

ΤΡΙΤΗ 45λεπτη ΓΡΑΠΤΗ ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΜΑ: ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

05/12/2013

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1

Δίνεται η εξίσωση $u = -0,5\pi \sin(4\pi t)$, μονάδες στο S.I., της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, της αρμονικής ταλάντωσης ενός σώματος μάζας 0,400kg.

(α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης. (1 μον.)

(β) Να υπολογίσετε την ενέργεια του ταλαντωτή. (2 μον.)

(γ) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της θέσης του ταλαντωτή σε συνάρτηση του χρόνου, για τις δύο πρώτες περιόδους της κίνησής του. (2 μον.)

Λύσεις

(α) Από την εξίσωση έχουμε: $\omega = 4\pi \text{ rad / s}$. Είναι

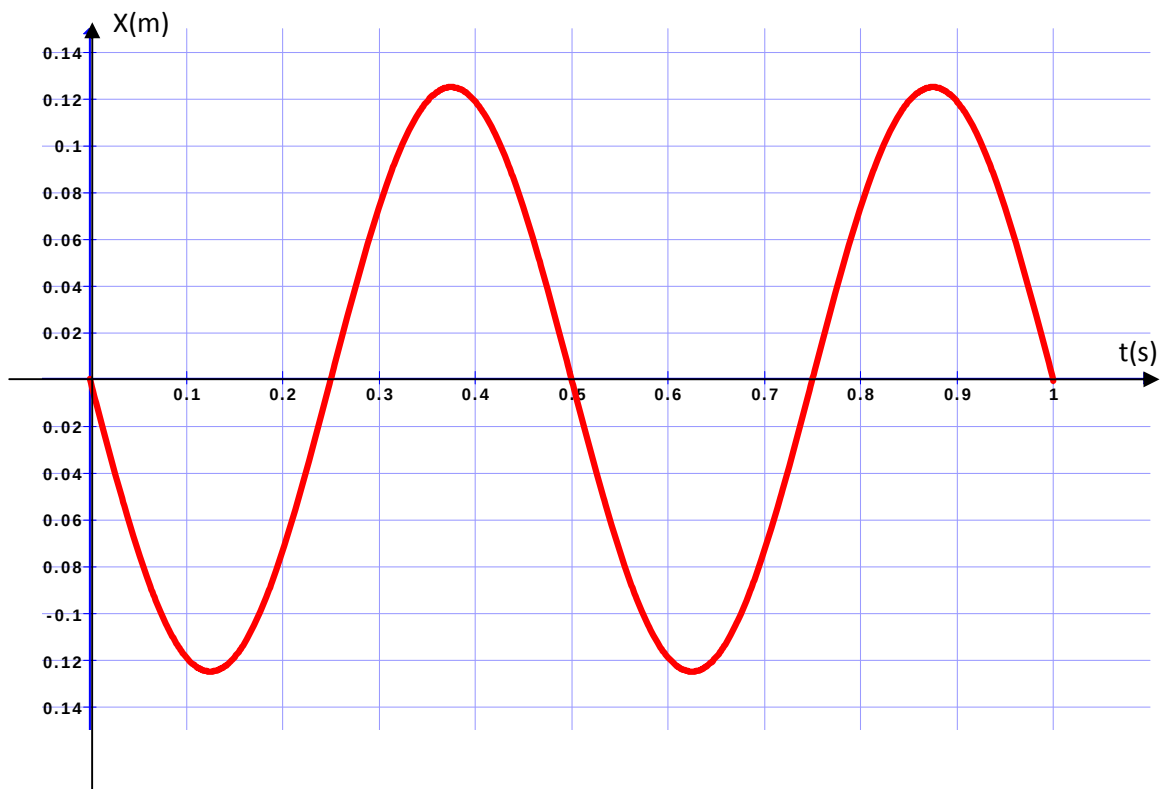
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ Hz}.$$
(1 μον.)

(β) Είναι, $E = \frac{1}{2} m u_0^2$.

Από την εξίσωση έχουμε $u_0 = 0,5\pi \text{ m / s}$. Άρα, $E = \frac{1}{2} \times 0,400 \times (0,5\pi)^2 = 0,493 \text{ J}$.

(2 μον.)

(γ) Είναι $u_0 = \omega x_0 \Rightarrow 0,5\pi = 4\pi x_0 \Rightarrow x_0 = 0,125 \text{ m}$. Το σώμα τη στιγμή $t=0$ έχει μέγιστη αρνητική ταχύτητα. Άρα, το σώμα τη στιγμή $t=0$ περνά από τη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα.



(2 μον.)

ΕΡΩΤΗΣΗ 2

Ένα σώμα μάζας 0,900kg εκτελεί αρμονική ταλάντωση με συχνότητα 0,8Hz. Όταν το σώμα περνά από σημείο που απέχει απόσταση 0,40m από τη θέση ισορροπίας του, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι 2,5m/s.

- (α) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος. (2 μον.)
 (β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος. (2 μον.)
 (γ) Να γράψετε την εξίσωση της θέσης με το χρόνο, της ταλάντωσης του σώματος, δεδομένου ότι τη στιγμή $t=0$ ο ταλαντωτής βρίσκεται στη μέγιστη θετική μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας. (1 μον.)

Λύσεις

(α) Η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας.

$$\text{Άρα, } E = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} \times 0,900 \times (2,5)^2 + \frac{1}{2} \times 0,900 (2\pi \times 0,8)^2 \times (0,40)^2$$

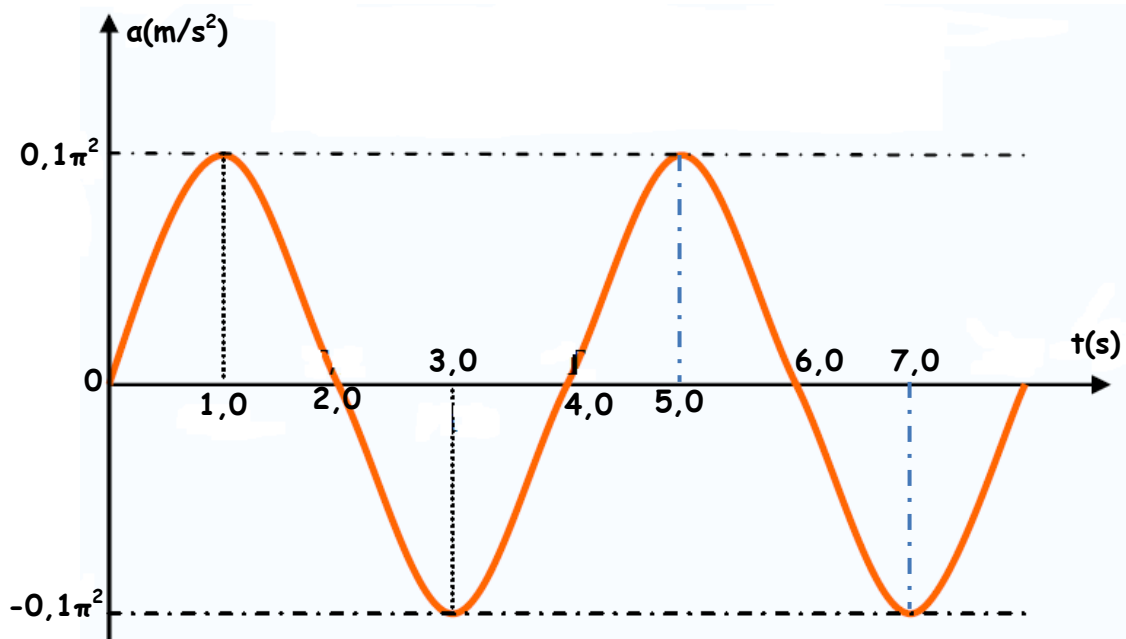
$$E = 2,8125 + 1,8192 = 4,63 \text{ J} . \quad (2 \text{ μον.})$$

(β) Είναι $u^2 = \omega^2 (x_0^2 - x^2) \Rightarrow 2,5^2 = 4\pi^2 \times 0,8^2 (x_0^2 - 0,40^2) \Rightarrow x_0 = 0,64 \text{ m} \quad (2 \text{ μον.})$

(γ) $x = 0,64 \sin(1,6\pi) \quad \text{ή} \quad x = 0,64 \eta \mu(1,6\pi + \frac{\pi}{2})$, μονάδες στο S.I. (1 μον.)

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

Δίνεται η πιο κάτω γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο για έναν αρμονικό ταλαντωτή.



- (α) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης. (1 μον.)
(β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης. (2 μον.)
(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή $t=6s$ και να εξηγήσετε ποια είναι η φορά της. (2 μον.)
(δ) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση του χρόνου, για $0 \leq t \leq 8s$. (2 μον.)
(ε) Η μάζα του ταλαντωτή είναι $m=2,5kg$. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t=1,5s$. (3 μον.)

Λύσεις

(α) Είναι, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ rad/s}$ (1 μον.)

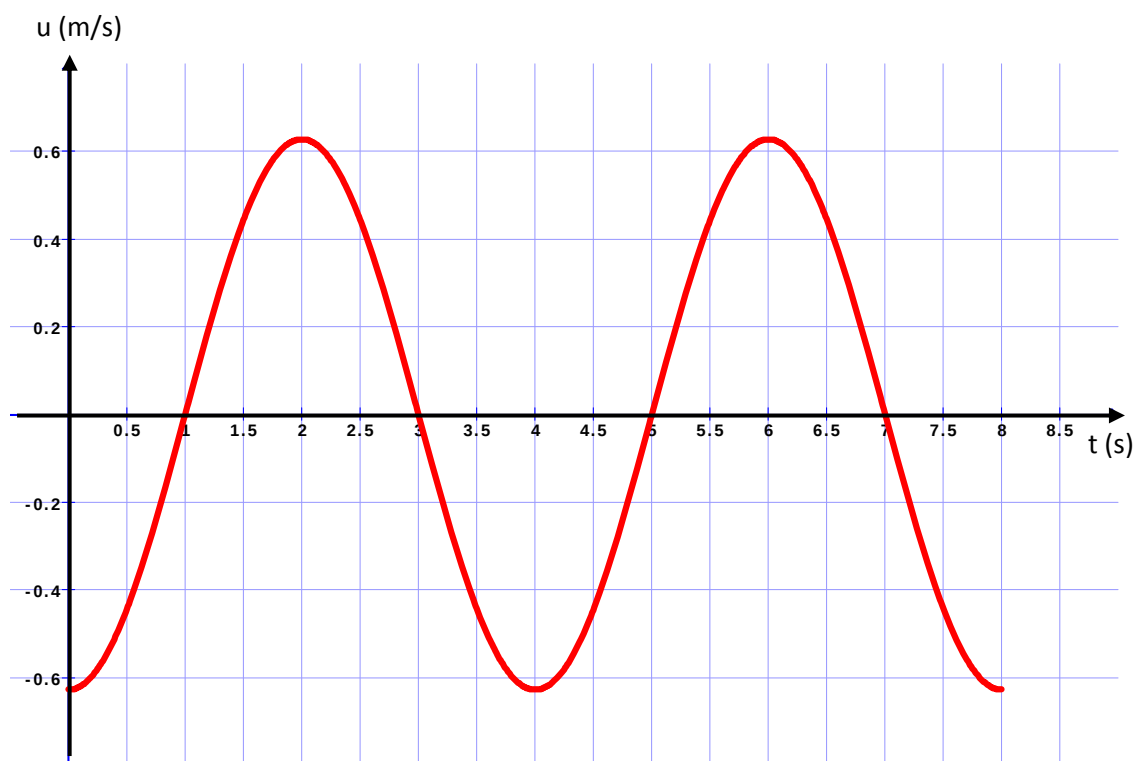
(β) Είναι, $a_0 = \omega^2 x_0 \Rightarrow 0,1\pi^2 = \frac{\pi^2}{4} x_0 \Rightarrow x_0 = 0,4 \text{ m}$. (2 μον.)

(γ) Τη χρονική στιγμή $t=6 \text{ s}$ η επιτάχυνση είναι μηδέν. Άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο. Είναι $u_0 = \omega x_0 = \frac{\pi}{2} \times 0,4 = 0,2\pi = 0,628 \text{ m/s}$. Η επιτάχυνση αμέσως

μετά είναι αρνητική. Άρα, το σώμα κινείται σε θετικές τιμές της θέσης x . Έτσι η ταχύτητα, εφόσον το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας τη στιγμή $t=6 \text{ s}$, έχει θετικό πρόσημο. (2 μον.)

(δ) Τη στιγμή $t=0$ η ταχύτητα είναι μέγιστη αρνητική.

Άρα, $u = -0,2\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$, μονάδες στο S.I.



(2 μον.)

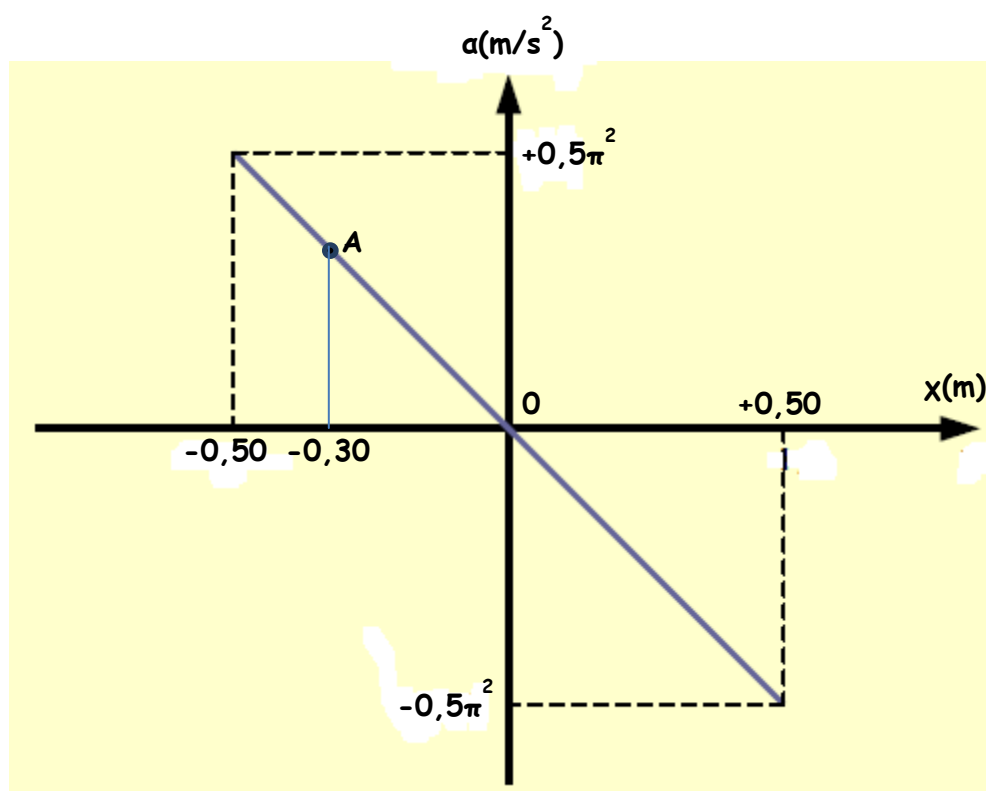
(ε) Υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t=1,5s$ από την εξίσωση

$$u = -0,2\pi\sigma\nu\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) = 0,444 \text{ m/s} . \text{ Άρα, } E_k = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2} \times 2,5 \times (0,444)^2 = 0,247 \text{ J} .$$

(3 μον.)

ΕΡΩΤΗΣΗ 4

Η γραφική παράσταση δείχνει την επιτάχυνση συναρτήσει της θέσης για ένα αρμονικό ταλαντωτή μάζας 2,0 kg. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,50m.



- (α) Να γράψετε την εξίσωση της συνάρτησης $a=f(x)$, στο S.I. (1 μον.)
- (β) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του ταλαντωτή όταν $x=0,30\text{m}$. (2 μον.)
- (γ) Δεδομένου ότι τη στιγμή $t=0$ ο ταλαντωτής περνά από το σημείο με $x=-0,30$, με θετική ταχύτητα, να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $x=f(t)$, για τις δύο πρώτες περιόδους της κίνησης. (2 μον.)

Λύσεις

(α) Είναι $a_0 = \omega^2 x_0 \Rightarrow 0,5\pi^2 = 0,5\omega^2 \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad / s}$. Είναι $\vec{a} = -\omega^2 \vec{x} \Rightarrow a = -\pi^2 x$, μονάδες στο S.I. (1 μον.)

(β) Η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 x_0^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi^2 \times (0,50)^2 = 2,467 \text{ J}.$$

Η δυναμική ενέργεια είναι: $E_\Delta = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi^2 \times (0,30)^2 = 0,888 \text{ J}$

Άρα η κινητική ενέργεια είναι: $E_K = 2,467 - 0,888 = 1,58 \text{ J}$. (2 μον.)

