

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ3.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗ ΤΡΟΧΙΑ - ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Να θυμηθούμε ότι η **τροχιά** ενός κινητού ονομάζεται η γραμμή που προκύπτει αν ενώσουμε το σύνολο των διαδοχικών σημείων από τα οποία διέρχεται το κινητό κατά το χρονικό διάστημα της κίνησής του. Η τροχιά ενός κινητού είναι δηλαδή ο γεωμετρικός τόπος των διαδοχικών σημείων από τα οποία διέρχεται το κινητό. Η τροχιά ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς διέπεται από μια μαθηματική εξίσωση. Ανάλογα με το σχήμα της τροχιάς αυτή χαρακτηρίζεται ως **ευθύγραμμη**, **καμπυλόγραμμη**, **κυκλική**, **ελλειπτική**, **παραβολική** ή **υπερβολική**. Η **θέση** του κινητού στην τροχιά του, δηλαδή το **διάνυσμα θέσης**, ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς είναι επίσης συνάρτηση του χρόνου.

Για παράδειγμα το κέντρο μάζας της γης περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Η τροχιά ενός σώματος στην κλασική μηχανική συνήθως είναι καλά καθορισμένη και μπορεί να περιγραφεί και προς τις δυο διευθύνσεις του χρόνου με βάση καίρια χαρακτηριστικά του σώματος, όπως η ενέργειά του, το δυναμικό μέσα στο οποίο κινείται και οι δυνάμεις που του ασκούνται.

- Γενικά ο όρος χρησιμοποιείται για σώματα που δεν δύνανται αυτόνομα να διαφοροποιήσουν τις διαδοχικές θέσεις τους στο χώρο κατά τη κίνησή τους όπως π.χ. τα βλήματα, οι οβίδες, οι δορυφόροι, οι πλανήτες κ.λπ. Σε αντίθετη περίπτωση χρησιμοποιείται ο όρος πορεία, π.χ. οχήματος, πλοίου, αεροσκάφους, τηλεκατευθυνόμενου ή αυτοκατευθυνόμενου βλήματος, ή ομοίως τορπίλης κ.λπ.
- Ειδικότερα στη ναυτιλία ο όρος πορεία (course) ανάλογα της μορφής της διακρίνεται σε σταθερή ή ορθοδρομική, σε μεταβαλλόμενη λοξοδρομική, κυκλική, αναπόδισης και επιπρόσθετα για τα υποβρύχια κατάδυσης και ανάδυσης και αντίστοιχα για τα αεροσκάφη απογείωσης - απονήωσης, ή προσγείωσης - προσνήωσης.
- Στη δε σιδηροδρομική ο όρος τροχιά είναι ταυτόσημος με τη σιδηροτροχιά.

ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Κυκλική κίνηση ονομάζεται η κίνηση στην οποία η τροχιά ενός κινητού ταυτίζεται με την περιφέρεια ενός κύκλου.

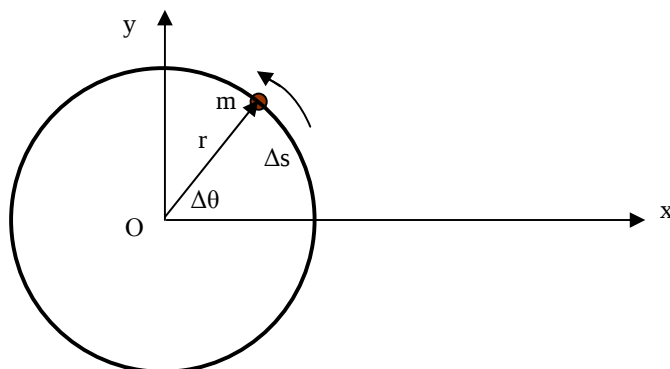
Παραδείγματα κυκλικής κίνησης αποτελούν οι δείκτες στο ρολόι που δείχνουν τα δευτερόλεπτα, τα λεπτά και τις ώρες και η κίνηση των πτερυγίων του ανεμιστήρα ή του ελικόπτερου.

Όταν το κινητό που εκτελεί την κυκλική κίνηση είναι στερεό σώμα, τότε μιλάμε για την κίνηση που εκτελεί το κέντρο μάζας του στερεού.

ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η ομαλή, κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή. Έτσι, ένα σώμα που κινείται σε κυκλική τροχιά με το μέτρο της ταχύτητας να παραμένει συνεχώς σταθερό, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μία γενικότερη κατηγορία κινήσεων που λέγονται περιοδικές, δηλαδή επαναλαμβάνονται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα.

Η θέση του σώματος μπορεί να προσδιοριστεί με τη διανυσματική ακτίνα $\vec{r}$ ή με τις καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y) , ως προς ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων με σημείο αναφοράς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.



Θεωρήστε ένα σώμα σε ομαλή κυκλική κίνηση, όπου η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι r .

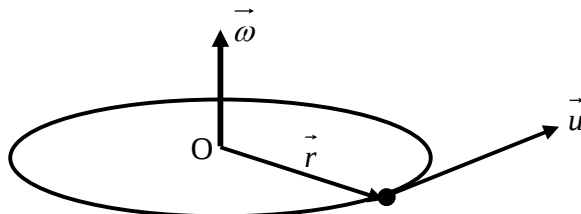
Σε χρόνο Δt το σώμα διαγράφει γωνία $\Delta\theta$ και διανύει το μήκος τόξου Δs . Ισχύει

$\Delta s = r\Delta\theta$. Άρα, έχουμε τη σχέση

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \text{ ή } v = r\omega, \text{ όπου, } \omega = \text{το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας, η οποία ισούται με το}$$

ρυθμό μεταβολής της γωνίας θ με το χρόνο. Η μονάδα μέτρησης στο S.I. είναι το rad/s.

v είναι το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας, η οποία ισούται με το ρυθμό μεταβολής της απόστασης που διανύει το σώμα στην περιφέρεια του κύκλου με το χρόνο. Η μονάδα μέτρησης στο S.I. είναι m/s. Η γραμμική ταχύτητα είναι εφαπτομενική της τροχιάς στη φορά κίνησης και η γωνιακή ταχύτητα έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο του κύκλου. Η φορά της γωνιακής ταχύτητας είναι η φορά που δείχνει να κινείται δεξιόστροφος κοχλίας ο οποίας περιστρέφεται με τη φορά περιστροφής του σώματος ή με τον κανόνα της δεξιάς παλάμης.



Έτσι για κίνηση με την φορά των δεικτών του ρολογιού η φορά της γωνιακής ταχύτητας είναι προς τα κάτω και για κίνηση με φορά αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού η φορά της γωνιακής ταχύτητας είναι προς τα πάνω.

Η σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\vec{r}$, $\vec{u}$ και $\vec{\omega}$ είναι η $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. Στη σχέση αυτή το σύμβολο $\times$ εκφράζει το εξωτερικό γινόμενο μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{\omega}$ και $\vec{r}$.

Περίοδος και συχνότητα.

Η περίοδος σε μια ομαλή κυκλική κίνηση είναι ο χρόνος που απαιτείται για να συμπληρώσει το σώμα μια πλήρη κυκλική τροχιά. Η περίοδος είναι σταθερή στην ομαλή κυκλική κίνηση και δίνεται από τη σχέση: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Επίσης έχουμε τη σχέση $T = \frac{\Delta t}{N}$, όπου N είναι ο αριθμός των πλήρων κύκλων που πραγματοποιούνται σε ένα χρονικό διάστημα Δt .

Η συχνότητα είναι ο αριθμός των πλήρων κύκλων που πραγματοποιούνται σε ένα χρονικό διάστημα Δt . Είναι, $f = \frac{N}{\Delta t}$. Άρα, $f = \frac{1}{T}$.

Πρόβλημα 102

Ένα σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας 40 m με σταθερή ταχύτητα μέτρου 4 m/s. Να υπολογίσετε:

(α) Την περίοδο της κυκλικής κίνησης.

(β) Το μήκος του τόξου που διαγράφει το σώμα σε χρονικό διάστημα 15 s.

Πρόβλημα 103

Από το ίδιο σημείο ενός κύκλου ακτίνας 30 m περνούν τη χρονική στιγμή $t = 0$ δύο σώματα Α και Β με σταθερές γραμμικές ταχύτητες μέτρου $\pi/4$ m/s και $\pi/6$ m/s αντίστοιχα.

Οι γωνιακές ταχύτητες των σωμάτων έχουν (Α) αντίθετη φορά και (Β) την ίδια φορά. Να υπολογίσετε την επόμενη χρονική στιγμή, μετά τη στιγμή $t = 0$, που θα ξανασυναντηθούν τα σώματα, στις δύο περιπτώσεις.

Πρόβλημα 104

Δύο τροχοί Α και Β με ακτίνες 100 cm και 60 cm αντίστοιχα περιστρέφονται ομαλά συνδεδεμένοι μεταξύ τους με ιμάντα. Η συχνότητα περιστροφής του πρώτου τροχού είναι 10 Hz.

(α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα περιστροφής του δεύτερου τροχού.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του ιμάντα.

Πρόβλημα 105

Ένα σύστημα από δύο οδοντωτούς τροχούς που διαπλέκονται μεταξύ τους έχουν ο ένας 100 δόντια και ο άλλος 20 δόντια. Οι δύο τροχοί περιστρέφονται με αντίθετη φορά. Η συχνότητα περιστροφής του μεγαλύτερου τροχού είναι 0,5 Hz. Να υπολογίσετε τη συχνότητα περιστροφής του μικρότερου τροχού.

(Απ. 2,5 Hz)

Πρόβλημα 106

Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 90 km/h. Η ακτίνα του κάθε τροχού του αυτοκινήτου είναι 34 cm. Να υπολογίσετε τη συχνότητα περιστροφής των τροχών του αυτοκινήτου.

(Απ. 11,7 Hz)

Πρόβλημα 107

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική τροχιά με ακτίνα 40 m με σταθερή σε μέτρο ταχύτητα. Το αυτοκίνητο διανύσει σε 4 s τόξο μήκους 15 m. Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας.

(β) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

(γ) Τη συχνότητα της κίνησης.

Πρόβλημα 108

Ένας δίσκος περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του με σταθερή συχνότητα 12 Hz. Να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

(β) (i) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και (ii) το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός υλικού σημείου που απέχει 5 cm από το κέντρο του δίσκου.

(γ) τον αριθμό των περιστροφών που θα κάμει ο δίσκος σε χρόνο 20 s.

ΛΥΚΕΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ3.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, όμως συνεχώς η διεύθυνση και η φορά της ταχύτητας μεταβάλλεται. Η επιτάχυνση που προκαλεί μεταβολή της διεύθυνσης και της φοράς της ταχύτητας ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας της κυκλικής τροχιάς και η φορά της είναι προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$a_{\kappa} = u\omega = \frac{u^2}{r} = \omega^2 r .$$

ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ

Ένα σώμα σε ομαλή κυκλική κίνηση δέχεται μια συνισταμένη δύναμη με τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας της κυκλικής τροχιάς και με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Η δύναμη αυτή ονομάζεται κεντρομόλος και αλλάζει μόνο τη διεύθυνση και τη φορά της ταχύτητας.

Για κάθε ομαλή κυκλική κίνηση αναλόγως του προβλήματος η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα. Αν στην κυκλική κίνηση εκτός από τη διεύθυνση και τη φορά αλλάζει και το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας, τότε υπάρχει και συνισταμένη δύναμη με εφαπτομενική διεύθυνση η οποία αλλάζει μόνο το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας.

Αν υποθέσουμε ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη. Τότε η κεντρομόλος δύναμη είναι η βαρυτική ελκτική δύναμη της Γης στη Σελήνη.

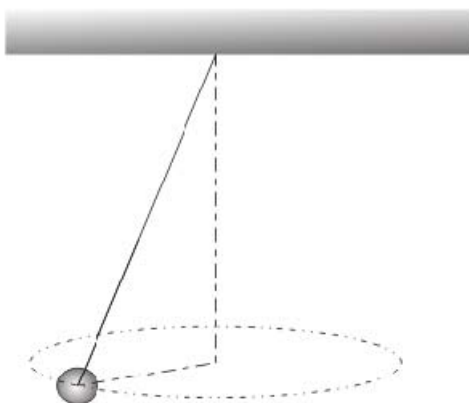
Πρόβλημα 109

Να εξηγήσετε ποια είναι η κεντρομόλος δύναμη σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

- (α) κίνηση τεχνητού δορυφόρου σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη.
- (β) κίνηση σελήνης γύρω από τη Γη. (Θεωρήστε την τροχιά κυκλική).
- (γ) κίνηση σώματος δεμένου στο άκρο νήματος σε οριζόντια κυκλική τροχιά. (Κωνικό εκκρεμές)
- (δ) κίνηση σώματος δεμένου στο άκρο νήματος σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά (i) στο ανώτατο σημείο της τροχιάς, (ii) στο ανώτατο σημείο της τροχιάς, (iii) σε ένα σημείο της τροχιάς που η επιβατική ακτίνα είναι οριζόντια.
- (ε) οριζόντια στροφή αυτοκινήτου.
- (στ) στροφή αυτοκινήτου σε δρόμο με κλίση.
- (ζ) αυτοκίνητο σε κίνηση στην κορυφή κυρτού γεφυριού.
- (η) αυτοκίνητο σε κίνηση στο χαμηλότερο σημείο κοίλου γεφυριού.

Πρόβλημα 110

Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $d=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα, και σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με την κατακόρυφο.



- (α) Να υπολογίσετε την περίοδο της κυκλικής κίνησης
- (β) Να υπολογίσετε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς
- (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας.

Πρόβλημα 111

Ένα σφαιρίδιο είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους 30 cm και διαγράφει ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο κύκλο. Το νήμα σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο διαγράφοντας κωνική τροχιά.

Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας και το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης.

Πρόβλημα 112

Ένα υλικό σημείο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με συχνότητα 0,2 Hz και με ταχύτητα μέτρου 6 m/s. Να υπολογίσετε (α) το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής του τροχιάς και (β) το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης.

Πρόβλημα 113

Ένα σώμα μάζας 2 kg περιφέρεται σε τροχιά κύκλου με σταθερή σε μέτρο γραμμική ταχύτητα, 6 m/s. Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα έχει μέτρο 100 N. Να υπολογίσετε:

(α) Την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σώματος.

(β) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

Πρόβλημα 114

Ένα σώμα μάζας 2 kg περιφέρεται σε τροχιά κύκλου ακτίνας 1 m, με σταθερή σε μέτρο γραμμική ταχύτητα. Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα έχει μέτρο 100 N. Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

(β) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

(γ) Την περίοδο της κυκλικής κίνησης.

Πρόβλημα 115

Κατά την ομαλή κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου σε τροχιά διαμέτρου 2 m, η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει μέτρο 4 m/s^2 .

Να υπολογίσετε (α) την περίοδο (β) το μέτρο της ταχύτητας και (γ) τη συχνότητα της κυκλικής κίνησης.

Πρόβλημα 116

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1200 kg παίρνει στροφή σε οριζόντιο οδόστρωμα με ταχύτητα μέτρου 54 km/h. Η στροφή είναι έτσι ώστε η ακτίνα του τόξου να είναι μήκους 60 m.

Να υπολογίσετε την τιμή της στατικής τριβής στο αυτοκίνητο.

Πρόβλημα 117

Κατά την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σφαιριδίου μάζας 100 g , σε τροχιά ακτίνας 4 m διαπιστώνεται ότι το μέτρο της συνισταμένης όλων των δυνάμεων στο σφαιρίδιο είναι σε κάθε χρονική στιγμή 30 N . Να υπολογίσετε (α) την περίοδο της κίνησης και (β) τη μάζα του σφαιριδίου.

Πρόβλημα 118

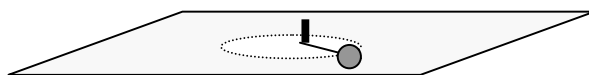
Η Σελήνη μάζας $7,0 \times 10^{22}\text{ kg}$ περιφέρεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $3,8 \times 10^8\text{ m}$ γύρω από τη Γη με περίοδο 28 μέρες. Η Σελήνη να θεωρηθεί υλικό σημείο.

Να υπολογίσετε:

- (α) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας
- (β) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας
- (γ) Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης
- (δ) Το μέτρο της βαρυτικής δύναμης που ασκεί η Γη στη Σελήνη.

Πρόβλημα 119

Δυο κορίτσια, που τους αρέσει η Φυσική, έχουν βρεθεί σε μια περιοχή με άγνωστη βαρυτική επιτάχυνση και έχουν βάλει για στόχο να μετρήσουν τη μάζα ενός σφαιριδίου. Το σφαιρίδιο έχει στην άκρη ένα μικρό άγκιστρο στο οποίο μπορούν να δέσουν ένα σπάγκο. Διαθέτουν δυναμόμετρο, υποδεκάμετρο, και ένα κινητό τηλέφωνο με χρονόμετρο. Έχουν λοιπόν κάνει μια κατασκευή πάνω σε ένα οριζόντιο τραπέζι και τώρα παρατηρούν το μικρό σφαιρίδιο να κινείται κυκλικά πάνω στο τραπέζι, με τριβή ασήμαντη, δεμένο στο άκρο του δυναμόμετρου, το άλλο άκρο του οποίου το έχουν δέσει στο μικρό κατακόρυφα στερεωμένο καρφί στην επιφάνεια του τραπεζιού. Το ένα κορίτσι παρατηρεί την κίνηση του σφαιριδίου κρατώντας στο χέρι το χρονόμετρο και διαπιστώνει ότι το σφαιρίδιο κάνει 10 κύκλους σε 8 δευτερόλεπτα. Το άλλο κορίτσι έχει πιο εύκολη δουλειά. Παρατηρεί προσεκτικά το δυναμόμετρο και διαπιστώνει ότι «δείχνει» διαρκώς $1,5\text{ N}$. Τα δύο κορίτσια μετρούν στη συνέχεια με το υποδεκάμετρο την απόσταση από το καρφί μέχρι το σφαιρίδιο και τη βρίσκουν 30 εκατοστά . Τελικά χρησιμοποιώντας τους φυσικούς νόμους υπολόγισαν τη μάζα του σφαιριδίου αλλά και την ταχύτητά του. Πώς τα κατάφεραν; Και αφού τα κατάφεραν σκέφτηκαν να μετρήσουν και τη βαρυτική επιτάχυνση της περιοχής στην οποία είχαν βρεθεί. Ζύγισαν λοιπόν το σφαιρίδιο με το δυναμόμετρο και βρήκαν $7,84\text{ N}$. Πόση είναι η βαρυτική επιτάχυνση;

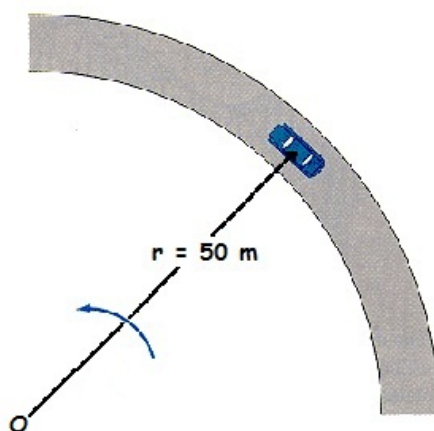


Πρόβλημα 120

Κατά την ομαλή κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου μάζας 4 kg , εκτός πεδίου βαρύτητας, σε τροχιά ακτίνας 50 m , ασκούνται δύο μόνο δυνάμεις, η F_1 και η F_2 . Αν η F_1 έχει μέτρο 300 N και έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου να προσδιορίσετε τη δύναμη F_2 . Η γραμμική ταχύτητα του υλικού σημείου έχει μέτρο 50 m/s .

Πρόβλημα 121

Το αυτοκίνητο στο σχήμα διαγράφει κυκλικό τόξο ακτίνας 50 m . Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των ελαστικών και του δρόμου είναι $0,45$.



Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της γραμμικής ταχύτητας που μπορεί να έχει το αυτοκίνητο ώστε να διαγράφει το κυκλικό τόξο, χωρίς να εκτρέπεται από αυτό.

(Απ. 15 m/s)

Πρόβλημα 122

Ένας δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος 800 km πάνω από την επιφάνεια της Γης. Ο χρόνος για μια πλήρη περιφορά γύρω από το κέντρο της Γης είναι 1 h και 45 min . Η ακτίνα της Γης (θεωρήστε τη Γη σφαιρική) είναι 6400 km . Να υπολογίσετε:

- (α) το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου.
- (β) το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του δορυφόρου.
- (γ) Δίνεται ότι η μάζα του δορυφόρου είναι 500 kg . Να υπολογίσετε το βάρος του δορυφόρου.

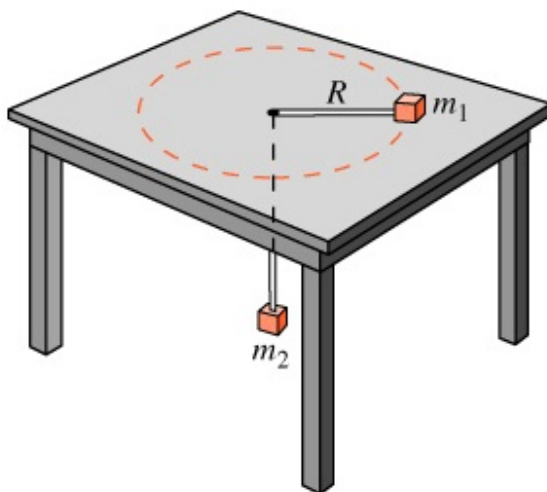
Πρόβλημα 123

Ένα μηχανοκίνητο μοντέλο αεροπλάνου κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου 10 m/s . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το μοντέλο αεροπλάνου περνά από ένα σημείο A και μετά από 12 s διέρχεται για τέταρτη φορά από το αντιδιαμετρικό, σε σχέση με το A , σημείο B . Να υπολογίσετε:

- (α) τη συχνότητα του μοντέλου αεροπλάνου.
- (β) το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης.

Πρόβλημα 124

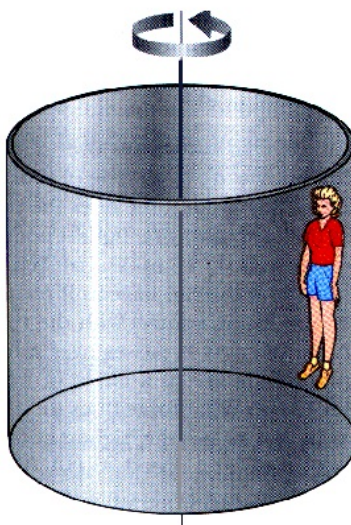
Στο σχήμα το σώμα m_1 περιφέρεται, χωρίς τριβές, σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με σταθερή κατά μέτρο γραμμική ταχύτητα u . Το σώμα συνδέεται στο ένα άκρο ενός αβαρούς νήματος το οποίο περνά από μια μικρή τρύπα και συνδέεται στο άλλο άκρο του με δεύτερο σώμα μάζας m_2 .



Να εξάγετε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας, u , με τα δεδομένα του προβλήματος και τη σταθερά g .

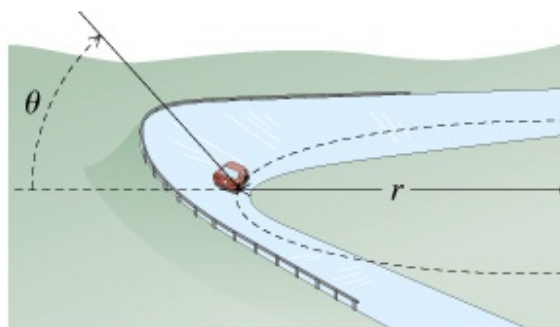
Πρόβλημα 125

Στο σχήμα ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω . Το κορίτσι έχει την πλάτη ακουμπισμένη στο κατακόρυφο τοίχωμα και εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας R (ίση με την ακτίνα του κυλίνδρου), χωρίς να γλιστρά προς τα κάτω. Να προσδιορίσετε τη σχέση που δίνει τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ του κοριτσιού και της επιφάνειας του κυλίνδρου, ώστε το κορίτσι να περιφέρεται κυκλικά χωρίς να γλιστρά προς τα κάτω.



Πρόβλημα 126

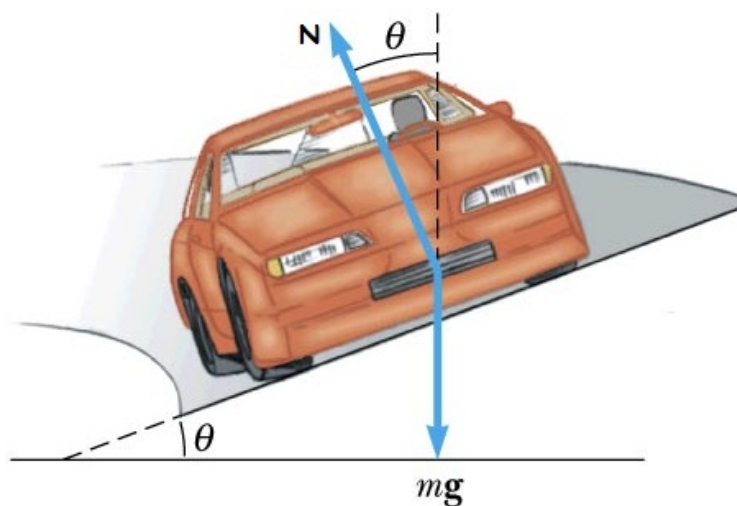
Το αυτοκίνητο στο σχήμα διαγράφει κυκλική τροφή με κλίση θ . Η ακτίνα της τροχιάς είναι r . Να δείξετε ότι το μέτρο της ταχύτητας που μπορεί να αναπτύξει ώστε να διαγράψει την κυκλική τροχιά δίνεται από τη σχέση $u_{\max} = \sqrt{r g \tan \theta}$.



Πρόβλημα 127

Το αυτοκίνητο στο σχήμα διαγράφει κυκλική τροφή με κλίση θ . Η ακτίνα της τροχιάς είναι r . Να υπολογίσετε τη μέγιστη σε μέτρο ταχύτητα που μπορεί να αναπτύξει, σε km/h , χωρίς να εκτραπεί από την κυκλική τροχιά. Δίνεται $\theta = 22^\circ$ και $r = 50 \text{ m}$.

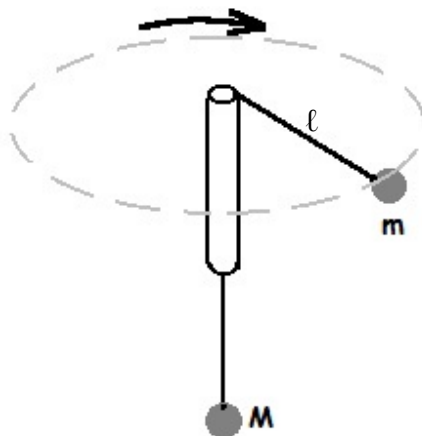
Στο σχήμα σημειώνονται το βάρος και η κάθετη δύναμη. Θεωρείστε τις τριβές αμελητέες.



(Απ. (β) $51,2 \text{ km/h}$)

Πρόβλημα 128

Το σφαιρίδιο μάζας m στο σχήμα διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας r με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Το σφαιρίδιο είναι συνδεδεμένο με αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Το νήμα περνά μέσα από κατακόρυφο σωλήνα και καταλήγει στο άλλο άκρο του συνδεδεμένο με σώμα μάζας M . Το μήκος του νήματος από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς μέχρι το σφαιρίδιο m είναι ℓ .



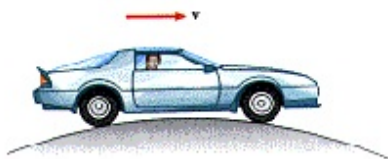
(α) Να δείξετε ότι $\omega = \sqrt{\frac{M}{m} \frac{g}{\ell}}$.

(β) Να αποδείξετε ότι όσο και να αυξηθεί η γωνιακή ταχύτητα ω το νήμα που συνδέει το σφαιρίδιο με το κέντρο της τροχιάς δεν μπορεί ποτέ να γίνει οριζόντιο.

Πρόβλημα 129

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε δρόμο, που διασχίζει την κορυφή λόφου. Θεωρήστε το οδόστρωμα να έχει σχήμα κυκλικού τόξου ακτίνας $48,4 \text{ m}$. Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του αυτοκινήτου, ώστε να μην φύγει από το δρόμο.

(Απ. 22 m/s)



Πρόβλημα 130

Ένας δίσκος περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με συχνότητα $0,10 \text{ Hz}$, γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του. Να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση που μπορούμε να τοποθετήσουμε ένα σώμα, από το κέντρο του δίσκου, ώστε το σώμα να διατηρείται σε κυκλική κίνηση. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και του δίσκου είναι $0,20$.
(Απ. 5 m)

Πρόβλημα 131

Ένας άνθρωπος μάζας 60 kg κρέμεται από την άκρη ενός σχοινιού (αβαρές) μήκους 5 m από την οροφή του εργαστηρίου φυσικής. Το σχοινί μπορεί να αντέξει σε τάση 720 N . Ο άνθρωπος αρχίζει να αιωρείται. Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της γραμμικής ταχύτητας που μπορεί να αποκτήσει ο άνθρωπος χωρίς να κοπεί το σχοινί.

Πρόβλημα 132

Ένα σώμα μάζας 2 kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 1 m και διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο, το σώμα έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου 2 m/s . Να υπολογίσετε, τη στιγμή αυτή,
(α) το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης.
(β) το μέτρο της τάσης του νήματος.

Πρόβλημα 133

Ένα σώμα μάζας 4 kg διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς νήματος μήκους 2 m . Το άλλο άκρο του νήματος είναι το σταθερό σημείο του κέντρου της κυκλικής τροχιάς. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του είναι 12 m/s . Να υπολογίσετε:
(α) Την τάση του νήματος στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς.
(β) Την τάση του νήματος στο ανώτατο σημείο της τροχιάς.

Πρόβλημα 134

Ένα σώμα μάζας 1 kg διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς νήματος μήκους $0,80 \text{ m}$. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα μέτρου 4 m/s . Να υπολογίσετε:
(α) Την τάση του νήματος στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς.
(β) Την τάση του νήματος στο ανώτατο σημείο της τροχιάς.

Πρόβλημα 135

Ένα μικρό σφαιρίδιο 200 g κινείται ελεύθερα σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά δεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος μήκους 40 cm .

Σε ποιες θέσεις της κατακόρυφης τροχιάς η συνισταμένη των ασκουμένων στο σφαιρίδιο δυνάμεων είναι ίση με το γινόμενο της μάζας του σφαιριδίου επί την κεντρομόλο επιτάχυνση που έχει το σφαιρίδιο κατά τη στιγμή εκείνη; Να υπολογίσετε την ταχύτητα που έχει το σφαιρίδιο όταν περνάει από την κατώτερη θέση της τροχιάς εάν είναι γνωστό ότι η δύναμη που ασκεί το τεντωμένο νήμα στο σφαιρίδιο κατά τη στιγμή εκείνη είναι $6,5\text{ N}$.

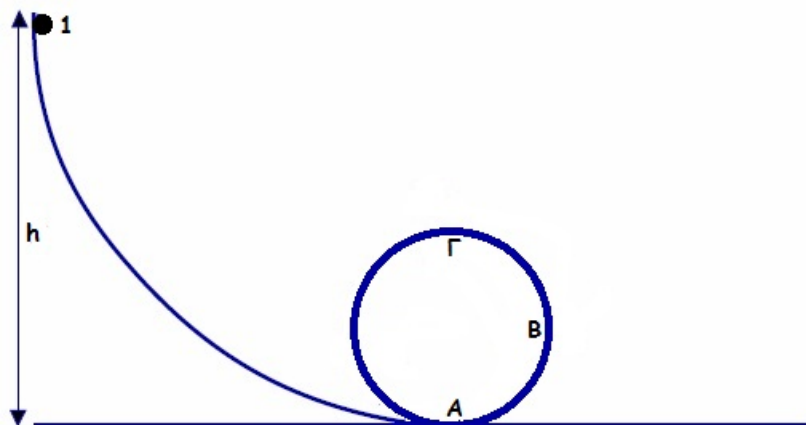
Πρόβλημα 136

Ο πιλότος, μάζας m , ενός πολεμικού αεροπλάνου στα πλαίσια μιας επίδειξης καταφέρνει να εκτελέσει κατακόρυφη κυκλική τροχιά, ακτίνας r , όπως δείχνει το σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας διατηρείται σταθερό ίσο με u . Να προσδιορίσετε τις σχέσεις που δίνουν το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο πιλότος από το κάθισμα, στην κατώτατη και στην ανώτατη θέση της τροχιάς του.



Πρόβλημα 137

Ένα σώμα μάζας m αφήνεται να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα από το σημείο 1 και από ύψος $h = 5,00 \text{ m}$, όπως δείχνει το σχήμα. Το σώμα στο σημείο Α μπαίνει σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας $1,80 \text{ m}$. Θεωρήστε τις τριβές αμελητέες.



(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας στα σημεία Α, Β και Γ της κυκλικής τροχιάς. (Στο Β η επιβατική ακτίνα είναι οριζόντια και το Γ είναι το ανώτατο σημείο της κυκλικής τροχιάς).

(β) Να αποδείξετε ότι $N_{\Gamma} - N_A = 6mg$, όπου N_A και N_{Γ} είναι τα μέτρα των δυνάμεων που ασκεί η τροχιά στο σώμα στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα.

Για τα ερωτήματα (γ) και (δ) δίνεται η μάζα του σώματος $m = 0,9 \text{ kg}$.

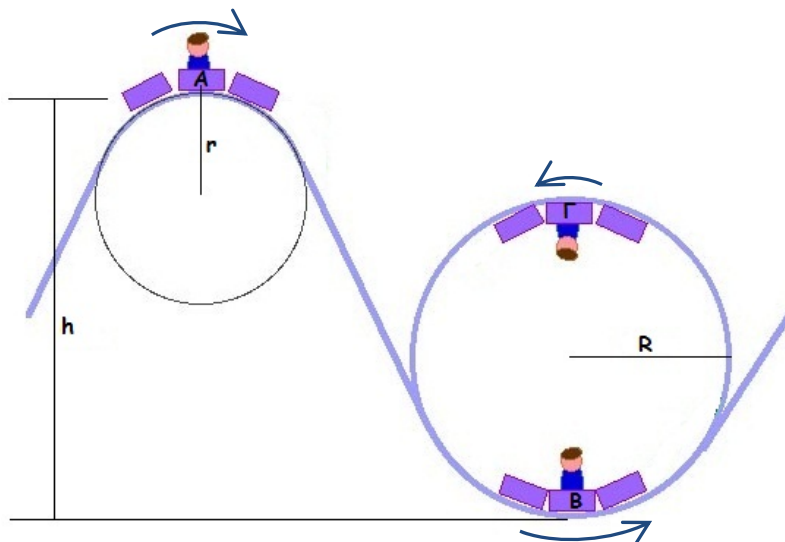
(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί η τροχιά στο σώμα στα σημεία Α, Β και Γ.

(δ) Να υπολογίσετε το ελάχιστο ύψος h από το οποίο πρέπει να αφήσουμε το σώμα ώστε μόλις να διαγράψει πλήρη κυκλική τροχιά.

(Απ. (α) 10 m/s , 8 m/s , $\sqrt{28} = 5,29 \text{ m/s}$, (γ) 59 N 32 N , 5 N , (δ) $4,5 \text{ m}$)

Πρόβλημα 138

Στο σχήμα η κίνηση σε όλη την τροχιά γίνεται χωρίς τριβές.



(α) Να υπολογίσετε το μέγιστο μέτρο της ταχύτητας του σώματος (αμαξάκι και μαθητής) στο ανώτατο σημείο Α, ώστε το σώμα να διαγράψει με ασφάλεια το αντίστοιχο κυκλικό τόξο, χωρίς να χάσει επαφή μετά το σημείο Α. Δίνεται $r = 1,6 \text{ m}$.

(β) Δίνεται ότι $h = 6,4 \text{ m}$ και το μέτρο της ταχύτητας στο Α ίσο με 4 m/s . Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας στο κατώτατο σημείο Β της τροχιάς.

(γ) Μετά το σημείο Β το σώμα εισέρχεται σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας $R = 2 \text{ m}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στο ανώτατο σημείο Γ της τροχιάς.

(δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί η τροχιά στο σώμα στα σημεία Β και Γ αν η μάζα του σώματος είναι 100 kg .

(Απ. (α) 4 m/s , (β) 12 m/s , (γ) 8 m/s , (δ) 8200 N , 2200 N)