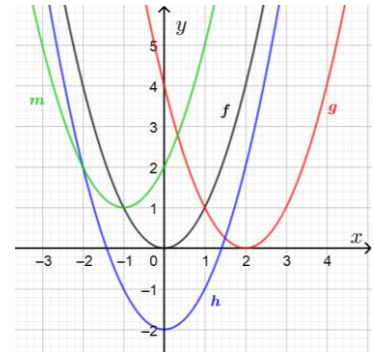


Η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

Ασκήσεις 1

1. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων g , h και m , οι οποίες είναι μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της $f(x) = x^2$.



(α) Για τη γραφική παράσταση των g , h και m να γράψετε:

- (i) την αντίστοιχη εξίσωση
- (ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (iii) τις συντεταγμένες της κορυφής

(β) Να γράψετε το σύνολο τιμών των συναρτήσεων g , h και m .

2. Να βρείτε την ελάχιστη/μέγιστη τιμή των πιο κάτω συναρτήσεων και να γράψετε τον άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής των γραφικών τους παραστάσεων.

(α) $f(x) = -x^2 + 5$

(β) $f(x) = x^2 + 2x + 4$

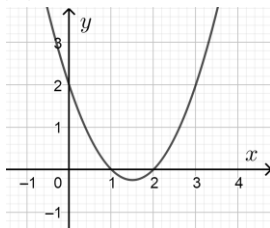
(γ) $f(x) = -(x + 3)^2 - 8$

(δ) $f(x) = x^2 - 6x + 17$

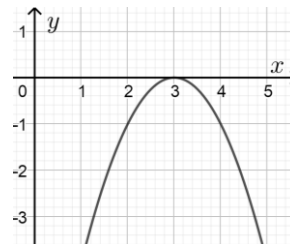
3. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x) = (6 - 2\lambda)x^2$, $x \in \mathbb{R}$ παρουσιάζει μέγιστη τιμή.

4. Στα πιο κάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Σε κάθε περίπτωση να βρείτε το πρόσημο της διακρίνουσας και τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.

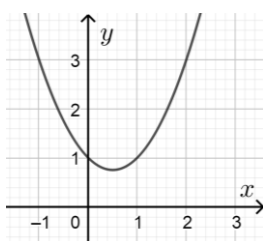
(α)



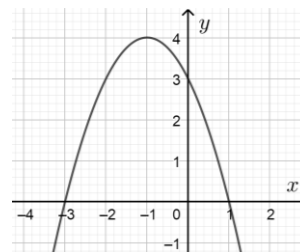
(β)



(γ)



(δ)



5. Για τη γραφική παράσταση κάθε συνάρτησης πιο κάτω, να βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες συντεταγμένων και τις συντεταγμένες της κορυφής και στη συνέχεια να κάνετε τις γραφικές τους παραστάσεις.

(α) $f(x) = 64x - x^2$

(β) $f(x) = x^2 - 2x - 8$

(γ) $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$

6. Σε κάθε περίπτωση να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $2x^2 + (\kappa - 1)x - \kappa + 1 = 0$ να έχει:

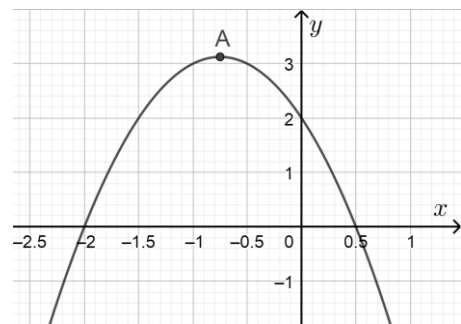
- (α) λύση τον αριθμό -3
- (β) λύσεις πραγματικές και ίσες

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 10x + 22$.

- (α) Να γράψετε την f στη μορφή $f(x) = (x + \kappa)^2 + \lambda$.
- (β) Να αναφέρετε την ελάχιστη τιμή της f .
- (γ) Να εξηγήσετε πως η ελάχιστη τιμή της f καθορίζει το είδος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -3x^2 + \beta x + \gamma$.

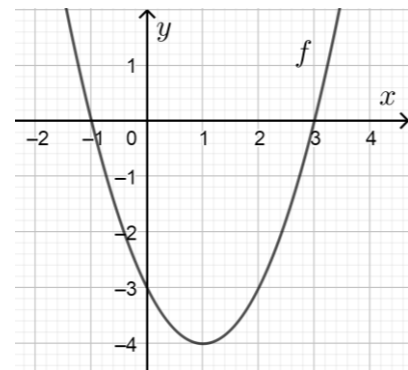
- (α) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $-3x^2 + \beta x + \gamma = 0$.
- (β) Να υπολογίσετε τις τιμές των β και γ .
- (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Α.



9. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Να βρείτε:

- (α) το σύνολο τιμών της συνάρτησης
- (β) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (γ) το πρόσημο της παράστασης $\beta^2 - 4\alpha\gamma$
- (δ) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής
- (ε) τις τιμές των α, β και γ
- (στ) τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη -3



10. Μία παραβολή έχει εξίσωση $f(x) = x^2 + (\kappa - 2)x + \kappa + 6$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

Σε κάθε περίπτωση να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε η παραβολή να:

- (α) εφάπτεται του άξονα των τετμημένων
- (β) έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 4$
- (γ) τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο $(0, 5)$

11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + (3\alpha - 2)x + 5 - \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές των α και β η συνάρτηση f έχει ελάχιστη τιμή -7 και η γραφική της παράσταση έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$.

12. Μία ευθεία (ε) έχει εξίσωση $2(\kappa - 1)x + \kappa y - 4\kappa^2 + 4\kappa = 0$, όπου $0 < \kappa < 1$. Η (ε) τέμνει τους άξονες των τετμημένων και τεταγμένων στα σημεία Α και Β αντίστοιχα και συμβολίζουμε με $E(\kappa)$ το εμβαδόν του τριγώνου AOB (O η αρχή των αξόνων).

- (α) Να δείξετε ότι $E(\kappa) = 4\kappa - 4\kappa^2$.
- (β) Να βρείτε για ποια τιμή του κ το πιο πάνω εμβαδόν γίνεται μέγιστο και να υπολογίσετε το μέγιστο αυτό εμβαδόν.