

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥΠΡΩΤΗ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ - ΕΝΟΤΗΤΑΣ

30/10/2012

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 45 ΛΕΠΤΑΘΕΜΑ: ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΕΚΡΗΞΕΙΣΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣΠρόβλημα 1. (30 μονάδες)

Οι δύο σφαίρες Α και Β από πλαστελίνη, με μάζες $m_1 = 1,2 \text{ kg}$ και $m_2 = 0,8 \text{ kg}$ αντίστοιχα, κινούνται σε επιφάνεια χωρίς τριβές. Οι δύο σφαίρες Α και Β κινούνται στην ίδια διεύθυνση αλλά με αντίθετη φορά και πλησιάζουν μεταξύ τους με σταθερές ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2,5 \text{ m/s}$ και $u_2 = 10,0 \text{ m/s}$ αντίστοιχα, όπως δείχνει το σχήμα.



Η κρούση μεταξύ των σφαιρών είναι κεντρική και πλαστική.

(α) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των σφαιρών μετά την κρούση.

(β) Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών, λόγω της κρούσης.

(γ) Η κρούση αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$ και διαρκεί $0,2 \text{ s}$. Θεωρήστε τις δυνάμεις κατά την κρούση σταθερές.

Να γίνει, για τις δύο σφαίρες, σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες, στο διάστημα $0 \leq t \leq 2 \text{ s}$, η γραφική παράσταση της ορμής με το χρόνο, $p = f(t)$.

Λύση

(α) Διατήρηση Ορμής:

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_K \Rightarrow 1,2 \cdot 2,5 + 0,8 \cdot (-10,0) = (1,2 + 0,8) v_K$$

$$\Rightarrow 3 - 8 = 2,0 v_K \Rightarrow v_K = -2,5 \text{ m/s} . \text{ (Η φορά είναι προς τα αριστερά).}$$

(β) Υπολογίζουμε την αρχική και την τελική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

$$E_{K(\pi)} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \Rightarrow E_{K(\pi)} = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 2,5^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 10^2 = 3,75 + 40 = 43,75 \text{ J} .$$

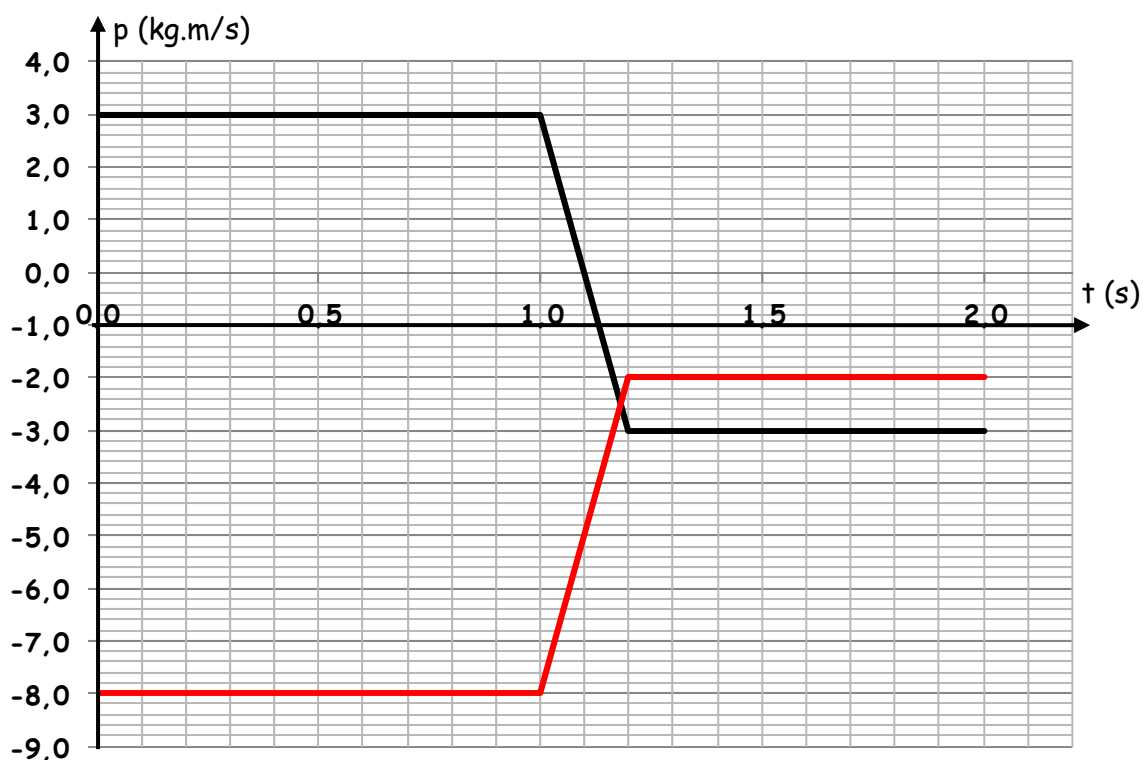
$$E_{K(\mu)} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_K^2 = \frac{1}{2} \cdot (1,2 + 0,8) \cdot 2,5^2 = 6,25 \text{ J}$$

$$\text{Άρα, } \Delta E_K = E_{K(\mu)} - E_{K(\pi)} = 6,25 - 43,75 = -37,5 \text{ J} .$$

Ποσοστό, $\frac{\Delta E_K}{E_{K(\pi)}} = \frac{37,5}{43,75} = \frac{6}{7}$ ή 85,71%.

(γ) Η ορμή του σώματος Α είναι 3 kg.m/s και -3 kg.m/s πριν και μετά την κρούση, αντίστοιχα.

Η ορμή του σώματος Β είναι -8 kg.m/s και -2 kg.m/s πριν και μετά την κρούση, αντίστοιχα.



Πρόβλημα 2. (30 μονάδες)

Μια σφαίρα Α μάζας 4 kg κινείται οριζόντια σε επιφάνεια χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα μέτρου 2 m/s. Η σφαίρα Α συγκρούεται με δεύτερη σφαίρα Β, μάζας 1 kg, κεντρικά και ελαστικά. Η σφαίρα Β, πριν την κρούση, κινείται στην ίδια διεύθυνση με τη σφαίρα Α αλλά με αντίθετη φορά. Λόγω της κρούσης η σφαίρα Α χάνει κινητική ενέργεια ίση με 8 J.

Να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας Β, πριν και μετά την κρούση.

Λύση

Η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Α είναι:

$$E_{K(A)} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \Rightarrow E_{K(A)} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2^2 = 8 \text{ J} . \text{ Εφόσον η σφαίρα Α χάνει, λόγω της}$$

κρούσης κινητική ενέργεια 8 J, τότε αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα Α ακινητοποιείται. (Η σφαίρα Α χάνει όλη την κινητική της ενέργεια).

Εφόσον η κρούση είναι ελαστική διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών. Άρα, η κινητική ενέργεια της σφαίρας Β αυξάνεται κατά το ίδιο ποσό ενέργειας που μειώνεται της σφαίρας Α, δηλαδή 8 J, δηλαδή όση κινητική ενέργεια χάνει η σφαίρα Α.

Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε: (Θεωρούμε θετική φορά τη φορά της αρχικής ταχύτητας της σφαίρας Α).

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \Rightarrow 4 \cdot (+2) + 1(-u_2) = 0 + 1(+v_2)$$

$$8 - u_2 = v_2 . \text{ Θεωρήσαμε θετική τη φορά της } \vec{v}_2 .$$

Η κινητική ενέργεια που κερδίζει η σφαίρα Β, όπως αναφέραμε, είναι 8 J. Άρα,

$$\Delta E_{K(B)} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot u_2^2$$

$$\Rightarrow 16 = v_2^2 - u_2^2 .$$

Από το σύστημα των δύο εξισώσεων, προκύπτει:

$$16 = (8 - u_2)^2 - u_2^2 \Rightarrow 16 = 64 + u_2^2 - 16u_2 - u_2^2 \Rightarrow -48 = -16u_2 \Rightarrow u_2 = 3 \text{ m/s} .$$

Άρα, $8 - u_2 = v_2 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$, με φορά αντίθετη της αρχικής φοράς κίνησης της σφαίρας Β.

Πρόβλημα 3. (40 μονάδες)

Ένας πύραυλος κινείται στο διάστημα με σταθερή ταχύτητα μέτρου 50 m/s , μακριά από την επίδραση βαρυτικών δυνάμεων. Ο πύραυλος αποτελείται από δύο τμήματα Α και Β με μάζες 25 kg και 75 kg αντίστοιχα.

(α) Να υπολογίσετε (i) το μέτρο της ορμής και (ii) την κινητική ενέργεια, του πυραύλου.

Λόγω έκρηξης που συμβαίνει στο εσωτερικό του πυραύλου τα δύο τμήματα Α και Β κινούνται μετά την έκρηξη ανεξάρτητα με ταχύτητες μέτρου V_A και V_B αντίστοιχα. Δίνεται ότι το τμήμα Β κινείται αντίθετα από την αρχική φορά κίνησης του πυραύλου.

(β) Να εξάγετε τη σχέση μεταξύ των V_A και V_B .

(γ) Αν δίνεται επιπλέον ότι $V_B = 10 \text{ m/s}$, (i) να υπολογίσετε το μέτρο της V_A , και (ii) την αύξηση της κινητικής ενέργειας λόγω της έκρηξης.

(δ) Θεωρήστε ότι η έκρηξη αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,0 \text{ s}$ και τελειώνει τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,2 \text{ s}$. Να γίνει, για τα δύο τμήματα Α και Β, σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες, στο διάστημα $0 \leq t \leq 2 \text{ s}$, η γραφική παράσταση της ορμής με το χρόνο, $p = f(t)$.

Θεωρήστε τις δυνάμεις κατά τη διάρκεια της έκρηξης σταθερές.

Λύση

(α) (i) $p = mu_0 \Rightarrow p = (25 + 75) \cdot 50 = 5000 \text{ kg.m/s}$.

(ii) $E_{K(\pi)} = \frac{1}{2} mu_0^2 \Rightarrow E_{K(\pi)} = \frac{1}{2} \cdot (25 + 75) \cdot 50^2 = 125000 \text{ J}$.

(β) Από τη διατήρηση της ορμής: $m\vec{u}_0 = m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B \Rightarrow 5000 = 25V_A - 75V_B$
 $\Rightarrow 200 = V_A - 3V_B \Rightarrow V_A = 200 + 3V_B$. Θεωρήσαμε τη φορά κίνησης του πυραύλου, θετική.

(γ) (i) Από τη σχέση $V_A = 200 + 3V_B$, με $V_B = 10 \text{ m/s}$, προκύπτει,
 $V_A = 200 + 3 \cdot 10 \Rightarrow V_A = 230 \text{ m/s}$.

(ii)

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 - \frac{1}{2} mu_0^2 \Rightarrow \Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 230^2 + \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot 10^2 - 125000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta E_K = 661250 + 3750 - 125000 = 665000 - 125000 = 540000 \text{ J}.$$

(δ) Η αρχική και η τελική ορμή του τμήματος Α είναι 1250 kg.m/s και 5750 kg.m/s αντίστοιχα.

Η αρχική και η τελική ορμή του τμήματος Β είναι 3750 kg.m/s και -750 kg.m/s αντίστοιχα.

