αναλογίες.

(α) $\frac{3}{12} = \frac{5}{v}$

(β) $\frac{4}{6} = \frac{12}{v}$

(γ) $\frac{8}{20} = \frac{v}{25}$

(δ) $\frac{v}{15} = \frac{4}{12}$

3. Μια φωτογραφία έχει μήκος 10 cm και πλάτος 8 cm. Η φωτογραφία μεγεθύνθηκε, διατηρώντας σταθερό τον λόγο του μήκους προς το πλάτος. Ποιο είναι το πλάτος της φωτογραφίας σε μεγέθυνση, αν το μήκος της είναι 25 cm;

4. Να επιλέξετε τις αναλογίες που ταιριάζουν για την επίλυση κάθε προβλήματος.

(α) Σε μια συνταγή για τάρτα χρησιμοποιούνται 2 φλιτζάνια ζάχαρη για κάθε 3 φλιτζάνια γάλα. Πόσα φλιτζάνια ζάχαρη χρειάζονται, αν στη συνταγή χρησιμοποιηθούν 9 φλιτζάνια γάλα;

A. $\frac{2}{3} = \frac{9}{\kappa}$

B. $\frac{2}{3} = \frac{\kappa}{9}$

Γ. $\frac{2}{\kappa} = \frac{3}{9}$

Δ. $\frac{9}{3} = \frac{2}{\kappa}$

(β) Ο λόγος των παιδιών προς τους ενήλικες που παρακολουθούν έναν αγώνα ποδοσφαίρου είναι 2 προς 5. Ποιος είναι ο αριθμός των ενήλικων θεατών, αν ο αριθμός των παιδιών που παρακολουθούν τον αγώνα είναι 140;

A. $\frac{2}{140} = \frac{5}{\nu}$

B. $\frac{2}{5} = \frac{\nu}{140}$

Γ. $\frac{2}{\nu} = \frac{5}{140}$

Δ. $\frac{2}{5} = \frac{140}{\nu}$

(γ) Σε ένα περιοδικό ο λόγος των σελίδων με διαφημίσεις προς τις σελίδες με ειδήσεις είναι 6:5. Πόσες σελίδες του περιοδικού έχουν διαφημίσεις, αν το περιοδικό έχει συνολικά 143 σελίδες;

A. $\frac{6}{5} = \frac{\chi}{143}$

B. $\frac{6}{11} = \frac{\chi}{143}$

Γ. $\frac{5}{143} = \frac{\chi}{6}$

Δ. $\frac{143}{11} = \frac{\chi}{6}$



Ένα ζαχαροπλαστείο θα προμηθευτεί κονσέρβες με φρούτα. Ο υπεύθυνος του ζαχαροπλαστείου μελετά τις πιο κάτω προσφορές, οι οποίες αφορούν κονσέρβες ίδιας ποσότητας και ποιότητας.



ΠΡΟΣΦΟΡΑ Α

5 κονσέρβες προς €2

ΠΡΟΣΦΟΡΑ Β

7 κονσέρβες προς €3

Ποια από τις προσφορές είναι πιο συμφέρουσα; Να επεξηγήσετε.

Νέες Έννοιες

- Ο λόγος δύο μεγεθών που εκφράζονται με διαφορετική μονάδα μέτρησης (λόγος μη ομοειδών μεγεθών) ονομάζεται **ρυθμός μεταβολής** ή πιο απλά ρυθμός του ενός μεγέθους ως προς το άλλο.

Παράδειγμα:

Σε μια δεξαμενή διοχετεύονται 900 L νερό σε 6 ώρες. Άρα, ο ρυθμός της ποσότητας νερού που διοχετεύεται στη δεξαμενή προς τον χρόνο είναι 150 L νερό την ώρα.

$$\frac{\text{ποσότητα νερού (L)}}{\text{χρόνος (ώρες)}} = \frac{900 \text{ L}}{6 \text{ ώρες}} = \frac{150 \text{ L}}{1 \text{ ώρα}} = 150 \text{ L/ώρα}$$

Παράδειγμα

1. Τα 3 m ύφασμα κοστίζουν €12. Πόσο κοστίζουν τα 9 m ύφασμα;

Λύση:

Ύφασμα (m)	Κόστος (€)
3	12
9	x

Diagram showing multiplication by 3: $\cdot 3$ on the left and $\cdot 3$ on the right, with arrows pointing from the first row to the second row.

$$x = 12 \cdot 3 = 36$$

ή

Ύφασμα (m)	Κόστος (€)
3	12
9	x

Diagram showing multiplication by 4: $\cdot 4$ above the arrow from 3 to 12, and $\cdot 4$ below the arrow from 9 to x.

$$x = 9 \cdot 4 = 36$$

ή

$$\frac{3}{9} = \frac{12}{x}$$

$$3x = 9 \cdot 12$$

$$3x = 108$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{108}{3}$$

$$x = 36$$

Σε μια αναλογία το γινόμενο των άκρων όρων είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.

ή

Αν 3 m ύφασμα $\rightarrow$ €12

τότε 1 m ύφασμα $\rightarrow$ €4

Άρα, 9 m ύφασμα $\rightarrow$ €36 ($9 \cdot 4 = 36$)

Κάνουμε αναγωγή στην ακέραια μονάδα. Το κόστος του υφάσματος είναι €4 το μέτρο.

Δραστηριότητα

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Σε μια αλυκή παράγονται περίπου 3 kg αλάτι, όταν εξατμιστούν 100 L νερού. Πόσα λίτρα νερού πρέπει να εξατμιστούν, για να παραχθούν 36 Kg αλάτι;

(β) Τα παιδιά της Στ' τάξης ενός σχολείου επισκέφθηκαν ένα εργοστάσιο κονσερβοποιίας. Η επίσκεψη των παιδιών στο εργοστάσιο είχε διάρκεια 35 λεπτά. Πόσες κονσέρβες παράχθηκαν κατά τη διάρκεια της επίσκεψής τους, αν στο εργοστάσιο παράγονται 90 κονσέρβες το λεπτό;

(γ) Ένας θερμοσίφωνας καταναλώνει 1000 W ηλεκτρικού ρεύματος σε 15 λεπτά λειτουργίας. Σε πόσα λεπτά λειτουργίας ο θερμοσίφωνας θα καταναλώσει 3000 W;

(δ) Ο κύριος Νίκος βάφει έναν φράκτη. Χρειάστηκε 3 L μπογιάς, για να βάψει ένα κομμάτι του φράκτη μήκους 45 m. Πόσα λίτρα μπογιάς θα χρειαστεί, για να βάψει ένα άλλο κομμάτι του φράκτη μήκους 60 m;

A.



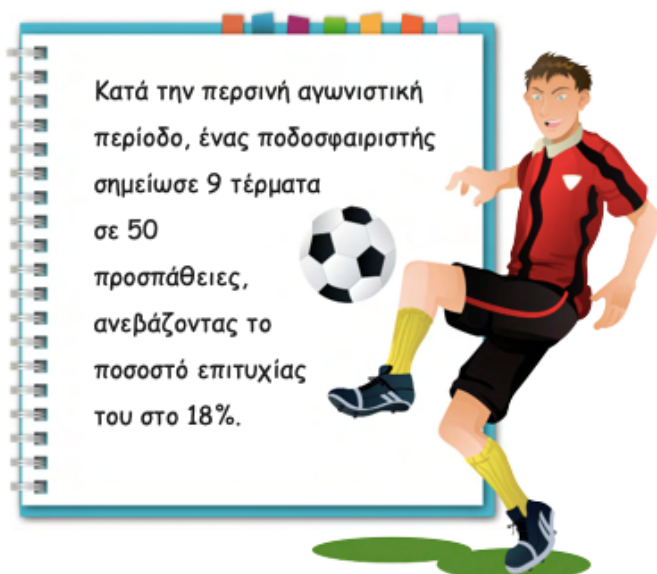
B.



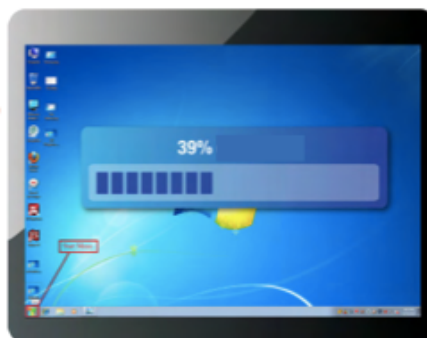
Δ.



Γ.



Ε.

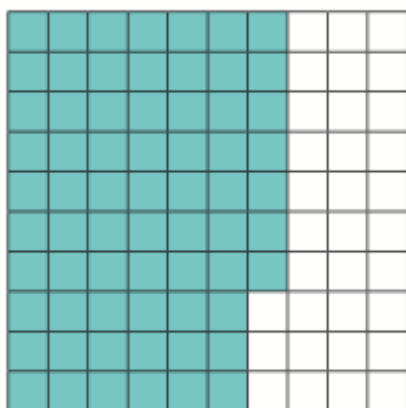


(α) Να ερμηνεύσετε τα ποσοστά στις πιο πάνω περιπτώσεις.

(β) Να αναφέρετε άλλα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή στα οποία χρησιμοποιούνται ποσοστά.

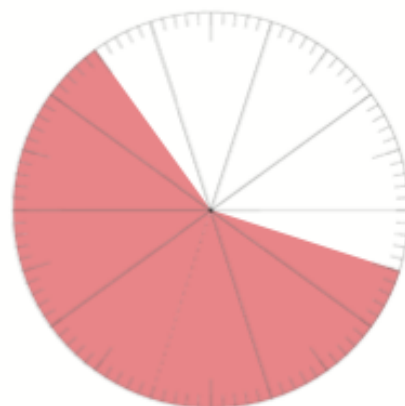
Ο Χάρης έγραψε τον αριθμό που παρουσιάζει το σκιασμένο μέρος σε κάθε περίπτωση.

A.



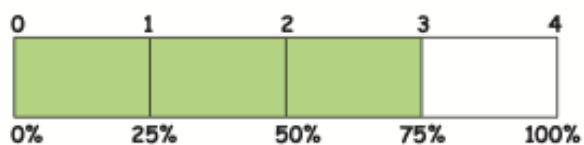
0,67

B.



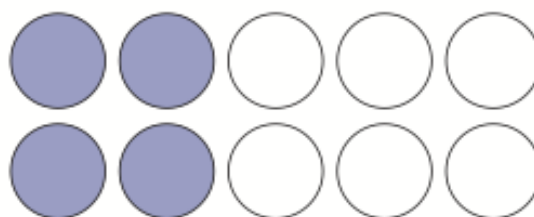
60%

Γ.



εβδομήντα πέντε τοις εκατό

Δ.



$\frac{4}{10}$

(α) Τι παρατηρείτε;

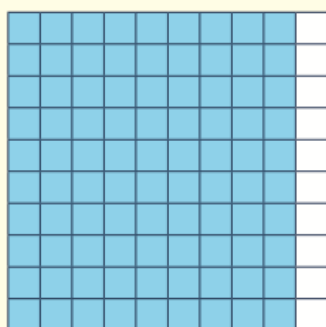
(β) Να εκφράσετε με διαφορετικούς τρόπους το σκιασμένο μέρος σε κάθε περίπτωση.

(γ) Να γράψετε το ποσοστό 18% με διαφορετικούς τρόπους.

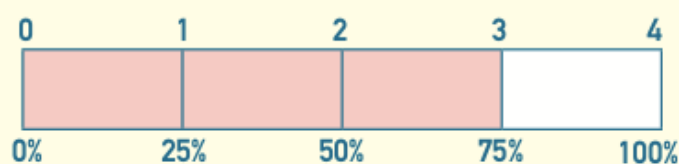
Νέες Έννοιες

- Το **ποσοστό** είναι ένας αριθμός ή ένας λόγος ή ένα κλάσμα με παρονομαστή το 100. Συμβολίζεται χρησιμοποιώντας το σύμβολο % και διαβάζεται «**τοις εκατό**».

Παραδείγματα:



90 από τα 100 τετράγωνα είναι σκιασμένα ή 90:100 ή $\frac{90}{100}$ ή 90%.



3 από τα 4 ορθογώνια είναι σκιασμένα

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

- Τα κλάσματα και οι δεκαδικοί αριθμοί γράφονται και ως ποσοστά.

Παραδείγματα:

Κλάσμα	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$ ή $\frac{25}{100}$	$\frac{1}{2}$ ή $\frac{50}{100}$	$\frac{3}{4}$ ή $\frac{75}{100}$	$\frac{1}{1}$ ή $\frac{100}{100}$
Δεκαδικός αριθμός	0,01	0,1 ή 0,10	0,25	0,5 ή 0,50	0,75	1,00
Ποσοστό	1%	10%	25%	50%	75%	100%

Παραδείγματα

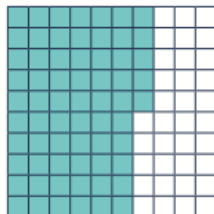
1. Να γράψετε τα κλάσματα σε μορφή δεκαδικού αριθμού και ποσοστού.

(α) $\frac{65}{100}$

(β) $\frac{3}{20}$

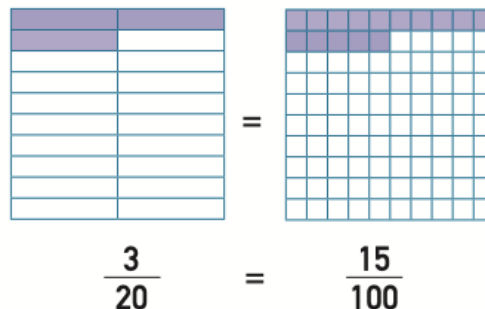
Λύση:

(α) $\frac{65}{100} = 0,65 = 65\%$



(β) Μετατρέπουμε το κλάσμα $\frac{3}{20}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 100.

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15 = 15\%$$



2. Να βάλετε σε κύκλο τον μεγαλύτερο αριθμό.

$$\frac{1}{4}$$

$$0,2$$

$$30\%$$

Λύση:

Μετατρέπουμε το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό σε ποσοστά.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Άρα, ο μεγαλύτερος αριθμός είναι το 30%.

3. Στο σχολείο της Έλενας 6 στους 10 μαθητές έχουν κατοικίδιο ζώο. Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών στο σχολείο της Έλενας που έχουν κατοικίδιο ζώο.

Λύση:

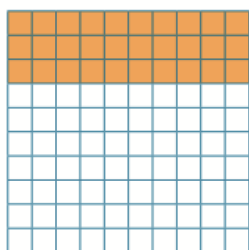
Γράφουμε τον λόγο 6:10 με τη μορφή κλάσματος. Μετατρέπουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 100 και στη συνέχεια το γράφουμε σε μορφή ποσοστού.

$$\frac{6}{10} = \frac{6 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

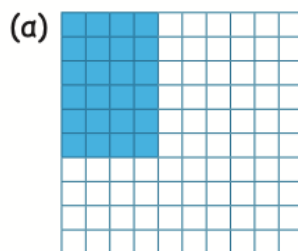
Το ποσοστό των μαθητών που έχουν κατοικίδιο ζώο είναι 60%.

Δραστηριότητες

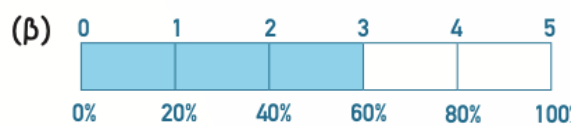
1. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.



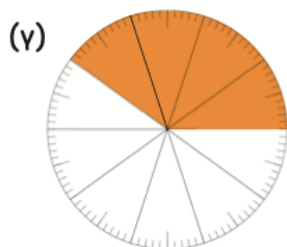
Κλάσμα: $\frac{30}{100}$
 Δεκαδικός: 0,30
 Ποσοστό: 30%



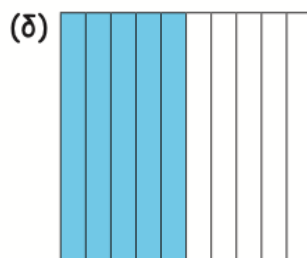
Κλάσμα:
 Δεκαδικός:
 Ποσοστό:



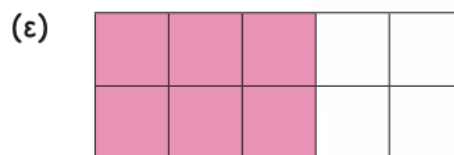
Κλάσμα:
 Δεκαδικός:
 Ποσοστό:



Κλάσμα:
 Δεκαδικός:
 Ποσοστό:



Κλάσμα:
 Δεκαδικός:
 Ποσοστό:



Κλάσμα:
 Δεκαδικός:
 Ποσοστό:

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

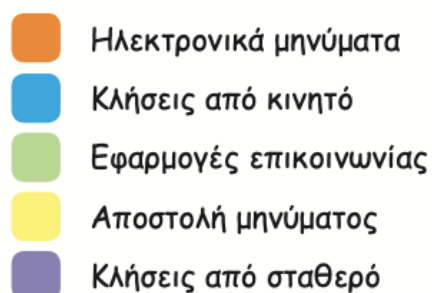
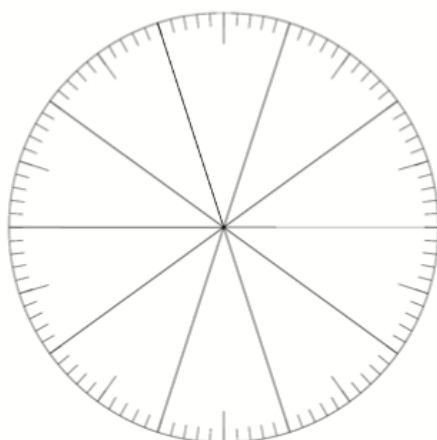
Λόγος	Κλάσμα	Δεκαδικός	Ποσοστό
1:2			
1:5			
	$\frac{1}{4}$		
		0,3	
2:5			
	$\frac{1}{50}$		
			10%
		0,75	
			100%

3. Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα έρευνας σχετικά με τον τρόπο επικοινωνίας που χρησιμοποιούν σε μεγαλύτερο βαθμό οι πελάτες μιας εταιρείας τηλεπικοινωνιών.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Τρόπος επικοινωνίας	Ποσοστό	Δεκαδικός	Κλάσμα
Ηλεκτρονικά μηνύματα		0,29	
Κλήσεις από κινητό	25%		
Εφαρμογές επικοινωνίας			$\frac{2}{5}$
Αποστολή μηνύματος			$\frac{1}{25}$
Κλήσεις από σταθερό		0,02	

(β) Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα της έρευνας στην κυκλική γραφική παράσταση.



4. Να συμπληρώσετε με $<$, $>$ ή $=$.

(α) $\frac{1}{4}$ 25%

(β) $\frac{9}{20}$ 55%

(γ) 78% $\frac{3}{5}$

(δ) 38% $\frac{19}{50}$

(ε) 12% $\frac{1}{5}$

(στ) $\frac{3}{4}$ 72%

(ζ) 25% 0,125

(η) 0,78 76%

(θ) 0,325 30%

5. Να διαγράψετε τον αριθμό που δεν ταιριάζει σε κάθε περίπτωση.

(α) 0,05 5% $\frac{5}{100}$ 0,5

(β) $\frac{6}{25}$ 2,4 24% $\frac{24}{100}$

(γ) 7% $\frac{7}{10}$ 0,70 0,7

(δ) 0,75 $\frac{6}{8}$ $\frac{1}{4}$ 75%



6. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Σε μια έρευνα, το 45% των ερωτηθέντων απάντησε ότι ενημερώνεται από την τηλεόραση, τα $\frac{2}{5}$ από το διαδίκτυο και το 0,15 από τις εφημερίδες. Ποια πηγή πληροφόρησης προτιμούν οι περισσότεροι ερωτηθέντες;

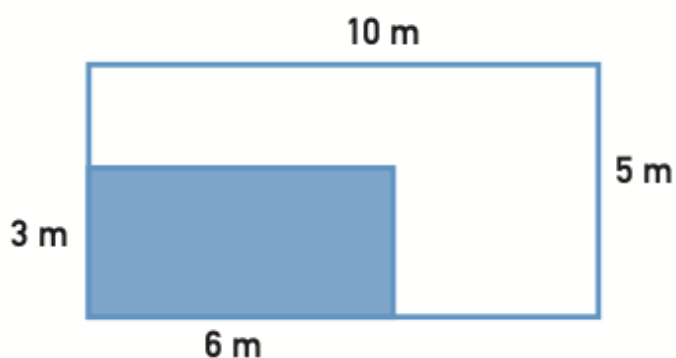
Απάντηση: _____

(β) Σε μια έρευνα, το $\frac{1}{4}$ των εφήβων απάντησε ότι χρησιμοποιεί ως τρόπο επικοινωνίας τις κλήσεις από κινητό τηλέφωνο, το 40% τα μηνύματα σε μέσα κοινωνικής δικτύωσης και το 0,35 τα γραπτά μηνύματα από κινητό τηλέφωνο. Ποιον τρόπο επικοινωνίας χρησιμοποιούν οι περισσότεροι έφηβοι;

Απάντηση: _____

7. Σε ένα διαγώνισμα πολλαπλής επιλογής στα μαθηματικά, ο Αντρέας απάντησε ορθά στο 80% των ερωτήσεων, η Μαρία απάντησε ορθά σε 22 ερωτήσεις, ενώ ο Σάββας απάντησε λανθασμένα μόνο σε 4 ερωτήσεις. Ποιο παιδί είχε την πιο ψηλή βαθμολογία, αν το διαγώνισμα είχε συνολικά 25 ερωτήσεις;

8. Τι ποσοστό της επιφάνειας του πιο κάτω σχήματος δεν είναι σκιασμένο;



Μαθήματα: Επίλυση προβλημάτων με ποσοστά (1)



Στους Ολυμπιακούς Αγώνες του Ρίο 2016, η εθνική ομάδα καλαθόσφαιρας των ΗΠΑ είχε ποσοστό επιτυχίας 75% στις ελεύθερες βολές. Ο συνολικός αριθμός των προσπαθειών της ομάδας για εκτέλεση ελεύθερων βολών ήταν 224.

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να υπολογίσουν τον αριθμό των ελεύθερων βολών που πέτυχε η ομάδα.

$$\frac{75}{100} = \frac{x}{224}$$

$$75 \cdot 224 = 100x$$

$$16\ 800 = 100x$$

$$\frac{16\ 800}{100} = \frac{100x}{100}$$

$$x = 168$$

	Επιτυχημένες βολές	Ανεπιτυχείς βολές	Συνολικός αριθμός προσπαθειών
Τοις εκατό	75	25	100
Πραγματικές ποσότητες	x		224

Άγγελος

Το 50% του 224 είναι το 112.

Το 25% του 224 είναι το 56.

$$112 + 56 = 168$$

Άρα, το 75% του 224 είναι το 168.

Πάυλος



$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \overset{56}{224} = 168$$

Βάνια

(α) Να περιγράψετε τη στρατηγική που χρησιμοποίησε το κάθε παιδί.

(β) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσετε τα πιο κάτω; Να επεξηγήσετε.

- Το 20% του 225
- Το 5% του 180
- Το 52% του 195

Δραστηριότητες

1. Μια ομάδα χειροσφαίρισης επιχορηγήθηκε για τη φετινή χρονιά με €5000. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει την ποσοστιαία κατανομή του ποσού της επιχορήγησης.

Να συμπληρώσετε το ακριβές ποσό για κάθε δαπάνη.

Δαπάνη	Ποσοστό	Ποσό (€)
Μπάλες και άλλος εξοπλισμός	10%	
Μεταφορές	25%	
Ενδυμασίες	42%	
Μίσθωση γηπέδου	23%	
Σύνολο		

2. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Το 10% του 60 είναι 6

Άρα,

Το 20% του 60 είναι $2 \cdot 6 = 12$

Το 5% του 60 είναι $6 \div 2 = 3$

(α)

Το 50% του 48 είναι _____

Άρα ,

Το 25% του 48 είναι _____

Το 75% του 48 είναι _____

(β)

Το 10% του 140 είναι _____

Άρα ,

Το 5% του 140 είναι _____

Το 40% του 140 είναι _____

(γ)

Το 25% του 32 είναι _____

Άρα ,

Το 75% του 32 είναι _____

Το 12,5% του 32 είναι _____

Να επιλύσετε και να συζητήσετε τα πιο κάτω προβλήματα.

Α. Ο Τάσος διάβασε τις 20 από τις 40 σελίδες ενός βιβλίου. Ποιο ήταν το ποσοστό των σελίδων του βιβλίου που διάβασε ο Τάσος;

Β. Η Βάνα απάντησε ορθά στο 40% των ερωτήσεων ενός διαγωνισμού. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός των ερωτήσεων του διαγωνισμού, αν η Βάνα απάντησε ορθά σε 20 ερωτήσεις;

Γ. Το 40% των παιδιών μιας τάξης έχει κατοικίδιο ζώο. Πόσα παιδιά έχουν κατοικίδιο ζώο, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών στην τάξη είναι 20;

Νέες Έννοιες

Για να επιλύσουμε προβλήματα με ποσοστά, μπορούμε να σχηματίσουμε αναλογία.

Παράδειγμα:

Ποιος αριθμός είναι το 60% του 5;

	Μέρος	Μέρος	Όλο
Τοις εκατό	60	40	100
Πραγματικές ποσότητες	x		5

Αναλογία

$$\frac{60}{100} = \frac{x}{5}$$

Ποιου αριθμού το 3 είναι το 60%

	Μέρος	Μέρος	Όλο
Τοις εκατό	60	40	100
Πραγματικές ποσότητες	3		x

Αναλογία

$$\frac{60}{100} = \frac{3}{x}$$

Τι ποσοστό του 5 είναι το 3;

	Μέρος	Μέρος	Όλο
Τοις εκατό	x		100
Πραγματικές ποσότητες	3		5

Αναλογία

$$\frac{x}{100} = \frac{3}{5}$$

Παράδειγμα

1. Να υπολογίσετε τι ποσοστό του 20 είναι το 15.

Λύση:

Α' τρόπος:

$$\frac{\chi}{100} = \frac{15}{20}$$

$$20\chi = 15 \cdot 100$$

$$20\chi = 1500$$

$$\cancel{20}\chi = \frac{1500}{\cancel{20}}$$

$$\chi = 75$$

	Μέρος	Μέρος	Όλο
Τοις εκατό	χ		100
Πραγματικές ποσότητες	15		20

Β' τρόπος:

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Το 15 είναι το 75% του 20.

Δραστηριότητες

1. Να επιλύσετε προβλήματα.

(α) Τα 180 παιδιά ενός σχολείου παρακολούθησαν μια κινηματογραφική παράσταση. Τα 135 παιδιά δήλωσαν ότι τους άρεσε η κινηματογραφική παράσταση. Σε τι ποσοστό των παιδιών του σχολείου άρεσε η κινηματογραφική παράσταση;

	Παιδιά που τους άρεσε η παράσταση	Παιδιά που δεν τους άρεσε η παράσταση	Συνολικός αριθμός παιδιών
<i>Τοις εκατό</i>	<i>χ</i>		100
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	135		180

Απάντηση: _____

(β) Ένα μπουκάλι με οινόπνευμα παρέμεινε ανοικτό, με αποτέλεσμα να εξατμιστεί το 22% της ποσότητας του οиноπνεύματος που περιείχε. Πόση ήταν η αρχική ποσότητα οινόπνευματος στο μπουκάλι, αν εξατμίστηκαν 132 ml;

	Οινόπνευμα που εξατμίστηκε (ml)	Οινόπνευμα που παρέμεινε (ml)	Συνολική ποσότητα οινόπνευματος
<i>Τοις εκατό</i>	22		100
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	132		<i>χ</i>

Απάντηση: _____

(γ) Ο Τάσος ξόδεψε €18 από τα €30 που είχε. Η Φανή ξόδεψε €13 από τα €20 που είχε. Ποιο παιδί ξόδεψε το μεγαλύτερο ποσοστό από τα χρήματα που είχε αρχικά;

	Χρήματα που είχε ο Τάσος	Χρήματα που ξόδεψε ο Τάσος	Συνολικό ποσό χρημάτων
<i>Τοις εκατό</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

	Χρήματα που είχε η Φανή	Χρήματα που ξόδεψε η Φανή	Συνολικό ποσό χρημάτων
<i>Τοις εκατό</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

Απάντηση: _____

2. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας, για να υπολογίσετε:

(α) Ποιος αριθμός είναι το 12% του 50;

(β) Τι ποσοστό του 300 είναι το 24;

(γ) Ποιου αριθμού το 75% είναι το 12;

(δ) Ποιος αριθμός είναι το 44% του 250;

(ε) Ποιου αριθμού το 15% είναι το 24;

(στ) Τι ποσοστό του 90 είναι το 63;

3. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

**Καλαθοσφαιρική ομάδα «Αστραπή»
Επίδοση αθλητριών**

Αθλήτρια	Επιτυχημένες προσπάθειες	Συνολικός αριθμός προσπαθειών	Ποσοστό επιτυχίας
Μαρίνα	8	32	
Βασιλική		5	60%
Κατερίνα		20	75%
Λάουρα	5		20%
Βαλέρια	2		10%

Μαθήματα: Επίλυση προβλημάτων με ποσοστά (2)

Εξερεύνηση



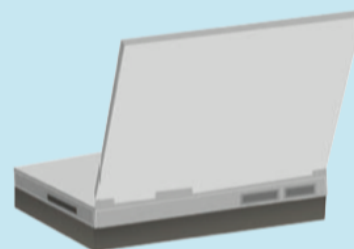
Να σχολιάσετε τις πιο κάτω πληροφορίες.

ΑΦΙΞΕΙΣ ΤΟΥΡΙΣΤΩΝ

Οι αφίξεις τουριστών τον Ιανουάριο 2017 ανήλθαν σε 62 611, σε σύγκριση με 87 927 τον Δεκέμβριο 2016, σημειώνοντας μείωση 28,8%. Τον Φεβρουάριο 2017 οι αφίξεις ανήλθαν στις 82 209, σημειώνοντας αύξηση 31,3% σε σύγκριση με τον Ιανουάριο του ίδιου έτους.

Πηγή: Στατιστική Υπηρεσία Κύπρου

Φορητός Ηλεκτρονικός
Υπολογιστής
Μόνο €550*!



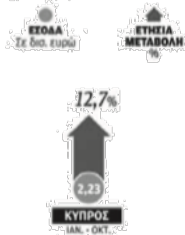
* Στην τιμή δεν συμπεριλαμβάνεται Φ.Π.Α. 19%.

ΤΑ ΝΕΑ

Ρεκόρ τουριστικών εσόδων

Κερδισμένη στον τουρισμό το 2016 η Κύπρος, αφού τα τουριστικά έσοδα ανήλθαν στα 2,23 δισ. ευρώ, σημειώνοντας αύξηση 12,7% σε σχέση με το 2015.

Τουριστικά έσοδα 2016



Κόσμος

Συνολικές μειώσεις της τάξης του 24% στην τιμή του ηλεκτρικού ρεύματος τους τελευταίους δώδεκα μήνες.

Ένας οικιακός πελάτης με συνολική κατανάλωση 800 kWh που είναι η κατανάλωση διάρκειας δύο μηνών για ένα μέσο νοικοκυριό, θα πληρώσει €114 φέτος τον Απρίλιο, ενώ πέρσι τον Απρίλιο με την ίδια κατανάλωση θα πλήρωνε €150.

Ένα κατάστημα ένδυσης και υπόδησης προσφέρει τα προϊόντα του με έκπτωση.



Να εκφράσετε την έκπτωση στην τιμή των προϊόντων ως ποσοστό. Να περιγράψετε τον τρόπο σκέψης σας.

Νέες Έννοιες

- Ο **Φόρος Προστιθέμενης Αξίας (Φ.Π.Α.)** είναι ένα ποσοστό που καθορίζεται από τις οικονομικές υπηρεσίες και εισπράττεται από το κράτος. Ο Φ.Π.Α. επιβάλλεται σε κάθε παράδοση αγαθών ή παροχή υπηρεσιών που πραγματοποιείται.
- Στην Κύπρο ο βασικός συντελεστής Φ.Π.Α. για παράδοση αγαθών και παροχή υπηρεσιών είναι 19%. Εξαιρέση αποτελούν ορισμένα αγαθά και υπηρεσίες, στα οποία επιβάλλεται διαφορετικός συντελεστής Φ.Π.Α. Για παράδειγμα:
 - Συντελεστής Φ.Π.Α. 5% επιβάλλεται για τρόφιμα, εφημερίδες, βιβλία, φάρμακα κ.ά.
 - Συντελεστής Φ.Π.Α. 9% επιβάλλεται για υπηρεσίες εστιατορίου, διαμονή σε ξενοδοχεία, μεταφορά επιβατών κ.ά.

Παραδείγματα:

Η τιμή μιας ταξιδιωτικής τσάντας χωρίς Φ.Π.Α. είναι €80. Ο συντελεστής Φ.Π.Α. είναι 19% για το συγκεκριμένο προϊόν.

Άρα, η τιμή πώλησης της τσάντας συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. είναι €95,20 γιατί:

$$\frac{119}{100} = \frac{x}{80}$$

$$119 \cdot 80 = 100x$$

$$9520 = 100x$$

$$\frac{9520}{100} = \frac{100x}{100}$$

$$x = 95,20$$

ή

$$19\% \text{ του } 80 : \frac{19}{100} \cdot 80 = \frac{19 \cdot 80}{100 \cdot 1} = \frac{1520}{100} = 15,20$$

$$80 + 15,20 = 95,20$$

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Φ.Π.Α.	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό	100	19	119
Πραγματικές ποσότητες	80		x

Αν η αξία ενός προϊόντος είναι €100, με το Φ.Π.Α. θα πωλείται €119.

Παραδείγματα

1. Ένα βιβλιοπωλείο προσφέρει τα λεξικά με έκπτωση 25%. Ο Νικόλας αγόρασε ένα λεξικό που κόστιζε €32 χωρίς την έκπτωση. Πόσα πλήρωσε;

Λύση:

Α' τρόπος:

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Έκπτωση	Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό	100	25	75
Πραγματικές ποσότητες	32		χ

$$\frac{75}{100} = \frac{\chi}{32}$$

$$75 \cdot 32 = 100\chi$$

$$2400 = 100\chi$$

$$\frac{2400}{100} = \frac{100\chi}{100}$$

$$\chi = 24$$

Β' τρόπος:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Υπολογίζουμε το ποσό της έκπτωσης.

$$\frac{1}{4} \cdot 32 = 8$$

Στη συνέχεια, αφαιρούμε το ποσό της έκπτωσης από την αρχική τιμή, για να βρούμε την τελική τιμή.

$$32 - 8 = 24$$

Ο Νικόλας πλήρωσε €24 για το λεξικό.

2. Η τιμή ενός καναπέ με το Φ.Π.Α. είναι €595. Ποια είναι η αξία του προϊόντος πριν την επιβολή Φ.Π.Α. 19%;

Λύση:

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Φ.Π.Α.	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
<i>Τοις εκατό</i>	100	19	119
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	x		595

$$\frac{119}{100} = \frac{595}{x}$$

$$119x = 100 \cdot 595$$

$$119x = 59500$$

$$\frac{\cancel{119}x}{\cancel{119}} = \frac{59500}{119}$$

$$x = 500$$

Η αξία του προϊόντος πριν την επιβολή του Φ.Π.Α. είναι €500.

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε στον πίνακα το ποσό έκπτωσης και την τελική τιμή στα αθλητικά είδη ενός καταστήματος στην περίοδο των εκπτώσεων.

Είδος	Αρχική τιμή	Ποσοστό έκπτωσης	Ποσό έκπτωσης	Τελική τιμή
	€32	25%		
	€12	10%		
	€60	20%		
	€44	15%		

2. Να υπολογίσετε την τελική τιμή των προϊόντων, μετά την επιβολή του Φ.Π.Α.

(α)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 300,00

Φ.Π.Α. (19%) _____

Τιμή με Φ.Π.Α. _____

(β)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 900,00

Φ.Π.Α. (19%) _____

Τιμή με Φ.Π.Α. _____

(γ)



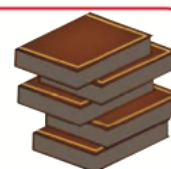
€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 175,00

Φ.Π.Α. (19%) _____

Τιμή με Φ.Π.Α. _____

(δ)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 140,00

Φ.Π.Α. (5%) _____

Τιμή με Φ.Π.Α. _____

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ένας έμπορος κερδίζει 14% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων του. Ποια είναι η τιμή πώλησης εμπορευμάτων με αρχική τιμή €5000;

	Αρχική τιμή/ Αξία προϊόντος (€)	Κέρδος	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό			
Πραγματικές ποσότητες			

Απάντηση: _____

(β) Ένας εργολάβος εισέπραξε από την ολοκλήρωση ενός έργου €5940. Πόσο είναι το ποσό του Φ.Π.Α, αν στην είσπραξη συμπεριλαμβάνεται Φ.Π.Α. 10%;

	Αρχική τιμή/ Αξία προϊόντος (€)	Φ.Π.Α	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό			
Πραγματικές ποσότητες			

Απάντηση: _____

(γ) Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων, μια τηλεόραση αξίας €550 πουλήθηκε προς €440. Ποιο ήταν το ποσοστό της έκπτωσης;

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Έκπτωση	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
<i>Τοις εκατό</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

Απάντηση: _____

(δ) Ένας έμπορος αγόρασε προϊόντα αξίας €2500. Τα πούλησε με ζημιά 20%. Πόση ήταν η ζημιά του εμπόρου;

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Ζημιά	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
<i>Τοις εκατό</i>			
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>			

Απάντηση: _____

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο βασικός συντελεστής Φ.Π.Α. στην Κροατία είναι 25%. Ποια είναι η τιμή πώλησης ενός παιχνιδιού, αν η τιμή του χωρίς Φ.Π.Α. είναι €48;

(β) Μια εταιρεία εμφιαλώνει χυμό λεμονιού σε μπουκάλια χωρητικότητας 500 ml. Η εταιρεία αποφάσισε την κυκλοφορία συλλεκτικών μπουκαλιών με 15% μεγαλύτερη χωρητικότητα. Ποια θα είναι η χωρητικότητα κάθε συλλεκτικού μπουκαλιού;

(γ) Ο Κυριάκος πήρε αύξηση 10% στον μισθό του τη φετινή χρονιά και τώρα αμείβεται με €1650 τον μήνα. Ποιος ήταν ο μισθός του Κυριάκου την περσινή χρονιά;

5. Να υπολογίσετε το ποσοστό της έκπτωσης σε κάθε προϊόν.

(α)



Αρχική τιμή: €150
Τελική τιμή: €120

(β)



Αρχική τιμή: €260
Τελική τιμή: €234

6. Να αξιολογήσετε την ορθότητα των πιο κάτω δηλώσεων.

(α) Ο Αντώνης πήρε αύξηση στον μισθό του 30%.
Ο Βασίλης πήρε αύξηση στον μισθό του 25%.
Άρα, ο Αντώνης πήρε τη μεγαλύτερη αύξηση.

(β) Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων, οι τιμές ενός καταστήματος μειώθηκαν κατά 25%.
Μετά το τέλος των εκπτώσεων, οι τιμές αυξήθηκαν κατά 25%.
Άρα, επανήλθαν στην τιμή που είχαν πριν τις εκπτώσεις.

7. Η Κατερίνα μελετά τις πιο κάτω πληροφορίες σχετικά με την τιμή ενός προϊόντος.

Τιμή προϊόντος	
Έτος	Τιμή (€)
2008	8,00
2010	10,00
2012	12,00
2014	15,00
2016	16,50



(α) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Περίοδος	Αύξηση στην τιμή (€)	Ποσοστό αύξησης στην τιμή (%)
2008-2010		
2010-2012		
2012-2014		
2014-2016		

(β) Τι παρατηρείτε;

8. Η τιμή ενός προϊόντος τον Απρίλιο ήταν κατά 10% ψηλότερη σε σχέση με τον Μάρτιο. Τον Μάρτιο, η τιμή του ίδιου προϊόντος ήταν κατά 10% χαμηλότερη σε σχέση με τον Φεβρουάριο. Ποια είναι η τιμή του προϊόντος τον Απρίλιο, αν η τιμή του προϊόντος τον Φεβρουάριο ήταν €40;

9. Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πίνακα σε κάθε περίπτωση.

(α)

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Έκπτωση	Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)
<i>Τοις εκατό</i>	100	30	70
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	42		χ

(β)

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Φ.Π.Α	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
<i>Τοις εκατό</i>	100	19	119
<i>Πραγματικές ποσότητες</i>	400		χ

(γ)

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Κέρδος	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό	100	25	125
Πραγματικές ποσότητες	χ		500

(δ)

	Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	Ζημιά	Τελική τιμή/ Τιμή πώλησης (€)
Τοις εκατό	100	30	70
Πραγματικές ποσότητες	2000		χ
