



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2016

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 12/11/2016

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

Λύσεις

Πρόβλημα 1

$$\text{Δίνονται } A = \frac{2}{33} \times \frac{3}{32} \times \frac{4}{31} \times \frac{5}{30} \times \dots \times \frac{31}{4} \times \frac{32}{3} \times \frac{33}{2}$$

$$\text{και } B = \frac{1}{33} + \frac{2}{33} + \frac{3}{33} + \frac{4}{33} + \dots + \frac{30}{33} + \frac{31}{33} + \frac{32}{33}. \text{ Να υπολογίσετε την τιμή του } B - A$$

Λύση

$$A = \frac{2}{33} \times \frac{3}{32} \times \frac{4}{31} \times \frac{5}{30} \times \dots \times \frac{31}{4} \times \frac{32}{3} \times \frac{33}{2} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 31 \times 32 \times 33}{33 \times 32 \times 31 \times \dots \times 4 \times 3 \times 2} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 31 \times 32 \times 33}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 31 \times 32 \times 33} = 1$$

$$B = \frac{1}{33} + \frac{2}{33} + \frac{3}{33} + \frac{4}{33} + \dots + \frac{30}{33} + \frac{31}{33} + \frac{32}{33} =$$
$$= \left(\frac{1}{33} + \frac{32}{33}\right) + \left(\frac{2}{33} + \frac{31}{33}\right) + \left(\frac{3}{33} + \frac{30}{33}\right) + \dots + \left(\frac{16}{33} + \frac{17}{33}\right) = 1 + 1 + 1 + \dots + 1$$
$$B = 16$$

$$B - A = 16 - 1 = 15$$

Πρόβλημα 2

Να βρείτε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που όταν διαιρεθούν με οποιοδήποτε μονοψήφιο πρώτο αριθμό αφήνει υπόλοιπο 1.

Λύση

Οι μονοψήφιοι πρώτοι είναι 2,3,5,7

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

Ο αριθμός $2 \times 3 \times 5 \times 7$ διαιρείται με οποιοδήποτε μονοψήφιο πρώτο αριθμό χωρίς να αφήνει υπόλοιπο.

Το ίδιο συμβαίνει και με όλα τα πολλαπλάσια του, δηλαδή 210, 420, 630, 840

Για να αφήνουν υπόλοιπο 1 τότε προσθέτουμε το 1 σε κάθε ένα από τους πιο πάνω τριψήφιους και έτσι οι ζητούμενοι αριθμοί είναι 211, 421, 631, 841.

Πρόβλημα 3

Να τοποθετήσετε τους αριθμούς 1,2,3,4,5,7,8,9 στα πιο κάτω σχήματα έτσι ώστε να ισχύουν όλες οι ισότητες. Σε κάθε διαφορετικό σχήμα αντιστοιχεί διαφορετικός αριθμός.

$$\left. \begin{array}{l} \square - \bigcirc = \diamond \\ \diamond + \square = \square \\ \bigcirc + \square = \triangle \end{array} \right\} \diamond \times \square = \triangle$$

Λύση

Υπάρχουν 8 αριθμοί και 8 σχήματα. Η φράση «Σε κάθε διαφορετικό σχήμα αντιστοιχεί διαφορετικός αριθμός» δηλώνει ότι κανένας αριθμός δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί δύο φορές .

Το 6 μπορεί να διαιρεθεί με 1,2,3,6 δηλαδή μπορεί να ισχύει κάποιο από τα πιο κάτω:

- A) $6 \div 6 = 1$ απορρίπτεται γιατί το 6 θα χρησιμοποιηθεί δύο φορές
- B) $6 \div 1 = 6$ απορρίπτεται γιατί το 6 θα χρησιμοποιηθεί δύο φορές
- Γ) $6 \div 2 = 3$

Άρα στο τετράγωνο πρέπει να τοποθετηθεί το 3.

Δηλαδή από την σχέση $\diamond * \square = \triangle$ προκύπτει ότι το τρίγωνο πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του 3 άρα πιθανές τιμές του είναι το 3 ή 6 ή 9.

Το 3 και το 6 έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί (τετράγωνο και εξάγωνο αντίστοιχα) έτσι το τρίγωνο μπορεί να αντιστοιχεί μόνο στο 9, άρα ο ρόμβος πρέπει να αντιστοιχεί στο 3.

Αυτό όμως απορρίπτεται διότι το 3 ήδη αντιστοιχεί στο τετράγωνο.

Δ) $6 \div 3 = 2$

Άρα στο τετράγωνο θα πρέπει να τοποθετηθεί το 2.

Δηλαδή από την σχέση $\diamond * \square = \triangle$ προκύπτει ότι το τρίγωνο πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του 2 άρα πιθανές τιμές του είναι το 2 ή 4 ή 6 ή 8.

Το 2 και το 6 έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί (τετράγωνο και εξάγωνο αντίστοιχα) έτσι στο τρίγωνο αντιστοιχεί είτε στο 4 είτε στο 8.

Έστω ότι στο τρίγωνο αντιστοιχεί το 4, τότε από την σχέση $\diamond * \square = \triangle$ προκύπτει ότι ο ρόμβος είναι 2. Το 2 όμως αντιστοιχεί και στο τετράγωνο άρα απορρίπτεται.

Δηλαδή το τρίγωνο μπορεί να αντιστοιχεί μόνο στο 8 άρα ρόμβος είναι 4 και το τετράγωνο 2.

Αφού αντιστοιχεί το τρίγωνο στο 8 σημαίνει ότι για να ισχύει η σχέση $\square + \square = \triangle$ πρέπει να αληθεύει ένα από τα πιο κάτω:

- A) $4 + 4 = 8$ όμως απορρίπτεται γιατί το 4 αντιστοιχεί σε δύο σχήματα.
- B) $5 + 3 = 8$ ή $3 + 5 = 8$ όμως απορρίπτεται γιατί το 3 αντιστοιχεί ήδη στο 
- Γ) $2 + 6 = 8$ ή $6 + 2 = 8$ απορρίπτεται γιατί το 2 αντιστοιχεί ήδη στο τετράγωνο
- Δ) $1 + 7 = 8$ ή $7 + 1 = 8$ άρα και τα δύο αποδεκτά

Δηλαδή στο  αντιστοιχεί το 1 και στο  το 7 και αντίθετα

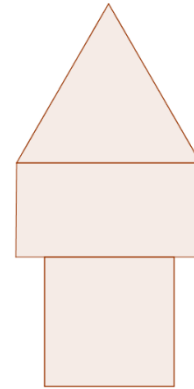
Οι αριθμοί που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί είναι το 9 και το 5 άρα

Για να επαληθευτεί η σχέση $\square - \square = \diamond$ πρέπει το 9 να αντιστοιχεί στο  και το 5 στον κύκλο

$$\left. \begin{array}{l} 9 - 5 = 4 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 1 + 7 = 8 \end{array} \right\} \quad 2 \times 4 = 8 \quad \text{ή} \quad \left. \begin{array}{l} 9 - 5 = 4 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 7 + 1 = 8 \end{array} \right\} \quad 2 \times 4 = 8$$

Πρόβλημα 4

Το διπλανό σχήμα αποτελείται από ένα ισόπλευρο τρίγωνο, ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ένα τετράγωνο που έχουν όλα την ίδια περίμετρο. Αν το εμβαδόν του τετραγώνου είναι 81cm^2 να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.



Λύση

Εμβαδόν Τετραγώνου $= 81\text{cm}^2$ άρα πλευρά τετραγώνου 9cm .

Περίμετρος Τετραγώνου $4 \times 9 = 36\text{cm}$.

Περίμετρος τριγώνου 36cm άρα πλευρά τριγώνου 12cm .

Περίμετρος ορθογωνίου 36cm με μήκος 12cm άρα πλάτος 6cm .

Εμβαδόν ορθογωνίου $6 \times 12 = 72\text{cm}^2$.