

**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΙΑ ΤΑ ΑΝΩΤΕΡΑ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΙΔΡΥΜΑΤΑ**

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: **Παρασκευή, 8 Ιουλίου 2005**
7.30 π.μ. – 10.30 π.μ.

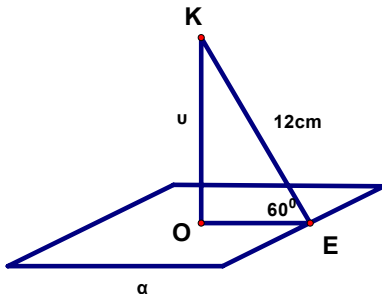
ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α

1.	Ο αγοραστής θα πληρώσει $\frac{1040 \times 85}{100} = \text{£}884$	
2.	Αναγραμματισμοί = $\frac{9!}{2! \cdot 3!} = 30240$ Αρχίζουν και τελειώνουν με Σ: $\frac{7!}{3!} = 840$	
3.	(α) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (β) $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	
4.	Έστω ότι η ακμή του κύβου είναι α. Τότε $6\alpha^2 = 54 \Rightarrow \alpha = 3 \text{ cm}$. Και $V = \alpha^3 = 27 \text{ cm}^3$.	
5	α) $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ β) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ $P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ γ) $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$ $P(B - A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	
6.	(α) $6! \times 3! = 4320$ (β) $5! \times 3! \times 2 = 1440$	
7.	Συνολικό βάρος όλων των μαθητών = $20 \times 60 = 1200 \text{ kg}$ Νέος μέσος όρος $\frac{1200 - 3 \times 62 + 48}{18} = \frac{1062}{18} = 59 \text{ Kg}$	

<p>8.</p>	<p>(α) Στον αθλητικό όμιλο $= \frac{120}{360} \times 540 = 180$ μαθητές</p> <p>(β) Στον Επιστημονικό όμιλο $= \frac{40}{360} \times 540 = 60$ μαθητές</p> <p>Άρα στους άλλους δύο ομίλους συμμετέχουν $540 - 180 - 60 = 300$ μαθητές</p> <p>Έστω Μ ο αριθμός των μαθητών στον Μουσικό όμιλο και Λ ο αριθμός των μαθητών στο Λαογραφικό όμιλο</p> $\left. \begin{array}{l} M + \Lambda = 300 \\ M - \Lambda = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow M = 165 \text{ μαθητές}, \Lambda = 135 \text{ μαθητές}$ <p>(γ) Ποσοστό μαθητών στον Λαογραφικό όμιλο $\frac{135}{540} \times 100 = 25\%$</p>	
<p>9.</p>	<div data-bbox="509 842 737 1133" data-label="Image"> </div> <p>$E_{\text{παρ}} = \Pi_{\beta} \chi_{\upsilon} \Rightarrow 120 = 5 \Pi_{\beta} \Rightarrow \Pi_{\beta} = 24 \text{ cm} \Rightarrow \text{ακμή βάσης} = 8 \text{ cm}$</p> <p>$E_{\text{μπαδόν βάσης}} = 16 \sqrt{3} \text{ cm}^2$</p> <p>$\text{Όγκος} = V = E_{\beta} \upsilon = 80 \sqrt{3} \text{ cm}^3$</p>	
<p>10.</p>	<p>(α) απόσταση $= 100 \times \frac{114}{60} = 190 \text{ km}$</p> <p>(β) $\frac{190}{95} \times 60 = 120$ λεπτά. Άρα θα χρειαζόταν 6 λεπτά περισσότερα.</p>	

ΜΕΡΟΣ Β΄

B1	<p>0,1,2,3,4,5,6</p> <p>Τετραψήφιοι μικρότεροι του 4000</p> <table border="1"><tr><td>3</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr></table> $=3.6.5.4=360$ <p>(1,2,3)</p> <p>Τετραψήφιοι μικρότεροι του 4000 που τελειώνουν σε 3</p> <table border="1"><tr><td>2</td><td>5</td><td>4</td><td>1</td></tr></table> $=2.5.4.1=40$ <p>(1,2) (3)</p> $P(\text{τελειώνουν σε 3}) = \frac{40}{360} = \frac{1}{9}$	3	6	5	4	2	5	4	1	
3	6	5	4							
2	5	4	1							
B2	<div></div> <p>$OE = \frac{1}{2}(KE) = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6\text{cm}$, $\alpha = 2 \cdot 6 = 12\text{cm}$</p> <p>$E_{\beta} = 12^2 = 144\text{cm}^2$ $\Pi_{\beta} = 4 \cdot 12 = 48\text{cm}$ $E_{\pi} = \frac{\pi_{\beta} \cdot h}{2} = \frac{48 \cdot 12}{2} = 288\text{cm}^2$ $E_{\text{ολ.}} = E_{\pi} + E_{\beta} = 288 + 144 = 432\text{cm}^2$</p> <p>Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $\triangle KOE$</p> <p>$(KO)^2 + (OE)^2 = (KE)^2$</p> <p>$u^2 = 144 - 36 = 108$</p> <p>$u = \sqrt{108} = \sqrt{3 \cdot 36} = 6\sqrt{3}\text{cm}$</p> <p>$V = \frac{1}{3} E_{\beta} \cdot u = \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 6\sqrt{3} = 288\sqrt{3}\text{cm}^3$</p>									

B3

α)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
1	4	4	4	16
2	14	28	1	14
3	18	54	0	0
4	8	32	1	8
5	4	20	4	16
6	2	12	9	18
		150		72

β) $\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{150}{50} = 3$

γ) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{72}{50}} = \sqrt{1,44} = 1,2$

δ) $18+8+4+2=32$ οικογένειες

ε) $4+14+18=36$ οικογένειες

$P(\text{το πολύ 3 παιδιά}) = \frac{36}{50} = \frac{18}{25}$

B4

(α) ι) $\binom{10}{4} = \frac{10!}{6! 4!} = 210$

ιι) $\binom{6}{3} \cdot \binom{4}{1} = \frac{6!}{3! 3!} \cdot 4 = 80$

(β) $P(A) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{6}{1} + \binom{4}{4}}{\binom{10}{4}} = \frac{25}{210} = \frac{5}{42}$

B5

Μεγάλος κύλινδρος: $R=10\text{ cm}$, $u_1=14\text{ cm}$

Μικρός κύλινδρος: $\rho=2\text{ cm}$, $u_2=8\text{ cm}$

Κόλυρος κώνος: $R=10\text{ cm}$, $\rho=2\text{ cm}$, $u=6\text{ cm}$, $\lambda=10\text{ cm}$

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{μεγάλ.κυλίνδ.}} - (V_{\text{μικρ..κυλίνδ.}} + V_{\text{κολ.κών.}}) \\ &= \pi \cdot 10^2 \cdot 14 - \left[\pi \cdot 2^2 \cdot 8 + \frac{1}{3} \pi \cdot 6(10^2 + 10 \cdot 2 + 2^2) \right] \\ &= 1400\pi - (32\pi + 248\pi) = 1120\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$E_{\text{ολ.}} = E_{\text{AB}} + E_{\text{BZ}} + E_{\text{ZΔ}} + E_{\text{ΔA}}$$

$$E_{\text{AB}} = E_{\text{δακτυλ.}} = \pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 2^2 = 96\pi$$

$$E_{\text{BZ}} = E_{\text{κ.μεγ.κυλ.}} = 2\pi \cdot 10 \cdot 14 = 280\pi$$

$$E_{\text{ΔZ}} = E_{\text{κ.κ.κων.}} = \pi \cdot (10 + 2) \cdot 10 = 120\pi$$

$$E_{\text{ΔA}} = E_{\text{κ.μικρ.κυλ.}} = 2\pi \cdot 2 \cdot 8 = 32\pi$$

$$E_{\text{ολ.}} = 528\pi \text{ cm}^2$$

