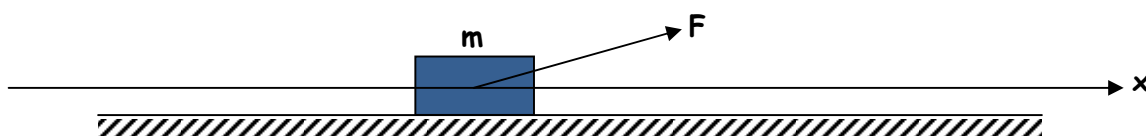


ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΕΡΓΟ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ - ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ - ΜΑΤΑΒΟΛΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Θεωρούμε μια σταθερή δύναμη $\vec{F}$, (σε μέτρο διεύθυνση και φορά), να ασκείται σε ένα σώμα. Θεωρούμε επίσης ότι η επίδραση της δύναμης έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος και όχι οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα, όπως η παραμόρφωση του σώματος. Η δύναμη $\vec{F}$ μπορεί, γενικά, να έχει μια τυχαία διεύθυνση, όπως δείχνει το σχήμα.



Έστω $\Delta\vec{x}$ το διάνυσμα της μετατόπισης του σώματος.

Η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ του σώματος έχει διεύθυνση τον οριζόντιο άξονα x κατά μήκος του οποίου κινείται το σώμα. Η φορά της μετατόπισης είναι η ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}$ του σώματος.

Η έννοια του έργου είναι σημαντική όπως θα δούμε πιο κάτω και αφορά μετατροπές ενέργειας. Η επίδραση της δύναμης και η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας συνεπάγεται μεταβολή στην κινητική κατάσταση του σώματος, δηλαδή της κινητικής ενέργειας, όπως θα δούμε. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι λαμβάνει μέρος μια ενεργειακή μετατροπή. Μπορεί λοιπόν να πούμε ότι με την επίδραση της δύναμης, μέσω κάποιου εξωτερικού αιτίου (ένας άνθρωπος, μια μηχανή, ένα οποιοδήποτε σώμα) σε ένα άλλο σώμα συνεπάγεται μια μετατροπή ενέργειας από μια μορφή σε μια άλλη μορφή ή τη μεταφορά της ίδιας μορφής ενέργειας από ένα σώμα σε ένα άλλο σώμα. Άρα, το έργο μιας δύναμης συνδέεται με μεταφορά ή με μετατροπή ενέργειας.

Το έργο μιας δύναμης σε ένα σώμα, έχει το σύμβολο W , και δίνεται από τη σχέση:

$$W = Fd\cos\theta$$

Στη σχέση αυτή F είναι το μέτρο της δύναμης, d είναι η απόσταση ή το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, για ευθύγραμμες κινήσεις, σε κάποιο χρονικό διάστημα Δt στο οποίο επιδρά η δύναμη. Η γωνία θ σχηματίζεται μεταξύ της κατεύθυνσης της δύναμης και της κατεύθυνσης της ταχύτητας του σώματος $\vec{u}$ ή σε ευθύγραμμες κινήσεις με την κατεύθυνση της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$.

Μονάδες μέτρησης του έργου είναι το Newton.meter. Ονομάζουμε το Newton.meter = Joules, N.m = J.

Το έργο μιας δύναμης μπορεί να πάρει (i) την τιμή μηδέν (όταν η δύναμη είναι κάθετη στην μετατόπιση, δηλαδή όταν $\theta = 90^\circ$ (ii) Θετική τιμή όταν $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ και (iii) αρνητική τιμή, όταν $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$.

Όταν το έργο μιας δύναμης είναι μηδέν, τότε η δύναμη δεν αλλάζει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος. Άρα, δεν υπάρχουν ενεργειακές μετατροπές στο σώμα από την δύναμη αυτή.

Όταν το έργο μιας δύναμης είναι θετικό, τότε η δύναμη αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος. Άρα, υπάρχουν ενεργειακές μετατροπές, όπου υπάρχει αύξηση της ενέργειας (κινητικής) του σώματος και άρα μείωση της ενέργειας του εξωτερικού αιτίου που ασκεί τη δύναμη.

Όταν το έργο μιας δύναμης είναι αρνητικό, τότε η δύναμη μειώνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος. Άρα, υπάρχουν ενεργειακές μετατροπές, όπου υπάρχει μείωση της ενέργειας (κινητικής) του σώματος και άρα αύξηση της ενέργειας του εξωτερικού αιτίου που ασκεί τη δύναμη.

Η ενέργεια που αποκτά ένα σώμα λόγω της ταχύτητας που έχει, στη μεταφορική κίνηση, δίνεται από τη σχέση: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Όταν σε ένα σώμα ασκείται μόνο μια δύναμη, έχουμε για το έργο, και με βάση το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και τις εξισώσεις της κίνησης:

$$W = F \cdot x = ma \cdot x = ma \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2. \text{ Άρα, μπορούμε να πούμε ότι η μεταβολή της}$$

κινητικής ενέργειας ενός σώματος που γίνεται από την επίδραση δυνάμεων, είναι ίση με το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ή με το έργο της συνισταμένης όλων των δυνάμεων.

Η πρόταση αυτή αποτελεί το Θεώρημα έργου - μεταβολής κινητικής ενέργειας. Δηλαδή,

$$W = \Delta E_k.$$

Το έργο της δύναμης του βάρους σε ένα σώμα (βαρυτική δύναμη), κοντά στην επιφάνεια της Γης, όπου η δύναμη του βάρους είναι σταθερή ίση με mg (m = μάζα του σώματος, g = ένταση του πεδίου βαρύτητας), δίνεται από τη σχέση,

$W_B = \pm Bh = \pm mgh$, όπου h είναι το ύψος που το σώμα ανεβαίνει ή καταβαίνει, ως προς κάποιο επίπεδο αναφοράς. Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο από την τροχιά που θα ακολουθήσει το σώμα μεταξύ των δύο σημείων που είναι η αρχή και το τέλος της τροχιάς του, αντίστοιχα.

Το έργο του βάρους είναι αρνητικό αν το σώμα κερδίζει ύψος (το βάρος είναι αντίθετο με τη φορά της μετατόπισης) και θετικό αν το σώμα χάνει ύψος (το βάρος είναι στην ίδια φορά με αυτή της μετατόπισης). Το έργο του βάρους μεταβάλλει στο σύστημα σώμα - Γη τη λεγόμενη βαρυτική δυναμική ενέργεια, $E_{\Delta(\text{βαρ.})}$. Έτσι, αν το έργο του βάρους είναι αρνητικό αυξάνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια. Αν το έργο του βάρους είναι θετικό μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια.

Πρόβλημα 40

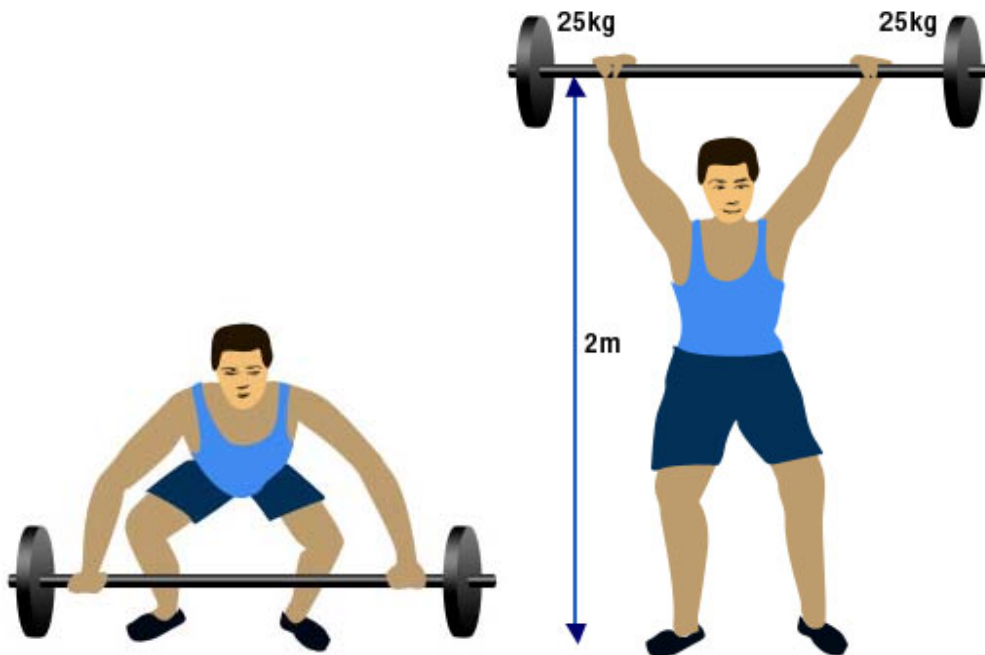
Στο σχήμα το βαράκι έχει βάρος 10 N και το ξύλινο σώμα στο τραπέζι έχει βάρος 30 N . Η τριβή ολίσθησης και η μέγιστη στατική τριβή μεταξύ του σώματος και της επιφάνειας του τραπεζιού είναι 6 N και 9 N , αντίστοιχα. Το σώμα αφήνεται από την ηρεμία.



- (α) Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις στο βαράκι και στο ξύλινο σώμα.
 (β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του συστήματος.
 (γ) Να υπολογίσετε, για απόσταση που διανύει το σώμα πάνω στην επιφάνεια του τραπεζιού, ίση με 2 m : Το έργο (i) των δυνάμεων που ασκούνται στο βαράκι και (ii) των δυνάμεων που ασκούνται στο ξύλινο σώμα.
 (δ) Το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων στα δύο σώματα.
 (ε) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων όταν διανύσουν το καθένα απόσταση 2 m .
 (ζ) Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια των σωμάτων, όταν διανύσουν το καθένα απόσταση 2 m , αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσό όσο και το συνολικό έργο των δυνάμεων στο σύστημα των δύο σωμάτων.
 (Απάντηση: (β) 1 m/s^2 , (γ) (i) 20 J , -18 J (ii) 0 , 0 , -12 J , 18 J , (δ) 8 J , (ε) 2 m/s).

Πρόβλημα 41

Στο σχήμα ο αθλητής σηκώνει κατακόρυφα την μπάρα με τα βάρη σε ύψος 2 m. Κάθε βαράκι στις άκρες της μπάρας είναι 25 kg. Η μάζα της μπάρας είναι 5 kg. Ο αθλητής ασκεί μέση δύναμη στην μπάρα με τα βάρη ίση με το συνολικό βάρος που σηκώνει.

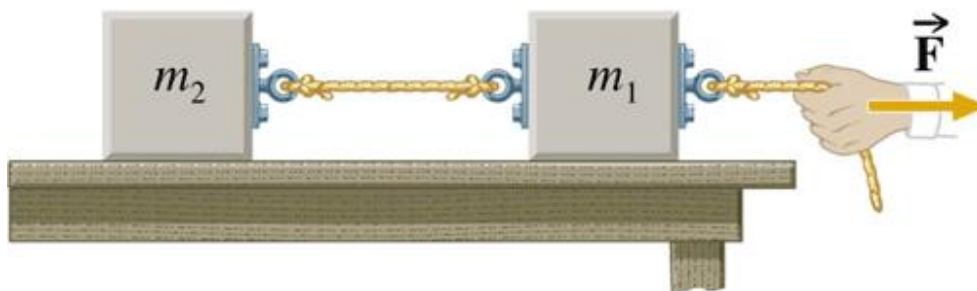


- (α) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί ο αθλητής στην μπάρα με τα βάρη.
 (β) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους που ασκεί η βαρύτητα της Γης στην μπάρα με τα βάρη.
 (γ) Να εξηγήσετε ποια είναι η μεταβολή στην κινητική ενέργεια της μπάρας με τα βάρη, και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα των ερωτημάτων (α) και (β).
(Απάντηση: (α) 110 J, (β) -110 J)

Πρόβλημα 42

Τα σώματα στο σχήμα έχουν το καθένα μάζα $m_1 = 3 \text{ kg}$ και $m_2 = 2 \text{ kg}$. Το νήμα είναι αμελητέας μάζας. Τα σώμα μάζας m_1 δέχεται οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F = 12 \text{ N}$.

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης, των σωμάτων με την οριζόντια επιφάνεια, είναι για το σώμα m_1 ίσο με 6 N και για το σώμα m_2 ίσο με 4 N .



- (α) Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις στα δύο σώματα.
 (β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του συστήματος.
 (γ) Να υπολογίσετε, για απόσταση που διανύουν τα σώματα πάνω στην οριζόντια επιφάνεια, ίση με $1,8 \text{ m}$: Το έργο (i) των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα m_1 και (ii) των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα m_2 .
 (δ) Το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων στα δύο σώματα.
 (ε) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων όταν διανύσουν το καθένα απόσταση $1,8 \text{ m}$.
 (ζ) Να δείξετε ότι η συνολική κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων, όταν διανύσουν το καθένα απόσταση $1,8 \text{ m}$, αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσό όσο και το συνολικό έργο των δυνάμεων στο σύστημα των δύο σωμάτων.
 (Απάντηση: (β) $0,4 \text{ m/s}^2$, (γ) (i) $21,6 \text{ J}$, $-10,8 \text{ J}$, $-8,64 \text{ J}$, (ii) $8,64 \text{ J}$, $-7,2 \text{ J}$,
 (δ) $3,6 \text{ J}$, (ε) $1,2 \text{ m/s}$).

Πρόβλημα 43

Τα σώματα στο σχήμα έχουν το καθένα μάζα $m_1 = 20 \text{ kg}$ και $m_2 = 30 \text{ kg}$. Το νήμα είναι αμελητέας μάζας και η τροχαλία δεν περιστρέφεται ούτε παρουσιάζει τριβές με το νήμα. Το σώμα μάζας m_2 βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας 37° με την οριζόντια διεύθυνση. (Δίνεται: $\eta\mu 37^\circ = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu 37^\circ = 0,8$).

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης, του σώματος m_2 με το κεκλιμένο επίπεδο είναι ίσο με 15 N .



(α) Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις στα δύο σώματα.

(β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του συστήματος.

(γ) Να υπολογίσετε, για απόσταση που διανύει το κάθε σώμα, ίση με 2 m : Το έργο (i) των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα m_1 και (ii) των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα m_2 .

(δ) Το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων στα δύο σώματα.

(ε) Να δείξετε ότι η συνολική κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων, όταν διανύσουν το καθένα απόσταση 2 m , αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσό όσο και το συνολικό έργο των δυνάμεων στο σύστημα των δύο σωμάτων.

(Απάντηση: (β) $0,1 \text{ m/s}^2$, (γ) (i) 400 J , -396 J , (ii) 396 J , -360 J , -30 J ,

(δ) 10 J).

Πρόβλημα 44

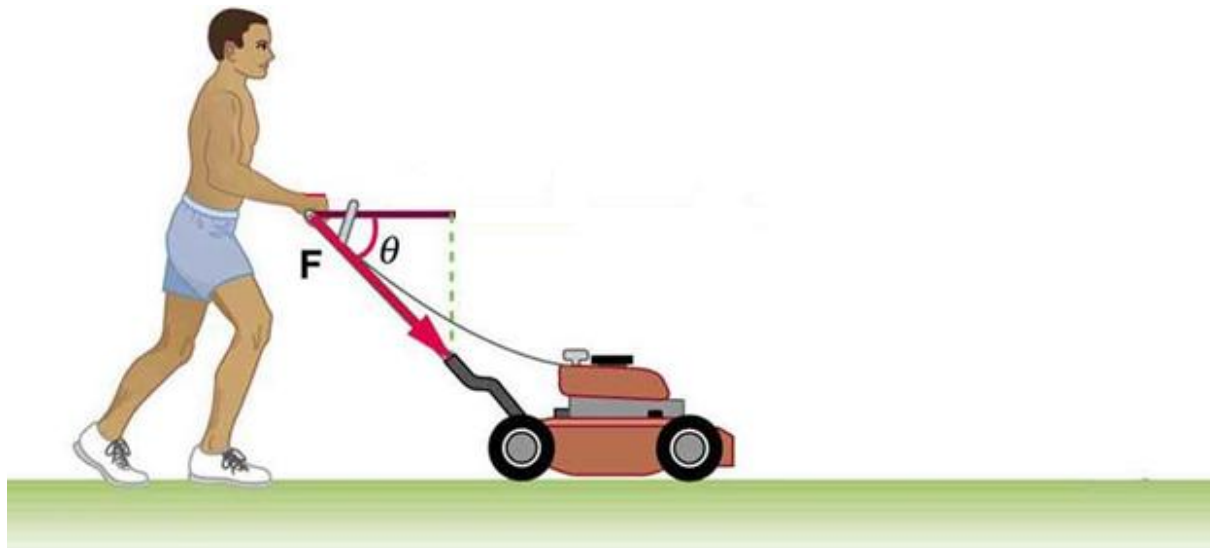
Το άλογο στο σχήμα ασκεί στο αμάξι, μάζας 150 kg, μέσω του νήματος, δύναμη μέτρου $F = 1000 \text{ N}$. Το αμάξι κινείται σε οριζόντια επιφάνεια. Το νήμα σχηματίζει γωνία $25,8^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. (Δίνεται: $\sin 25,8^\circ = 0,90$, $\cos 25,8^\circ = 0,44$). Στο αμάξι ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη αντίστασης μέτρου $R = 600 \text{ N}$.



- (α) Να υπολογίσετε για απόσταση που διανύει το αμάξι ίση με 4 m:
 (i) Το έργο της δύναμης F και (ii) Το έργο της δύναμης R .
 (β) Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των δυνάμεων F και R .
 (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του αμαξιού, δεδομένου ότι αρχίζει να κινείται από την ηρεμία, όταν το αμάξι διανύσει τα πρώτα 4 m.
 (δ) Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του αμαξιού, όταν διανύσει απόσταση 4 m, αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσό όσο και το συνολικό έργο των δυνάμεων F και R που ασκούνται στο σώμα.
 (Απάντηση: (α) (i) 3600 J, (ii) -2400 J, (β) 1200 J, (γ) 4 m/s).

Πρόβλημα 45

Ο κύριος στη φωτογραφία ασκεί στην χορτοκοπτική μηχανή δύναμη μέτρου $F = 200 \text{ N}$ υπό γωνία $\theta = 37^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. (Δίνεται: $\eta\mu 37^\circ = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu 37^\circ = 0,8$). Σε όλη την οριζόντια κίνηση της χορτοκοπτικής μηχανής η ταχύτητα παραμένει σταθερή.



Να υπολογίσετε για οριζόντια απόσταση που διανύει η χορτοκοπτική ίση με 10 m :

(α) Το έργο της δύναμης F .

(β) Το έργο που γίνεται από την καθεμιά από τις υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στην χορτοκοπτική μηχανή.

(γ) Το συνολικό έργο των δύο δυνάμεων που ασκούνται στην χορτοκοπτική μηχανή.

(Απάντηση: (α) 1600 J , (β) -1600 J , μηδέν, μηδέν (γ) μηδέν).

Πρόβλημα 46

Το πιάνο στο σχήμα έχει βάρος 1600 N και η γωνία κλίσης του επιπέδου με την οριζόντια διεύθυνση είναι 37° . (Δίνεται: $\sin 37^\circ = 0,6$, $\cos 37^\circ = 0,8$). Υπάρχει σταθερή τριβή ολίσθησης στο πιάνο από την επιφάνεια του επιπέδου, με μέτρο 40 N . Το πιάνο κινείται προς τα πάνω κατά μήκος του επιπέδου με σταθερή ταχύτητα.

(α) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί ο άντρας στο πιάνο, κατά μήκος του επιπέδου.

(β) Να υπολογίσετε για απόσταση που διανύει το πιάνο ίση με 3 m , (i) το έργο για κάθε δύναμη χωριστά που ασκείται στο πιάνο και (ii) το συνολικό έργο των δυνάμεων στο πιάνο.

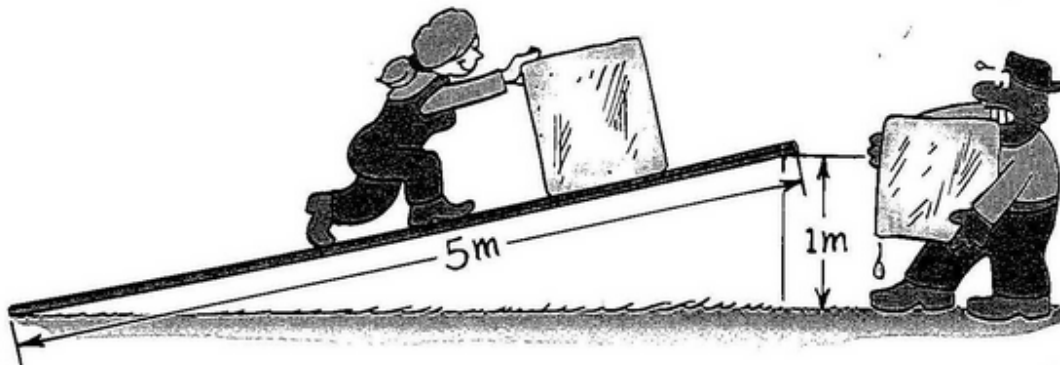
(γ) Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα για το συνολικό έργο των δυνάμεων στο σώμα, σε σχέση με την κινητική ενέργεια του σώματος.



(Απάντηση: (α) 1000 N , (β) (i) -2880 J , -120 J , 3000 J , (ii) μηδέν).

Πρόβλημα 47

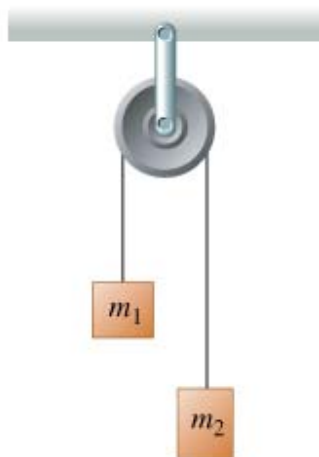
Στην εικόνα ο ένας άνδρας ανεβάζει την παγοκολόνα κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από τη βάση του στην κορυφή σε απόσταση 5 m, χωρίς τριβές. Ο δεύτερος ανεβάζει την παγοκολόνα κατακόρυφα από το έδαφος στην κορυφή του επιπέδου σε ύψος 1 m. Το βάρος της κάθε παγοκολόνας είναι 400 N, και οι δύο άνδρες ασκούν την ελάχιστη μέση δύναμη που απαιτείται για να εκτελέσουν την εργασία.



- (α) Να εξηγήσετε ποιος από τους δύο άνδρες ασκεί κατά μέτρο μεγαλύτερη μέση δύναμη στην παγοκολόνα.
(β) Να υπολογίσετε το ελάχιστο έργο που γίνεται από τους δύο άντρες.
(γ) Να εξηγήσετε τις ενεργειακές μετατροπές που λαμβάνουν μέρος στην εικόνα.
(δ) Να εξαγάγετε ένα συμπέρασμα σχετικά με το έργο του βάρους των σωμάτων για μια τροχιά στο πεδίο βαρύτητας της Γης.
(Απάντηση: (β) 400 J, 400 J).

Πρόβλημα 48

Τα σώματα στο σχήμα έχουν το καθένα μάζα $m_1 = 20 \text{ kg}$ και $m_2 = 30 \text{ kg}$. Η τροχαλία είναι ακλόνητη και έχει αμελητέα μάζα, χωρίς να περιστρέφεται και το νήμα είναι αμελητέας μάζας. Τα σώματα αφήνονται από την ηρεμία να κινηθούν χωρίς τριβές.



Όταν τα σώματα διανύσουν το καθένα απόσταση $2,25 \text{ m}$:

(α) Να υπολογίσετε το έργο των δύο βαρών στα σώματα.

(β) Να εξηγήσετε πόσο είναι το συνολικό έργο των δύο τάσεων που ασκεί το νήμα στα δύο σώματα.

(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωμάτων.

(δ) Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσό όσο είναι το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα.

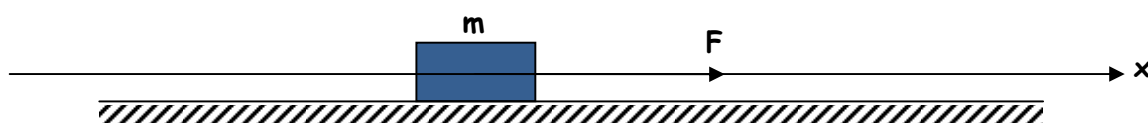
(Απάντηση: (α) 675 J , -450 J , (β) μηδέν, (γ) 3 m/s).

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

Θεωρούμε μια δύναμη $\vec{F}$, σταθερή σε διεύθυνση αλλά να μεταβάλλεται το μέτρο και ενδεχομένως και η φορά της. Η διεύθυνση είναι η ίδια με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος.

Θεωρούμε ότι η επίδραση της δύναμης έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος και όχι οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα, όπως η παραμόρφωση του σώματος.

Έστω $d\vec{x}$ το διάνυσμα της στοιχειώδους μετατόπισης του σώματος.



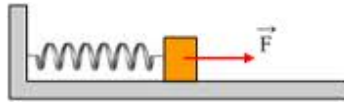
Το στοιχειώδες έργο της δύναμης στο σώμα, έχει το σύμβολο dW , δίνεται από τη σχέση:

$$dW = Fdx$$

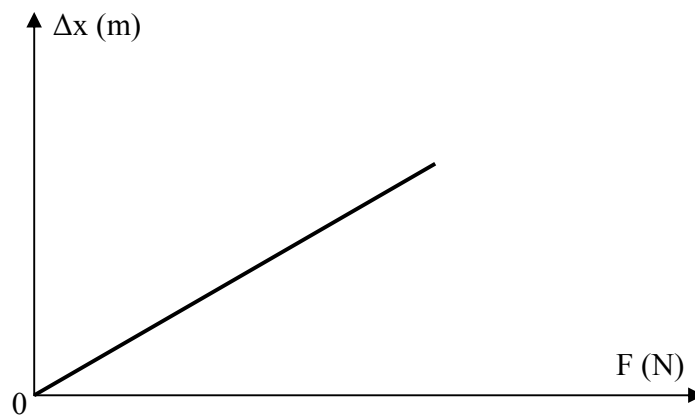
Στη σχέση αυτή F είναι το μέτρο της δύναμης, dx είναι το μέτρο της στοιχειώδους μετατόπισης. Το συνολικό έργο της δύναμης στο σώμα είναι το άθροισμα όλων των στοιχειωδών έργων για μια μετατόπιση Δx . Όταν γνωρίζουμε τη γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με το διάστημα x που διανύει το σώμα, τότε το άθροισμα όλων των στοιχειωδών έργων είναι ίσο με το εμβαδόν της γραφικής παράστασης $F = f(x)$, για ένα συγκεκριμένο διάστημα.

Για τον υπολογισμό του έργου λαμβάνεται υπόψη η φορά της δύναμης η οποία δηλώνεται με το πρόσημο $+$ ή $-$ στη γραφική παράσταση $F = f(x)$. Το έργο μιας δύναμης για ένα συγκεκριμένο διάστημα μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό, ανάλογα αν το πρόσημο της δύναμης στη γραφική παράσταση $F = f(x)$ είναι θετικό ή αρνητικό αντίστοιχα. Η τριβή ολίσθησης για παράδειγμα είναι αντίθετη με την μετατόπιση του σώματος και έτσι το έργο της είναι αρνητικό.

Η δύναμη που ασκείται σε ένα ελατήριο για να το επιμηκύνει ή να το συσπειρώσει, δίνεται από το νόμο του Hooke: $F = K(\Delta x)$, όπου K είναι η σταθερά του ελατηρίου. Το παράδειγμα αυτό αποτελεί μια περίπτωση μεταβλητής δύναμης.



Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $F = K(\Delta x)$ είναι ευθεία γραμμή.



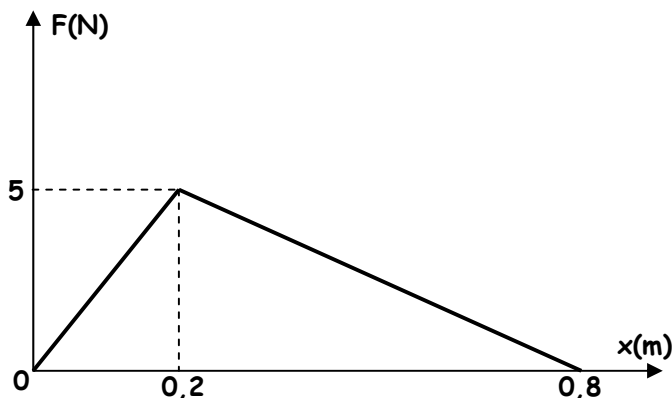
Το έργο της δύναμης που ασκούμε στο ελατήριο για να αλλάξει το μήκος του, από το φυσικό του μήκος, κατά Δx , δίνεται από το εμβαδόν. Άρα,

$$W = \frac{F(\Delta x)}{2} = \frac{K(\Delta x)^2}{2}.$$

Το έργο αυτό αποθηκεύεται σε μορφή ελαστικής δυναμικής ενέργειας στο ελατήριο.

Πρόβλημα 49

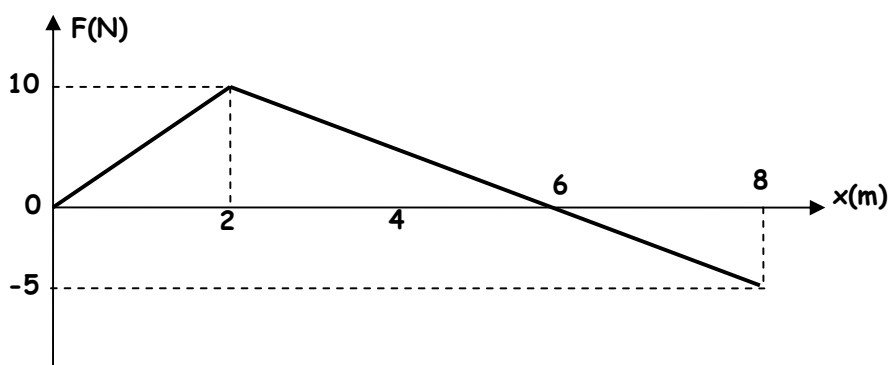
Ένα σώμα, μάζας 1 kg , βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια που δεν παρουσιάζει τριβές. Πάνω στο σώμα ασκείται, στην οριζόντια διεύθυνση, μια δύναμη που μεταβάλλεται όπως δείχνει η γραφική παράσταση.



- (α) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης όταν το σώμα διανύσει διάστημα $0,8\text{ m}$.
 (β) Να εξηγήσετε σε ποια τιμή του x το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος είναι μέγιστο.
 (γ) Να εξηγήσετε σε ποια τιμή του x το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι μέγιστο.
 (δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν διανύσει τα πρώτα $0,8\text{ m}$.
 (Απάντηση: (α) 2 J , (δ) 2 m/s)

Πρόβλημα 50

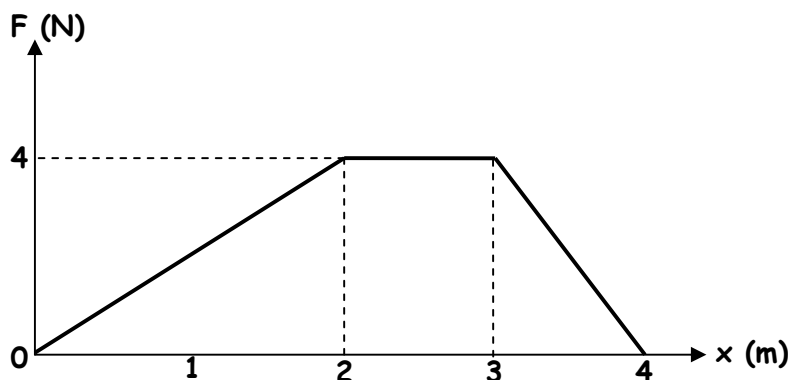
Ένα σώμα βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια που δεν παρουσιάζει τριβές. Στο σώμα ασκείται, στην οριζόντια διεύθυνση, μια δύναμη που μεταβάλλεται με την απόσταση όπως δείχνει η γραφική παράσταση.



- (α) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης όταν το σώμα διανύσει (i) τα πρώτα 6 m (ii) τα τελευταία 2 m .
 (β) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης για τα πρώτα 8 m .
 (γ) Να εξηγήσετε τι κίνηση εκτελεί το σώμα.
 (Απάντηση: (α) (i) 30 J , (ii) -5 J , (β) 25 J)

Πρόβλημα 51

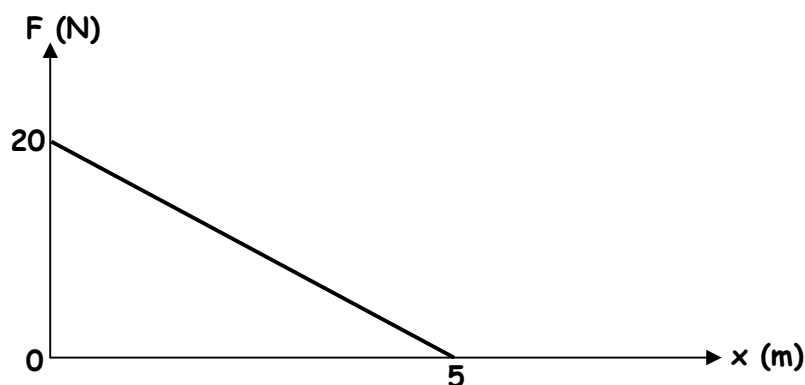
Ένα σώμα, μάζας 4 kg , βρίσκεται αρχικά σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου 2 m/s , σε οριζόντιο δάπεδο, χωρίς τριβές. Κάποια στιγμή αρχίζει να ασκείται στο σώμα, στην οριζόντια διεύθυνση και στην ίδια φορά με την ταχύτητα, μια δύναμη που μεταβάλλεται με το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή της επίδρασης της δύναμης, όπως δείχνει η γραφική παράσταση.



- (α) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης για το διάστημα των 4 m που ασκείται στο σώμα.
 (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στο τέλος των 4 m , όταν η δύναμη σταματά να ασκείται στο σώμα.
 (Απάντηση: (α) 10 J , (β) 3 m/s)

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣΠρόβλημα 52

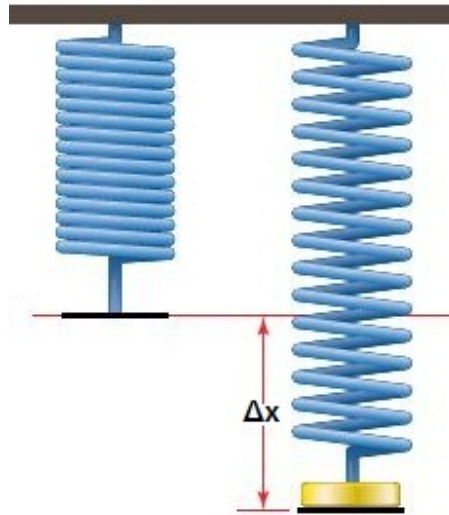
Ένα σώμα, μάζας 4 kg, βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια. Κάποια στιγμή αρχίζει να ασκείται στο σώμα, στην οριζόντια διεύθυνση, μια δύναμη που μεταβάλλεται με το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή της επίδρασης της δύναμης, όπως δείχνει η γραφική παράσταση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και της οριζόντιας επιφάνειας είναι 0,20.



- (α) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση του σώματος (για $x = 0$).
- (β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή της επίδρασης της δύναμης μέχρι τη στιγμή που το σώμα σταματά.
- (γ) Να εξηγήσετε τι κίνηση εκτελεί το σώμα.
- (δ) Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της ταχύτητας του σώματος.
- (Απάντηση: (α) 3 m/s^2 , (γ) 3 m/s)

Πρόβλημα 53

Ένα αβαρές ελατήριο είναι κατακόρυφο με το άκρο του να βρίσκεται σε ακλόνητο σημείο. Βάζουμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου ένα σώμα μάζας 4 kg και το αφήνουμε αργά-αργά να ισορροπήσει. Στο σημείο ισορροπίας το σώμα προκαλεί επιμήκυνση $\Delta x = 20 \text{ cm}$, όπως δείχνει το σχήμα.



(α) Να υπολογίσετε για την επιμήκυνση των 20 cm , (i) το έργο του βάρους και (ii) το έργο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

(β) Να υπολογίσετε το έργο της μέσης δύναμης που ασκούμε στο σώμα από την αρχική μέχρι την τελική θέση του σώματος.

(Απάντηση: (α) (i) 8 J , (ii) -4 J , (β) -4 J)

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας. Ως παράδειγμα δυναμικής ενέργειας αναφέρουμε τη βαρυτική δυναμική ενέργεια που οφείλεται στην αλληλεπίδραση ενός σώματος και του βαρυτικού πεδίου της Γης. Επίσης η ελαστική δυναμική ενέργεια οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ ενός σώματος και ενός ελαστικού μέσου, όπως ένα ελατήριο ή μια ελαστική ταινία.

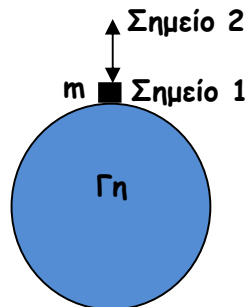
Όταν σε ένα σύστημα σωμάτων υπάρχουν μόνο μετατροπές μεταξύ της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τότε το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας διατηρείται, δηλαδή παραμένει σταθερό. Αυτό συμβαίνει αν οι δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων ενός συστήματος είναι συντηρητικές. Μια δύναμη είναι συντηρητική αν το έργο της σε ένα σώμα εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος και όχι από τη μορφή της τροχιάς που ακολουθεί το σώμα, δηλαδή από το σχήμα της τροχιάς. Τότε το έργο της συντηρητικής δύναμης σε ένα σώμα σε μια κλειστή τροχιά είναι μηδέν.

Η βαρυτική δύναμη και η ελαστική δύναμη ενός ελατηρίου είναι συντηρητικές δυνάμεις.

Η τριβή ολίσθησης δεν είναι συντηρητική δύναμη, γιατί το έργο της σε ένα σώμα εξαρτάται από την τροχιά και όχι μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος. Έτσι το έργο της τριβής ολίσθησης σε ένα σώμα σε μια κλειστή τροχιά δεν είναι μηδέν.

Θεωρήστε το σύστημα ενός σώματος μάζας m και της Γης. Έστω ότι το σώμα βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της Γης, στο σημείο 1 στο σχήμα. Θα θεωρούμε μετατοπίσεις του σώματος κοντά στην επιφάνεια της Γης ώστε η ένταση του πεδίου βαρύτητας, g , να είναι σταθερή.

Για μετατόπιση του σώματος μεταξύ δύο σημείων όπου το σώμα απομακρύνεται από την επιφάνεια της Γης, όπως από το σημείο 1 στο σημείο 2 του σχήματος, απαιτείται να ασκηθεί στο σώμα δύναμη αντίθετη του βάρους. Αν η δύναμη που ασκείται αλλάζει μόνο τη θέση του σώματος μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης, δηλαδή δεν αλλάζει την κινητική ενέργεια, τότε το έργο της δύναμης (που είναι θετικό) αυξάνει τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη. Αυτό οφείλεται στην αρχή διατήρησης της ενέργειας. Για την ίδια μετατόπιση από το σημείο 1 στο σημείο 2 το έργο του βάρους είναι αρνητικό. Επειδή το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με το μέτρο του βάρους B , έχουμε τη σχέση: $W_F = -W_B$.



Άρα, $W_F = \Delta E_{\Delta(\betaαρ)}$, $W_B = -\Delta E_{\Delta(\betaαρ)}$.

Όταν αφήνουμε το σώμα από το σημείο 2 να κινηθεί υπό την επίδραση μόνο του βάρους του προς το σημείο 1, μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια (το σώμα και η Γη πλησιάζουν μεταξύ τους μέσω των ελκτικών τους δυνάμεων). Σε αυτή την περίπτωση το έργο στο σώμα γίνεται από τη δύναμη που ασκείται στο σώμα από τη Γη (το βάρος). Το έργο αυτό είναι θετικό. Από το θεώρημα έργου μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε τη σχέση, $W_B = \Delta E_K$, δηλαδή το έργο του βάρους είναι ίσο με τη μεταβολή (αύξηση) της κινητικής ενέργειας του σώματος. Άρα, $\Delta E_K = -\Delta E_{\Delta(\betaαρ)}$. Η σχέση αυτή γράφεται και ως εξής: $\Delta E_K + \Delta E_{\Delta(\betaαρ)} = 0$ ή $\Delta(E_K + E_{\Delta(\betaαρ)}) = 0$. Άρα το άθροισμα της κινητικής ενέργειας και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σώματος-Γης, $E_K + E_{\Delta(\betaαρ)}$, διατηρείται σταθερό. Η σχέση $E_K + E_{\Delta(\betaαρ)} = \text{σταθερό}$ αυτή αποτελεί το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ του σώματος και της Γης. Μπορούμε να γράψουμε για τις μετατροπές της κινητικής ενέργειας σε βαρυτική δυναμική ενέργεια και αντίστροφα, $\frac{1}{2}mu^2 \pm mgh = \text{σταθερό}$. Η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας

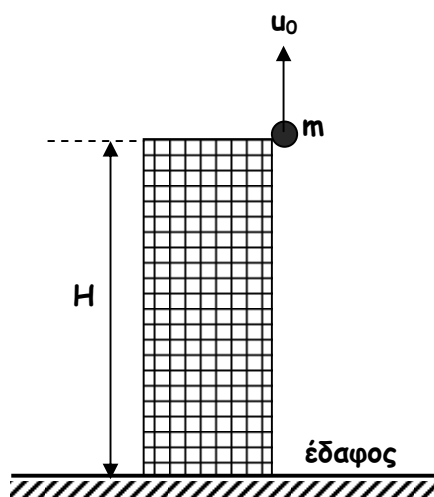
εξαρτάται από το σημείο αναφοράς όπου ορίζουμε την τιμή μηδέν για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια. Έτσι η βαρυτική δυναμική ενέργεια μπορεί να πάρει την τιμή μηδέν, θετική και αρνητική τιμή. Αν το σώμα βρίσκεται πιο μακριά από τη Γη σε σχέση με το σημείο αναφοράς η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι θετική. Αν το σώμα βρίσκεται πιο κοντά στη Γη σε σχέση με το σημείο αναφοράς η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι αρνητική. Αν το σώμα βρίσκεται στο σημείο αναφοράς, τότε η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι

μηδέν. Ανεξάρτητα από την επιλογή του σημείου αναφοράς το άθροισμα της κινητικής ενέργειας και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας, είναι σταθερό, εφόσον δεν ασκούνται δυνάμεις στο σύστημα που μεταβάλλουν τη μηχανική του ενέργεια, όπως η τριβή και η αντίσταση του αέρα. Έτσι η μείωση (ή αύξηση) της μιας μορφής ενέργειας συνεπάγεται την αύξηση (ή μείωση) στο ίδιο ποσό της άλλης μορφής ενέργειας. Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος, για παράδειγμα, αυξάνεται η κινητική ενέργεια και ταυτόχρονα μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια. Στην κατακόρυφη βολή προς τα πάνω συμβαίνει μείωση της κινητικής ενέργειας και ταυτόχρονα αύξηση της βαρυτικής ενέργειας (το έργο του βάρους είναι αρνητικό). Αν στην κίνηση αυτή επιδρά μόνο το βάρος τότε το ποσό της μείωσης της κινητικής ενέργειας είναι ίσο με το ποσό της αύξησης της βαρυτικής ενέργειας.

Πρόβλημα 54

Ένα σώμα μάζας 4 kg βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου 40 m/s από την κορυφή μιας πολυκατοικίας ύψους 45 m, όπως δείχνει το σχήμα.

(α) Θεωρήστε ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στο επίπεδο του εδάφους.



Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Ύψος από το έδαφος, h (m)	Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια, $E_{\Delta(Βαρ.)}$ (J)	Κινητική Ενέργεια, E_K (J)	Μηχανική Ενέργεια, E_M (J)
45			
100			
125			
20			
0			

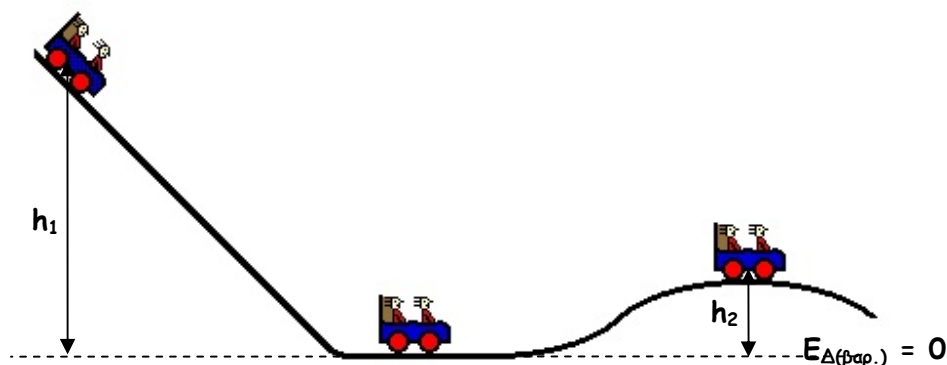
(β) Θεωρήστε ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην κορυφή της πολυκατοικίας (σημείο βολής).

Να συμπληρώσετε ένα αντίστοιχο πίνακα για τα ίδια ύψη.

Πρόβλημα 55

Στο σχήμα το αμαξάκι μαζί με τα δύο άτομα έχει συνολική μάζα 400 kg. Αρχίζει να κινείται χωρίς αρχική ταχύτητα σε τροχιά που δεν παρουσιάζει τριβές.

Δίνεται ότι $h_1 = 10 \text{ m}$ και $h_2 = 3 \text{ m}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στο χαμηλότερο επίπεδο της τροχιάς, όπως δείχνει το σχήμα.



(α) Να υπολογίσετε την αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος.

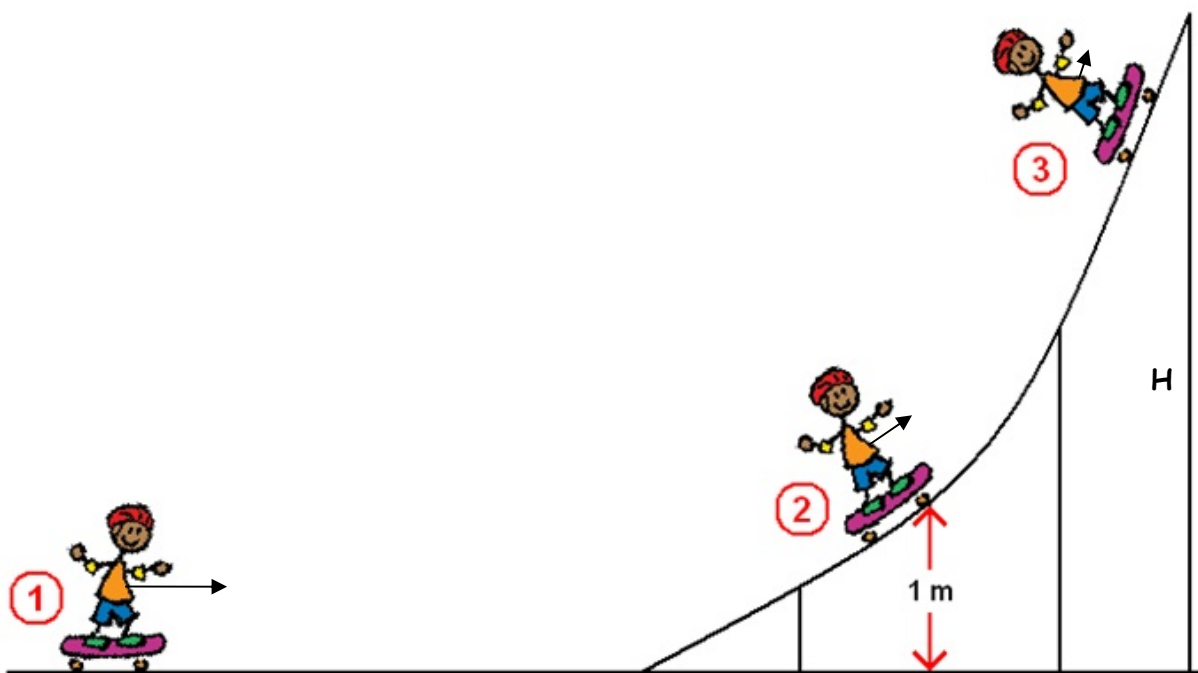
(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν βρίσκεται στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του.

(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν φτάσει στο σημείο με ύψος h_2 από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του.

(Απάντηση: (α) 40000 J, (β) 14,1 m/s, (γ) 11,8 m/s)

Πρόβλημα 56

Στο σχήμα ο μαθητής, μαζί με τα τροχοπέδιλα, έχει μάζα 60 kg . Στο σημείο 1 η ταχύτητα του μαθητή έχει μέτρο 8 m/s . Ο μαθητής διαγράφει την τροχιά του σχήματος, χωρίς τριβές και χωρίς την επίδραση άλλων δυνάμεων αντίστασης.



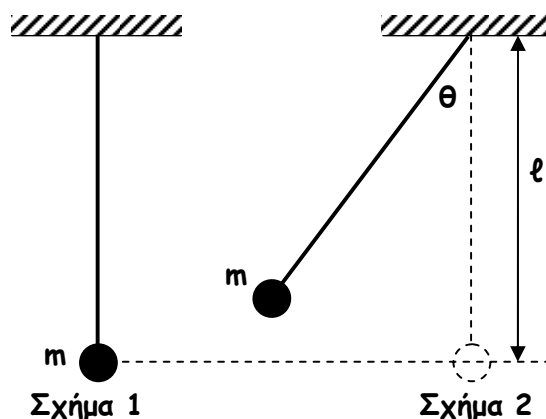
(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή στο σημείο 2.

(β) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος H που φτάνει ο μαθητής.

(Απάντηση: (α) $6,63\text{ m/s}$, (β) $3,2\text{ m}$)

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΠρόβλημα 57

Στο σχήμα 1 το σφαιρίδιο βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία με τη βοήθεια κατακόρυφου αβαρούς μη ελαστικού νήματος σε απόσταση ℓ από ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σφαιρίδιο από τη θέση ισορροπίας του, ώστε το νήμα να σχηματίσει γωνία θ με την κατακόρυφο, και το νήμα να παραμένει τεντωμένο, όπως δείχνει το σχήμα 2. Αφήνουμε το σφαιρίδιο από το σημείο αυτό να κινηθεί ελεύθερα, διαγράφοντας τόξο κύκλου.

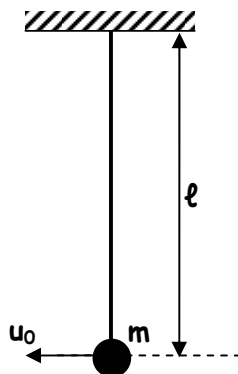


Να δείξετε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου όταν περνά από το σημείο ισορροπίας του δίνεται από τη σχέση: $u = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\theta)}$. Θεωρήστε ότι η κίνηση γίνεται χωρίς τριβές.

Πρόβλημα 58

Ένα σφαιρίδιο, μάζας $0,200 \text{ kg}$, είναι στερεωμένο στην άκρη ενός αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Η άλλη άκρη του νήματος είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο σε απόσταση $\ell = 2\text{m}$ από το σφαιρίδιο.

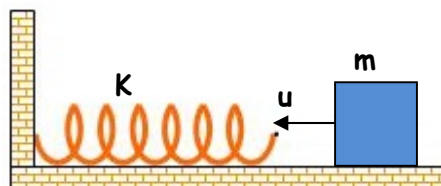
Στο σχήμα το σφαιρίδιο στην κατακόρυφη θέση έχει αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0 = 6 \text{ m/s}$. Το σφαιρίδιο κινείται χωρίς τριβές.



- (α) Να υπολογίσετε την αρχική κινητική ενέργεια του σφαιριδίου.
 (β) Να υπολογίσετε τη μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια όταν το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου αλλάξει από 6 m/s σε 3 m/s .
 (γ) Να υπολογίσετε το ύψος που ανεβαίνει το σφαιρίδιο από την αρχική θέση τη στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας είναι 3 m/s .
 (δ) Να υπολογίσετε τη γωνία που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο τη στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας γίνει 3 m/s .
 (ε) Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνία που διαγράφει το νήμα.
 (Απάντηση: (α) $3,6 \text{ J}$, (β) $2,7 \text{ J}$, (γ) $1,35 \text{ m}$, (δ) 71° , (ε) 84°)

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Θεωρήστε τώρα το σύστημα να αποτελείται από ένα σώμα μάζας m και ένα ελατήριο σταθεράς K , που ικανοποιεί το νόμο του Hooke. Το ένα άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Θεωρήστε το σώμα να κινείται σε επιφάνεια χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα μέτρου u και να πλησιάζει το ελατήριο, όπως δείχνει το σχήμα.



Όταν τα δύο σώματα αλληλεπιδράσουν, δηλαδή ασκήσει το ένα σώμα δύναμη στο άλλο, θα έχουμε μετατροπή της κινητικής ενέργειας του σώματος σε ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Το έργο της δύναμης F_1 που ασκεί το ελατήριο στο σώμα είναι αρνητικό. Η ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αυξάνεται. Το έργο της δύναμης F_2 που ασκεί το σώμα στο ελατήριο είναι θετικό και η κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται. Επειδή οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα (Αρχή Δράσης αντίδρασης), τότε έχουμε τη σχέση $W_{F1} = -W_{F2} \Rightarrow \Delta E_{\Delta(\epsilon\lambda)} = -\Delta E_K$. Άρα, $\Delta E_{\Delta(\epsilon\lambda)} + \Delta E_K = 0 \Rightarrow \Delta(E_{\Delta(\epsilon\lambda)} + E_K) = 0$.

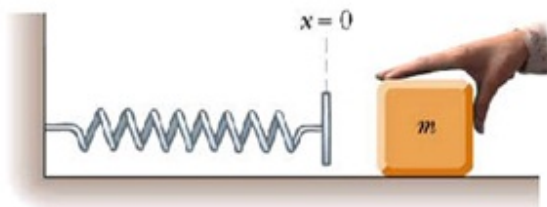
Άρα, το άθροισμα της κινητικής και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας, $\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$, είναι σταθερό, σε οποιαδήποτε δύο σημεία, εφόσον στο σύστημα ασκούνται μόνο οι εσωτερικές δυνάμεις μεταξύ των δύο σωμάτων οι οποίες είναι συντηρητικές. Όταν μειώνεται η κινητική ενέργεια αυξάνεται κατά το ίδιο ποσό η ελαστική δυναμική ενέργεια και αντίστροφα.

Σε συστήματα σωμάτων που συμβαίνουν μετατροπές μόνο μεταξύ της κινητικής ενέργειας, της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας, το άθροισμα

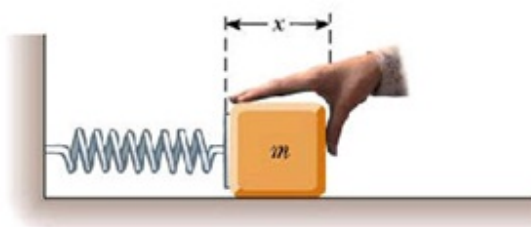
$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K(\Delta x)^2 \pm mgh$, είναι το ίδιο για οποιαδήποτε δύο σημεία ή θέσεις του συστήματος.

Πρόβλημα 59

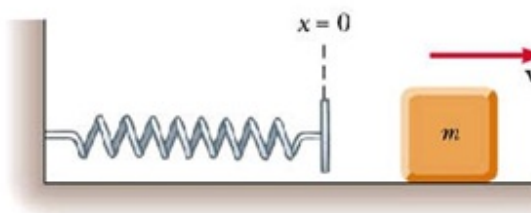
Στο σχήμα 1 το ελατήριο είναι αβαρές και το ένα άκρο του συνδέεται σε ακλόνητο σημείο. Η σταθερά του ελατηρίου είναι 100 N/m .



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

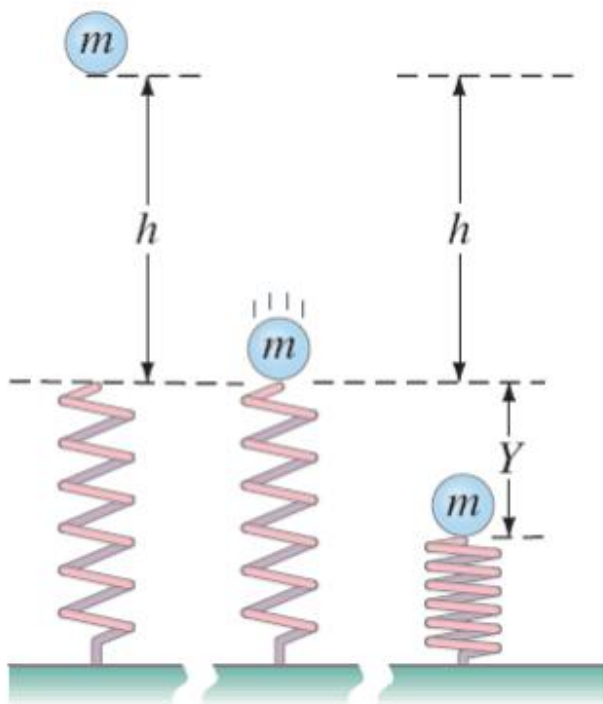
Συμπιέζουμε το ελατήριο κατά 10 cm , με ένα σώμα μάζας 4 kg , όπως δείχνει το σχήμα 2. Στη συνέχεια αφήνουμε το σώμα να κινηθεί σε οριζόντια επιφάνεια χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν χάσει επαφή με το ελατήριο, όπως δείχνει το σχήμα 3.

(Απάντηση: $0,5 \text{ m/s}$)

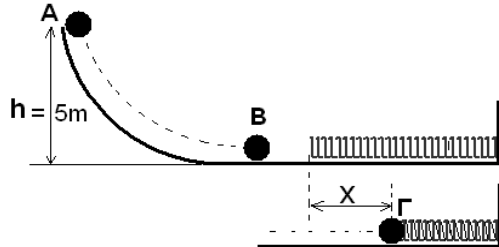
Πρόβλημα 60

Μια σφαίρα μάζας $m = 2,60 \text{ kg}$ αφήνεται από την ηρεμία να εκτελέσει ελεύθερη πτώση και προσκρούσει το πάνω άκρο ενός κατακόρυφου αβαρούς ελατηρίου αφού διανύσει απόσταση $h = 55 \text{ cm}$. Λόγω της πρόσκρουσης το ελατήριο συμπιέζεται κατά $Y = 15 \text{ cm}$, τη στιγμή που η μπάλα σταματά στιγμιαία. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου.



Πρόβλημα 61

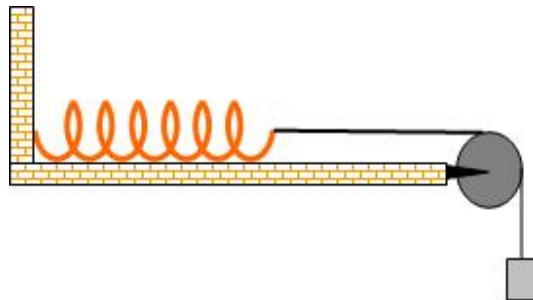
Στο σχήμα η σφαίρα μάζας 2 kg αφήνεται από το σημείο A , από ύψος $h = 5\text{ m}$ ως προς το σημείο B , να κινηθεί σε αυλακωτή τροχιά που δεν παρουσιάζει τριβές.



- (α) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας στο σημείο B .
 (β) Στη συνέχεια η σφαίρα κινείται σε οριζόντια επιφάνεια που επίσης δεν παρουσιάζει τριβές, και συναντά τη μια άκρη αβαρούς ελατηρίου, του οποίου η άλλη άκρη είναι σταθερά συνδεδεμένη σε κατακόρυφο τοίχο, όπως δείχνει το σχήμα. Η σταθερά του ελατηρίου είναι 50 N/m .
 (γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση, x , του ελατηρίου στο σημείο Γ .

Πρόβλημα 62

Στο σχήμα το σώμα μάζας 4 kg κρατείται αρχικά ακίνητο με το ελατήριο, σταθεράς 100 N/m , να έχει το φυσικό του μήκος. Το νήμα που συνδέει το σώμα με το ελατήριο είναι αβαρές. Η τροχαλία είναι αβαρής και δεν περιστρέφεται. Αφήνουμε το σώμα να κινηθεί κατακόρυφα χωρίς τριβές.



- (α) Να εξηγήσετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν κατά την πτώση του σώματος.
 (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν διανύσει, από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο, κατακόρυφη απόσταση $0,20\text{ m}$.
 (γ) Να ερμηνεύσετε την κατακόρυφη κίνηση του σώματος προς τα κάτω.
 (δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.
 (ε) Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της ταχύτητας του σώματος.
 (Απάντηση: (β) $1,7\text{ m/s}$, (δ) $0,80\text{ m}$, (ε) $(2,0\text{ m/s})$)

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ1.3 ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - ΣΥΝΔΙΑΣΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Έχουμε ήδη αναφέρει το θεώρημα έργου- μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Αν σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων ασκούνται δυνάμεις οι οποίες μεταβάλλουν την κινητική ενέργεια του σώματος ή του συστήματος, το έργο όλων των δυνάμεων (ή το έργο της συνισταμένης δύναμης) είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος ή του συστήματος.

Το θεώρημα εκφράζεται από τη σχέση:

$$W = \Delta E_K.$$

Το θεώρημα έργου μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα αν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα ή το σύστημα είναι συντηρητικές ή όχι.

Πρόβλημα 63

Ένα σώμα μάζας 4 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια. Πάνω στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου 20 N και με οριζόντια διεύθυνση. Ως αποτέλεσμα το σώμα επιταχύνεται και διανύει διάστημα 6 m στα πρώτα 2 s από τη στιγμή της επίδρασης της δύναμης.

(α) Να δείξετε ότι στο σώμα ασκείται τριβή ολίσθησης.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

(γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή της τριβής ολίσθησης.

(δ) Να δείξετε ότι το έργο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με την απώλεια της κινητικής ενέργειας του σώματος για το διάστημα των 6 m.

(Απάντηση: (β) 8 N, (γ) 0,2)

Πρόβλημα 64

Ένα βλήμα πολυβόλου όπλου μάζας 2 kg βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου 40 m/s . Το μέγιστο ύψος που ανεβαίνει το βλήμα είναι 50 m .

(α) Να εξηγήσετε αν υπάρχει απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την άνοδο του βλήματος. Αν ναι, να υπολογίσετε:

(i) Την απώλεια μηχανικής ενέργειας από τη στιγμή της βολής μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο μέγιστο ύψος.

(ii) Το μέτρο της δύναμης αντίστασης που ασκείται στο βλήμα σε όλη τη διάρκεια της ανόδου του. Θεωρήστε τη δύναμη αντίστασης σταθερή.

(iii) Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά τη διάρκεια της ανόδου του.

(iv) Το χρόνο που χρειάζεται το σώμα, από τη στιγμή της βολής, να ανέβει στο ψηλότερο σημείο της κατακόρυφης τροχιάς του (χρόνος ανόδου).

(β) Θεωρήστε ότι το σώμα δέχεται την ίδια σε μέτρο δύναμη αντίστασης όταν κατέρχεται. Να υπολογίσετε:

(i) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν φτάνει ξανά στο σημείο βολής.

(ii) Το χρόνο που χρειάζεται το σώμα, από τη στιγμή που φτάνει στο μέγιστο ύψος, να κατέβει ξανά στο σημείο βολής (χρόνος καθόδου).

(γ) Να συγκρίνετε και να σχολιάσετε τις απαντήσεις στα ερωτήματα (α) (iv) και (β) (ii).

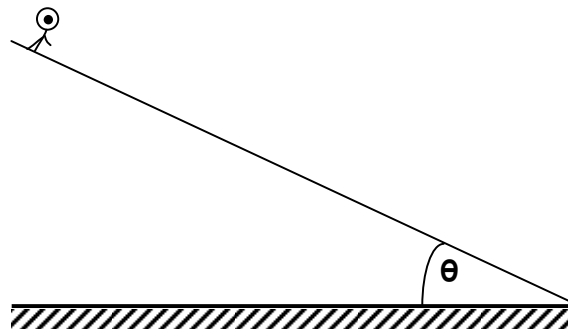
(Απάντηση: (α) (i) 600 J , (ii) 12 N , (iii) 16 m/s^2 , (iv) $2,5 \text{ s}$, (β) (i) 20 m/s , (ii) 5 s)



Πρόβλημα 65

Ένας σκιέρ κινείται σε μια βουνοπλαγιά σε επίπεδη επιφάνεια η οποία σχηματίζει γωνία 25° με την οριζόντια διεύθυνση, όπως δείχνει το σχήμα. Η συνολική μάζα του σκιέρ μαζί με τα χιονοπέδιλα είναι 50 kg . Υπάρχει σταθερή δύναμη τριβής μέτρου 60 N η οποία αντιτίθεται στην κίνηση του σκιέρ. Η αρχική ταχύτητα του σκιέρ στην κορυφή της βουνοπλαγιάς έχει μέτρο $2,5 \text{ m/s}$.

(Δίνεται: $\eta\mu 25^\circ = 0,423$, $\sigma\upsilon\nu 25^\circ = 0,906$)

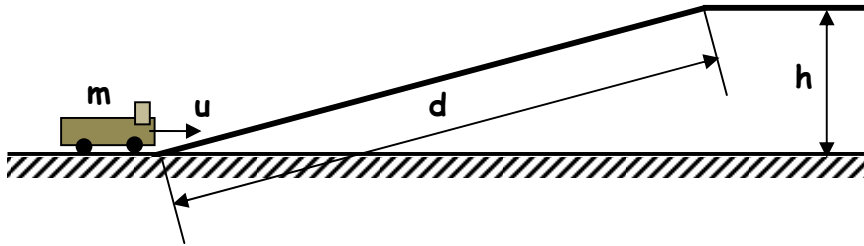


Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ όταν διανύσει διάστημα 20 m , από την κορυφή μέχρι τη βάση της βουνοπλαγιάς.

(Απάντηση: $11,3 \text{ m/s}$)

Πρόβλημα 66

Ένα φορτηγό μάζας $m = 10000 \text{ kg}$ ανεβαίνει έναν ανηφορικό δρόμο μήκους $d = 23 \text{ m}$, με σταθερή κλίση ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Το φορτηγό κινείται σε όλη τη διαδρομή των 23 m με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u = 20 \text{ km/h}$. Το συνολικό έργο που κάνει η μηχανή στο φορτηγό είναι $7 \times 10^5 \text{ J}$. Το έργο που γίνεται από την τριβή είναι $8,5 \times 10^4 \text{ J}$.



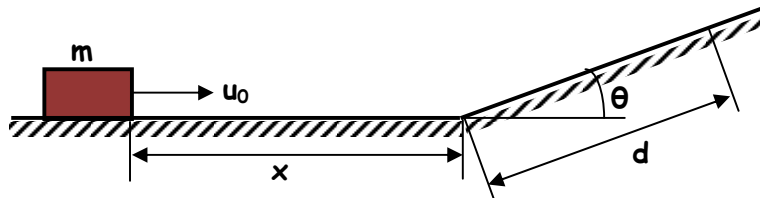
(α) Να υπολογίσετε το ύψος h που ανεβαίνει το φορτηγό, στην κορυφή του δρόμου.

(β) Να υπολογίσετε την ισχύ της μηχανής.

(Απάντηση: (α) $6,15 \text{ m}$, $1,69 \times 10^5 \text{ W}$)

Πρόβλημα 67

Ένα σώμα μάζας 3 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου 7 m/s όταν συναντά επιφάνεια που παρουσιάζει σταθερή τριβή ολίσθησης μέτρου 30 N . Το σώμα κινείται με την επίδραση της τριβής σε απόσταση 2 m , όταν συναντά δεύτερη επιφάνεια, με κλίση 20° ως προς την οριζόντια επιφάνεια, που δεν παρουσιάζει τριβές, όπως δείχνει το σχήμα. Το σώμα σταματά όταν διανύσει απόσταση d κατά μήκος της κεκλιμένης επιφάνειας.



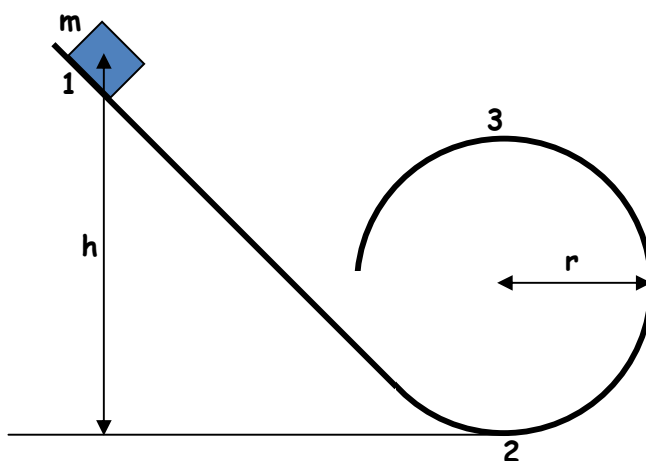
(α) να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας στη βάση της κεκλιμένης επιφάνειας.

(β) Να υπολογίσετε την απόσταση d .

(Απάντηση: (α) 3 m/s , (β) $1,32 \text{ m}$)

Πρόβλημα 68

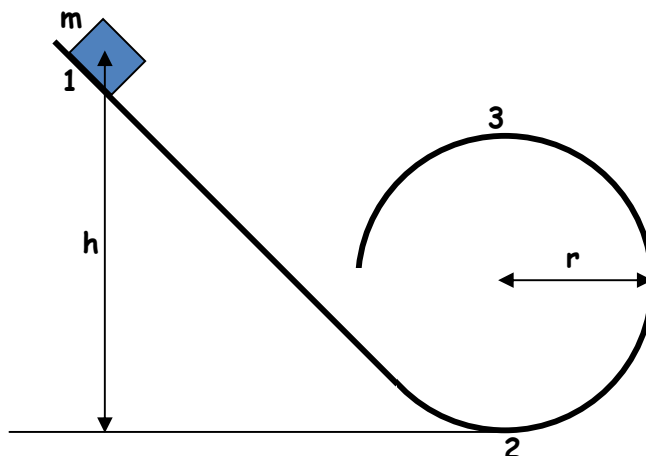
Το σώμα στο σχήμα έχει μάζα $m = 4 \text{ kg}$ και αφήνεται από το σημείο 1 του κεκλιμένου επιπέδου να κινηθεί από την ηρεμία και από ύψος $h = 3 \text{ m}$ ως προς το χαμηλότερο σημείο 2 της τροχιάς του. Από το σημείο 1 μέχρι το σημείο 2 της τροχιάς του το σώμα διανύει διάστημα 4 m και δέχεται σταθερή δύναμη τριβής μέτρου 6 N . Από το σημείο 2 και μετά το σώμα εισέρχεται σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 1,2 \text{ m}$ και δέχεται σταθερή δύναμη τριβής (μέση τιμή) μέτρου 4 N .



- (α) Να υπολογίσετε την αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος ως προς το σημείο 2.
 (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο σημείο 2.
 (γ) Να εξηγήσετε αν το σώμα μπορεί να φτάσει στο ανώτατο σημείο 3 της κυκλικής τροχιάς.
 (Απάντηση: (α) 120 J , (β) $6,93 \text{ m/s}$)

Πρόβλημα 69

Το σώμα στο σχήμα έχει μάζα $m = 4 \text{ kg}$ και αφήνεται από το σημείο 1 του κεκλιμένου επιπέδου να κινηθεί από την ηρεμία και από ύψος $h = 3,20 \text{ m}$ ως προς το χαμηλότερο σημείο 2 της τροχιάς του. Από το σημείο 1 μέχρι το σημείο 2 της τροχιάς του το σώμα διανύει διάστημα 4 m χωρίς απώλειες μηχανικής ενέργειας. Από το σημείο 2 και μετά το σώμα εισέρχεται σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 1,2 \text{ m}$ και δέχεται δύναμη τριβής.

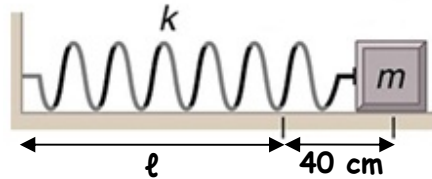


- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο σημείο 2.
 (β) Μετά το σημείο 2 το σώμα σταματά στιγμιαία διαγράφοντας τόξο στην κυκλική τροχιά ανεβαίνοντας σε μέγιστο ύψος $2,0 \text{ m}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης τριβής που ασκείται στο σώμα από το σημείο 2 μέχρι το σημείο που σταματά στιγμιαία.
 (γ) Να υπολογίσετε το ελάχιστο ύψος που πρέπει να αφήσουμε ελεύθερο σώμα από το κεκλιμένο επίπεδο, ώστε το σώμα μόλις να φτάσει στο ανώτατο σημείο 3 της κυκλικής τροχιάς. (Θεωρήστε ότι το μέτρο της μέσης δύναμης τριβής είναι ίσο με το αποτέλεσμα του ερωτήματος (β)).

(Απάντηση: (α) 8 m/s , (β) $17,4 \text{ N}$, (γ) $4,04 \text{ m}$)

Πρόβλημα 70

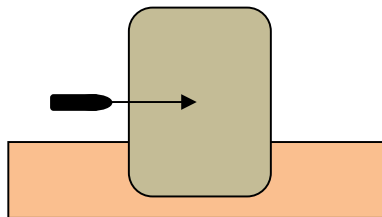
Ένα σώμα μάζας 2 kg βρίσκεται συνδεδεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου αβαρούς ελατηρίου σταθεράς 100 N/m . Αρχικά το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ℓ . Απομακρύνουμε το σώμα οριζόντια σε επιφάνεια που παρουσιάζει σταθερή τριβή ολίσθησης μέτρου 10 N , ώστε το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά 40 cm , όπως δείχνει το σχήμα. Αφήνουμε το σώμα και κινείται κατά μήκος της επιφάνειας.



- (α) Να σχεδιάσετε τη συνισταμένη δύναμη στο σώμα σε συνάρτηση του διαστήματος x που διανύει το σώμα από τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο, όπου $0 \leq x \leq 40 \text{ cm}$.
 (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν το σώμα διανύσει τα πρώτα 20 cm .
 (γ) Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της ταχύτητας του σώματος.
 (δ) Να υπολογίσετε τη συσπίρωση του ελατηρίου όταν το σώμα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο.
 (ε) Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο μέχρι να σταματήσει και να παραμείνει ακίνητο.
 (Απάντηση: (β) 2 m/s , (γ) $2,12 \text{ m/s}$, (δ) 20 cm , 80 cm)

Πρόβλημα 71

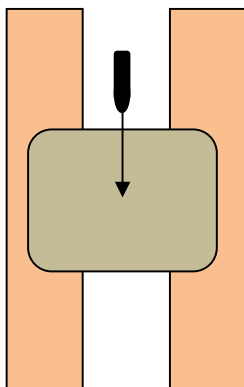
Το βλήμα στο σχήμα, μάζας 200 g , συναντά την επιφάνεια ενός ξύλινου σώματος με ταχύτητα μέτρου 100 m/s και με οριζόντια διεύθυνση. Το βλήμα σφηνώνεται μέσα στο ξύλο αφού διανύσει απόσταση 40 cm . Το ξύλινο σώμα είναι ακλόνητο. Θεωρήστε τη δύναμη που ασκεί το ξύλινο σώμα στο βλήμα σταθερή.



- (α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που δέχεται το βλήμα κατά την κίνησή του μέσα στο ξύλο.
 (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το βλήμα από το ξύλο (i) με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα και (ii) με εφαρμογή του Θεωρήματος έργου μεταβολή της κινητικής ενέργειας.
 (Απάντηση: (α) 12500 m/s^2 , (β) 2500 N)

Πρόβλημα 72

Το βλήμα στο σχήμα, μάζας 200 g, συναντά την επιφάνεια ενός ξύλινου σώματος με ταχύτητα μέτρου 100 m/s και με κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω. Το βλήμα σφηνώνεται μέσα στο ξύλο αφού διανύσει συγκεκριμένη απόσταση. Το ξύλινο σώμα είναι ακλόνητο. Η δύναμη που ασκεί το ξύλινο σώμα στο βλήμα είναι σταθερή, μέτρου 400 N.



- (α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που δέχεται το βλήμα κατά την κίνησή του μέσα στο ξύλο.
 (β) Να υπολογίσετε την απόσταση που διανύει το βλήμα μέσα στο ξύλο από τη στιγμή που έρχεται σε επαφή μέχρι να σταματήσει.
 (Απάντηση: (α) 1990 m/s^2 , (β) $2,51 \text{ m}$)