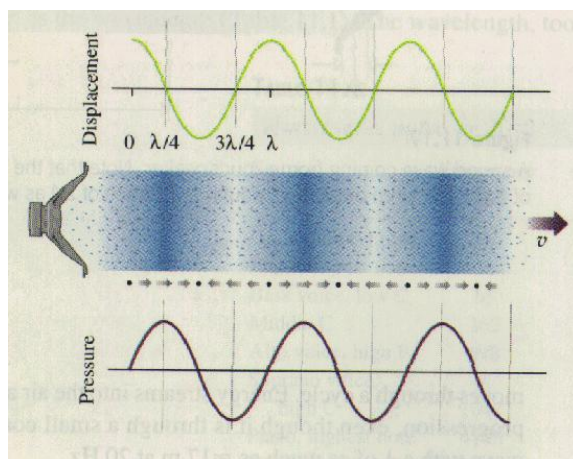


ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΚΥΜΑΤΑ****4.1. ΤΡΕΧΟΝ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ**

Κάθε διαταραχή, όπως μια ταλάντωση, που διαδίδει ενέργεια και ορμή αλλά όχι ύλη, από σημείο σε σημείο στο χώρο, ονομάζεται (τρέχον) κύμα.



Ανάλογα με το μηχανισμό παραγωγής των κυμάτων, αυτά διακρίνονται σε μηχανικά και ηλεκτρομαγνητικά. Τα μηχανικά δημιουργούνται από ταλαντώσεις υλικών σημείων. Τα ηλεκτρομαγνητικά δημιουργούνται από τις ταλαντώσεις ηλεκτρικών φορτίων. Μερικά παράδειγμα μηχανικών κυμάτων είναι ο ήχος και τα σεισμικά κύματα. Μερικά παράδειγμα ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι το ορατό φως, οι ακτίνες χ, οι ακτίνες γ και τα μικροκύματα. Τα μηχανικά κύματα διαδίδονται σε κάποιο υλικό μέσο (στερεό, υγρό ή αέριο) και δεν μπορούν να διαδοθούν στο κενό. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μπορούν να διαδοθούν και στο κενό εκτός από τη διάδοση σε οπτικά μέσα, όπως αέρας, νερό, γυαλί και άλλα.

Ανάλογα με τον τρόπο διάδοσης των κυμάτων αυτά διακρίνονται σε εγκάρσια και διαμήκη. Τα μηχανικά κύματα παράγονται από κάποια πηγή, η οποία προκαλεί ταλάντωση των μορίων του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Αν η ταλάντωση είναι αρμονική τότε το κύμα ονομάζεται αρμονικό. Αν η ταλάντωση γίνεται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, το κύμα ονομάζεται εγκάρσιο. Αν η ταλάντωση γίνεται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, το κύμα ονομάζεται διαμήκες. Στα εγκάρσια κύματα δημιουργούνται όρη και κοιλάδες ενώ στα διαμήκη πυκνώματα και αραιώματα. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια. Τα ηχητικά κύματα στον αέρα είναι διαμήκη.

Θεωρούμε μια πηγή (υλικό σημείο) στο σημείο με $x = 0$ η οποία ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = y_0 \eta \mu(\omega t)$. Η πηγή μπορεί να διαδώσει ενέργεια (ενέργεια κύματος) σε άλλα σημεία του χώρου. Θεωρούμε ένα υλικό σημείο Α του χώρου που απέχει απόσταση x από την πηγή. Όταν η ενέργεια από την πηγή ταξιδεύει με ταχύτητα u , τότε το υλικό σημείο Α θα ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = y_0 \eta \mu[\omega(t - \frac{x}{u})]$. Αυτή η εξίσωση δίνει την ταλάντωση οποιουδήποτε υλικού σημείου που απέχει απόσταση x από την πηγή. Είναι $x > 0$ και η φάση του υλικού σημείου παίρνει μόνο θετικές τιμές ή την τιμή μηδέν, τη στιγμή που φτάνει η κυματική ενέργεια στο υλικό σημείο.

Ορίζουμε ως μήκος κύματος την απόσταση που διαδίδεται η κυματική ενέργεια σε χρόνο μιας περιόδου ή την απόσταση δύο διαδοχικών υλικών σημείων που ταλαντώνονται σε φάση (έχουν διαφορά φάσης 2π), είναι δηλαδή η ελάχιστη απόσταση δύο σωματιδίων στην ευθεία διάδοσης του κύματος, τα οποία εκτελούν ταλάντωση σε φάση. Ισχύει λοιπόν η σχέση $u = \frac{\lambda}{T}$. Άρα, η

εξίσωση του τρέχοντος αρμονικού κύματος γράφεται $y = y_0 \eta \mu[\omega(t - \frac{T}{\lambda} x)]$

$$\text{ή } y = y_0 \eta \mu[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$$

Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται στην αρνητική x κατεύθυνση, είναι:

$$y = y_0 \eta \mu[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})].$$

Η ταχύτητα ταλάντωσης ενός υλικού σημείου ονομάζεται ωκότητα, Ω , και έχει εξίσωση:

$$\Omega = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \Omega = \omega y_0 \sigma \nu [2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})].$$

Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου έχει εξίσωση:

$$a = \frac{du}{dt} \Rightarrow a = -\omega^2 y_0 \eta \mu[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})].$$

Ισχύουν επίσης οι σχέσεις: $\Omega = \pm \omega \sqrt{y_0^2 - y^2}$ και $a = -\omega^2 y$.

Η συνάρτηση $\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$, ονομάζεται φάση του κύματος. Είναι η φάση οποιουδήποτε υλικού σημείου στη διεύθυνση x σε οποιαδήποτε στιγμή, μετά τη στιγμή που φτάνει η κυματική ενέργεια στο υλικό σημείο. Η φάση του κύματος αλλάζει κατά 2π κάθε μια περίοδο, οπότε και η κυματική ενέργεια διαδίδεται σε απόσταση ενός μήκους κύματος λ . Η διαφορά φάσης δύο υλικών σημείων που απέχουν μεταξύ τους απόσταση Δx σε μια χρονική στιγμή, είναι $\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$. Η σχέση

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{T} \Delta t \text{ δίνει τη διαφορά φάσης ενός υλικού σημείου για δύο χρονικές στιγμές.}$$

Η γραφική παράσταση $y = f(x)$ σε μια δεδομένη στιγμή, ονομάζεται στιγμιότυπο του κύματος. Το στιγμιότυπο δίνει τη θέση των διαφόρων υλικών σημείων του μέσου στα οποία διαδόθηκε το κύμα σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Κάθε επιφάνεια της οποίας όλα τα σημεία σε μια στιγμή έχουν την ίδια φάση, ονομάζεται ισοφασική επιφάνεια. Οι ισοφασικές επιφάνειες μπορεί να είναι σφαιρικές για σημειακές πηγές σε μικρές σχετικά αποστάσεις από την πηγή που το κύμα εκπέμπεται στο χώρο ή επίπεδες όταν η απόσταση από την πηγή είναι πολύ μεγάλη. Τα κύματα ονομάζονται αντίστοιχα σφαιρικά ή επίπεδα. Οι ισοφασικές επιφάνειες σχεδιάζονται να απέχουν διαδοχικά η μια από την άλλη ένα μήκος κύματος και αποτελούν τα μέτωπα του κύματος.

Πρόβλημα 101

Το ένα άκρο μιας τεντωμένης χορδής ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,005\eta\mu(40\pi t)$, μονάδες στο S.I. Το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος είναι 5 m/s.

(α) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος κατά μήκος της χορδής.

(β) Να προσδιορίσετε τον αριθμό των ταλαντώσεων του άκρου της χορδής τη στιγμή που ένα υλικό σημείο Α που απέχει από το άκρο 112,5 cm, εκτελεί 10 ταλαντώσεις.

Πρόβλημα 102

Σε επιφάνεια λίμνης, αρχικά σε ηρεμία, πέφτουν 120 σταγόνες το λεπτό, οπότε δημιουργείται εγκάρσιο κύμα στην επιφάνεια του νερού. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος έχει μέτρο 0,80 m/s. Θεωρήστε θετική την αρχική φορά κίνησης των σωματιδίων του νερού.

(α) Να υπολογίσετε την απόσταση δύο διαδοχικών όρων (ή κοιλάδων).

(β) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος σε μια διεύθυνση τη στιγμή που το κύμα θα διαδοθεί, από το σημείο που πέφτουν οι σταγόνες, σε απόσταση 2,5 μήκη κύματος. Το πλάτος του κύματος είναι 0,004 m.

Πρόβλημα 103

Ένα διάμηκες κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου 5 cm/s. Το πλάτος του κύματος είναι 0,020 m. Η απόσταση δύο διαδοχικών πυκνωμάτων είναι 15 cm.

(α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης των σπειρών του ελατηρίου.

(β) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης κάθε σπείρας.

Η μάζα κάθε σπείρας είναι 20 g.

Πρόβλημα 104

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής. Δύο υλικά σημεία Α και Β της χορδής απέχουν μεταξύ τους απόσταση 2,4 m και εκτελούν 90 ταλαντώσεις κάθε ένα λεπτό. Όταν το υλικό σημείο Α βρίσκεται σε όρος το υλικό σημείο Β βρίσκεται σε κοιλάδα. Την ίδια στιγμή μεταξύ των υλικών σημείων Α και Β υπάρχουν ακόμα άλλα δύο υλικά σημεία μόνο που ταλαντώνονται σε φάση με το Α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.

Πρόβλημα 105

Η φάση ενός υλικού σημείου στην ευθεία διάδοσης ενός αρμονικού κύματος μεταβάλλεται κατά 8π σε κάθε 3 δευτερόλεπτα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος έχει μέτρο 0,80 m/s. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.

Πρόβλημα 106

Ένα αρμονικό εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής με ταχύτητα μέτρου 4 m/s και συχνότητας 10 Hz .

(α) Να υπολογίσετε την απόσταση δύο υλικών σημείων της χορδής με ταλαντώνονται με διαφορά φάσης $5\pi/6 \text{ rad}$.

(β) Δύο υλικά σημεία της χορδής Κ και Λ έχουν αντίστοιχα κάποια στιγμή φάση $6\pi/7 \text{ rad}$ και $7\pi/8 \text{ rad}$. Να εξηγήσετε αν το κύμα διαδίδεται από το Κ προς το Λ ή από το Λ προς το Κ.

Πρόβλημα 107

Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου $0,40 \text{ m/s}$ και με συχνότητα $0,80 \text{ Hz}$. Η πηγή του κύματος αρχίζει αρμονική ταλάντωση τη στιγμή $t = 0$ με θετική φορά κίνησης. Σε μια στιγμή t_1 ένα υλικό σημείο Α του μέσου διάδοσης έχει φάση $9\pi \text{ rad}$.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.

(β) Να εξηγήσετε πότε ταλαντώσεις εκτέλεσε το υλικό σημείο Α τη χρονική στιγμή t_1 .

(γ) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .

(δ) Να υπολογίσετε τη φάση ενός δεύτερου υλικού σημείου Β που απέχει από το Α απόσταση $0,625 \text{ m}$ και βρίσκεται πιο κοντά στην πηγή, σε σχέση με το Α.

(ε) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της φάσης με την απόσταση από την πηγή τη χρονική στιγμή t_1 .

Πρόβλημα 108

Ένα αρμονικό εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής μεγάλου μήκους σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,020\eta\mu[10\pi(t - 2x)]$, μονάδες στο S.I. Η πηγή βρίσκεται στο $x = 0$.

(α) Να προσδιορίσετε την κυκλική συχνότητα, την περίοδο και το μήκος κύματος.

(β) Να κάνετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $0,65 \text{ s}$.

(γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός υλικού σημείου που απέχει από την πηγή απόσταση $0,40 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $1,6 \text{ s}$.

(δ) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της φάσης σε συνάρτηση της απόστασης από την πηγή τη χρονική στιγμή 10 s .

(ε) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα υλικό σημείο που απέχει από την πηγή απόσταση 2 m .

(ζ) Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση $y=f(t)$ για ένα υλικό σημείο που απέχει από την πηγή απόσταση 2 m , μέχρι τη στιγμή που το υλικό σημείο εκτελεί 2 ταλαντώσεις.

Πρόβλημα 109

Στο διάγραμμα δίνονται δύο στιγμιότυπα ενός αρμονικού κύματος, τα οποία διαφέρουν χρονικά κατά $0,25\text{ s}$ και για τα σημεία δεξιά της θέσης $x=0$. Η πηγή, στο $x = 0$, αρχίζει ταλάντωση τη στιγμή $t = 0$.

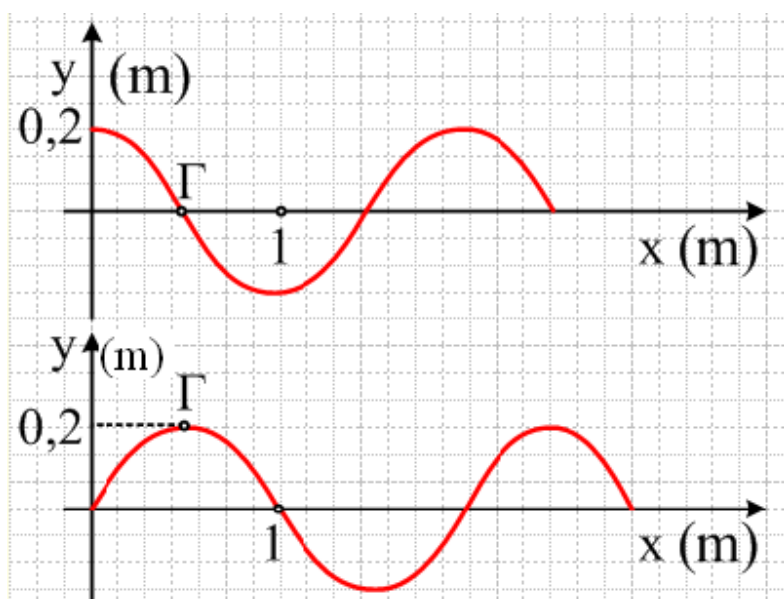
(α) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.

(β) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

(γ) Να υπολογίσετε τη φάση του υλικού σημείου Γ στο δεύτερο στιγμιότυπο.

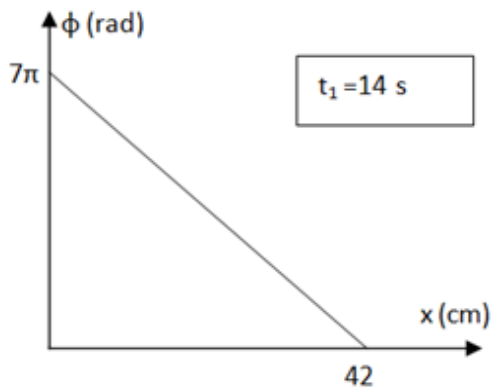
(δ) Να σημειώσετε στο δεύτερο στιγμιότυπο ένα υλικό Β, η φάση του οποίου υπολείπεται κατά $7\pi/6$ της φάσης του σημείου Γ.

(ε) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του υλικού σημείου Γ σε συνάρτηση με το χρόνο.



Πρόβλημα 110

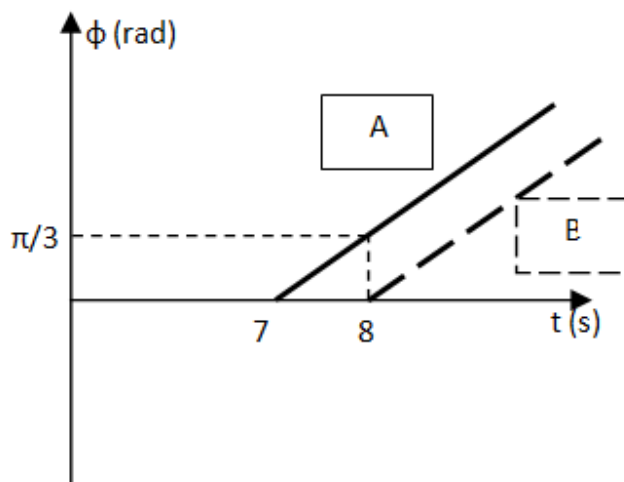
Η γραφική παράσταση δείχνει τη φάση της ταλάντωσης των σωματιδίων ενός ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή. Η πηγή τη στιγμή $t = 0$ αρχίζει αρμονική ταλάντωση και βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με θετική φορά κίνησης.



- (α) Να εξηγήσετε πόσες ταλαντώσεις εκτελεί η πηγή τη χρονική στιγμή $t = 14$ s.
- (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.
- (γ) Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης των σωματιδίων του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
- (δ) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.
- (ε) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Πρόβλημα 111

Το διάγραμμα δείχνει τη γραφική παράσταση της φάσης με το χρόνο για δύο υλικά σημεία Α και Β, της ίδιας μάζας, σε ένα ελαστικό μέσο στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα.

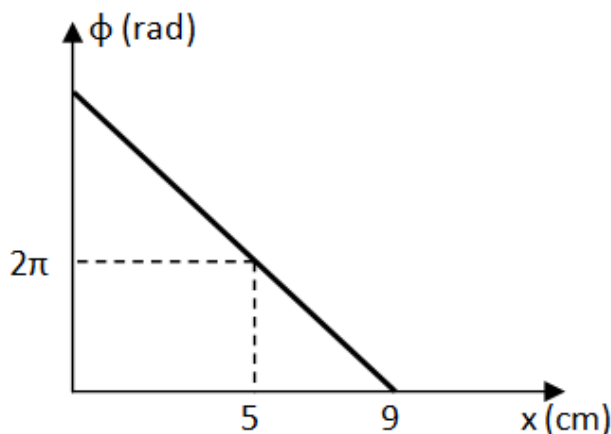


- (α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης των σωματιδίων.
 (β) Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων τη χρονική στιγμή $t = 8 \text{ s}$.

Πρόβλημα 112

Η γραφική παράσταση δείχνει τη φάση της ταλάντωσης των σωματιδίων ενός ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή, τη χρονική στιγμή t_1 . Η πηγή τη στιγμή $t = 0$ αρχίζει αρμονική ταλάντωση και βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με θετική φορά κίνησης.

- (α) Να προσδιορίσετε το μήκος κύματος. Δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



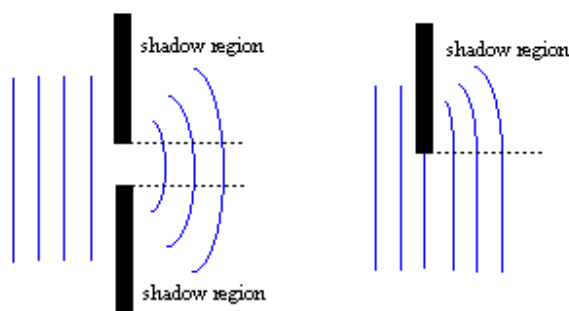
- (β) Δίνεται το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος, $0,5 \text{ cm/s}$. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .
 (γ) Να υπολογίσετε τη φάση της πηγής τη χρονική στιγμή t_1 .
 (δ) Το πλάτος του κύματος είναι $0,2 \text{ cm}$. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΚΥΜΑΤΑ****4.2. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ**

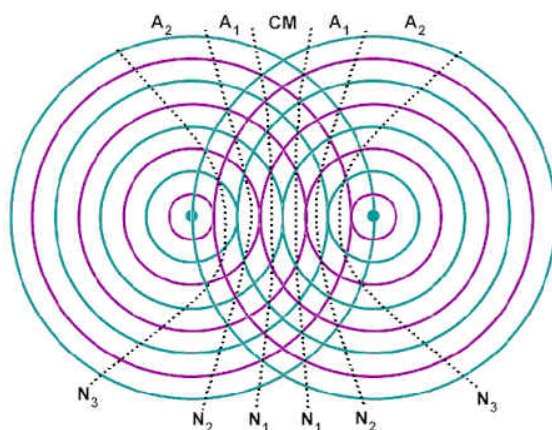
Η διάδοση ενός κύματος σε περιοχές που δεν προβλέπονται από την ευθύγραμμη διάδοση, όταν το κύμα συναντά ένα εμπόδιο ή όταν περνά μέσα από σχισμές, ονομάζεται περίθλαση του κύματος. Η περίθλαση είναι πιο έντονη όταν η σχισμή ή το εμπόδιο έχουν μέγεθος της ίδιας τάξης μεγέθους με το μήκος κύματος.

Ο ήχος μπορεί να πάθει περίθλαση όταν περνά μέσα από ανοίγματα της τάξης του μέτρου.

Το φως λόγω του πολύ μικρού μήκους κύματος, της τάξης του 10^{-7} m, παθαίνει περίθλαση όταν περνά μέσα από τα οπτικά φράγματα. Αυτά είναι λεπτά γυάλινα πλακίδια στα οποία χαράσσεται μεγάλος αριθμός σχισμών.



Το φαινόμενο της συνάντησης δύο ή περισσότερων κυμάτων του ίδιου είδους ονομάζεται συμβολή.



Σύμφωνες πηγές είναι οι πηγές που έχουν σταθερή, ανεξάρτητη με το χρόνο, διαφορά φάσης. Πηγές σε φάση είναι οι πηγές που παρουσιάζουν διαφορά φάσης ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π . Πηγές με αντίθετη φάση είναι οι πηγές που παρουσιάζουν διαφορά φάσης περιττό πολλαπλάσιο του π . Σύγχρονες πηγές είναι οι πηγές που έχουν διαφορά φάσης μηδέν.

Η συμβολή δύο μηχανικών αρμονικών κυμάτων του ίδιου πλάτους, y_0 , που προέρχονται από δύο σύμφωνες πηγές, έχει ως αποτέλεσμα η ταλάντωση των σωματιδίων της ύλης να κυμαίνεται από μηδέν μέχρι $2y_0$, δηλαδή, $0 \leq A \leq 2y_0$. Όταν το πλάτος ταλάντωσης είναι $2y_0$ τότε έχουμε την πλήρη ενίσχυση και συμβαίνει όταν τα κύματα στα σημεία αυτά φτάνουν σε φάση (δηλαδή με διαφορά φάσης ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π). Όταν λόγω της συμβολής τα σωματίδια δεν εκτελούν ταλάντωση (πλάτος ίσο με μηδέν) τότε έχουμε στα σημεία αυτά πλήρη απόσβεση των κυμάτων και συμβαίνει όταν τα κύματα φτάνουν στα σημεία αυτά με αντίθετη φάση, δηλαδή τα κύματα να φτάνουν στα σημεία αυτά με διαφορά φάσης περιττό πολλαπλάσιο του π .

Η μετατόπιση από το σημείο ισορροπίας των υλικών σημείων κάθε στιγμή υπολογίζεται με βάση την αρχή της επαλληλίας. $y = y_1 + y_2$, όπου y_1 και y_2 είναι οι αντίστοιχες μετατοπίσεις του υλικού σημείου τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή λόγω της παρουσίας των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό.

Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων από δύο σύγχρονες πηγές, σε τυχαίες διευθύνσεις, περιγράφεται από την εξίσωση: $y = y_1 + y_2$, όπου $y_1 = y_0 \eta \mu [2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})]$

και $y_2 = y_0 \eta \mu [2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda})]$.

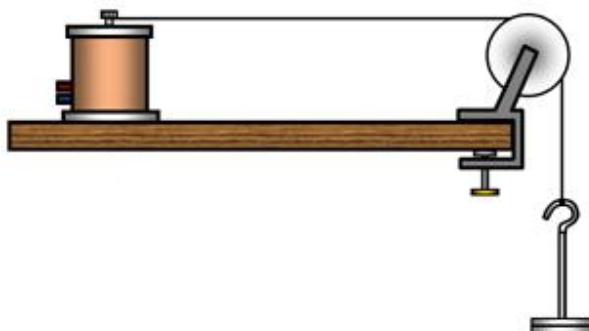
Για πηγές σε φάση, η συνθήκη για πλήρη ενίσχυση είναι: $\Delta x = k\lambda$, όπου Δx είναι η διαφορά δρόμου των δύο κυμάτων και $k = 0, 1, 2, 3$.

Για πηγές σε φάση, η συνθήκη για πλήρη απόσβεση είναι: $\Delta x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, όπου Δx είναι η διαφορά δρόμου των δύο κυμάτων που φτάνουν σε ένα σημείο και $k = 0, 1, 2, 3$.

Οι σχέσεις $\Delta x = k\lambda$ και $\Delta x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ για δύο πηγές που εκπέμπουν κύματα με αντίθετη φάση (η διαφορά φάσης των πηγών είναι περιττό πολλαπλάσιο του π), είναι συνθήκη για πλήρη απόσβεση και πλήρη ενίσχυση, αντίστοιχα.

Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων από δύο σύμφωνες πηγές, που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, περιγράφεται από την εξίσωση: $y = y_1 + y_2$. Ως αποτέλεσμα της συμβολής προκύπτει στάσιμο κύμα. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση $y = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$ ή την εξίσωση $y = 2y_0 \eta\mu \frac{2\pi x}{\lambda} \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi t}{T}$.

Η σχέση $A = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$ ή $A = 2y_0 \eta\mu \frac{2\pi x}{\lambda}$, ονομάζεται πλάτος του στάσιμου κύματος. Δίνει το πλάτος ταλάντωσης των σωματιδίων στο στάσιμο κύμα.



Το αποτέλεσμα της συμβολής ενός κύματος από μια πηγή και ενός δεύτερου κύματος ως αποτέλεσμα της ανάκλασης του πρώτου σε ακλόνητο σημείο ($x = 0$) με τα κύματα να διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, είναι επίσης ένα στάσιμο κύμα.

Στο στάσιμο κύμα (από δύο πηγές ή από ανάκλαση) τα σημεία που είναι μόνιμα ακίνητα ονομάζονται δεσμοί. Τα σημεία που εκτελούν ταλάντωση με πλάτος $2y_0$ ονομάζονται κοιλίες. Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών ή δύο διαδοχικών κοιλιών είναι $\lambda/2$.

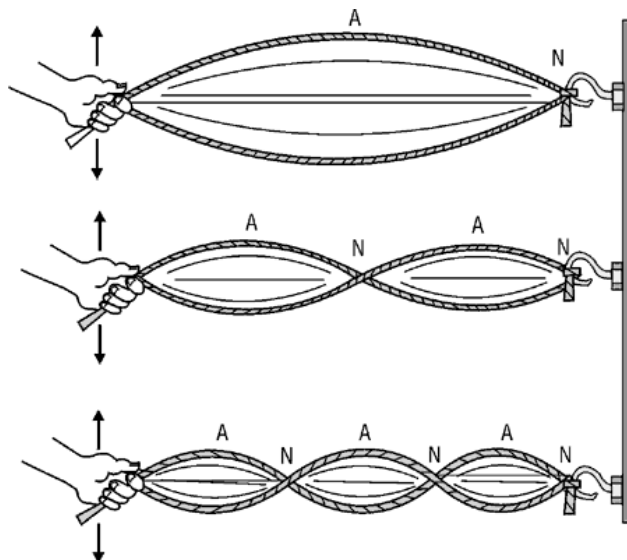
Στάσιμο κύμα μπορεί να δημιουργηθεί κατά μήκος μιας τεντωμένης χορδής ή σε ηχητικούς σωλήνες. Ακόμα μπορεί να δημιουργηθεί μεταξύ μια πηγής και του σημείου ανάκλασης του κύματος σε κατακόρυφο τοίχωμα όταν το κύμα από την πηγή προσπίπτει κάθετα στο τοίχωμα.

Στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία μόνιμα ακίνητα (δεσμοί), ενώ στο τρέχον κύμα τέτοια σημεία δεν υπάρχουν. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων στο στάσιμο κύμα διαφέρει για γειτονικά σημεία δηλαδή εξαρτάται από τη σχετική σχέση των σημείων, ενώ στο τρέχον κύμα όλα τα σημεία (αν δεν υπάρχει απορρόφηση) ταλαντεύονται με το ίδιο πλάτος. Η φάση των υλικών σημείων στο τρέχον κύμα ελαττώνεται με την απόσταση από την πηγή, ενώ στο στάσιμο κύμα όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ταλαντώνονται σε φάση και σημεία που έχουν ένα δεσμό ενδιάμεσά τους ταλαντώνονται με αντίθετη φάση.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε τεντωμένη χορδή δίνεται από τη σχέση: $u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, όπου F είναι η δύναμη (τάση) που κρατά τη χορδή τεντωμένη και μ είναι η γραμμική πυκνότητα της χορδής, δηλαδή, $\mu = \frac{m_x}{\ell}$, όπου m_x και ℓ είναι η μάζα και το μήκος της χορδής αντίστοιχα. Για να δημιουργούνται στάσιμα κύματα κατά μήκος της χορδής, που είναι στερεωμένη στα δύο άκρα, θα πρέπει να ισχύει $\ell = k \frac{\lambda}{2}$, όπου $k = 1, 2, 3 \dots$ (= αριθμός των κοιλιών)

Είναι $u = \lambda f$. Άρα, $\ell = k \frac{u}{2f} \Rightarrow k = \frac{2\ell}{u} f$.

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός των κοιλιών είναι ανάλογος της συχνότητας. Όταν $k=1$, παίρνουμε τη θεμελιώδη συχνότητα ταλάντωσης της χορδής: $f_0 = \frac{u}{2\ell}$.

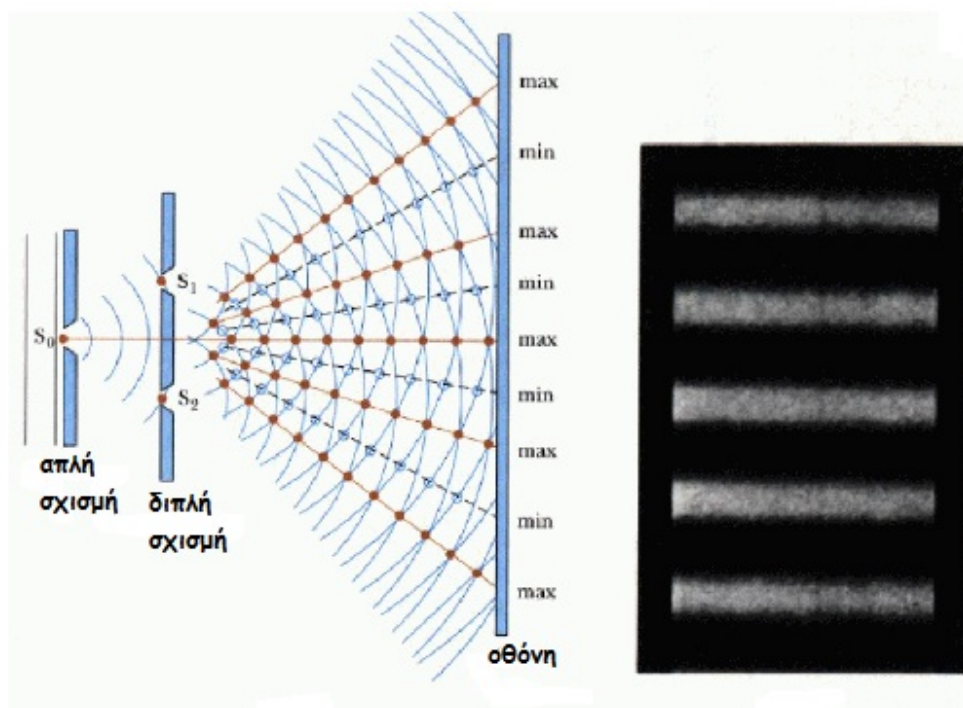


ΣΥΜΒΟΛΗ ΦΩΤΕΙΝΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ - ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ YOUNG

Με το πείραμα του Young αποδείχτηκε η κυματική φύση του φωτός.

Στο πείραμα του Young φως από μονοχρωματική πηγή περιθλάται από απλή σχισμή και στη συνέχεια από δύο σχισμές οι οποίες δρουν σαν δύο σύγχρονες πηγές. Μετά τις δύο σχισμές τα δύο φωτεινά κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας σε μια οθόνη φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς ως αποτέλεσμα της ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής αντίστοιχα.

Η απόσταση δύο διαδοχικών κροσσών ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής, δίνεται από τη σχέση: $y = \frac{\lambda D}{a}$, όπου D είναι η απόσταση οθόνης διπλής σχισμής. a είναι η απόσταση των δύο σχισμών.



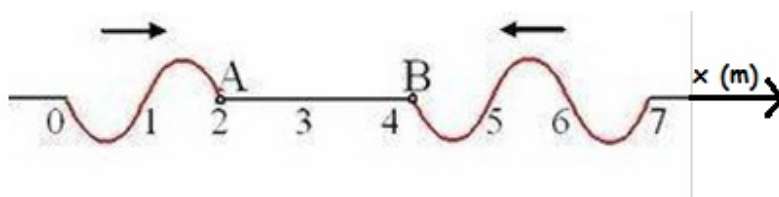
Πρόβλημα 113

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου 1 m/s δύο κυματοπαλμοί του ίδιου πλάτους και του ίδιου μήκους κύματος και με αντίθετη φορά διάδοσης. Στο διάγραμμα φαίνεται η μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή t_0 .

(α) Να εξηγήσετε ποια είναι η φάση του υλικού σημείου Α και του υλικού σημείου Β τη χρονική στιγμή t_0 .

(β) Να σχεδιάσετε τη μορφή του μέσου τις χρονικές στιγμές:

(i) $t_0 + 1,5 \text{ s}$, (ii) $t_0 + 3,0 \text{ s}$, (iii) $t_0 + 4 \text{ s}$.

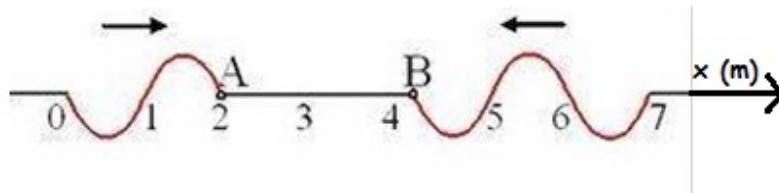


Πρόβλημα 114

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται δύο εγκάρσια κύματα του ίδιου πλάτους και του ίδιου μήκους κύματος λ και περιόδου T και με αντίθετη φορά διάδοσης. Στο διάγραμμα φαίνονται τα αντίστοιχα στιγμιότυπα των δύο κυμάτων τη χρονική στιγμή t_0 .

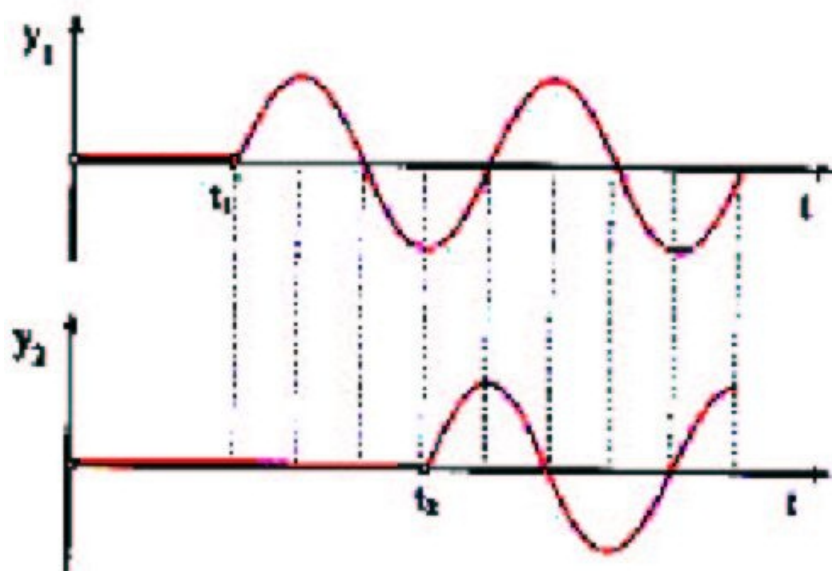
Να σχεδιάσετε τη μορφή του μέσου τις χρονικές στιγμές:

(i) $t_0 + 3T/4 \text{ s}$, (ii) $t_0 + 3T/2 \text{ s}$, (iii) $t_0 + 2T \text{ s}$.



Πρόβλημα 115

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος A και δημιουργούν φαινόμενα συμβολής στην ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού. Ένα σημείο M απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές. Στο σχήμα φαίνονται οι μετατοπίσεις από το σημείο ισορροπίας του σημείου M σε σχέση με το χρόνο, όταν αυτό ταλαντώνεται εξαιτίας κάθε κύματος ξεχωριστά.

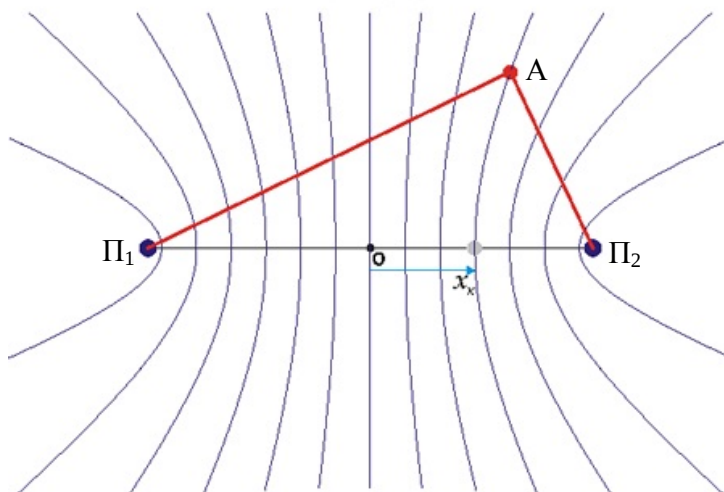


Να εξηγήσετε:

- (α) Ποιο είναι το χρονικό διάστημα, σε συνάρτηση με την περίοδο, που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο στιγμές που φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο M .
- (β) Ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης του υλικού σημείου M στο διάστημα $t_1 < t < t_2$.
- (γ) Αν τα κύματα θα φτάνουν στο σημείο M σε φάση, όταν η απόσταση r_2 ελαττωθεί κατά $\lambda/4$ και η απόσταση r_1 μείνει η ίδια.

Πρόβλημα 116

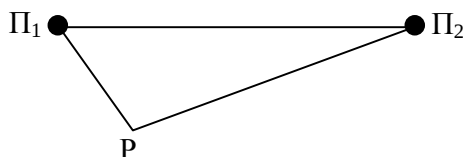
Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 εκπέμπουν αρμονικά εγκάρσια κύματα στην επιφάνεια υγρού. Η κάθε καμπύλη στο σχήμα είναι σύνολο υλικών σημείων που ταλαντώνονται με το μέγιστο δυνατό πλάτος, δηλαδή τα κύματα στα σημεία που ανήκουν στις καμπύλες αυτές συναντώνται σε φάση. Στο σχήμα σχεδιάστηκαν όλες οι καμπύλες όπου έχουμε ενισχυτική συμβολή.



- (α) Να εξηγήσετε ποια είναι η διαφορά φάσης των κυμάτων στο σημείο A .
 (β) Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη μετατόπιση του υλικού σημείου A σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t = 0$ που τα κύματα εκπέμπονται από τις πηγές μέχρι τη στιγμή που τα κύματα έχουν ήδη συμβάλει στο σημείο A .

Πρόβλημα 117

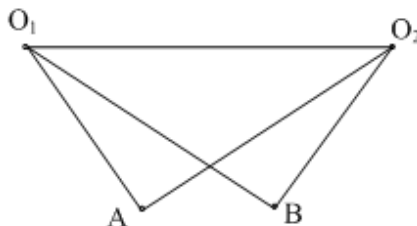
Στην επιφάνεια ενός υγρού, βρίσκονται δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που απέχουν μεταξύ τους $d=0,4\text{m}$, δημιουργώντας κύματα που διαδίδονται με μήκος κύματος $\lambda=0,2\text{m}$, τα οποία θεωρούμε ότι διατηρούν σταθερό πλάτος $A=1\text{cm}$.



- (i) Ένα σημείο P απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1=0,3\text{m}$ και $r_2=0,5\text{m}$ αντίστοιχα.
- α) Να εξηγήσετε ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σημείου P μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.
- β) Να εξηγήσετε ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο κυμάτων που συμβάλλουν στο σημείο P.
- (ii) Σε ένα άλλο σημείο Σ, τα δύο κύματα συμβάλλουν παρουσιάζοντας διαφορά φάσης 4π (rad). Να εξηγήσετε ποια είναι η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Σ από τις πηγές; Πού μπορεί να βρίσκεται το σημείο Σ;
- (iii) Να εξετάσετε αν μπορεί να έχουμε διαφορά φάσης μεταξύ των δύο κυμάτων τη στιγμή της συμβολής ίση με 6π (rad).
- (iv) Ένα άλλο σημείο Τ παρουσιάζει διαφορά φάσης ίση με 5π (rad) με κάθε πηγή, απέχοντας απόσταση $r_1=0,7\text{m}$ από τη πηγή Π_1 . Να υπολογίσετε πόσο απέχει το σημείο αυτό από τη πηγή Π_2 και πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσής του;

Πρόβλημα 118

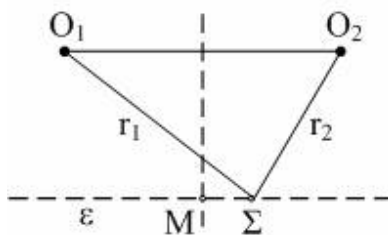
Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα μέτρου 1m/sec . Την στιγμή $t=0$ οι πηγές O_1 και O_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα με εξισώσεις $y_1=y_2=0,2\eta\mu 2\pi t$ (S.I.). Δύο σημεία A και B της επιφάνειας του υγρού βρίσκονται σε τέτοιες θέσεις ώστε να μπορούν να σχηματίζουν ορθογώνια τρίγωνα O_1AO_2 και O_1BO_2 . Η απόσταση O_1O_2 είναι 10m και οι αποστάσεις $O_1A=6\text{m}$ και $O_1B=8\text{m}$.



- A) Να βρεθούν πόσες υπερβολές ενίσχυσης και πόσες υπερβολές απόσβεσης βρίσκονται ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα AB και το τέμνουν.
 B) Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου A σε συνάρτηση με τον χρόνο.
 Γ) Να γραφεί η εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου A σε συνάρτηση με τον χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
 Δ) Να βρεθεί πόσες φορές το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου A είναι $0,4\pi\text{ m/sec}$ μέχρι την στιγμή $t_4 = 9\text{sec}$.

Πρόβλημα 119

Στην επιφάνεια ενός υγρού που αρχικά βρίσκεται σε ηρεμία βρίσκονται δύο πηγές O_1 και O_2 οι οποίες τη στιγμή $t = 0$ αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα, σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,1\eta\mu(2\pi t)$ (μονάδες στο S.I.). Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα μέτρου 2 m/s χωρίς αποσβέσεις.

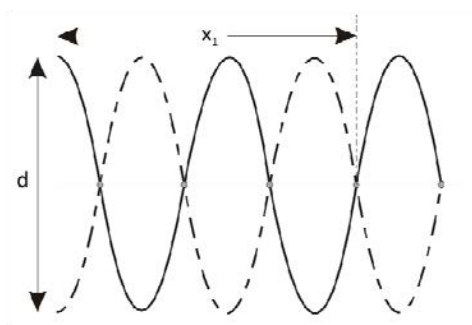


Το σημείο M βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2 , ενώ η ευθεία ϵ είναι παράλληλη στην O_1O_2 . Το σημείο Σ είναι το πλησιέστερο στο M σημείο που παραμένει διαρκώς ακίνητο, μετά την συμβολή των κυμάτων και απέχει από την πηγή O_2 απόσταση $r_2 = 8\text{ m}$.

- (α) Να υπολογίσετε πόσο απέχει το σημείο Σ από την πηγή O_1 ;
 (β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή $25/6\text{ s}$.

Πρόβλημα 120

Στο σχήμα βλέπουμε το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος που δημιουργείται κατά μήκος μιας χορδής μήκους 45 cm και έχει δημιουργηθεί από τη συμβολή δύο τρέχοντων κυμάτων. Η ταχύτητα διάδοσης των δύο τρέχοντων κυμάτων μέσα στο ελαστικό μέσο έχει μέτρο 20 cm/s. Δίνεται ότι $x_1 = 35$ cm και $d = 40$ cm.



- (α) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και τις εξισώσεις των κυμάτων που δημιουργούν με τη συμβολή τους το στάσιμο κύμα.
- (β) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της μετατόπισης από το σημείο ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο για δύο υλικά σημεία Α και Β με $x_A = 12,5$ cm και $x_B = 25$ cm.
- (γ) Να γίνουν τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s και να δείξετε για δύο τυχαίες κοιλίες στο στιγμιότυπο την κατεύθυνση της κίνησής τους.
- (δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση των σημείων Β και Γ, με $x_\Gamma = 30$ cm, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής τους.

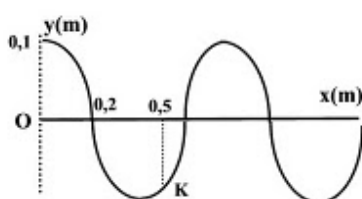
Πρόβλημα 121

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 αρχίζουν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ να κάνουν κατακόρυφη αρμονική ταλάντωσης με εξισώσεις της μετατόπισης από τα σημεία ισορροπίας τους, $y = 0,1\eta\mu\omega t$ (μονάδες στο SI) οπότε δημιουργούν στην ήρεμη επιφάνεια του υγρού μιας δεξαμενής εγκάρσια κύματα. Μικρό κομμάτι φελλού μάζας $0,01 \text{ kg}$ βρίσκεται σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και $r_2 = 6 \text{ m}$ αντιστοίχως με $r_1 > r_2$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,6 \text{ s}$ παρατηρούμε ότι το σημείο Σ αρχίζει να ταλαντώνεται, ενώ τη χρονική στιγμή $t_2 = 1 \text{ s}$ παρατηρούμε ότι φτάνει στο σημείο Σ και το κύμα από την πιο απομακρυσμένη πηγή. Τη χρονική στιγμή $t_3 = 1,4 \text{ s}$ η φάση ταλάντωσης του Σ είναι $\varphi = 6\pi \text{ rad}$. Να υπολογιστούν:

- Η απόσταση r_1 και το μήκος κύματος, λ .
- Οι εξισώσεις ταλάντωσης του φελλού σε σχέση με το χρόνο.
- Η ενέργεια ταλάντωσης του φελλού τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$.
- Η χρονική στιγμή στην οποία συμβαίνει για πρώτη φορά η κινητική ενέργεια να είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μετά την έναρξη της συμβολής.
- Η γραφική παράσταση της y σε σχέση με το χρόνο στο χρονικό διάστημα $[0, 1,2 \text{ s}]$.
- Μεταβάλλω τις τιμές της συχνότητας των δύο πηγών χωρίς να μεταβάλλω το πλάτος. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συχνότητας που μπορώ να δώσω ώστε ο φελλός στο σημείο Σ να παραμένει συνεχώς ακίνητος;
- Αν οι πηγές Π_1 και Π_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση 10 m και η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών είναι $2,5 \text{ Hz}$ να εξηγήσετε ποιο είναι το πλήθος υπερβολών ενισχυτικής συμβολής που τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$.

Πρόβλημα 122

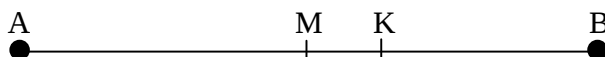
Δύο αρμονικά κύματα που έχουν ίδιες συχνότητες και ίδια πλάτη, διαδίδονται ταυτόχρονα σε αντίθετες κατευθύνσεις κατά μήκος τεντωμένης χορδής που εκτείνεται κατά μήκος του οριζόντιου x άξονα. Το άκρο O της χορδής είναι ελεύθερο ενώ το άλλο της άκρο είναι ακλόνητο. Από τη συμβολή των δύο κυμάτων προκύπτει στάσιμο κύμα και το σημείο O ($x=0$), διέρχεται από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή $t=0$ με θετική ταχύτητα. Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την πρώτη χρονική στιγμή t_1 που όλα τα σημεία της χορδής να βρίσκονται σε θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης από τα σημεία ισορροπίας τους. Το σημείο O είναι κοιλία και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας 80 φορές ανά δευτερόλεπτο.



- α. Να υπολογιστούν η συχνότητα, το μήκος κύματος και η χρονική στιγμή t_1 .
- β. Να γραφεί η εξίσωση στάσιμου κύματος.
- γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x_K = 0,5$ m, τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T/4$, όπου T η περίοδος των κυμάτων που δημιουργήσαν το στάσιμο.
- δ. Να προσδιοριστούν οι θέσεις των κοιλιών που βρίσκονται μεταξύ των σημείων $x_1 = 0,2$ m και $x_2 = 1$ m.
- ε. Αν στη χορδή αυτή δημιουργούνται 6 δεσμοί να υπολογιστεί το μήκος της χορδής.
- στ. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας των υλικών σημείων του στάσιμου σε συνάρτηση με την απόσταση, x , τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T/4$ όπου T η περίοδος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο.

Πρόβλημα 123

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού. Οι πηγές αρχίζουν να εκτελούν ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,01\eta\mu(\frac{2\pi}{3}t)$, (μονάδες στο S.I.) εκπέμποντας εγκάρσια κύματα με ταχύτητα διάδοσης μέτρου 0,5 m/s. Ένα σημείο K της επιφάνειας του νερού βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα AB και ταλαντώνεται, μετά τη συμβολή, σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,02\eta\mu[\frac{2\pi}{3}(t-2,4)]$, (μονάδες στο S.I.) Το σημείο M είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB και το σημείο K είναι το αμέσως επόμενο σημείο το οποίο ταλαντώνεται με πλάτος 0,02 m.



- (α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του νερού.
- (β) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση AB.

Πρόβλημα 124

Στο πείραμα του Young η απόσταση οθόνης και πλακιδίου διπλής σχισμής είναι 2,1 m. Χρησιμοποιείται μονοχρωματικό φως με μήκος κύματος 640 nm. Η απόσταση των δύο σχισμών μεταξύ τους είναι 0,5 mm. Να υπολογίσετε την απόσταση δύο διαδοχικών φωτεινών κροσσών ενίσχυσης.

Πρόβλημα 125

Στο πείραμα του Young με μονοχρωματική ακτινοβολία η οθόνη αρχικά τοποθετήθηκε στα 2 m, από το πλακίδιο διπλής σχισμής, και η απόσταση του κεντρικού φωτεινού κροσσού από το φωτεινό κροσσό δέκατης τάξης ήταν 5,5 cm. Απομακρύνουμε, στη συνέχεια, την οθόνη από το πλακίδιο διπλής σχισμής κατά 1 m. Να υπολογίσετε τη νέα απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κροσσών ενισχυτικής συμβολής.

Πρόβλημα 126

Στο πείραμα του Young με μονοχρωματική ακτινοβολία πράσινου φωτός με μήκος κύματος 550 nm, η οθόνη τοποθετήθηκε σε απόσταση 1 m, από το πλακίδιο διπλής σχισμής. Η απόσταση μεταξύ των δύο απλών σχισμών στο πλακίδιο είναι 0,5 mm. Να υπολογίσετε τη νέα απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κροσσών ενισχυτικής συμβολής.