

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2009

Όνομα μαθητή: Τμήμα: Αρ.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού.
- (β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- (γ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.
- (δ) Πρόχειρες πράξεις στην τελευταία σελίδα.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $4\alpha^2 - 2\alpha\beta - 7\alpha^2 + 8 - 6\alpha\beta =$

(β) $(4\chi^2\psi^3 - 3\chi) \cdot 2\chi^2\psi =$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενα πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $18\alpha\chi - 2\alpha^2 =$

(β) $\chi(\alpha - 2) - \psi(2 - \alpha) =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\chi - 3)^2 =$

(β) $(3\alpha - \beta)(3\alpha + \beta) =$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση -3 .

5. Να λύσετε το σύστημα:

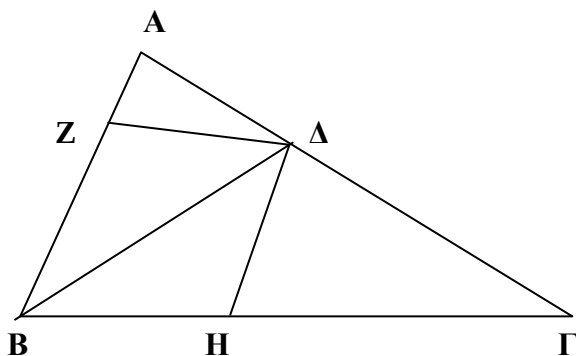
$$\begin{aligned} \chi + \psi &= 5 \\ 2\chi + 3\psi &= 12 \end{aligned}$$

6. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2\chi - 6}{\chi + 2} : \frac{\chi^2 - 9}{\chi^2 + 5\chi + 6} =$$

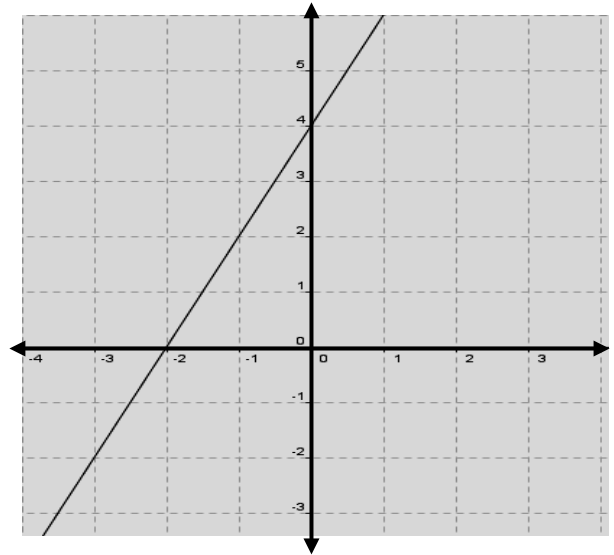
7. Αν η ευθεία $\varepsilon_1 : \psi = (3\kappa + 11)\chi + 3$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_2 : 5\chi - \psi = 8$, να βρείτε την τιμή του κ .

8.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ABΓ τυχαίο τρίγωνο	
BΔ διχοτόμος της B	ZΔ = ΔH
BZ = BH	

9. (α) Από την γραφική παράσταση,
να βρείτε την κλίση της ευθείας.
(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας.

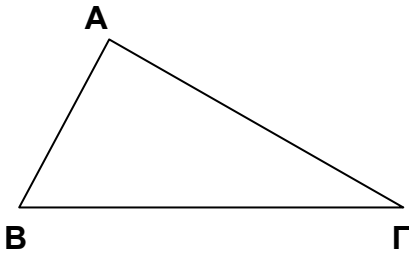


10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2\alpha\chi}{\alpha^2 - \chi^2} - \frac{3\alpha}{\alpha + \chi} + \frac{\alpha}{\chi - \alpha} =$$

11. Δίνονται τα πολυώνυμα $\varphi(\chi) = \chi^3 - 2\chi^2 + \kappa\chi - 13$ και $\rho(\chi) = \chi^2 + 3\chi + \kappa^2$.
Να βρείτε τις τιμές του κ αν $\varphi(3) = \rho(-2)$.

12. Στο πιο κάτω τρίγωνο να φέρετε το ύψος ΑΔ. Αν Ε , Ζ , Η είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ , ΑΓ και ΑΒ αντιστοίχως, να δείξετε ότι ΔΗ = ΕΖ.
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)



13. Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα σε απλό:

$$\frac{\frac{\chi^4 \psi - \chi \psi^4}{\chi^3 - \chi^2 \psi}}{\chi + \psi + \frac{\psi^2}{\chi}} =$$

14. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενα παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $(\alpha + 2)(\alpha - 1)^2 - 9(\alpha + 2) =$

β) $\chi^2 - 3\alpha\chi + 6\alpha + 4 - 4\chi =$

15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$.
(α) Να δείξετε ότι οι διάμεσοι ΓE και $B\Delta$ είναι ίσες.
(β) Αν το σημείο τομής των διαμέσων αυτών είναι το K , να δείξετε ότι $EK = K\Delta$.
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = x^3 - 3x^2 + 6x - 4$, $B = x^2 - 5x + 6$ και $\Gamma = x - 1$.
Να βρείτε: (α) $A - B \cdot \Gamma$ και (β) $A : \Gamma$

2. Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα χρησιμοποιώντας σύστημα.

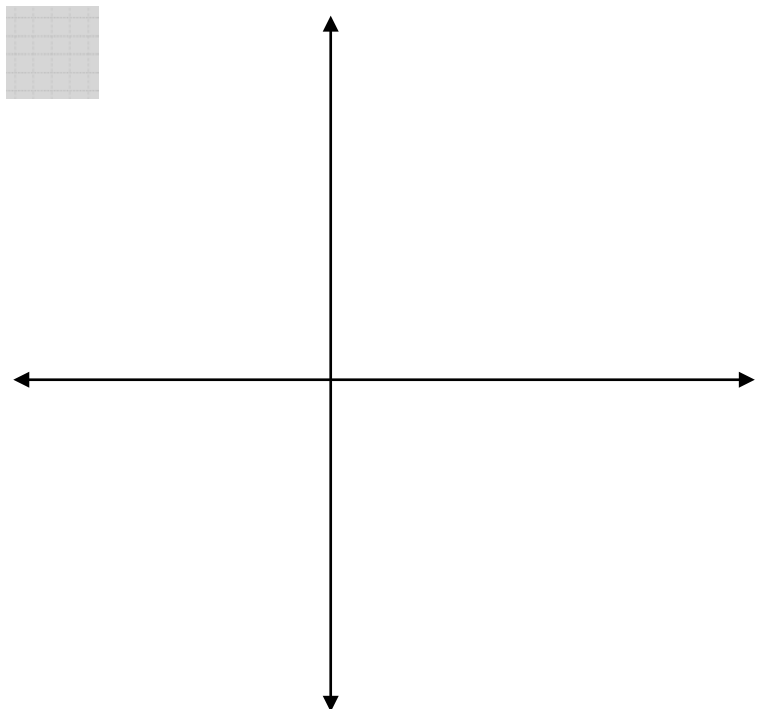
Το άθροισμα των ηλικιών του Κώστα και της Μαρίας είναι 28 χρόνια. Μετά από 6 χρόνια η ηλικία της Μαρίας θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του Κώστα. Ποιες είναι οι ηλικίες τους σήμερα;

3. (α) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{3x^2 - 95}{x^2 - 25} + \frac{3}{x - 5} - \frac{2}{x + 5} = 2$$

(β) Αν $2x + 3\psi = 8$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(4x - 3\psi)^2 + 36x\psi - 12x^2 =$$

4. (α) Στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες:
 $\varepsilon_1: \psi = \chi - 2$ και $\varepsilon_2: \chi + 2\psi = 2$.
- (β) Οι δύο ευθείες τέμνονται στο σημείο Α.
Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου αυτού.
- (γ) Στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά και την ευθεία
 $\varepsilon_3: \chi = 5$. (Να την ονομάσετε πάνω στον άξονα)
- (δ) Οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \chi - 2$ και $\varepsilon_3: \chi = 5$ τέμνονται στο σημείο Β. Να βρείτε τις
συντεταγμένες του σημείου αυτού.
- (ε) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τις ευθείες
 $\varepsilon_1: \psi = \chi - 2$, $\varepsilon_3: \chi = 5$ και τον άξονα $\chi\chi'$.



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε τη βάση $B\Gamma$ προς το B και Γ κατά τμήματα $BD = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι:

(α) Το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές και

(β) Τα σημεία B και Γ απέχουν ίσες αποστάσεις από τις πλευρές AD και AE αντίστοιχα. (Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

6. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$.

Στην προέκταση της $\Delta\Gamma$ παίρνουμε σημείο E τέτοιο ώστε $\Gamma E = \Delta\Gamma$.

Αν επίσης η γωνιά $\Lambda\Gamma\Delta = 30^\circ$, να αποδείξετε ότι:

(α) Το $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο

(β) Το ΔBE είναι ισοσκελές τρίγωνο και

(γ) $\Lambda\Delta = \Delta O$ (όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του $AB\Gamma\Delta$)

Η Διευθύντρια

Κιτρομηλίδου Πολύμνια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ:.....

(αριθμητικά και ολογράφως)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2009

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:.....

Επώνυμο και όνομα:.....Τμήμα:.....Αρ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες)

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε μόνο 12 από τις 15 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$15\chi^2 - 9\chi^2 =$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\psi + 5)(\psi - 3) =$$

3. Να βρείτε το ανάπτυγμα:

$$(\chi + 4)^2 =$$

4. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 3\chi^4 + 2\chi^5$ και $B = 2\chi^5 - 3\chi^3$. Να υπολογίσετε:

$$A - B =$$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$3\omega\chi + 6\omega =$$

6. Να λύσετε το σύστημα:

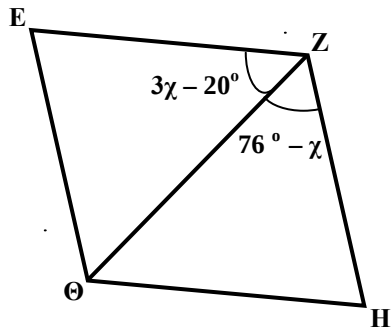
$$\alpha + 2\beta = 5$$

$$\alpha - 2\beta = 1$$

7. Να κάνετε τη διαίρεση $(4\chi^3 - \chi^2 + 5\chi + 1) : (\chi - 2)$

8. Η ευθεία $\psi = (\mu - 2)\chi + \beta$ είναι παράλληλη προς την ευθεία $\psi = 5\chi$ και περνά από το σημείο $A(-2,1)$. Να βρείτε τα μ και β .

9.



Το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος. Να υπολογίσετε τις γωνίες EZH και H του ρόμβου. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

10. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $ΑΔ$. Προεκτείνουμε την AB κατά τμήμα $BE = AB$. Από το σημείο E φέρουμε την EZ κάθετη πάνω στη $B\Gamma$. Να δείξετε ότι $BZ = B\Delta$.

11. Να λύσετε την εξίσωση $2(x-3)^2 = (x+4)(x-6) + 8$

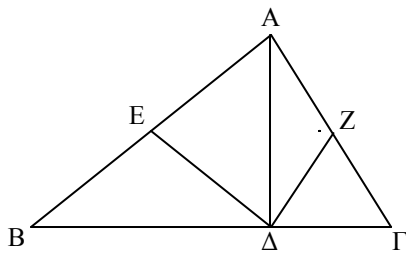
12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{4-x}{x^2-16} - \frac{10-2}{x^2-4x} \right) : \frac{5-x}{x^2+2x-8} =$$

13. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$(a^2 + 4a - 8)^2 - (a^2 - 4a)^2 =$$

14.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΔ ύψος του τριγώνου ΑΒΓ ΑΕ = ΒΕ = 15 cm ΑΖ = ΖΓ ΔΖ = 13 cm ΒΔ = 18 cm ΔΓ = 10 cm	(α) ΔΕ (β) ΕΖ (γ) ΑΓ Δικαιολογείστε τις απαντήσεις σας.

15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διάμεσος του AM . Αν E είναι το μέσο της AB και Z το μέσο της $A\Gamma$, να δείξετε ότι $AM = EZ$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε μόνο 4 από τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{3\chi - 1}{\chi + 3} + \frac{2\chi - 3}{4 - \chi} = \frac{33 - 17\chi}{\chi^2 - \chi - 12}$$

2. α) Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{2\chi - \psi}{3} - \frac{\chi + \psi}{6} = -\frac{1}{2}$$

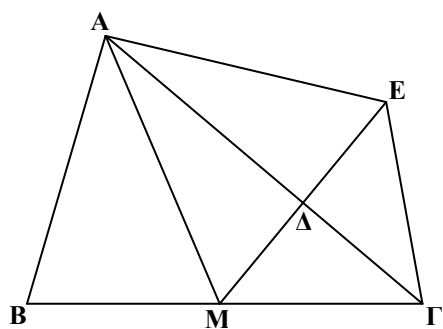
$$4\chi - 3(2\chi + 3\psi) = \psi - \chi - 21$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$2(x-4)(x^2-4)-5(x-4)(x-2)^2=$$

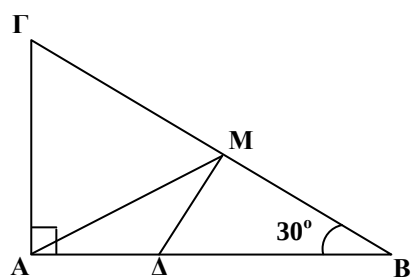
3. α) Αν $\chi + \psi = 4$ και $\chi\psi = 12$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \chi^3 + \psi^3$

β)



Δεδομένα	Ζητούμενα
AM διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ $M\Delta = \Delta E$ $M\Delta \perp AG$	α) $AM = AE$ β) $E\Gamma = BM$

4.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\hat{B} = 30^\circ$ $\hat{BA\Gamma} = 90^\circ$ $BM = M\Gamma$ $\Delta M \perp B\Gamma$	$\alpha) M\Delta = \Delta A$ $\beta) AB = 3(\Delta M)$

5. Δίνεται η ευθεία ε_1 : $3\chi - 4\psi = 12$.

α) Να βρείτε την κλίση της.

β) Αν B είναι το σημείο τομής της ε_1 με τον άξονα $\chi'\chi$ και Γ είναι το σημείο τομής της ε_1 με τον άξονα $\psi'\psi$, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $BO\Gamma$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

6. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Αν η ΔE τέμνει τη διαγώνιο $A\Gamma$ στο K και η BZ τέμνει την $A\Gamma$ στο Λ , να δείξετε ότι: α) το τετράπλευρο ΔEBZ είναι παραλληλόγραμμο.
β) $AK = K\Lambda = \Lambda\Gamma$

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ελευθερίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 / 06 / 2009

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΣΕΛΙΔΕΣ : 8

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ:ΑΡ. :

ΒΑΘΜΟΣ : ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ :

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
 - γ) Να γράψετε μόνο με μελάνι χρώματος μαύρου και μπλε.
(τα σχήματα με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄ (12 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνον τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) (-2\chi^3\omega^2) \cdot (6\chi^2\omega) =$$

$$\beta) (-15\chi^4\psi^2) : (-5\chi\psi^2) =$$

ΘΕΜΑ 2. Αν $A = 5\chi^3 + 2\chi^2 - 4\chi + 1$ και $B = 3\chi^2 - \chi - 3$

Να βρείτε: α) $A + B =$

$$\beta) B - A =$$

ΘΕΜΑ 3. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} -3\chi + \psi &= 9 \\ 2\chi + 3\psi &= 5 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 3)^2 =$

β) $(\omega - 2)^2 =$

γ) $(\psi - 4) \cdot (\psi + 4) =$

δ) $(\chi - \psi + 1)^2 =$

ΘΕΜΑ 5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο τις παραστάσεις .

α) $\alpha\chi^2 + \alpha\psi =$

β) $\alpha^2 - 16 =$

γ) $\chi^2 - 10\chi + 25 =$

δ) $(\chi + 1)\alpha + 3(1 + \chi) =$

ΘΕΜΑ 6. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\chi(\chi - 7) = 0$

β) $\chi^2 - 2\chi - 8 = 0$

ΘΕΜΑ 7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τη διάμεσο ΓΔ και την προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα ΔΕ = ΓΔ. Να δείξετε ότι ΑΓ = ΒΕ.

ΘΕΜΑ 8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 4\chi + 7$ και περνά από το σημείο $A(1, -2)$.

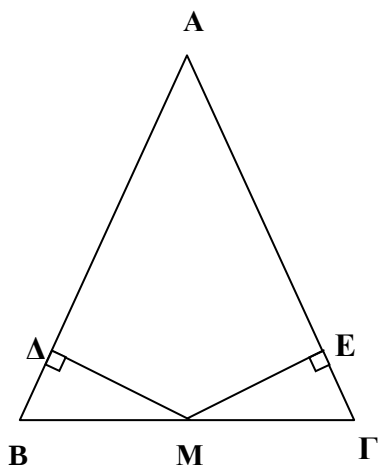
ΘΕΜΑ 9. Να κάνετε τη διαίρεση :
 $(6\chi^3 - 23\chi^2 + 38\chi - 24) : (3\chi - 4)$

ΘΕΜΑ 10. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα.

$$\alpha) \frac{20\alpha\beta^5\gamma^4}{25\alpha^3\beta^2\gamma^4} =$$

$$\beta) \frac{\chi^2 - 9}{\chi^2 + 3\chi} =$$

ΘΕΜΑ 11. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $(AB=AG)$ και M μέσο της $B\Gamma$. Αν $M\Delta \perp AB$ και $EM \perp AG$, να δείξετε ότι $M\Delta=ME$.



ΘΕΜΑ 12. Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης αν $\chi=2$ και $\psi=-1$

$$A=(\chi - \psi)^2 - 3\chi\psi + 2(3\chi\psi - 5) - (\chi - \psi) \cdot (\chi + \psi)$$

ΘΕΜΑ 13. Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα.

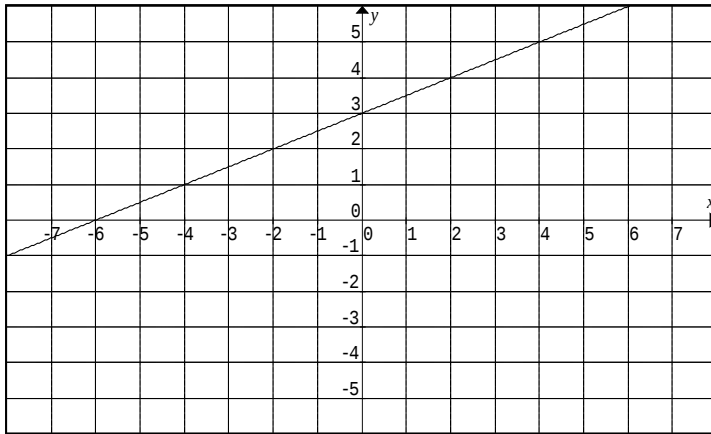
$$(\chi - 5\psi)^2 - 2\chi(2\chi - 9\psi) + (2\chi + 3\psi)(2\chi - 3\psi) = (\chi + 4\psi)^2$$

ΘΕΜΑ 14. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, Δ μέσο της $B\Gamma$ και $AB=6\text{cm}$. Να υπολογίσετε: (α) Το μήκος της $B\Gamma$.

(β) Το μήκος της $A\Delta$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 15. Να βρείτε την εξίσωση της πιο κάτω ευθείας.



ΜΕΡΟΣ Β΄ (8 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μ ό ν ο ν τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να κάνετε τις πράξεις .

$$\left(\frac{\chi^2 - 3\chi}{\chi^2 - 5\chi + 6} - \frac{\chi}{\chi - 3} + \frac{4}{\chi - 2} \right) : \frac{\chi - 4}{\chi - 2} =$$

ΘΕΜΑ 2. Να λύσετε την εξίσωση.

$$\frac{35}{x^2 + x - 6} - \frac{x - 4}{2 - x} = \frac{2x - 1}{x + 3}$$

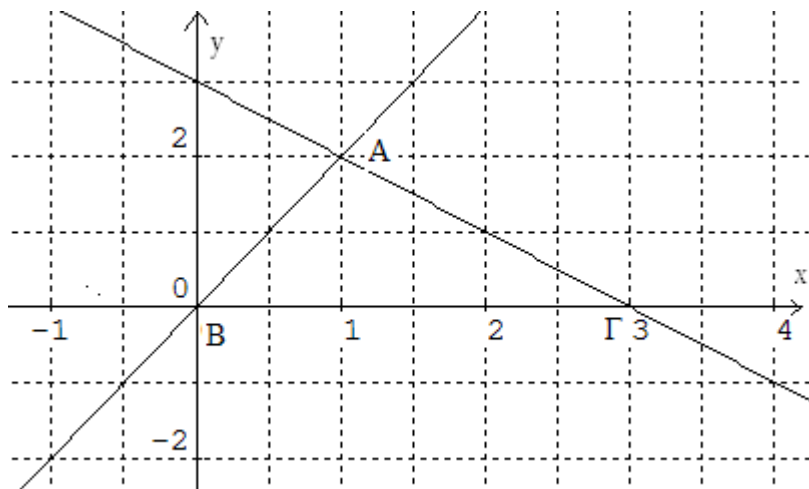
ΘΕΜΑ 3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και Ρ τυχόν σημείο της πλευράς ΒΓ. Αν Δ ,Ε ,Ζ, Η είναι τα μέσα των ΒΡ, ΡΓ, ΑΓ , ΑΒ αντίστοιχα , να δείξετε ότι το ΕΖΗΔ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 4. Να λύσετε το σύστημα:

$$3(\psi - 2) - 2(\psi - \chi) = 6$$

$$\frac{3\chi - 5}{2} - \frac{2\psi - 7}{5} = 1$$

ΘΕΜΑ 5. Από την πιο κάτω γραφική παράσταση να βρείτε:
(α) τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου ΑΒΓ
(β) την εξίσωση της ευθείας ΑΒ
(γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΜΑ 6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα και
- (β) οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις πλευρές ΔZ και $E H$ αντίστοιχα είναι ίσες.

Η Διευθύντρια

Μαρία Χατζηδημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05 / 06 / 2009

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΣΕΛΙΔΕΣ: 9

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:**

ΒΑΘΜΟΣ: **ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
γ) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι)

ΜΕΡΟΣ Α΄ (12 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μ ό ν ο στα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3\chi\psi - \chi^2\psi - 7\chi^2\psi - 2\chi\psi =$

β) $(-\alpha\beta^2) \cdot (6\alpha^2\beta^3) =$

ΘΕΜΑ 2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(5\alpha + 1)^2 =$

β) $(\chi - 4\psi)(\chi + 4\psi) =$

ΘΕΜΑ 3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(3\chi^2 - 4\chi - 1) - (\chi^2 + 6\chi - 8) =$

β) $(\chi + 5) \cdot (\chi - 3) =$

ΘΕΜΑ 4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $6\alpha - 2\alpha\beta =$

β) $\chi^2 + 9\chi + 18 =$

ΘΕΜΑ 5. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{10\chi^2\psi\omega^3}{2\chi\psi\omega^4} =$

β) $\frac{\beta + \beta^2}{\beta^2 - 1} =$

ΘΕΜΑ 6. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(9\chi^3 + 6\chi^2 - 23\chi + 10) : (3\chi - 2)$$

ΘΕΜΑ 7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $(-2, 8)$.

ΘΕΜΑ 8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi^2 - 7\chi = 8$

β) $4\chi^2 - 25 = 0$

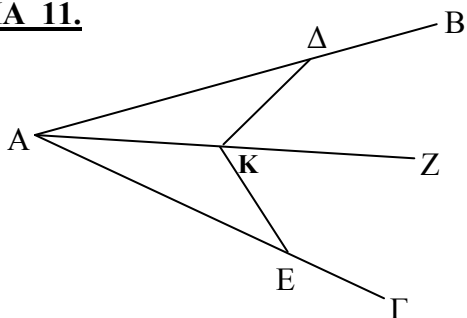
ΘΕΜΑ 9. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\frac{3}{\chi-2} - \frac{6}{\chi^2+2\chi} - \frac{6}{\chi^2-2\chi} =$$

ΘΕΜΑ 10. Δίνεται το πολυώνυμο $\rho(\chi) = (2\chi-1)^2 + (\chi+3)(\chi-1) - 2(9-\chi)$.

α) Να κάνετε όλες τις πράξεις και την αναγωγή ομοίων όρων.

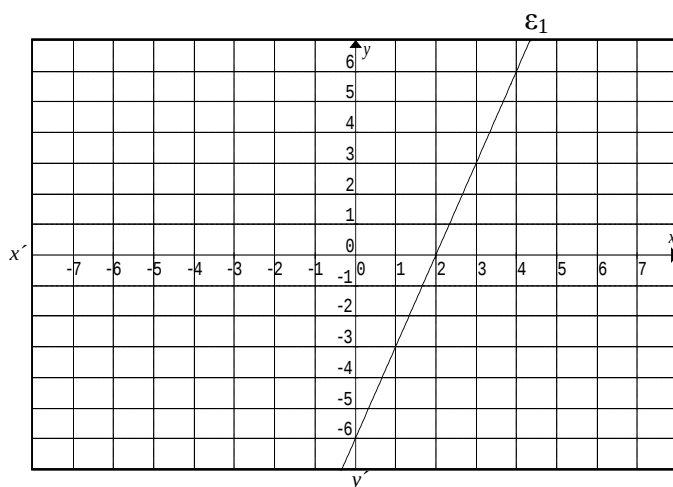
β) Να αναλύσετε το πολυώνυμο $\rho(\chi)$ πλήρως σε γινόμενο παραγόντων.

ΘΕΜΑ 11.

Δεδομένα	Ζητούμενα
AZ διχοτόμος της $\widehat{BAG}$ $AD=AE$	$\widehat{AK} = \widehat{EK}$

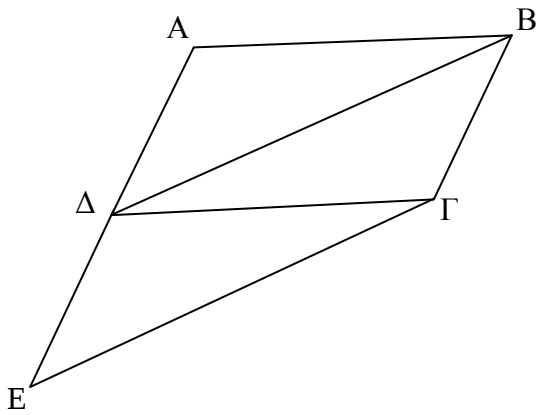
ΘΕΜΑ 12. α) Από την πιο κάτω γραφική παράσταση να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 .

β) Να γράψετε την εξίσωση μιας ευθείας που να είναι παράλληλη με την ευθεία ε_1



ΘΕΜΑ 13. Αν $\chi = \alpha^2 - \beta^2$, και $\omega = 2\alpha\beta$, $\omega = \alpha^2 + \beta^2$
να αποδείξετε ότι: $\chi^2 + \omega^2 - \omega^2 = 0$

ΘΕΜΑ 14. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και Δ είναι μέσον της AE . Να αποδείξετε ότι το $B\Gamma E\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.



ΘΕΜΑ 15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Από την κορυφή Γ φέρουμε τη $XX' \parallel AB$. Αν $B\Delta$ είναι η απόσταση του σημείου B από την $A\Gamma$ και AE η απόσταση του A από την ευθεία XX' , να αποδείξετε ότι $B\Delta = AE$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ (8 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μ ό ν ο στα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την εξίσωση:

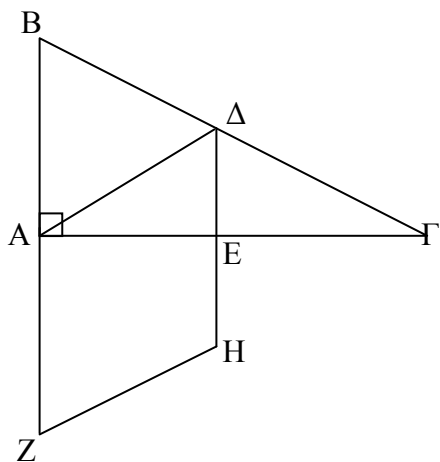
$$\frac{2\chi}{\chi+6} - \frac{2-3\chi}{2\chi-4} = \frac{3\chi^2+4}{\chi^2+4\chi-12}$$

ΘΕΜΑ 2. Δίνεται το πολυώνυμο $\phi(\chi) = 2(\kappa + \chi)^2 - (\kappa - 3\chi)(\kappa + 3\chi) - 8\kappa\chi$.
Αν $\phi(-1) = 7$, να υπολογίσετε την τιμή του κ .

ΘΕΜΑ 3. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1 : \psi = (\mu - 5)\chi - \mu$.

- α) Αν η ευθεία ε_1 περνά από το σημείο $(3, -9)$, να δείξετε ότι $\mu = 3$.
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο $(-1, 8)$.
γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της ε_2 με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.

ΘΕΜΑ 4.



Στο διπλανό σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$).
 Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.
 AZ είναι προέκταση της BA και $AZ = AB$.
 EH είναι προέκταση της DE και $EH = ED$.

- α) Να αποδείξετε ότι το $A\Delta HZ$ είναι παραλληλόγραμμο.
β) Αν $B\Gamma = 18 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το ZH .

ΘΕΜΑ 5. Αν $A = \frac{1}{1 - \frac{\chi}{\psi + \omega}}$, και $B = \frac{\frac{\psi - \chi}{\omega}}{1 + \frac{\psi - \chi}{\omega}}$

$$\Gamma = \left(\frac{1}{\chi\psi} - \frac{1}{\psi\omega} \right) : \left(\frac{1}{\chi\omega} + \frac{1}{\chi\psi} - \frac{1}{\psi\omega} \right)$$

να αποδείξετε ότι: $A + B + \Gamma = 2$

ΘΕΜΑ 6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{B} = 30^\circ$. Στο μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ φέρουμε κάθετη στη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την AB στο Δ . Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle A\Delta\Gamma$ και $\triangle B\Delta M$ είναι ίσα.

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15. 6. 2009

ΩΡΑ:7:45-9:45

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ : Γ .. ΑΡΙΘΜΟΣ: ..

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και κινητού τηλεφώνου.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (τύπου Tipp-ex).
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από ΕΠΤΑ σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-4\alpha^2\psi^3).(-6\alpha\psi^2)=$

β) $(\alpha^8\beta^6):(\alpha^3\beta^3) =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$A = \chi^3 - 5\chi^2 + 6\chi + 7$, $B = 2\chi^3 + 4\chi - 8$. Να υπολογίσετε τα :

α) $A + B =$

β) $A - B =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\chi - 3)^2 =$

β) $(\psi + 6) \cdot (\psi - 6) =$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(3\chi + 6)(\chi - 1) = 0$

β) $\psi^3 = 4\psi^2$

5. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πολυώνυμα:

α) $4\chi^2 - 25 =$

β) $\chi^2 - 5\chi + 6 =$

6. Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + 2\psi = 4$$

$$3\chi - \psi = 5$$

7. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(\chi^3 - \chi^2 - 18\chi - 10) : (\chi - 5)$$

8. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την $\psi = 4\chi - 7$ και περνά από το σημείο $(-2, 1)$.

9. Σε τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$, ΓM και BE είναι ύψη και $\Gamma M = BE$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

10. Να κάνετε την πράξη:

$$\frac{9}{x^2 + x - 2} - \frac{3}{x - 1} =$$

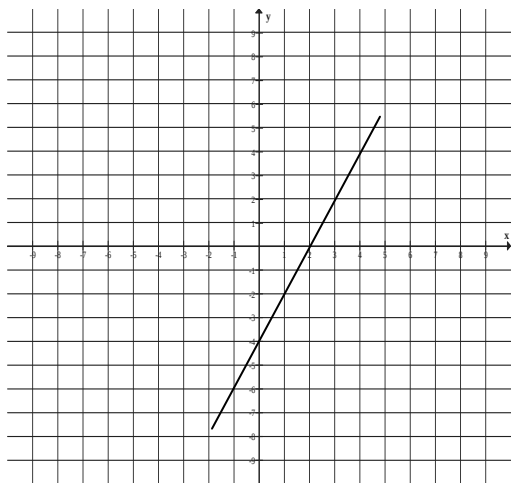
11. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πολυώνυμο :

$$\alpha^2 - 6\alpha\beta - 4\psi^2 + 9\beta^2 =$$

12. Από την πιο κάτω γραφική παράσταση να βρείτε:

α) την εξίσωση της ευθείας ε και

β) τα σημεία τομής της ευθείας ε με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.



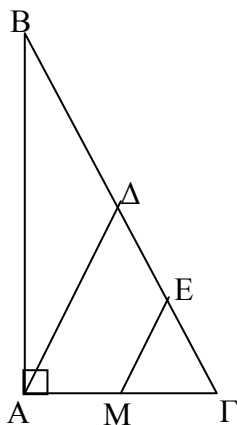
13. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, από τα μέσα H, Θ των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, φέρω κάθετες HK και $\Theta\Lambda$ πάνω στην $B\Gamma$. Να δείξετε ότι $H\Theta\Lambda K$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

14. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση
 $(2\chi+1)^2 - 4\chi(3\chi-2)(3\chi+2) - (\chi-1)^2 =$

α) Να κάνετε τις πράξεις.

β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $x = -1$.

15.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) $\hat{B} = 30^\circ$ M μέσο της AG $A\Delta$ διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ $ME \parallel A\Delta$	$ME = AM$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{1+x} = \frac{2x+1}{x^2-x-2}$$

2.α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha (\alpha - 3\beta)^2 + \beta (\beta - 3\alpha)^2$$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\psi^2 - \psi\chi + \omega\psi - \omega\chi}{\psi^3 - \psi\chi^2 + \omega\psi^2 - \omega\chi^2} =$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$3(\psi + 2) - 4(\chi - 3) = 3$$

$$\frac{\chi - 1}{5} - \frac{\psi + 5}{2} = -3$$

4.α) Αν $\chi = 2\psi$ να δείξετε ότι
$$\frac{\frac{\frac{8}{\chi} + \frac{8}{\psi}}{4 - \frac{4}{\chi^2}} \cdot \frac{1}{\psi} = -4$$

β) Δίνεται η ευθεία $(\kappa + 1)x + 2\kappa\psi = 12$. Να βρεθεί η τιμή του κ , ώστε η ευθεία να είναι παράλληλη με την ευθεία $5x + 8\psi = 15$.

5. Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ και E σημείο στην προέκταση της διαμέσου $A\Delta$ τέτοιο ώστε $\Delta E = A\Delta$. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ και προς τα δύο μέρη και παίρνουμε τμήματα $ZB = B\Gamma = \Gamma H$. Να δείξετε ότι:
- α) το $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - β) η διάμεσος $B\Theta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με $\frac{AZ}{2}$.
6. Δίδεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), Δ και E σημεία πάνω στην $B\Gamma$ τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Να δείξετε :
- α) Ότι τα σημεία Δ και E απέχουν ίσες αποστάσεις από τις πλευρές $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα.
 - β) Ότι το ΔNE είναι τρίγωνο είναι ισοσκελές, αν N είναι το σημείο τομής των δύο αποστάσεων.
 - γ) Ότι η AN διχοτομεί την γωνία A .

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Παντελής Ιωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ: Γ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15.6.09

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 8.00 – 10.00 Π.Μ.

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ:

ΑΡ.:

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα δώδεκα (12). Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (-24x^5 \psi^3) : (8x^3 \psi^2) =$$

$$\beta) (-2x) \cdot (x^2 - 3x - 2) =$$

2. Να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολύωνυμα:

$$\alpha) 6ax^2 \psi - 3ax =$$

$$\beta) ax - 4\psi - a\psi + 4x =$$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (a - 2\beta)^2 =$$

$$\beta) (3x - 4) \cdot (3x + 4) =$$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} \right) : \frac{a}{a-2a+1} =$$

5. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi + 3\psi = 1$$

$$3\chi - \psi = 7$$

6. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση -2 και περνά από το σημείο $(-1,3)$

β) Να βρείτε την κλίση της ευθείας $2\chi - 5\psi + 7 = 0$.

7. Οι ευθείες $6\chi + 3\psi - 2 = 0$ και $\Psi = (2\alpha - 3)\chi + 2$ είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε το α .

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) είναι $\sin B = \frac{5}{13}$. Να υπολογίσετε το $\sin \Gamma$ και $\epsilon\phi. B$.

9. Να κάνετε την διαίρεση:

$$(2\chi^3 - 7\chi^2 + 10\chi - 6) : (2\chi - 3) =$$

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi^2 - \chi - 6 = 0$

β) $2\chi^2 = \chi$

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την βάση ΒΓ προς Β και προς Γ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Να δείξετε ότι Δ και Ε απέχουν ίσον προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

12. Ποιό από τα παρακάτω ζεύγη ευθειών είναι παράλληλες και ποιο συμπίπτουν.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

α) $4\chi + 5\psi = 6$
 $2\chi - \psi = -3$

β) $-3\chi + 6\psi = 4$
 $\chi - 2\psi = 6$

γ) $-6\chi + 8\psi = -2$
 $-3\chi + 4\psi = -1$

13. Να γίνουν οι πράξεις και να βρεθεί η αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\alpha = -2$

$$(\alpha + 2)^2 - (\alpha + 3) \cdot (\alpha - 3) + 5\alpha(\alpha - 1) =$$

14. Από το σχήμα να υπολογίσετε το χ και ψ . Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

15. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ορθογώνιου παραλληλογράμμου είναι ρόμβος.

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τα έξι(6) θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$). Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ προς B και προς Γ κατά τμήματα $BZ=GH$. Επί των πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E αντίστοιχα τέτοια ώστε $A\Delta=AE$.
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα.
- β) Οι αποστάσεις των σημείων Δ και E από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες.

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x-3} - \frac{x-3}{x-9x} = \frac{x+2}{x+3x}$$

3. Σε μια επιχείρηση οι άντρες είναι 10 περισσότεροι από τις γυναίκες. Αν φύγουν 5 γυναίκες οι άντρες είναι διπλάσιοι. Πόσοι είναι οι άντρες και πόσες οι γυναίκες.

4. Να λύσετε το σύστημα: $2(\chi - 1) - 5(\psi + 5) = -30$

$$\frac{\psi+2}{4} - \frac{\chi-3}{3} = \frac{1}{4}$$

5. α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\alpha - \frac{4}{\alpha}}{\alpha - 5 + \frac{6}{\alpha}} =$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή του $(\chi - \psi)^2 + 4\chi\psi$ αν $\chi + \psi = 12$.

6. α) Να αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο $\alpha\chi + \alpha - \chi^2 - 4\chi - 3 =$

β) Να γράψετε τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου.

Οι Εισηγητές

.....

.....

.....

Ο Διευθυντής

.....

Δ. Χάμπαλης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΜΑΘΗΜΑ :** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΒΑΘΜΟΣ :****ΤΑΞΗ :** Γ'**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :** 09/06/09**ΥΠΟΓΡΑΦΗ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ :** 2 ΩΡΕΣ**ΚΑΘΗΓΗΤΗ :**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ: Αρ.:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής .
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIRPEX) ή διορθωτικής ταινίας.

Το δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες .

ΜΕΡΟΣ Α' (12 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12 . Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα .

1) Να κάνετε τις πράξεις :

α) $2\chi^2\psi^5 \cdot (-3\chi^3\psi^2) =$

β) $10\chi^5\psi^2 \div (5\chi^2\psi) =$

2) Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 3\chi^2 - 5\chi + 2$, $B = \chi^2 + 3\chi - 1$.

Να βρείτε :

α) $A + B =$

β) $A - B =$

3) Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + \psi = 7$$

$$3\chi - 2\psi = 1$$

4) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2\chi - 3\psi)^2 =$

β) $(\psi - 4) \cdot (\psi + 4) =$

5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi(\chi - 3)(\chi + 1) = 0$

β) $\chi^2 - \chi = 6$

6) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(\psi^3 - 9\psi^2 + 15\psi - 2) \div (\psi - 2) =$$

7) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

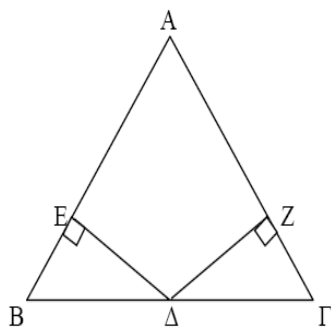
α) $12\alpha\beta^3 - 8\alpha^3\beta^2 =$

β) $\chi^2 - 7\chi + 12 =$

γ) $\frac{\alpha^4}{25} - 9 =$

δ) $\beta^2 - 2\beta + 1 =$

8) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), Δ μέσο της ΒΓ, ΔΕ ⊥ ΑΒ, και ΔΖ ⊥ ΑΓ. Να δείξετε ότι ΔΕ=ΔΖ.



9) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{5\chi + 5}{10\psi} \cdot \frac{2\psi^2}{\chi^2 - 1} =$$

10) α) Οι ευθείες $\psi = 2\chi + 3$ και $\psi = (\alpha + 1)\chi + 4$ είναι παράλληλες. Να βρείτε την τιμή του α .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την $\psi = 3\chi + 5$ και περνά από την αρχή των αξόνων.

11) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=12\text{cm}$, $B\Gamma=16\text{cm}$ και $A\Gamma=14\text{cm}$. Αν Δ, E, Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔEZ .

- 12) Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ φέρουμε τη διχοτόμο ΒΖ. Να αποδείξετε ότι ΓΖ=ΑΔ. (Σχήμα, δεδομένα, ζητούμενα)

-
- 13) Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα σε απλό:

$$\frac{\frac{4\alpha^2 - 2\alpha\beta}{\chi + \psi}}{\frac{4\alpha^2}{\chi^2 - \psi^2}} =$$

-
- 14) Σε ισοσκελές τρίγωνο ΔΕΖ (ΔΕ=ΔΖ) τα Η,Ι,Θ είναι τα μέσα των πλευρών ΔΕ, ΕΖ και ΔΖ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΗΙΘ είναι ρόμβος. (Σχήμα, δεδομένα, ζητούμενα)

15) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x+3} \right) \div \frac{x^2 + 10x + 25}{x^2 - 9} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ (8 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες .

1) Να κάνετε τις πράξεις και ακολούθως να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου που θα προκύψει για $x = -1$.

$$(7x + 3)^2 - 4(3x - 2) \cdot (3x + 2) - (x - 5)^2 =$$

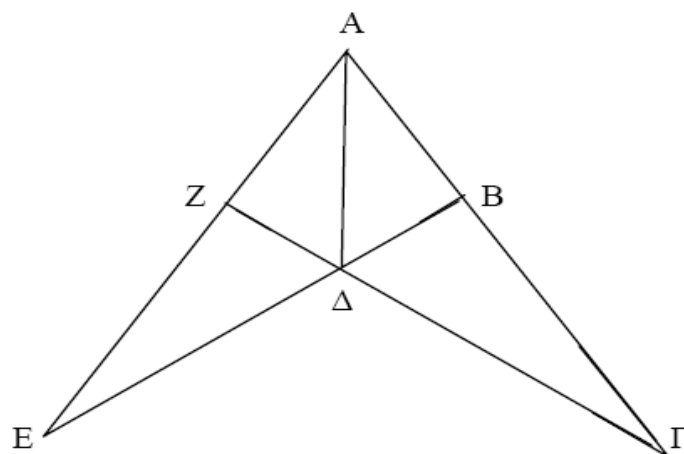
2) Να λύσετε το σύστημα:

$$2(\chi - 1) + 3(\psi + 2) = 12$$

$$\frac{\chi + 1}{2} - \frac{2(2\psi + 1)}{5} = -1$$

3)

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\hat{Z}\hat{A}\Delta = \hat{B}\hat{A}\Delta$ $\Delta Z \perp AE$ $\Delta B \perp AF$	$AE = AF$



4) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Αν E, Z τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = A\Gamma$. Αν επιπλέον προεκτείνουμε την EZ κατά τμήμα $Z\Theta$ ώστε $Z\Theta = EZ$, να αποδείξετε ότι το $AE\Gamma\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.

5) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x}{3x-6} - \frac{x+5}{2x+2} = \frac{4}{x^2 - x - 2}$$

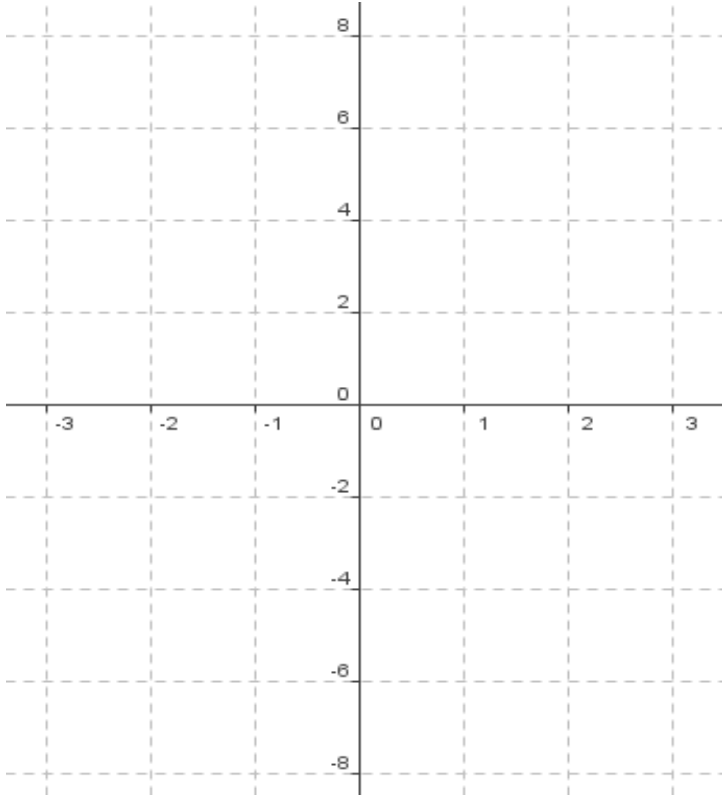
6) Η ευθεία $\psi = \alpha\chi - 2$ περνά από το σημείο $(3,10)$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha = 4$.

β) Να παραστήσετε γραφικά την $\psi = 4\chi - 2$.

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας $\psi = 4\chi - 2$ με τους άξονες χ και ψ .

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία $\psi = 4\chi - 2$ και τους άξονες χ και ψ .



ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κωνσταντινίδου Γιαννούλα Β.Δ
Παλιός Χρίστος
Κωνσταντίνου Πέτρος

Η Διευθύντρια

Αναστασίου Ανδριανή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3/6/09

ΤΑΞΗ : Γ΄

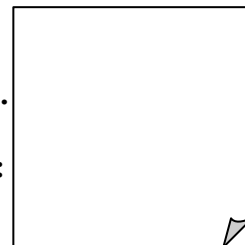
ΩΡΑ : 7:30΄-9:30΄π.μ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

Τμήμα :

Αριθμός :

Βαθμός :



- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 3. Να γράφετε με μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 4. Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Αν $A = 3\chi^2 + \chi - 2$ και $B = 2\chi - 1$ να βρείτε :

α) $A - B =$

β) $2A + \chi B =$

2) Να κάνετε τις πράξεις :

α) $5\chi - 2\psi + 5 - 2\chi - 3\psi - 6 =$

β) $(-5\alpha\beta^4) \cdot (3\alpha^2\beta) =$

γ) $(-6\chi^3\psi^2) : (-2\chi\psi) =$

δ) $(-3\chi^2\psi^3)^3 =$

3) Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 5 \\ 2\chi - 3\psi = 3 \end{cases}$$

4) Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα :

α) $(\chi - 6)^2 =$

β) $(\chi + 2)^2 =$

γ) $(4\chi - 5) \cdot (4\chi + 5) =$

δ) $(\chi - \psi + 3)^2 =$

5) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολώνυμα :

α) $4\alpha\beta - 8\beta^2 =$

β) $\chi^2 - 81\psi^2 =$

γ) $\alpha^2 + 8\alpha + 12 =$

δ) $\alpha\beta - \beta + 5\alpha - 5 =$

6) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :

α) $(2\chi - 3) \cdot (\chi - 5) = 0$

β) $\chi^3 = 16\chi$

7) Να γίνει η διαίρεση :

$$\begin{array}{r} 6\chi^3 - \chi^2 + 5\chi + 2 \\ 3\chi + 1 \end{array}$$

8) Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών :

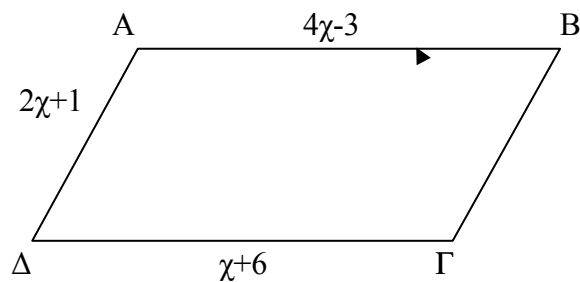
α) $\psi = 3\chi - 7$

β) $\psi = 3 - 4\chi$

γ) $\psi + \chi = 2 - \chi$

δ) $3\chi - 4\psi = 12$

9) Να υπολογίσετε τα χ και ψ στο πιο κάτω παραλληλόγραμμο αν $\hat{A} = 120^\circ$ και $\hat{\Gamma} = \psi + 55^\circ$



10) Να μετατρέψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα σε απλό :

$$\frac{\chi + 6 + \frac{5}{\chi}}{\chi - \frac{25}{\chi}} =$$

11) Να γίνουν οι πράξεις :

$$\frac{\chi}{\chi^2 - \chi} - \frac{\chi - 3}{\chi^2 + \chi} - \frac{2}{\chi^2 - 1} =$$

12) Αν σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων τα σημεία (1, 2) και (3 , 8) είναι σημεία της ευθείας $\psi = \alpha\chi + \beta$, να βρείτε τα α και β.

13) Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τη διχοτόμο ΑΔ και από τυχόν σημείο της Ε, φέρουμε τις αποστάσεις ΕΖ και ΕΗ προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι ΕΖ=ΕΗ.

14) Να γίνουν οι πράξεις :

$$\frac{\chi^2 - 9}{\chi^2 + 8\chi + 15} : \frac{\chi^2 - 6\chi + 9}{2\chi^2 + 10\chi} =$$

15) Να βρείτε τις τιμές των κ και μ ώστε να ισχύει η ισότητα :

$$(5\kappa^2 - 8\kappa)\chi^5\psi^{2\mu} = (4\kappa^2 - 12)\chi^5\psi^8$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ :

Από τις 6 ασκήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Δίνονται $\omega = \frac{2\beta + 5}{3}$ και $\kappa = \frac{\alpha + 1}{4}$. Να βρεθούν τα α , β , ω , κ αν ισχύουν οι σχέσεις :

$$\frac{\beta + 1}{3} + \frac{\alpha - 1}{2} = 5$$

}

$$\omega - \kappa = 3$$

2) Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -1$ και $\psi = 2$

$$(3\chi + 2\psi)^2 - (4\chi - 3) \cdot (4\chi + 3) - (\chi - 2\psi + 3)^2 =$$

3) Να λυθεί η πιο κάτω εξίσωση :

$$\frac{3\chi - 1}{\chi + 3} + \frac{2\chi - 3}{4 - \chi} = \frac{-7 - 7\chi}{\chi^2 - \chi - 12}$$

4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) . Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το B και την AG προς το Γ κατά τμήματα $B\Delta=\Gamma E$. Αν O είναι το σημείο τομής των BE και $\Gamma\Delta$ να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και ABE είναι ίσα και

β) το τρίγωνο ΔOE είναι ισοσκελές.

(Δεδομένα – Ζητούμενα – Σχήμα – Απόδειξη)

5) α) Η ηλικία του Γιάννη είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ της ηλικίας του Πέτρου. Πριν 6 χρόνια το άθροισμα των ηλικιών τους ήταν 8 χρόνια. Να βρείτε τις σημερινές τους ηλικίες.

β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα παρακάτω πολυώνυμα :

$$\alpha^2(4\alpha^2 - 1) + 9(1 - 4\alpha^2) =$$

$$\alpha^2 - 6\beta + 4\alpha\beta - 3\alpha + 4\beta^2 =$$

6) α) Δίνονται οι παράλληλες ευθείες :

$$\varepsilon_1 : \psi = (3\nu - 1)\chi + \beta$$

$$\varepsilon_2 : -4\chi + 2\psi = 12$$

Αν η ευθεία ε_1 περνά από το σημείο $(-2, 6)$ να υπολογίσετε την τιμή του ν και την τιμή του β .

β) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{2\chi^2}{\chi^3 - 4\chi^2 + 4\chi} : \left(\frac{\chi}{\chi + 2} - \frac{\chi}{\chi - 2} \right) =$$

Οι Εισηγητές

Νίκη Στυλιανίδου
Ελευθερία Σάββα
Στέλλα Ονησιφόρου

Ο Διευθυντής

.....
Αθανάσιος Γεωργιάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ: Γ'
 ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2009
 ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ
 ΩΡΑ : 8:00 - 10:00

ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 7 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ. :.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα να τα κάνετε με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α : (12 μονάδες)

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

ΘΕΜΑ 1: Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2x(x + 1) - x(x - 2) =$

β) $(-10x^5\psi^3) : (2x^2\psi) =$

ΘΕΜΑ 2: Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 2x + 5$, $B = x^2 - x - 4$. Να βρείτε:

α) $A + 3B =$

β) $A \cdot B =$

ΘΕΜΑ 3: Να λύσετε το σύστημα: $2x - 5\psi = 9$
 $3x - \psi = 7$

ΘΕΜΑ 4: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 6)^2 =$

β) $(3x - a) \cdot (3x + a) =$

γ) $(\omega^2 - \omega - 1)^2 =$

δ) $(\psi + 2)^3 =$

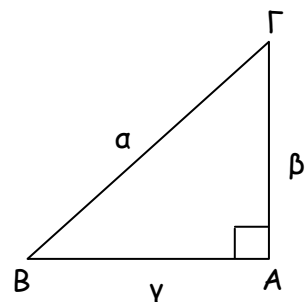
ΘΕΜΑ 5: Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) Η απέναντι κάθετη πλευρά της $\hat{B}$ είναι η _____

β) Η υποτείνουσα του τριγώνου είναι η _____

γ) $\eta\mu\Gamma =$ —

δ) $\epsilon\phi B =$ —



ΘΕΜΑ 6: Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(2x + 3) \cdot (x - 5) = 0$

β) $x^2 - 2x = 0$

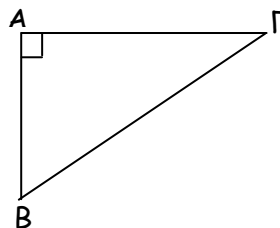
ΘΕΜΑ 7: Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με K, Λ τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν M, N είναι τα μέσα των $AK, A\Lambda$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $MN = \frac{B\Gamma}{4}$. (Να κάνετε το σχήμα).

ΘΕΜΑ 8: Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{ax + 6}{x^2 - 4} - \frac{3x + 2a}{4 - x^2} \right) : \frac{a^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} =$

ΘΕΜΑ 9: Να κάνετε τη διαίρεση $(8x^3 - 18x^2 + x + 12) : (2x - 3)$

ΘΕΜΑ 10: Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 52^\circ$ και η υποτείνουσα $B\Gamma = 15\text{ cm}$.
Να βρείτε τις άλλες πλευρές του τριγώνου.

Γωνία	ημ	συν	εφ
52°	0,79	0,62	1,28
38°	0,62	0,79	0,78



ΘΕΜΑ 11: Αν $x + \psi = -3$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης
 $A = 3(x - 2\psi) - 2(x - 4\psi) - (3x + 4\psi)$

ΘΕΜΑ 12: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να προεκτείνετε την πλευρά AB προς το B κατά τμήμα $B\Delta$ και την πλευρά $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα ΓE έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι:

α) $M\Delta = ME$

β) τα τρίγωνα $AM\Delta$ και AME είναι ίσα.

(Να γράψετε δεδομένα - ζητούμενα και να κάνετε το σχήμα).

ΘΕΜΑ 13: Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την παράσταση

$$x^3 + 1 + 3(x^2 - 1) + (x + 1)^2 =$$

ΘΕΜΑ 14: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου, να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ είναι ίσες.
(Να γράψετε δεδομένα - ζητούμενα και να κάνετε το σχήμα).

ΘΕΜΑ 15: Να λύσετε με σύστημα εξισώσεων το ακόλουθο πρόβλημα:

Ο Γιώργος και η Άννα έχουν συνολικά €120. Αν ο Γιώργος δώσει στην Άννα €10, τότε θα έχουν τα ίδια χρήματα. Πόσα χρήματα είχε αρχικά το κάθε παιδί;

ΜΕΡΟΣ Β: (8 μονάδες)

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4)

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

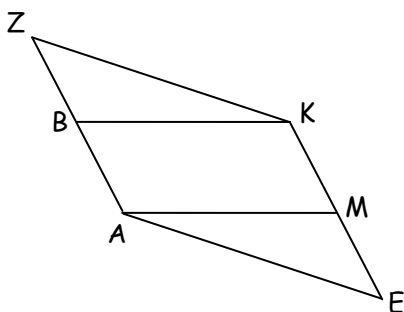
ΘΕΜΑ 1: Να λύσετε το σύστημα

$$\frac{x+1}{2} - \frac{\psi+2(x+1)}{4} = \frac{2-x}{5}$$

$$6(\psi - 1) + 3x = 0$$

ΘΕΜΑ 2: Στο πιο κάτω σχήμα, το ΑΒΚΜ είναι παραλληλόγραμμο και $ZB = ME$.

Να αποδείξετε ότι: α) $\triangle ZKB \cong \triangle EM$ και β) ΑΖΚΕ είναι παραλληλόγραμμο.

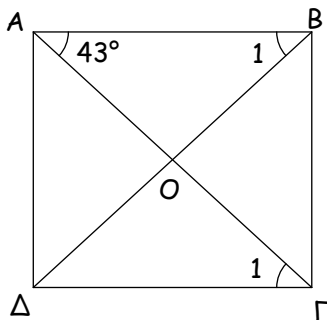


ΘΕΜΑ 3: α) Αφού πρώτα κάνετε τις πράξεις, να βρείτε την αριθμητική τιμή για $x = -2$.

$$(2x + 1)^2 - (x + 5) \cdot (x - 5) + 3x(x - 2)^2 =$$

β) Στο πιο κάτω σχήμα, $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο με $OA = 7 \text{ cm}$. Να βρείτε:

i) $\hat{B}_1$ ii) $\hat{\Gamma}_1$ iii) $B\Delta$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ 4: α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

i) $a^2 + 4a + 4 - a - 2 =$

ii) $9 - 9x^2 - \psi^2 + 6x\psi =$

β) Να λύσετε την εξίσωση

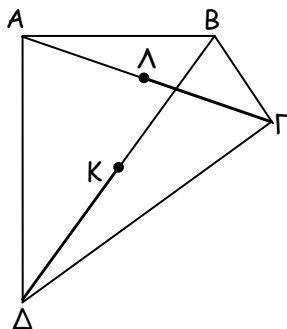
$$\frac{4x}{x^2 - x} = \frac{4}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^2 + x}$$

ΘΕΜΑ 5: α) Δίνονται τα μονώνυμα $24x^{3\nu}\psi^{k+2}\omega^3$ και $\frac{3\mu}{2}x^{15\lambda}\omega^2\psi^k$.

Να βρείτε τους αριθμούς $\kappa, \lambda, \mu, \nu$ ώστε τα μονώνυμα να είναι ίσα.

β) Αν $\alpha = \frac{1}{1+\chi}$ και $\beta = \frac{1}{1-\chi}$ να αποδείξετε ότι $\frac{\alpha + \beta\chi}{\beta - \alpha\chi} = 1$

ΘΕΜΑ 6:



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\widehat{BAD} = \widehat{BGD} = 90^\circ$ K μέσο της BD L μέσο της AD	α) $KA = KG$ β) KL ύψος του τριγώνου AKG

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΜΑΓΙΔΟΥ ΕΛΕΝΗ
ΠΑΠΑΛΟΥΚΑ ΕΛΕΝΑ
ΚΟΥΜΗ ΧΡΙΣΤΙΝΑ
ΑΡΣΙΩΤΟΥ ΙΦΙΓΕΝΕΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΜΕΣΑΡΙΤΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΑΣ ΒΑΡΒΑΡΑΣ**ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2008 - 2009**

Βαθμός:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**Μάθημα:** Μαθηματικά**Ημερομηνία:** 12 Ιουνίου 2009**Τάξη:** Γ'**Διάρκεια:** 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός:

Τμήμα:

	Α' ΜΕΡΟΣ															Β' ΜΕΡΟΣ						
Άσκηση	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	Σύνολο
Βαθμός																						

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ *Να γράψετε μόνο με πέννα χρώματος μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.*
 ✗ *Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού (τίπεξ).*

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις 12.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις.

α) $(2x^3\psi^5) \cdot (4x^3\psi^2) =$

β) $x^2 - 5x + 2 - (x^2 - 4x + 6) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα (με χρήση ταυτοτήτων):

α) $(2x - 3)^2 =$

β) $(x^2 + 4)^2 =$

3) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(\lambda + 3)(\lambda - 1) =$

β) $6\kappa^2\lambda^{-3} : (-2\kappa\lambda^{-4}) =$

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $4\alpha^2 + 12\alpha\beta =$

β) $6\chi\psi^2 - 4\chi\psi + 3\psi - 2 =$

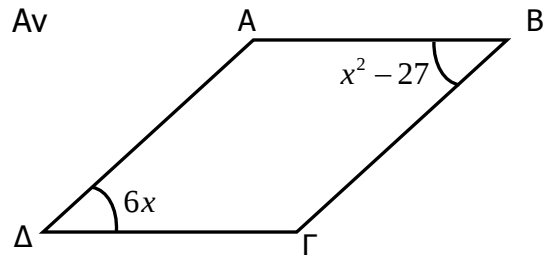
5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x^2 - 18 = 0$

β) $(2\psi - 4) \cdot (3\psi + 6) = 0$

6) Να κάνετε τη διαίρεση: $(6x^3 - 2x^2 - 17x + 5) : (3x + 5) =$

7) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο. Αν $\hat{B} = x^2 - 27$ και $\hat{A} = 6x$, να υπολογίσετε τις γωνίες του παραλληλογράμμου.



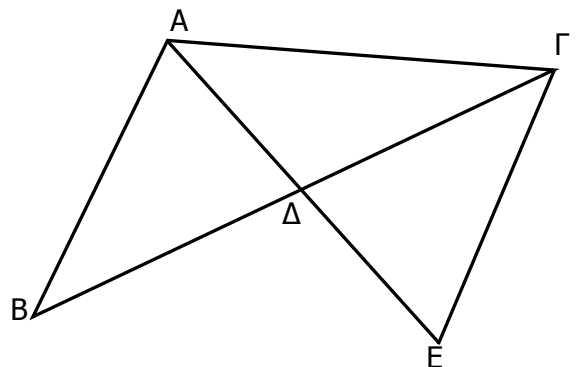
- 8) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\alpha^4 - 9\alpha^2}{\alpha^3 - 6\alpha^2 + 9\alpha} =$$

-
- 9) Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x - 2)(x + 2) = x(2 - x)$$

-
- 10) Δίνεται το τρίγωνο ABΓ και ΑΔ διάμεσος του τριγώνου. Αν η πλευρά AB είναι παράλληλη με το ευθύγραμμο τμήμα ΓΕ να αποδείξετε ότι η AB ισούται με το ΓΕ.



11) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A (2, 0) και B (0, − 3).

12) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - 36}{x + 3} \cdot \frac{2x^2 + 6x}{x^2 - x - 30} =$$

13) Να βρείτε τους αριθμούς α και β ώστε οι ευθείες $y = (2\alpha + 3\beta)x + 5$
 $y = 7x + 3\alpha - \beta$ να συμπίπτουν.

14) Να γίνουν οι πράξεις και όλες οι δυνατές απλοποιήσεις:

$$\left(\frac{2}{x+3} - \frac{x-9}{x^2-9} - \frac{4}{x^2-3x} \right) : \frac{x^2-4x}{x^2-3x} =$$

15) Ένα φυτώριο τον περασμένο μήνα πώλησε δεντράκια λεμονιάς και ελιάς και είσπραξε €2900. Οι ελιές που πωλήθηκαν ήταν 10 λιγότερες από το διπλάσιο των λεμονιών. Αν κάθε ελιά στοιχίζει €40 και κάθε λεμονιά στοιχίζει €30, να βρείτε πόσες ελιές και πόσες λεμονιές πωλήθηκαν.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση:

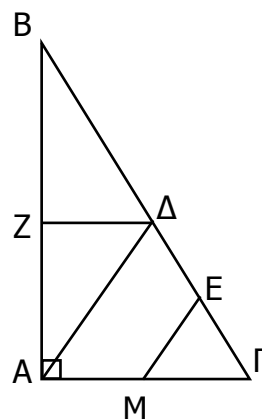
$$\frac{3x^2}{x-4} - \frac{2x}{2-x} = \frac{2x^3 - 7x^2 + 2x}{x^2 - 6x + 8}$$

2) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \frac{4y-2x}{3} - \frac{6x-20}{4} &= \frac{y+4x}{2} \\ 2(x+y) - (3x-5) &= 11 \end{aligned}$$

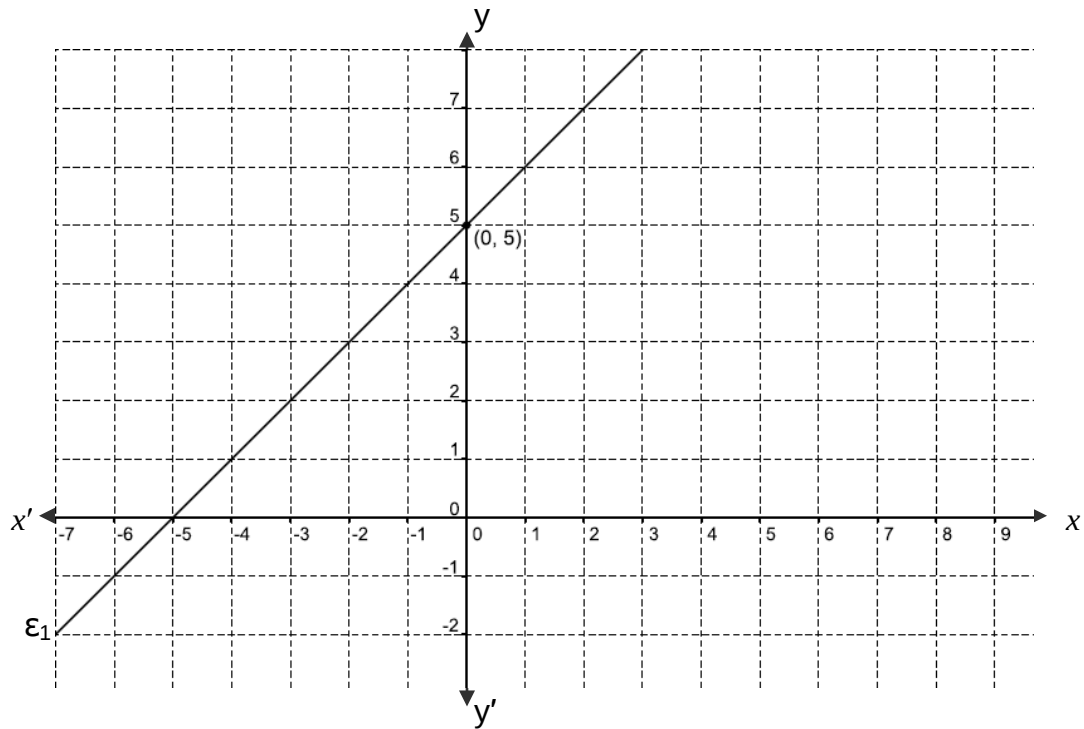
3)

Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο, $\hat{A} = 90^\circ$ M μέσο της $A\Gamma$ $A\Delta$ διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ $ME \parallel A\Delta$ $\Delta Z \perp AB$ $\hat{B} = 30^\circ$	$ME = \Delta Z$



-
- 4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και E τυχόν σημείο της διχοτόμου AD .
 Να αποδείξετε ότι:
- Οι αποστάσεις EZ και EH από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα είναι ίσες.
 - Τα τρίγωνα $BZ\Delta$ και $\Gamma H\Delta$ είναι ίσα.

5) Πιο κάτω δίνεται σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων η γραφική παράσταση της ευθείας ϵ_1 .



α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ϵ_1 η οποία έχει κλίση 1 και τέμνει τον ψ' άξονα στο σημείο $(0, 5)$

β) Να βρεθεί το σημείο τομής της ευθείας ϵ_1 με την ευθεία $\epsilon_2 : y = -x + 7$

γ) Να χαράξετε την ευθεία $\epsilon_3 : y = 2$

δ) Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου που ορίζεται από τις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 .

6) Να γίνουν οι πράξεις: $\left(\frac{x^2 + y^2}{y} - x\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) =$

Οι εισηγητές:

Αντωνίου Ανδρέας Β.Δ.
Μεσαρίτου Ευφροσύνη
Χριστοφορίδης Γιώργος
Ανδρέου Ειρήνη

Ο Διευθυντής:

α.α

Πρωτ. Παπασωτήριος Σάββας Β. Δ. Α'

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΑΣ ΒΑΡΒΑΡΑΣ**ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2008 - 2009**

Βαθμός:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**Μάθημα:** Μαθηματικά**Ημερομηνία:** 12 Ιουνίου 2009**Τάξη:** Γ'**Διάρκεια:** 2 ώρες

Όνοματεπώνυμο:	Αριθμός:	Τμήμα:
----------------	----------	--------

Άσκηση	Α' ΜΕΡΟΣ															Β' ΜΕΡΟΣ						Σύνολο
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	
Βαθμός																						

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ *Να γράψετε μόνο με πέννα χρώματος μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.*
 ✗ *Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού (τίπεξ).*

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις 12.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις.

α) $(2x^3y^5) \cdot (4x^3y^2) =$

β) $x^2 - 5x + 2 - (x^2 - 4x + 6) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα (με χρήση ταυτοτήτων):

α) $(2x - 3)^2 =$

β) $(x^2 + 4)^2 =$

3) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(\lambda + 3)(\lambda - 1) =$

β) $6\kappa^2\lambda^{-3} : (-2\kappa\lambda^{-4}) =$

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $4\alpha^2 + 12\alpha\beta =$

β) $6\chi\psi^2 - 4\chi\psi + 3\psi - 2 =$

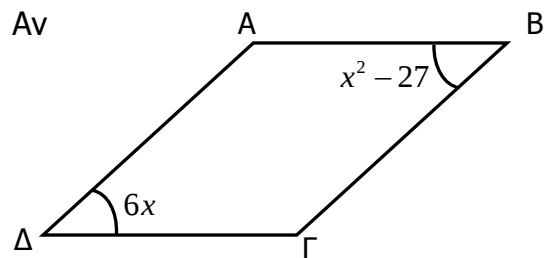
5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x^2 - 18 = 0$

β) $(2\psi - 4) \cdot (3\psi + 6) = 0$

6) Να κάνετε τη διαίρεση: $(6x^3 - 2x^2 - 17x + 5) : (3x + 5) =$

7) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο. Αν $\hat{B} = x^2 - 27$ και $\hat{A} = 6x$, να υπολογίσετε τις γωνίες του παραλληλογράμμου.



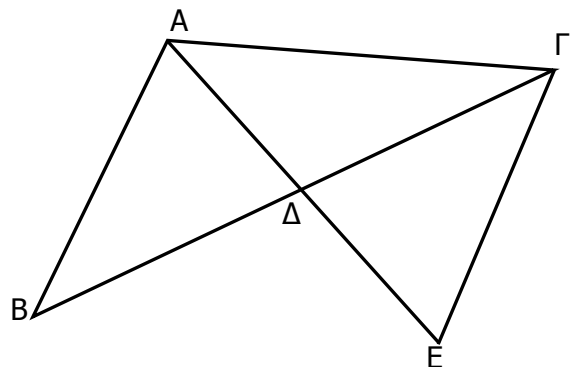
- 8) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\alpha^4 - 9\alpha^2}{\alpha^3 - 6\alpha^2 + 9\alpha} =$$

-
- 9) Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x - 2)(x + 2) = x(2 - x)$$

-
- 10) Δίνεται το τρίγωνο ABΓ και ΑΔ διάμεσος του τριγώνου. Αν η πλευρά AB είναι παράλληλη με το ευθύγραμμο τμήμα ΓΕ να αποδείξετε ότι η AB ισούται με το ΓΕ.



11) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A (2, 0) και B (0, − 3).

12) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - 36}{x + 3} \cdot \frac{2x^2 + 6x}{x^2 - x - 30} =$$

13) Να βρείτε τους αριθμούς α και β ώστε οι ευθείες $y = (2\alpha + 3\beta)x + 5$
 $y = 7x + 3\alpha - \beta$ να συμπίπτουν.

14) Να γίνουν οι πράξεις και όλες οι δυνατές απλοποιήσεις:

$$\left(\frac{2}{x+3} - \frac{x-9}{x^2-9} - \frac{4}{x^2-3x} \right) : \frac{x^2-4x}{x^2-3x} =$$

15) Ένα φυτώριο τον περασμένο μήνα πώλησε δεντράκια λεμονιάς και ελιάς και είσπραξε €2900. Οι ελιές που πωλήθηκαν ήταν 10 λιγότερες από το διπλάσιο των λεμονιών. Αν κάθε ελιά στοιχίζει €40 και κάθε λεμονιά στοιχίζει €30, να βρείτε πόσες ελιές και πόσες λεμονιές πωλήθηκαν.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση:

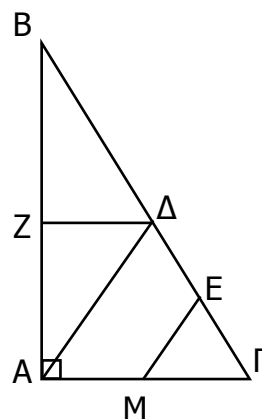
$$\frac{3x^2}{x-4} - \frac{2x}{2-x} = \frac{2x^3 - 7x^2 + 2x}{x^2 - 6x + 8}$$

2) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \frac{4y-2x}{3} - \frac{6x-20}{4} &= \frac{y+4x}{2} \\ 2(x+y) - (3x-5) &= 11 \end{aligned}$$

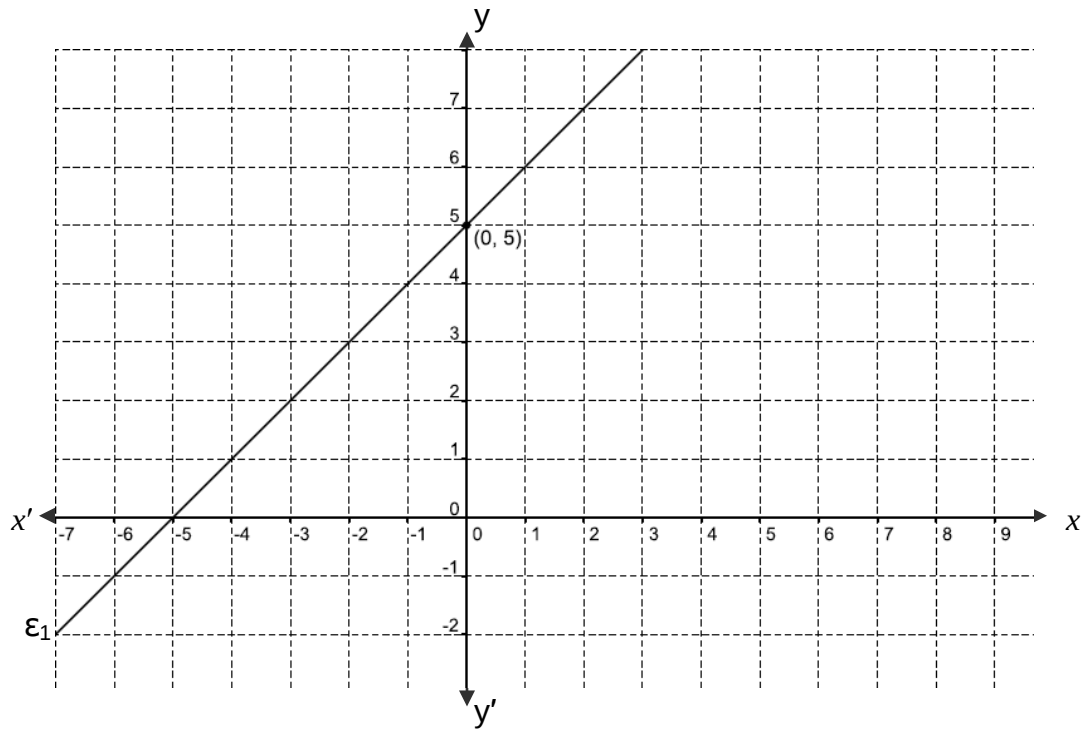
3)

Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο, $\hat{A} = 90^\circ$ M μέσο της $A\Gamma$ $A\Delta$ διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ $ME \parallel A\Delta$ $\Delta Z \perp AB$ $\hat{B} = 30^\circ$	$ME = \Delta Z$



-
- 4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και E τυχόν σημείο της διχοτόμου AD .
 Να αποδείξετε ότι:
- Οι αποστάσεις EZ και EH από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα είναι ίσες.
 - Τα τρίγωνα $BZ\Delta$ και $\Gamma H\Delta$ είναι ίσα.

5) Πιο κάτω δίνεται σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων η γραφική παράσταση της ευθείας ϵ_1 .



α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ϵ_1 η οποία έχει κλίση 1 και τέμνει τον ψ' άξονα στο σημείο $(0, 5)$

β) Να βρεθεί το σημείο τομής της ευθείας ϵ_1 με την ευθεία $\epsilon_2 : y = -x + 7$

γ) Να χαράξετε την ευθεία $\epsilon_3 : y = 2$

δ) Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου που ορίζεται από τις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 .

6) Να γίνουν οι πράξεις: $\left(\frac{x^2 + y^2}{y} - x\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) =$

Οι εισηγητές:

Αντωνίου Ανδρέας Β.Δ.
Μεσαρίτου Ευφροσύνη
Χριστοφορίδης Γιώργος
Ανδρέου Ειρήνη

Ο Διευθυντής:

α.α

Πρωτ. Παπασωτήριος Σάββας Β. Δ. Α'

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2009

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Τμήμα:.....Αρ.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού .

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $8\chi^2\psi - 2\chi^2\psi =$

β) $(9\chi^5) \div (-3\chi^3) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 6)^2 =$

β) $(5\psi - 3)(5\psi + 3) =$

3. Να αναλύσετε τις παραστάσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $11\alpha\chi + 11\chi\psi =$

β) $\chi^2 - 9 =$

4. Να κάνετε τη διαίρεση: $2\chi^3 + 5\chi^2 - 7\chi + 2$

$2\chi - 1$

5. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 4\chi^2 - 5\chi + 3$, $B = 2\chi^2 - 3$ και $\Gamma = \chi - 1$. Να βρείτε:

α) $A+B+\Gamma =$

β) $A-B=$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη προς την ευθεία $\psi = 3 - 4\chi$ και περνά από το σημείο $A(2, -3)$.

7. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), δίνεται η $\epsilon\phi B = \frac{3}{4}$. Να υπολογίσετε:

α) $\eta\mu B =$

β) $\sigma\upsilon\nu B =$

γ) $\sigma\phi\Gamma =$

8. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} 3\chi - \psi &= 5 \\ 2\chi + 4\psi &= 8 \end{aligned}$$

9. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} =$

β) $\frac{12\alpha^2\beta\gamma^4}{3\alpha\beta^3\gamma^2} =$

10. Αν η ευθεία $\psi = (2\alpha + 15)\chi + 3$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\alpha\psi = \alpha^3\chi - 5\alpha$, να υπολογίσετε τις τιμές του α .

11. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\chi^2 = 12\chi$

β) $\chi(\chi - 3) = 18$

12. α) Να αποδείξετε την ισότητα: $(2\alpha - \beta)^3 - (2\alpha + \beta)^3 = -2\beta(12\alpha^2 + \beta^2)$

13. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{x^2 - 3x - 10} - \frac{1}{x + 2} \right) \div \frac{x - 7}{x^2 - 5x} =$$

14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Έστω Μ τυχαίο σημείο της διαμέσου ΑΔ.
Να δείξετε ότι:

- α)** τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα.
- β)** το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.

15. Να κάνετε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{x+2-\frac{8}{x}}{\frac{4}{x}-x} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ προς το Β και την ΑΓ προς το Γ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Αν Ο είναι το σημείο τομής των ΒΕ και ΓΔ να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΒΕ είναι ίσα και
- β) το τρίγωνο ΔΟΕ είναι ισοσκελές.

2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4\chi}{\chi^2 - 4} - \frac{2}{\chi + 2} = \frac{\chi - 3}{\chi^2 - 2\chi}$

β) Να κάνετε τις πράξεις και στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -3$ και $\psi = -\frac{1}{2}$.

$$(2\chi - 3\psi)^2 - (\chi - 4\psi)(\chi + 4\psi) - (\chi - 5\psi)^2 =$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$3(2-\psi)+2(3\chi+\psi)+17=0$$

$$\frac{2(\chi-3)}{3}+\frac{\psi-1}{4}=-3$$

4. α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

ι) $20\chi^3-16\chi^2-5\chi+4=$

ιι) $\omega^2-\alpha^2-6\alpha-9=$

β) Αν $\alpha - \beta = 2$, $\alpha + \beta = 6$ και $\alpha\beta = 8$ να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha} =$$

5. Σ' ένα ταξίδι με πλοίο, το εισιτήριο της Α' θέσης κοστίζει 18 ευρώ και της Β' θέσης κοστίζει 12 ευρώ. Αν σ' ένα ταξίδι κόπηκαν 30 εισιτήρια της Β' κατηγορίας περισσότερα από το εξαπλάσιο των εισιτηρίων της Α' κατηγορίας συνολικής αξίας 4500 ευρώ, να βρείτε πόσα εισιτήρια κόπηκαν από κάθε κατηγορία.

6. Αν $A = \chi - \frac{1}{\chi}$ και $B = \frac{\chi + 7}{\chi - 1} - \frac{2}{\chi + 1}$ να αποδείξετε ότι:

$$A \cdot B \div \left(1 + \frac{3}{\chi}\right) - \chi = 3$$

ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ

ΑΓΓΕΛΙΔΟΥ Ρ.

ΧΡΙΣΤΟΦΗ Α.

ΜΟΥΡΟΥΖΗ Α.

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

.....

ΘΕΟΧΑΡΟΥΣ Κ

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

ΧΑΡΑΛΑΜΠΙΔΗΣ Π.

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΟΥ ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ (ΣΤΡΟΒΟΛΟΥ)
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ : 2008 - 2009

ΒΑΘΜΟΣ

Αρ:.....

Ολογρ:.....

Υπογρ:.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 05/06/2009

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα: Αρ.:.....

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υλικού.
- Να γράψετε μόνο με μελάνι χρώματος μπλε, (τα σχήματα με μολύβι).
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\left(\frac{1}{3}x^2\psi^3\right) \cdot (-3x^2\psi\omega) =$

β) $(-12\alpha\beta + 8\beta^2 - 4\beta) : (-4\beta) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\alpha - 2\beta)^2 =$

β) $(\omega + 6) \cdot (\omega - 6) =$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x\psi + \psi =$

β) $\alpha^2 + 4\alpha + 4 =$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$5x - 4\psi = -17$$

$$6x + \psi = -3$$

5. Να κάνετε τη διαίρεση :

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 5x^2 - 2x + 15 & 2x + 3 \\ \hline & \end{array}$$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(1, -2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $3x - \psi = -4$.

7. Να κάνετε τις πράξεις και **στη συνέχεια** να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης για $x = -1$.

$$(x^2 + 4x - 3)(2x - 1) - (x^2 - 5) - x^3 =$$

8. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{-14x^2\psi^2\omega}{7x^2\psi} =$

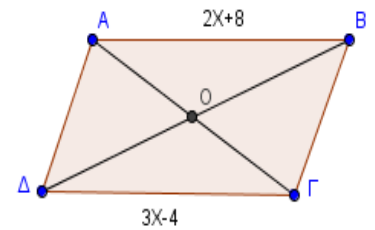
β) $\frac{5\alpha^2 - 5}{5\alpha^2 + 20\alpha - 25} =$

9. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

Δίνονται: $A\Delta=15\text{cm}$, $O\Gamma=12\text{cm}$, $B\Delta=36\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $\Delta\Gamma$, $A\Gamma$, ΔO και $B\Gamma$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



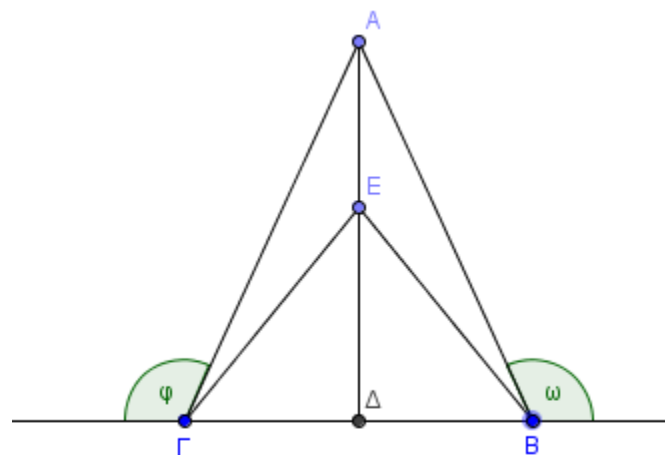
10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 - 4x = 0$

β) $x^2 = 2x + 15$

11.

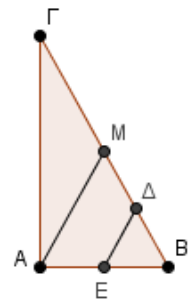
Δεδομένα	Ζητούμενα
$\hat{\phi} = \hat{\omega}$	$\triangle AEB = \triangle AEG$
$AA \perp B\Gamma$	$E\hat{B}\Delta = E\hat{\Gamma}\Delta$



12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{6x}{x^2 - 9} + \frac{2x}{x + 3} \right) \cdot \frac{x^2 + 6x + 9}{2x^2} =$$

13. Το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Το AM είναι διάμεσος και Δ μέσο του MB . Αν $\Delta E \parallel AM$ και $AM = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔEB .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



14. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ από τα μέσα K και M των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, φέρω κάθετες $K\Delta$ και ME πάνω στη $B\Gamma$. Να δείξετε ότι το $KME\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

15. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(1 - \omega)^3 + \omega(1 + \omega)^2 - \omega(2 + \omega) = (2\omega - 1)^2$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} 2(x + \psi) - x &= \psi + 2 \\ \frac{x-2}{5} - \frac{\psi+1}{2} &= -4 \end{aligned}$$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

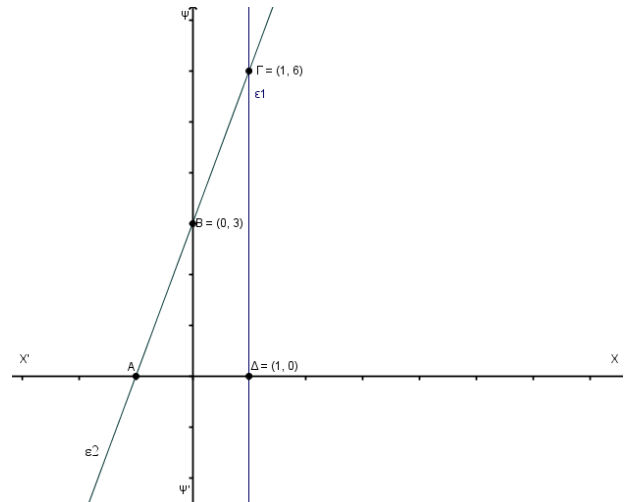
$$\frac{x-2}{x} - \frac{4}{2-x} = \frac{8}{x^2-2x}$$

3. Να γίνει απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} =$$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 . Να βρεθούν:

- η κλίση της ευθείας ε_2 ,
- οι εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 ,
- οι συντεταγμένες του Α,
- το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΔ.

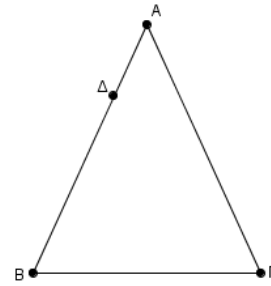


5. α) Να υπολογίσετε τις τιμές του a ώστε οι ευθείες $(a^2+5a)x - 2y = 8$ και $3x+y=4$ να είναι παράλληλες

β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$(a-2)(x+2)^2 - 9(a-2) =$$

6. Το $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($AB = A\Gamma$), Δ είναι τυχαίο σημείο της AB . Να προεκτείνετε την $A\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma E = B\Delta$. Το M είναι το σημείο τομής των ΔE και $B\Gamma$. Να προεκτείνετε την ΓB κατά τμήμα $BZ = M\Gamma$. Να δείξετε ότι:
- α) $\Delta Z = ME$
 - β) $\angle Z = \angle E$
 - γ) το τρίγωνο ΔZM είναι ισοσκελές.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ **Τάξη:** Γ' **Ημερομηνία:** 15/6/09 **Διάρκεια:** 2 ώρες
Ονοματεπώνυμο: **Τμήμα:** **Αρ.:**
Βαθμός: **Ολογράφως:** **Υπογρ. Καθηγητή:**

ΟΔΗΓΙΕΣ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο.
 Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ερωτήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3\chi^2 - \chi + 2\chi^2 - 1 + 4\chi =$

β) $2\chi^3\psi (-3\chi + \chi^2\psi) =$

2. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

α) $(3\chi - 1)^2 =$

β) $(5 - 2\chi)(5 + 2\chi) =$

3. Αν $A = 2\chi^2 - \chi + 3$ και $B = \chi^2 + 1$. Να υπολογίσετε $A - 2B$.

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - \psi = 7$$

$$-3\chi + 2\psi = -12$$

5. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{4\chi - 8}{2\chi^2 - 8} =$$

6. Να βρείτε το β , αν η ευθεία $\psi = 3\chi + \beta$ περνά από το σημείο $(1,4)$.

7. Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

8. Δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα με $AB=\Delta E$ και $A\Gamma=\Delta Z$. Να αποδείξετε ότι τα ύψη AK και $\Delta\Lambda$ είναι ίσα.

9. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $2\chi\psi - 4\psi - 5\chi + 10 =$

β) $3\chi^3\psi^2 - 6\chi^2\psi =$

10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση $\lambda = 4$ και περνά από το σημείο $(2,5)$

11. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^2 - 5\chi + 6}{\chi^2 - 9} - \frac{\chi - 1}{\chi + 3} =$$

12. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) $B\Delta$, ΓE είναι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$.

13. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} : \frac{2x - 4}{x^3 - 2x^2} =$$

14. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τις κορυφές Α και Β φέρνω τις κάθετες ΑΕ και ΒΖ πάνω στην ΓΔ. Να αποδείξετε ότι ΑΕ=ΒΖ.

15. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τις κορυφές Α και Γ φέρνω τις κάθετες ΑΖ και ΓΕ πάνω στη ΒΔ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$2(3\chi - 1) - (\psi + 3) = 4$$

$$\frac{2\psi - \chi}{3} - \frac{1 + \chi}{4} = \frac{\chi + \psi + 2}{12}$$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{\chi+1} - \frac{\chi^2-2\chi+2}{\chi^2-2\chi-3} = \frac{\chi}{3-\chi}$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $\chi^2 - \chi\psi - 4\psi + \chi - 12 =$

β) $\chi^2\psi - 3\chi^2 + 2\chi\psi - 6\chi - 3\psi + 9 =$

4. α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνω τις πλευρές ΔΑ και ΒΓ κατά ίσα τμήματα ΑΖ=ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΔΖΒΕ είναι παραλληλόγραμμο .

- β) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(3\chi^3 - \chi^2 - 3\chi + 1) : (\chi - 1) =$$

5. Να βρείτε εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $4\chi + 2\psi = 5$ και περνά από το σημείο που η ευθεία $\psi = 3\chi + 1$ τέμνει τον άξονα χ .
6. Το άθροισμα των ηλικιών πατέρα και γιου είναι 86. Πριν 2 χρόνια ο πατέρας ήταν 6 χρόνια μικρότερος από το τριπλάσιο της ηλικίας του γιου. Να βρείτε τις ηλικίες του πατέρα και του γιου σήμερα.

Οι εισηγητές: Ι. Φραγκίσκος
Χ. Κινδύνη
Ν. Σοφιανού
Μ. Χριστόπουλος



Η Διευθύντρια

Handwritten signature

Ελένη Α. Αλεξίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Γ΄

Ημερομηνία : 15 / 6 / 09

Ωρα 10.00– 12.00 π.μ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....Τμήμα.....Αρ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ : Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ ΤΑ 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1^ο : Να γίνουν οι πράξεις :

α) $2\chi - 4\chi + 10\chi =$

β) $8\chi (-5\chi^4) =$

ΘΕΜΑ 2^ο : Να γίνουν οι πράξεις :

α) $-4\alpha (\alpha + 2) =$

β) $(-30\alpha^3\chi) : (-5\alpha\chi) =$

ΘΕΜΑ 3^ο : Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\chi - 3)^2 =$

β) $(\chi + \psi + 3)^2 =$

ΘΕΜΑ 4^ο : Να βρείτε το γινόμενο :

α) $2\alpha^2\beta(3\alpha\beta - \alpha^3\beta^2 + 4) =$

ΘΕΜΑ 5^ο : Δίνονται τα πολυώνυμα :

$A = 3\chi^2 - 5\chi + 2$, $B = 4\chi^3 - 3\chi$ και $\Gamma = 2\chi^4 - 3\chi^3 + 4\chi$ Να βρείτε:

$A \cdot B - 2\Gamma =$

ΘΕΜΑ 6^ο : Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα.:

$$\alpha) \quad 3\psi + 3\psi\omega =$$

$$\beta) \quad \omega^2 - 9 =$$

ΘΕΜΑ 7^ο : Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\alpha) \quad \frac{8\alpha^3\beta^4}{-2\alpha\beta^6} =$$

$$\beta) \quad \frac{x^2 - 16}{x^2 - 8x + 16} =$$

ΘΕΜΑ 8^ο : Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + \psi = 1$$

$$2\chi - 3\psi = 7$$

ΘΕΜΑ 9^ο : Να λυθεί η εξίσωση :

$$(\chi - 12) \cdot (\chi + 4) = 0$$

ΘΕΜΑ 10^ο : Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία (- 1 , 7) και (3 , - 5).

ΘΕΜΑ 11^{ov} : Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{4x}{x-3} \cdot \frac{2x^2-18}{4x(x-2)} =$$

$$\beta) \frac{x^2+6x+8}{x-4} : \frac{x^2-4}{16-x^2} =$$

ΘΕΜΑ 12^{ov} : Από το μέσον Ο ενός ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ . Να φέρετε τυχούσαν ευθεία ε και από τα Α και Β να φέρετε κάθετα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΔ πάνω στην ευθεία ε. Να δείξετε :

$$\alpha) \Delta Ο Γ = \Delta Ο Β$$

β) ΑΔΒΓ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 13^ο : Αν $\chi - \frac{1}{\chi} = 5$ Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $\chi^2 + \frac{1}{\chi^2} =$

ΘΕΜΑ 14^ο : Να γίνουν οι πράξεις :

$$(2\chi-1)^2 - (\chi-3)(\chi+3) - \chi(\chi-2) + (\chi-1)^3 =$$

ΘΕΜΑ 15^ο: Δίδεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με ΑΒ = ΑΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ και Ε έτσι ώστε ΑΔ = ΑΕ . Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΕ και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Η: Να δείξετε ότι :

α) ΓΔ = ΒΕ

β) Το τρίγωνο ΗΒΓ είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β

Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ ΤΑ 4** . Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1^ο : Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi^2 - 6\chi = -9$

β) $\frac{2}{\chi^2 - 4} - \frac{2}{3\chi^2 - 12} + \frac{2}{3} = \frac{-2\chi}{3\chi^2 - 12}$

ΘΕΜΑ 2^ο : Να κάνετε τις πράξεις και να γράψετε τα αποτελέσματα όσο το δυνατό πιο απλά:

α) $\frac{4\alpha\beta}{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} - \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} =$

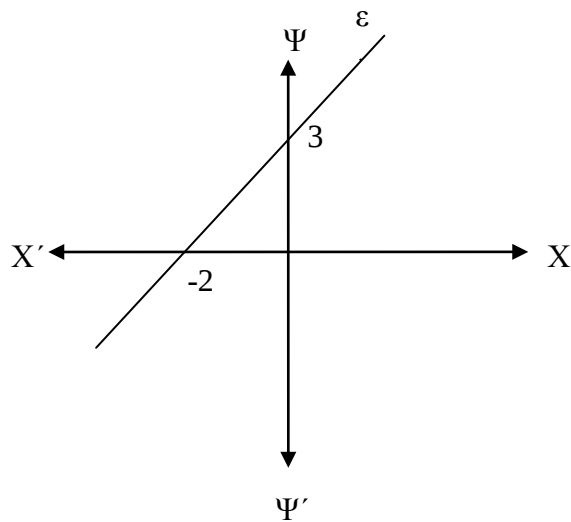
β) $\frac{\chi^2 - 36}{2\chi - 12} \cdot \frac{\chi^2 - \chi}{\chi^2 + 5\chi - 6} : \frac{\chi^2 - 3\chi}{\chi^2 - 6\chi + 9} =$

ΘΕΜΑ 3^ο : α) Να λύσετε το σύστημα:

$$2\psi - 3(\chi - 1) = 6$$

$$\psi - \frac{2\chi + 2\psi}{3} = -1$$

β) Από το πιο κάτω σχήμα να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .



ΘΕΜΑ 4^{ον} : Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \chi\psi + \frac{\frac{\chi^2}{\psi} - \frac{\psi^2}{\chi}}{\frac{2\chi^2\psi - 2\chi\psi^2}{\chi^2\psi^2}} =$$

β) Σε μία θεατρική παράσταση πήγαν 14 άτομα , άνδρες και γυναίκες. Το εισιτήριο του κάθε άνδρα στοίχιζε 5 €, και της κάθε γυναίκας 3 €. Αν όλοι πλήρωσαν 54 €, πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες;

ΘΕΜΑ 5^ο : α) Να υπολογίσετε τα κ και λ ώστε το σύστημα να είναι αόριστο.

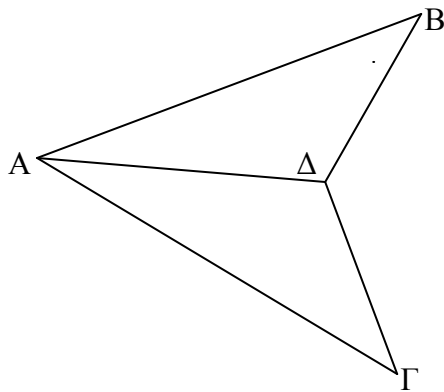
$$(\lambda^2 + 2\lambda) \chi - 4 = 2\psi$$

$$4\lambda\chi - \psi = 3\kappa - 1$$

β) Στο σχήμα, $AB = AG$ και $BD = DG$. Να φέρετε το ευθύγραμμο τμήμα BG και να προεκτείνετε την AD ώστε να τέμνει την BG στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι :

α) DE είναι διχοτόμος του τριγώνου BAG .

β) DE είναι ύψος του τριγώνου BAG .



ΘΕΜΑ 6^ο : Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\alpha(\chi - \psi) - \chi + \psi =$

β) $\chi^2 - 16\chi + 64 - \omega^2 =$

γ) $(\chi + 2\psi)^2 - 6(\chi + 2\psi) + 9 =$

δ) $(3\chi - 5)(2\chi - 3) + (5 - 3\chi)(\chi + 4) + 9\chi^2 - 25 =$

ε) $4\chi^2 - 4\psi^2 - \chi^2 + 2\chi\psi - \psi^2 =$

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ξ. Αθηνοδώρου

Λ. Σαββίδου.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμός

Τάξη: Γ΄

Αριθμητικώς:

Ημερομηνία: 15/06/2009

Ολογράφως:

Χρόνος: 7:30-9:30

Υπογραφή:.....

Όνομα:..... Τμήμα:..... Αριθμός:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα με μολύβι.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - δ) Όλες οι ασκήσεις να απαντηθούν στο φυλλάδιο.
 - ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3x^2 + x - 5 + 4x - 2x^2 =$

β) $2x\psi^2 \cdot (-3x^3\psi) =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 2x^3 + x - 2$ και $B = 3x - 4$.

Να υπολογίσετε:

α) $A \cdot B =$

β) $2A - B =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2\chi + 1)^2 =$

β) $(3\alpha - \beta)(3\alpha + \beta) =$

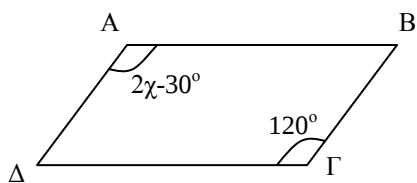
4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2\chi^2 - 8\chi =$

β) $\chi\psi + 2\chi - 3\psi - 6 =$

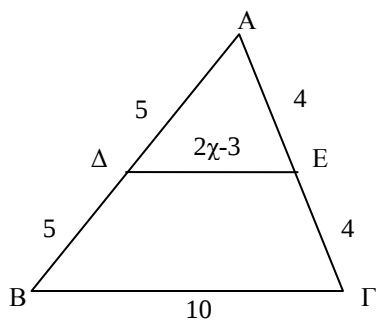
5. Στα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε το χ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)



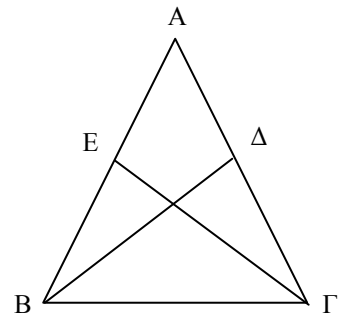
ABΓΔ #

β)



6. Να λύσετε το σύστημα: $2x - y = 4$
 $3x + 2y = 6$

7. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$ και ΒΔ, ΓΕ διάμεσοι.
Να δείξετε ότι $BD = GE$.



8. Να κάνετε τη διαίρεση: $(x^3 - 4x^2 + 7x - 12) : (x - 3)$

9. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ . Να δείξετε ότι οι κορυφές Β και Δ απέχουν εξίσου από τη διαγώνιο ΑΓ.

10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία (0,4) και (1,2).

11. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{\alpha^2 - 1}{2\alpha^2 - 4\alpha} : \frac{\alpha^2 - \alpha - 2}{\alpha^2 - 4\alpha + 4} =$

12. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{8x}{x^2-16} + \frac{4}{x-4} - \frac{4}{x+4} =$

13. Σε μια αυλή υπάρχουν κοτόπουλα και κουνέλια. Να βρείτε πόσα είναι τα κοτόπουλα και πόσα τα κουνέλια, αν ξέρουμε ότι τα πιο πάνω ζώα έχουν 40 κεφάλια και 112 πόδια συνολικά. (Να λυθεί με σύστημα εξισώσεων)

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x-3)(x^2+2x)=0$

β) $x^2-5x=-6$

15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΓ αντιστοίχως. Προεκτείνουμε την ΔΕ κατά τμήμα ΕΖ=ΔΕ. Να δείξετε ότι το ΑΖΓΔ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. α) Δίνεται το πολυώνυμο $\varphi(\chi)$, να κάνετε τις πράξεις και ακολούθως να υπολογίσετε το $\varphi(-1)$.

$$\varphi(\chi) = (2\chi - 3)^2 - (3\chi - 2)(3\chi + 2) + \chi^2(\chi - 2).$$

- β) Να κάνετε το σύνθετο κλάσμα απλό:

$$\frac{\frac{2}{2-\psi} - \frac{2}{2+\psi}}{\frac{4}{4-\psi^2}} =$$

2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \chi + 2\psi + 3 = 0$ και $\varepsilon_2: \psi = -2\chi + 5$.

α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 .

β) Να βρείτε σε ποια ευθεία ανήκει το σημείο $(3, -1)$.

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της ευθείας ε_1 με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.

δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο τομής της ευθείας ε_2 με τον άξονα $\psi\psi'$.

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} 4(\chi + \psi) - 2(3\chi - 5) &= 22 \\ \frac{2\psi - \chi}{3} - \frac{\chi + \psi}{2} &= \frac{3\chi - 10}{4} \end{aligned}$$

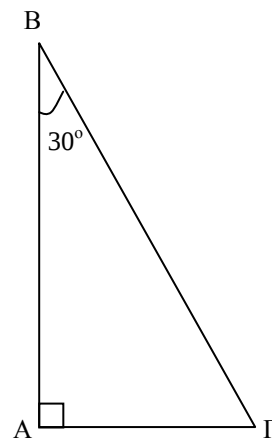
4. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{2x-1}{x+3} - \frac{3x-16}{x^2+x-6} = \frac{x-4}{2-x}$$

5. Δίνονται οι ευθείες ε_1 : $(2\kappa-1)x - \kappa y = 7$ και ε_2 : $y = \kappa x + 5$.

α) Αν οι ευθείες είναι παράλληλες να υπολογίσετε το κ .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από την αρχή των αξόνων.

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με γωνία $\hat{B} = 30^\circ$. Στο μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ φέρουμε ευθεία κάθετη σε αυτή (τη $B\Gamma$), η οποία τέμνει την πλευρά AB στο Δ . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $\Delta B M$ είναι ίσα.



Ο Διευθυντής

Αντώνιος Στυλιανάκης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ

Χρόνος: 2 ώρες

Βαθμός:

Ημερομηνία: 12/06/2009

Υπογραφή Καθηγητή/τριας:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ. :

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$3 \cdot (5\chi + 2\psi) =$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (\alpha - 8) \cdot (\alpha + 8) =$$

$$\beta) (\chi + 5)^2 - 10\chi =$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (4\chi^3\psi^5) \cdot (-2\chi^2\psi) =$$

$$\beta) (15\chi^2 - 3\chi) : 3\chi =$$

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2\chi + 2\psi =$

β) $\chi^2 + 5\chi + 6 =$

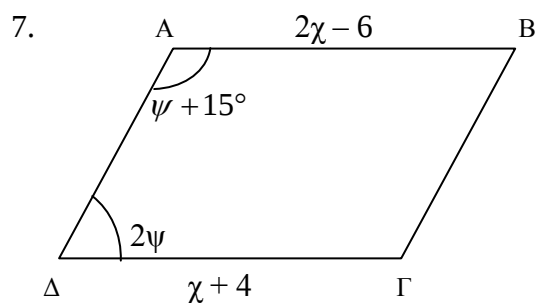
5. Αν $\rho(\chi) = 2\alpha - 1$ και $\phi(\chi) = 3 - \alpha$, να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $\rho(\chi) - \phi(\chi) =$

β) $\rho(\chi) \cdot \phi(\chi) =$

6. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{1}{\chi} - \frac{2}{\chi + 3} =$



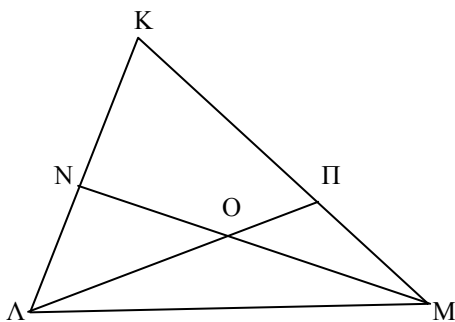
Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΒΓΔ #	ΑΒ
ΑΒ = $2\chi - 6$	$\hat{\Gamma}$
ΔΓ = $\chi + 4$	
$\hat{A} = \psi + 15^\circ$	
$\hat{\Delta} = 2\psi$	

8. Αν η ευθεία $\varepsilon: \alpha x - \psi = 2$ περνά από το σημείο $A(2, 6)$, να βρείτε:
- Την τιμή του α .
 - Την κλίση της ευθείας ε .

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\alpha(\chi - 3) - \beta(\chi - 3)}{\chi^2 - 9} =$$

10.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\triangle K\Lambda M$ τυχόν τρίγωνο $NM = \Lambda\Pi$ $N\Lambda = \Pi M$	α) $\widehat{K\Lambda M} = \widehat{K\hat{M}\Lambda}$ β) $\triangle \Lambda O M$ ισοσκελές

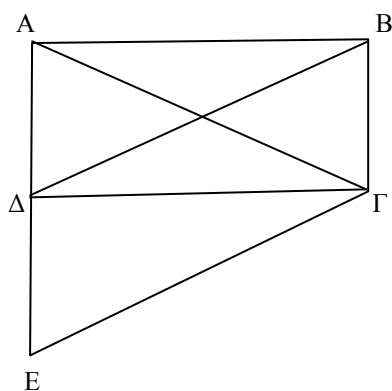
11. Δίνονται τα πολυώνυμα $\phi(\chi) = \chi^3 + 3\chi^2 - 6\chi - 8$ και $\rho(\chi) = \chi - 2$. Να βρείτε:

α) $\phi(-1)$

β) $\phi(\chi) : \rho(\chi)$

12. Αν $\chi - \psi = -5$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $\chi(\chi - 4\psi) + \psi(\psi + 2\chi)$.

13.



Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

ΑΒΓΔ ορθογώνιο

ΒΓΕΔ παραλληλόγραμμο

Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΓΕ
είναι ισοσκελές.

14. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{3-3\chi}{25\chi^2-1} \cdot \left(\frac{3}{\chi-1} + \frac{2}{\chi+1} \right) =$$

15. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ = ΑΒ. Αν Ζ είναι το σημείο τομής των προεκτάσεων των ΑΔ και ΕΓ, να δείξετε ότι το σημείο Δ είναι το μέσο της ΑΖ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$2(\chi - 3) - 4(\psi + 8) = -36$$

$$\frac{\chi - 1}{2} - \frac{\psi - 5}{3} = 3$$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi + 1}{2\chi + 4} + \frac{1}{\chi + 1} = \frac{1}{\chi^2 + 3\chi + 2}$$

3. α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(i) $2(6\chi^2 + 1) = 5$

(ii) $\chi^3 - \chi^2 = 12\chi$

β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

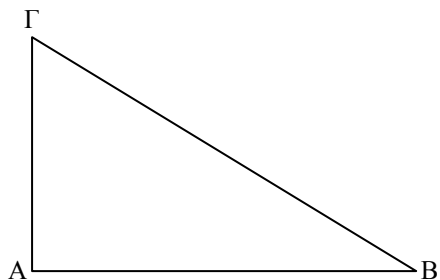
(i) $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta - \chi^2 + 6\chi - 9 =$

(ii) $4\alpha^3 - 8\alpha^2 - \alpha + 2 =$

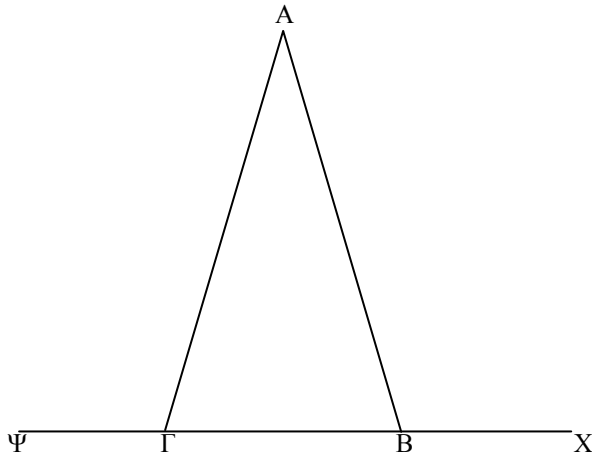
4. Δίνονται οι ευθείες ε_1 : $(\kappa + 2)\chi + \kappa\psi = 40$ και ε_2 : $\psi = -\kappa\chi + 8$.
α) Αν η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη με την ευθεία ε_2 , να βρείτε το κ .

β) Αν $\kappa = 1$, να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία ε_1 και τέμνει τον άξονα των ψ στο σημείο $(0, 6)$.

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Στο μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ φέρουμε ευθεία κάθετη σε αυτή (τη $B\Gamma$), η οποία τέμνει την πλευρά AB στο Δ .
Να δείξετε ότι: α) Τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $\Delta B M$ είναι ίσα.
β) Το τρίγωνο $AM\Gamma$ είναι ισόπλευρο.



6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Φέρουμε τις διχοτόμους των γωνιών ABX και $A\Gamma\Psi$ που τέμνονται στο σημείο Δ . Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε:
- α) $\Delta M \perp B\Gamma$
β) Το σημείο A ισαπέχει από τις διχοτόμους των γωνιών ABX και $A\Gamma\Psi$.



Εισηγήτριες:

Π. Παντέχη Β.Δ.Α΄
Α. Χρυσάνθου
Δ. Κουρουζίδου
Λ. Ευαγγέλου

Η Διευθύντρια

Χριστίνα Δ. Καρατζιά

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά ΤΑΞΗ : Γ' ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12.06.2009	<table border="1"> <tr> <th colspan="2">ΒΑΘΜΟΣ</th> </tr> <tr> <td>ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ</td> <td>:</td> </tr> <tr> <td>ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ</td> <td>:</td> </tr> <tr> <td>ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ</td> <td>:</td> </tr> </table>	ΒΑΘΜΟΣ		ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ	:	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ	:	ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ	:
ΒΑΘΜΟΣ									
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ	:								
ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ	:								
ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ	:								

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : _____

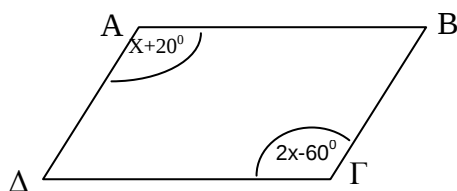
ΤΜΗΜΑ : _____ ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ : _____

- Το εξεταστικό αυτό δοκίμιο αποτελείται από 10 δακτυλογραφημένες σελίδες και 2 λευκές σελίδες για πρόχειρες σημειώσεις.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Να χρησιμοποιηθεί μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να υπολογίσετε τις γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\psi + 5)^2 =$

β) $(2 - \chi)^3 =$

γ) $\left(\frac{\chi}{2} + 5\right)\left(5 - \frac{\chi}{2}\right) =$

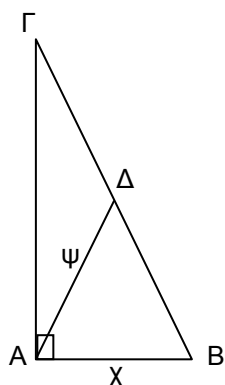
3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2(\chi - \psi) + \chi(\psi - 2) - \psi(\chi - 2) =$

β) $\left(-\frac{2}{3}\chi^3\psi^2\right)^2 \cdot (3\chi^3\psi) =$

γ) $(24\chi\psi) : (-3\psi) =$

4. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και η ΑΔ είναι διάμεσος. Αν $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $ΒΓ = 18\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα χ και ψ



5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $14\alpha - 21\alpha\beta =$

β) $\chi^2 - 3\chi - 10 =$

γ) $2\alpha^2 + \alpha\beta - 2\alpha - \beta =$

6. Να λύσετε οι εξισώσεις:

α) $\chi^2 = 64$

β) $(\chi + 2)(\chi - 3) = 50$

7. Να κάνετε τη διαίρεση: $(\chi^4 - 2\chi - 3\chi^3 + 4) : (\chi - 1)$

8. Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{1}{1\chi} - \frac{\chi}{1} - \frac{2}{\chi^2} \right) \div \frac{6\chi^2 - 9}{\chi^2 - 2\chi - 3} =$

9. Να γράψετε “ορθό” ή “λάθος” δίπλα από κάθε πρόταση:

α) Η ευθεία $2\chi - 6\psi = 0$ περνά από την αρχή των αξόνων.

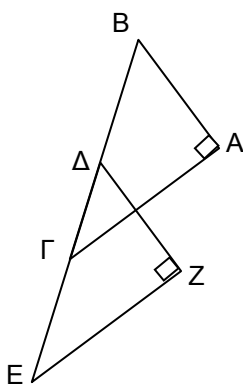
β) Οι ευθείες $\psi - 11 = 0$ και $\psi = -2$ δεν είναι παράλληλες

γ) Η κλίση της ευθείας $9\psi - \chi = 8$ είναι $\lambda = 9$

δ) Το σημείο $(-2, -1)$ ανήκει στην ευθεία $\psi = 3\chi + 5$

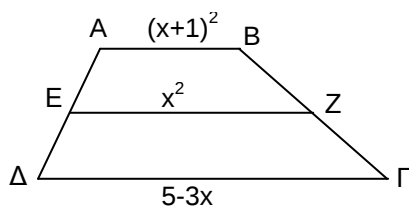
10. Να λύσετε το σύστημα: $\chi - 3\psi = 6$
 $2\chi + 5\psi = 1$

11.

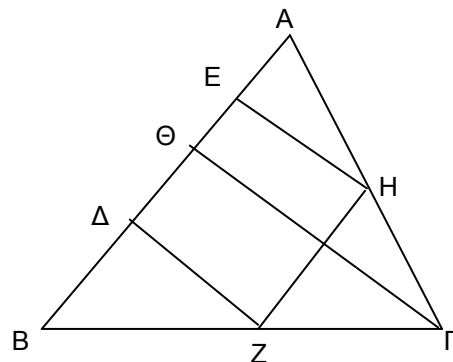


Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma, \Delta EZ$ ορθ. Τρίγωνα $\Delta B = \Gamma E$ $AB \parallel \Delta Z$	$AB\Gamma = \Delta EZ$

12. Να βρείτε τα μήκη των βάσεων του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ εάν γνωρίζετε ότι $AB = (\chi + 1)^2$, $\Delta\Gamma = 5 - 3\chi$ και η διάμεσος $EZ = \chi^2$.



13. Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ και $\Gamma\Theta$ το ύψος του. Εάν Δ, E, H και Z είναι τα μέσα των $B\Theta, \Theta A, A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEHZ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



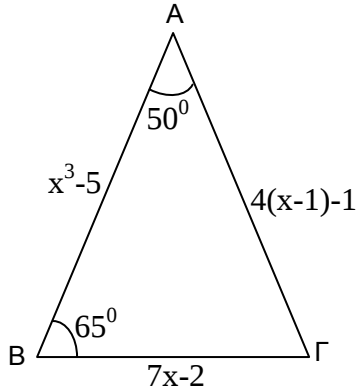
-
14. Να βρείτε τις τιμές του κ και τις συντεταγμένες του σημείου A , ώστε το σημείο $A(3+\kappa, \kappa^2)$ να ανήκει στην ευθεία $\psi = 2\chi - 3$.

-
15. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) με $(\Delta\Gamma) = 3(AB)$. Αν K, Λ είναι τα μέσα των πλευρών $A\Delta, B\Gamma$ αντίστοιχα και M το μέσο της $K\Lambda$, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ABMK$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. α) Στο πιο κάτω τρίγωνο ΑΒΓ να βρείτε το x . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- β) Να λύσετε το σύστημα :

$$\frac{x-1}{4} - \frac{\psi-2}{5} = -3$$

$$x - \frac{2\psi-6}{2} = -\psi$$

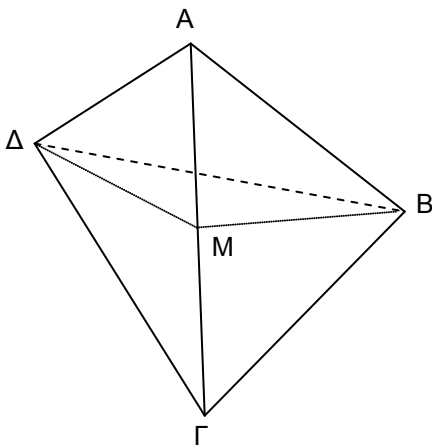
2. α) Να δείξετε ότι η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του χ.

$$A\chi = \left(\frac{2\chi}{3\chi} + \frac{1}{3} - \right) \cdot \left(\frac{2}{\chi^2 - 1} + \frac{2}{1 - \chi} \right)$$

β) Αν $x = a + \frac{2}{a}$ και $\psi = a - \frac{2}{a}$, να δείξετε ότι $\frac{\chi\psi}{\chi^2 - \psi^2} = \frac{\alpha^4 - 4}{8\alpha^2}$

3. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $K(12, -3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = \frac{2}{3}x - 12$.

- β) Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, είναι $A\Delta \perp \Delta\Gamma$ και $AB \perp B\Gamma$. Αν M είναι το μέσο της $A\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $BM\Delta$ είναι ισοσκελές.

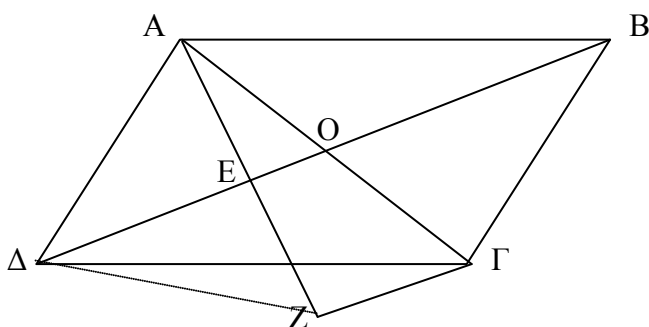


4. α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:
$$\frac{x^3(x-1)-36x(x-1)}{x^3-7x^2+6x} =$$

- β) Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΑΔ = ΑΕ. Αν Ζ είναι το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι :
- i) ΔΖ = ΕΖ
 - ii) Οι αποστάσεις των σημείων Δ και Ε από τις πλευρές ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα είναι ίσες.

5. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{3x^2}{x-4} + \frac{2x}{2-x} = \frac{2x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 6x + 8}$$

6. Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, ΑΕ είναι κάθετη στη διαγώνιο ΒΔ και ΕΖ = ΑΕ . Να δείξετε ότι το ΔΖΓΒ είναι ισοσκελές τραπέζιο .



Οι Εισηγητές

Οικονομίδου Νίκη
Στρατουρά Χρυστάλλα
Κοκόλης Σπυρίδων

Η Διευθύντρια

Μαυροκορδάτου Νίκη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03 / 06 / 2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες

- Α΄ ΜΕΡΟΣ:**
- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12 .
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $5a^2b + 7a^2b - 3a^2b =$

β) $(-6x^3\psi^2) : (-2x\psi) =$

2) Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(3x + 1)^2 =$

β) $(2x - 1)(2x + 1) =$

3) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 2x + 3$ και $B = x - 1$. Να βρείτε:

α) $A - 3 \cdot B =$

β) $B \cdot A =$

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $4x^2 - 12x =$

β) $a^2 - 81 =$

γ) $\beta x + \beta \psi + \alpha x + \alpha \psi =$

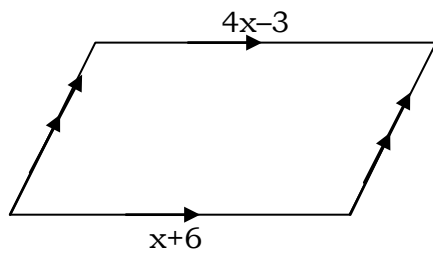
δ) $x^3 - 8 =$

5) Να λύσετε το σύστημα:

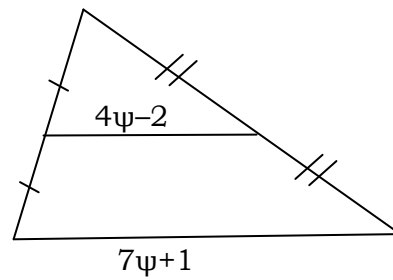
$$\begin{aligned} x + 2\psi &= 5 \\ 2x - 3\psi &= 3 \end{aligned}$$

6) Να βρείτε τα x και ψ στα πιο κάτω σχήματα:

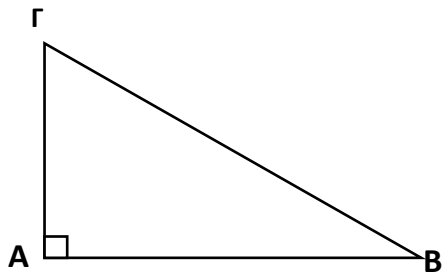
α)



β)



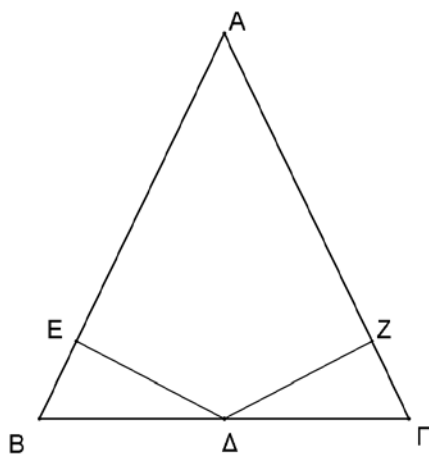
7)



Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒ=8cm ΒΓ=10cm	ημ Β εφ Γ

8) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και από το σημείο (2,-4).

9)



Δεδομένα	Ζητούμενα
Δ μέσο της $B\Gamma$ $\Delta E \perp AB$ $\Delta Z \perp A\Gamma$ $\Delta E = \Delta Z$	$AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο

10) Να κάνετε τη διαίρεση: $(2x^3 - 9x^2 + 11x - 2) : (x - 2)$

- 11) Να βρείτε το a ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (a - 2)x + 7$ και $\varepsilon_2: \psi - 8x = 30$ να είναι παράλληλες.

12) Να κάνετε τις πράξεις:
$$\frac{4}{a^3 - a} + \frac{2}{a^2 + a} - \frac{2}{a^2} =$$

- 13) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x^2 - 18x = 0$

β) $x - 5 = -\frac{6}{x}$

14) Να δείξετε ότι:
$$\frac{x^3(x-3)-16x(x-3)}{(x^2-4x)(x^2+x-12)}=1$$

- 15) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) φέρουμε τη διάμεσο AM . Προεκτείνουμε την AM κατά τμήμα $AM=ME$. Να δείξετε ότι το $ABE\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

- Β΄ ΜΕΡΟΣ:**
- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-7}{x^2-5x+4} - \frac{1}{4-x} = \frac{x-3}{x^2-x}$$

2) Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{2x}{3} + \frac{\psi - x}{4} = 3$$

$$3(2x - \psi) - 4(4x - 2\psi) = 5$$

3) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{\alpha^2 - 4\alpha} + \frac{1}{4\alpha + 16} - \frac{2}{\alpha^2 - 16}\right) : \frac{\alpha - 4}{\alpha^4 + 4\alpha^3} =$$

4) α) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:

$$\left(\frac{\alpha + 2\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha - 2\beta}{2}\right)^2 = \frac{\alpha^2 + 4\beta^2}{2}$$

β) Να κάνετε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{x - \frac{16}{x}}{x - 3 - \frac{4}{x}} =$$

5) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB = AΓ$) . Προεκτείνουμε την πλευρά $BΓ$ προς τα B και $Γ$ κατά τμήματα $ΒΔ$ και $ΓΕ$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $ΒΔ = ΓΕ$. Αν K είναι το μέσο της πλευράς AB και $Λ$ το μέσο της $AΓ$ να αποδείξετε ότι:

α) $KΔ = ΛΕ$

β) τα B και $Γ$ απέχουν ίσο από τις πλευρές $ΔK$ και $ΛΕ$ αντίστοιχα.

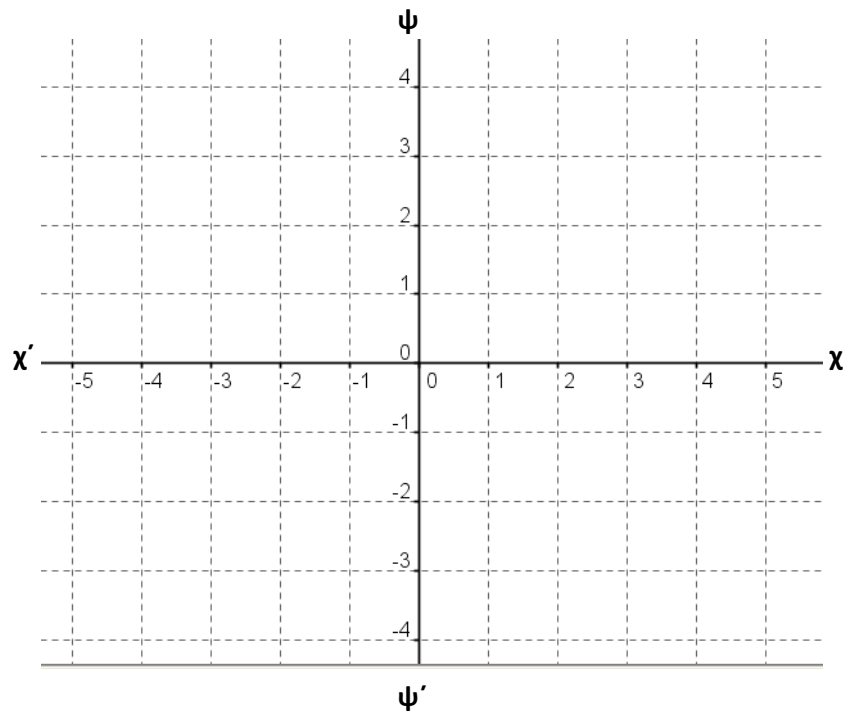
6) Η ευθεία $\psi = ax + \beta$ περνά από τα σημεία $A(0, -4)$ και $B(1, -2)$.

α) Να βρείτε τα a και β .

β) Να παραστήσετε γραφικά την πιο πάνω ευθεία.

γ) Να βρείτε το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον άξονα $x\chi'$.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την πιο πάνω ευθεία, τον άξονα $\psi\psi'$ και την ευθεία $\psi = 2$.



Οι Εισηγητές:

Γεώργιος Γεωργίου Β.Δ.

Μάρω Κολοκοτρώνη

Μαριλένα Νικολαΐδου - Μουσουλίδου

Χρυστάλλα Κυριάκου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Σπυρούλα Πηγασίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: 15/06/2009

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Χρόνος: **2 ώρες**

Υπογραφή Καθηγητή:.....

Ονοματεπώνυμο.....

Τμήμα: Αριθμός:

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 (οχτώ) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $3\alpha^2 + 4\alpha^2 - 5\beta - 3\beta =$

β) $3\chi^2 \cdot 2\chi^3 =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 2) \cdot (\chi + 2) =$

β) $(\chi - 1)^2 =$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολώνυμα:

α) $\chi^2 - 3\chi =$

β) $\psi^2 - 25 =$

4. Να βρείτε την κλίση των ευθειών:

$$\varepsilon_1: \psi = 2\chi - 7$$

$$\varepsilon_2: 3\chi + \psi = 1$$

5. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{5\alpha\beta^2}{3\alpha\beta} \cdot \frac{6\alpha}{5\beta^3} =$$

6. Να λύσετε το σύστημα:

$$4\chi + \psi = 10$$

$$\chi - \psi = 5$$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha) \quad (\chi + 3)(\chi - 4) = 0$$

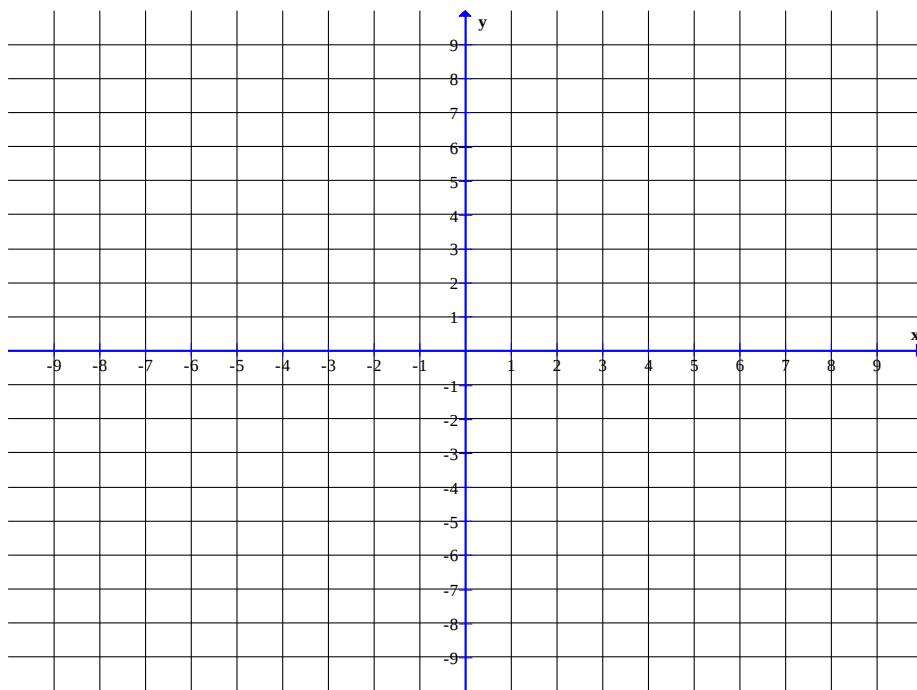
$$(\beta) \quad \chi^2 - 9 = 0$$

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{3\chi}{\chi^2 - 2\chi - 8} - \frac{1}{\chi + 2} =$$

9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Ε τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΑΔ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.

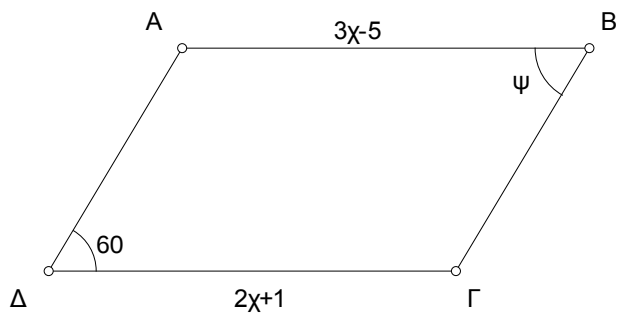
10. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ευθείας $\psi = 2\chi + 3$ και να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.



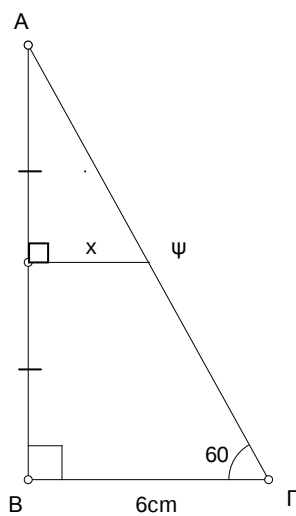
11. Να κάνετε τη διαίρεση: $(\chi^3 + 5\chi^2 + 4\chi - 4) \div (\chi + 2)$

12. Να υπολογίσετε τα χ και ψ στα πιο κάτω σχήματα και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας:

(α) ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο



(β)



13. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ κατά τμήμα ΑΕ=ΑΒ και τη ΓΑ κατά τμήμα ΑΔ=ΑΓ. Να δείξετε ότι ΒΔ // ΕΓ.

14. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AZ \perp \Gamma\Delta$ και $\Gamma E \perp AB$. Να δείξετε ότι $\Delta Z = BE$.

15. Να κάνετε τις πράξεις και ακολούθως να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -2$.

$$A = (\chi + 2)^3 + (\chi - 1)(2 - 3\chi) - (\chi - 3)(3 + \chi)$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2\chi^2}{\chi^2 + \chi - 6} - \frac{\chi}{\chi - 2} \right) \div \frac{\chi - 3}{\chi^3 - 8} =$$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} - \frac{\chi - 3}{\chi^2 - \chi} = \frac{1}{4 - \chi}$$

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. K και Λ τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την ΛK κατά τμήμα $KM = K\Lambda$. Να δείξετε ότι (α) $A\Gamma\Lambda M$ παραλληλόγραμμο
(β) $AMBA$ ορθογώνιο

4. Αν α και β αντίστροφοι αριθμοί ($\alpha \cdot \beta = 1$) να δείξετε ότι:

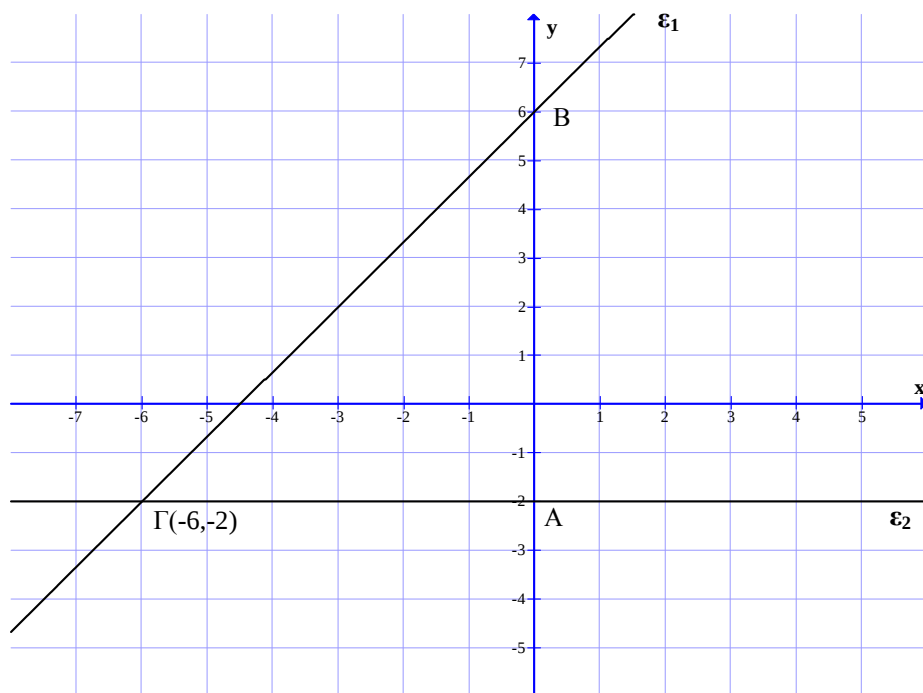
$$\frac{\frac{\alpha^2}{\beta} - \frac{\beta^2}{\alpha}}{\frac{\beta}{\alpha} - \frac{\alpha}{\beta}} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + 1 = (\alpha + \beta)^2$$

5. Στο πιο κάτω ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνονται οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 . Να βρείτε:

(α) τις εξισώσεις των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2

(β) το μήκος του $B\Gamma$

(γ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$



6. Μια ομάδα μαθητών συμμετείχε σε ένα διαγωνισμό ερωτήσεων. Για κάθε σωστή απάντηση η ομάδα κέρδιζε €20, για κάθε λανθασμένη απάντηση έχανε €10 και για κάθε αναπάντητη ερώτηση έχανε €5. Αν η ομάδα συνολικά ρωτήθηκε 35 ερωτήσεις από τις οποίες απάντησε στις 32 και πήρε συνολικά €355, να βρείτε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και πόσες λάθος.

Οι Εισηγητές:

Ελένη Νεάρχου Β. Δ.
Δέσποινα Γιωργαλλή
Άντρη Κουλέρμου - Κωνσταντίνου
Ηλίας Σκούρας
Μάριος Σεργίδης
Μαρία Φαλά

Ο Διευθυντής

Μιχάλης Ζαννετής

Αρ.:

Ολογρ.:

Υπογραφή.:

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/09

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.:

- Οδηγίες:**
- α) Να γράφετε με μπλε μελάνι.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε μόνο **12** από τις **15** ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **1 μονάδα**.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A=2x^2+3x+5$
 $B=x-2$

Να βρείτε :

α) $A+B=$

β) $A-B=$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+3)^2=$

β) $(x-5)^2=$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-2x^3) \cdot (-3x) =$

β) $(14x^3y^5) : (-7xy^2) =$

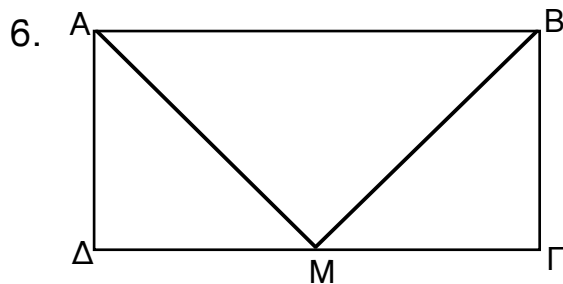
4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2+9x+20=$

β) $9x^2-16=$

5. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}x + y &= 4 \\ 2x - 3y &= 3\end{aligned}$$



Απόδειξη

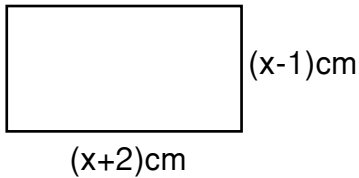
Δεδομένα
ABΓΔ ορθογώνιο
M μέσο του ΓΔ

Ζητούμενο
 $\triangle A\Delta M = \triangle B\Gamma M$

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $y=3x-2$ και περνά από το σημείο (1,8).

8. Να κάνετε τη διαίρεση: $2x^3 + 7x^2 - 9x + 30$ | $x+5$

9. Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 28cm^2 να υπολογίσετε το x , με τη βοήθεια εξίσωσης.



-
10. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(a+1)^3 - (a-1)^3 = 2(3a^2+1)$$

-
11. Στην παραλία της Λάρας στον Ακάμα δύο θαλάσσιες χελώνες, η Καρέτα και η Λαρέτα, γέννησαν τα αυγά τους μέσα στην άμμο. Γέννησαν και οι δύο μαζί 220 αυγά. Αλεπούδες ξέθαψαν και έφαγαν 40 από τα αυγά της Καρέτα και 60 από τα αυγά της Λαρέτα. Τα αυγά της Καρέτα που έμειναν ήταν διπλάσια από τα αυγά που έμειναν της Λαρέτα. Πόσα αυγά γέννησε η Καρέτα και πόσα η Λαρέτα;
(Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους).

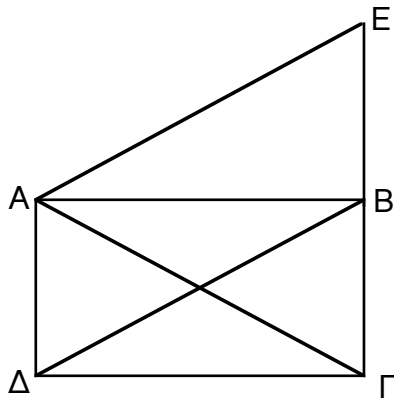
12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2-1}{x^3-1} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-2x-3} =$$

13. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{a-2}{a^2-4a+4} - \frac{1}{a-2} + \frac{2}{a^2-2a} =$$

14.



Απόδειξη

Δεδομένα

ABΓΔ ορθογώνιο

$\triangle$
ΕΑΓ ισοσκελές (ΑΕ=ΑΓ)

Ζητούμενο

ΕΑΔΒ παραλληλόγραμμο

15. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\frac{x}{x+2} + \frac{3x}{x-2}}{\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 - 4x}} =$$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε μόνο 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2 - x} - \frac{4}{x^2 - 1} = \frac{3}{x + 1}$$

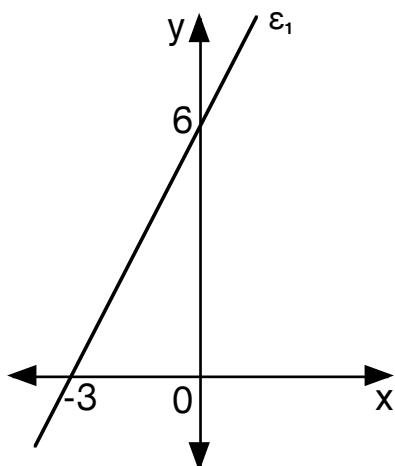
2. Να λύσετε το σύστημα:

$$2(x-3)-3(y+2)=-16$$

$$\frac{x+2}{4}-\frac{y-1}{2}=2$$

3. α) Για ποιες τιμές του κ και λ οι ευθείες $4\lambda x + 2y = 3\kappa - 7$ και $(\lambda - 5)x + y = \kappa$ συμπίπτουν;

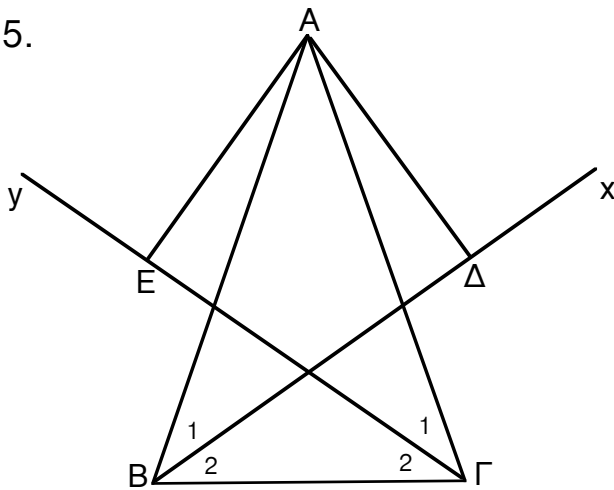
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 .



4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{4}{x^2 + 3x} - \frac{x+9}{x^2 - 9} - \frac{2}{3-x} \right) : \frac{x^2 + 4x}{x^3 + 3x^2} =$$

5.



Δεδομένα

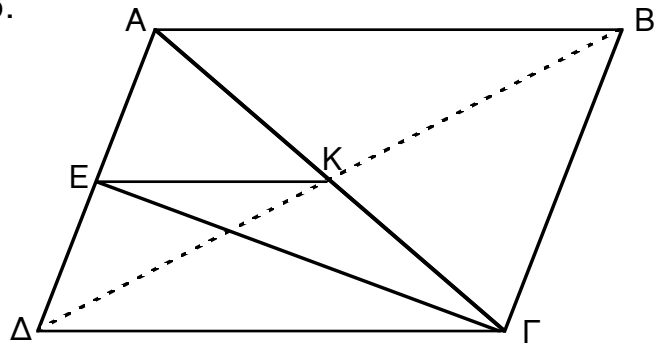
$\triangle$
ABΓ ισοσκελές (AB=AG)
Bx διχοτόμος της $\widehat{B}$
Γy διχοτόμος της $\widehat{\Gamma}$
AΔ απόσταση του A από τη Bx
ΑΕ απόσταση του A από τη Γy

Ζητούμενο

$\triangle$ $\triangle$
ABΔ=ΑΓΕ

Απόδειξη

6.



Απόδειξη

Δεδομένα

ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο

Ε μέσο του ΑΔ

$ΑΓ = ΓΔ$

Ζητούμενο

$\triangle$
ΕΚΓ ισοσκελές

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Σεργίδου Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ :

20

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18 / 6 / 2009

ΥΠΟΓΡΑΦΗ :

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : **ΤΜΗΜΑ :** **ΑΡ. :**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).
 - β) Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - δ) Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.

ΜΕΡΟΣ Α: (12 μονάδες) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις.

α) $6\omega + 2\omega =$

β) $(-2\chi^4) \cdot (+5\chi^2) =$

2) Να αναπτύξετε τις ταυτότητες.

α) $(\chi + 2)^2 =$

β) $(\omega + 3)(\omega - 3) =$

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $5\omega + 5\chi =$

β) $\alpha^2 - 4 =$

4) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 4\chi^2 + 3\chi - 5$ και $B = -2\chi^2 + 1$. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις.

α) $A + B =$

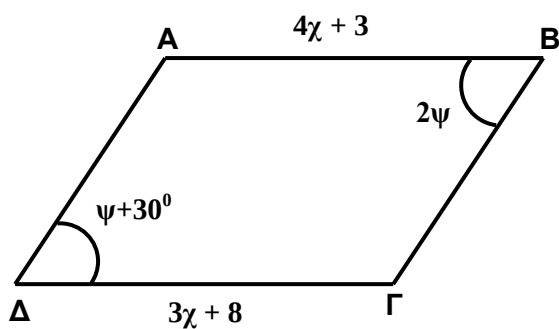
β) $3B =$

5) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}\chi - \psi &= 2 \\ \chi + \psi &= 4\end{aligned}$$

6) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3\chi + 2$ και περνά από την αρχή των αξόνων.

7) Να υπολογίσετε τα χ και ψ στο πιο κάτω παραλληλόγραμμο:



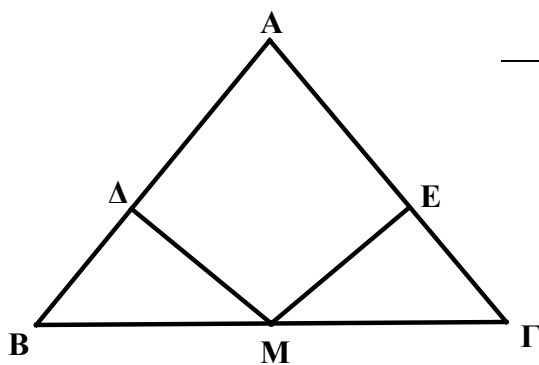
8) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(\omega - 3)(\omega + 6) = 0$

β) $\psi^2 - 4\psi = 0$

9) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B.

10)



ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=A\Gamma$) M μέσο BΓ $MD \perp AB$ $ME \perp A\Gamma$	$MD=ME$

11) Να βρείτε τις τιμές του α ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

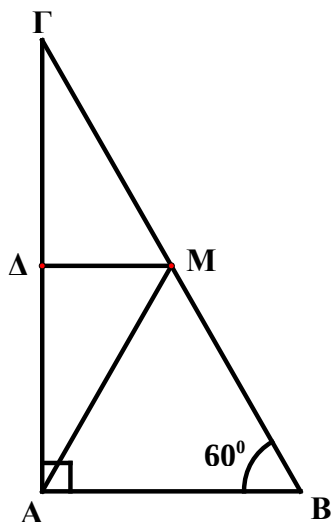
$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 : (\alpha - 3)\chi + 5\psi = 7 \\ \varepsilon_2 : 2\chi + \alpha\psi = 9 \end{array} \right\}$$

12) Να κάνετε τις πράξεις.

$$\frac{\chi^3 - 2\chi^2}{\chi^2 - 1} \cdot \frac{\chi^2 + 8\chi + 7}{\chi^2 + 5\chi - 14} =$$

13) Αν $\chi = \frac{2}{\psi}$ να αποδείξετε ότι $(3\chi + \psi)^2 - (3\chi - \psi)^2 = 24$

14)



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\triangle AB\Gamma$ ορθογώνιο $(\hat{A} = 90^\circ)$ Δ μέσο ΑΓ M μέσο ΒΓ $B\Gamma = 10\text{cm}$ $\hat{B} = 60^\circ$	$AM = ;$ $AB = ;$ $\Delta M = ;$ (Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας).

15) Να κάνετε τις πράξεις.

$$\left(\frac{2}{x-1} - \frac{11}{x+1} \right) : \frac{9^2 -}{x^2 - 1} =$$

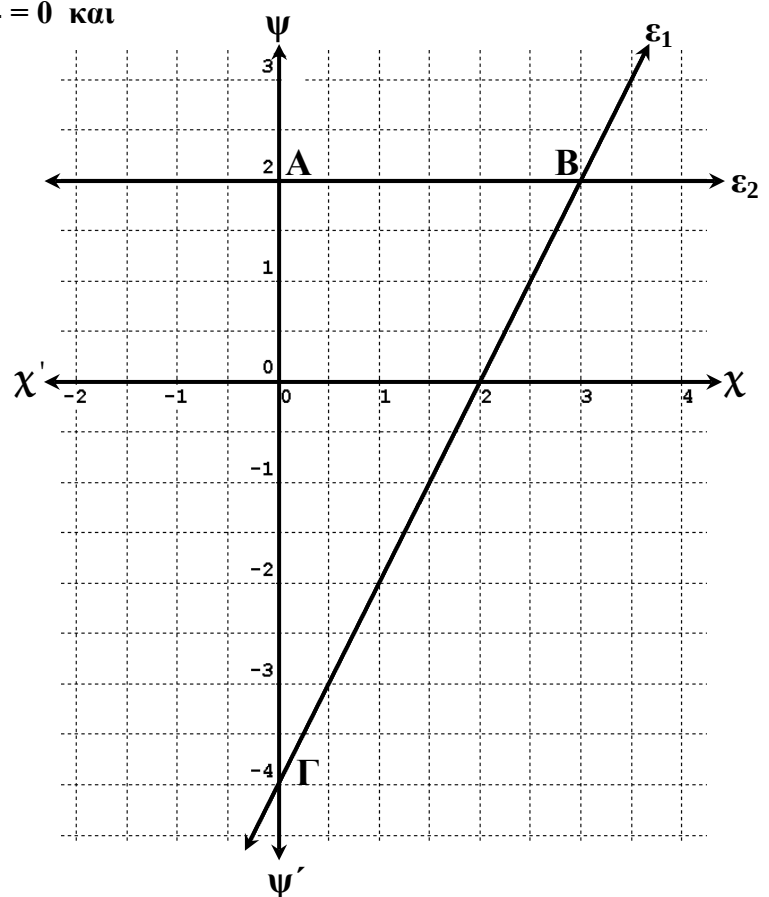
ΜΕΡΟΣ Β: (8 μονάδες) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi}{\chi+1} - \frac{2}{3-\chi} = \frac{4}{\chi^2 - 2\chi - 3}$$

2) Από το παρακάτω σχήμα να βρείτε:

- α) την κλίση της ευθείας ε_1 ,
- β) την εξίσωση της ευθείας ε_1 και ε_2 ,
- γ) τη γραφική λύση της εξίσωσης $2\chi - 4 = 0$ και
- δ) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



3) Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\chi - \psi}{3} - \frac{\chi + \psi}{6} &= -\frac{1}{2} \\ 2(2\chi - \psi) - 3(\chi - 2\psi) &= 2(\psi + 7) \end{aligned} \right\}$$

4) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της πλευράς ΔΓ. Προεκτείνουμε την ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΕΔ είναι παραλληλόγραμμο και

β) Αν Ζ είναι το μέσο της ΔΕ να αποδείξετε ότι $MZ \parallel \frac{BG}{2}$.

5) Αν $A = \frac{2\chi}{\chi+1}$ και $B = \frac{2\chi}{\chi-1}$ να αποδείξετε ότι $(A - B) : (A + B) = -\frac{1}{\chi}$

- 6) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ κατά τμήματα ΒΔ = $\frac{AB}{2}$ και ΓΕ = $\frac{AG}{2}$ αντίστοιχα. Αν ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου, να αποδείξετε ότι :
- α) τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΜΕ είναι ίσα,
 - β) το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ισοσκελές.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Μαρία Βαλανίδου - Χαραλάμπους
 Ευαγγελία Παπαγιάννη - Γιάλλουρου
 Έλενα Τσίγκη
 Προκόπης Παπακώστας

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ Γ΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 9 Ιουνίου 2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡΙΘ. ΚΑΤΑΛ.** :

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **8 σελίδες**.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε μόνο με μελάνι. (τα σχήματα με μολύβι)
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **1 μονάδα**.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\alpha^2 + 2\alpha - 3\beta - 5\alpha + 1 =$

β) $(-2\chi^3\psi) 3\chi\psi =$

2) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $3\alpha\beta^2 + 9\alpha^2\beta =$

β) $\chi^3 + 8 =$

3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 5)^2 =$

β) $(\psi + 1)^3 =$

4) Να λύσετε το σύστημα:

$\chi + \psi = 3$

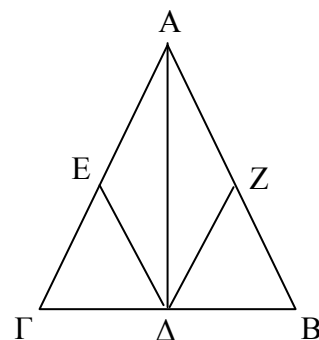
$3\chi - 2\psi = -1$

5) Να κάνετε τη διαίρεση: $(\chi^3 - 3\chi^2 + 5\chi - 3) : (\chi - 1)$

6) $\triangle AB\Gamma$ τρίγωνο ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) και $A\Delta$ ύψος.

E και Z είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.



7) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi \left(\chi - \frac{2}{3} \right) = 0$

β) $\chi^2 + 7 = 8\chi$

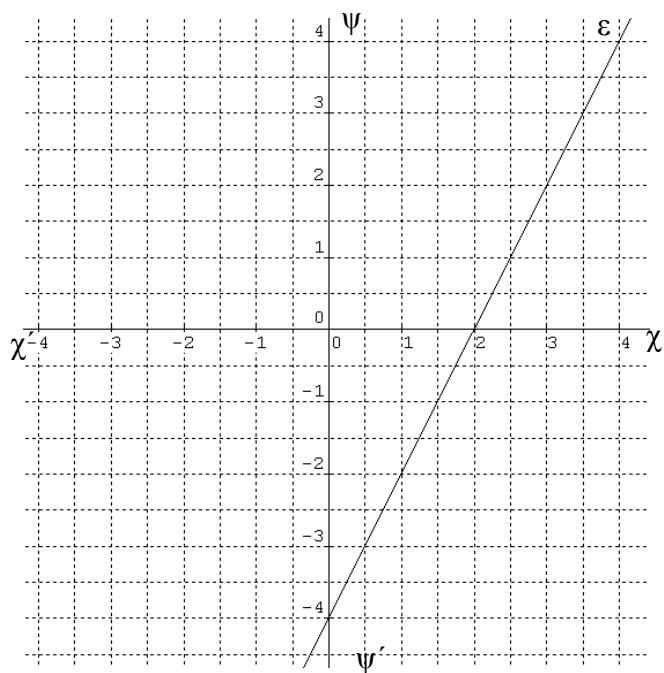
8) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^2 - 10\chi + 25}{\chi^3 - 3\chi^2} \cdot \frac{\chi^3 - 27}{\chi^2 - 2\chi - 15} =$$

9) Να αποδείξετε την ισότητα:

$$2\alpha(2\alpha-1)^2 - (2\alpha-1)^3 = 4\alpha(\alpha-1)+1$$

10) Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε την κλίση της ευθείας ε και να γράψετε την εξίσωσή της. Στη συνέχεια να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ε και περνά από την αρχή των αξόνων.



11) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας παράλληλης προς την ευθεία $\psi = -\frac{2}{3}\chi + 8$ και η οποία περνά από το σημείο $(-3, 7)$.

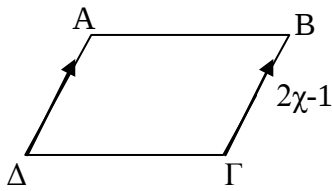
12) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία $\text{A}\Gamma\text{B}$ είναι 30° . Φέρουμε το ύψος AM και το προεκτείνουμε προς το μέρος του A κατά τμήμα AD ίσο με AM . Προεκτείνουμε επίσης την $\text{A}\Gamma$ προς το A κατά τμήμα AE ίσο με το μισό της $\text{A}\Gamma$. Αν N μέσο $\text{A}\Gamma$, να δείξετε ότι το $\text{E}\Delta\text{NM}$ είναι ορθογώνιο.

13) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2x-5}{x-3} + \frac{3x-11}{9-x^2} \right) \div \frac{x^3-4x}{x^2-6x+9} =$$

14) Σε τρίγωνο $\text{AB}\Gamma$, Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\text{A}\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι η απόσταση του A από τη ΔE είναι ίση με την απόσταση του E από τη $\text{B}\Gamma$.

15) Αν $(A\Delta) = \left(\chi - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\chi + \frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{7}{9} - 2\chi\right) + \frac{8}{9}$ να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

i. $\chi^2 - \psi^2 - \alpha\chi + \alpha\psi =$

ii. $\alpha\beta - 2\beta - \alpha^2 + 5\alpha - 6 =$

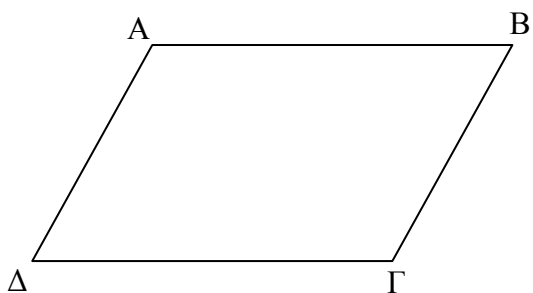
β) Αν $\chi = \alpha + 2$ και $\psi = \alpha - 2$ να δείξετε ότι:

$$2\chi^2 - \alpha(\alpha + 4) - (\psi + 4)^2 = 4$$

2) Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ E, Z, H, O είναι τα μέσα των $A\Delta, AB, B\Gamma$, και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AEO και ZBH είναι ίσα.

3) $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο. Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο E . Από το Γ φέρουμε τη ΓO κάθετη στη BE και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την AB στο Z . Να δείξετε:

- α) το τρίγωνο ΓBZ είναι ισοσκελές
- β) το $ZB\Gamma E$ είναι ρόμβος



4) Οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)\chi + 6$ και $\varepsilon_2: \psi = \left(\frac{\lambda+2}{3}\right)\chi$ είναι παράλληλες και ισχύει η σχέση:

$$2\lambda + (2\kappa - 1)^2 - (2\kappa + 3)^2 = \lambda - 17\kappa - 11$$

Να βρείτε τα κ και λ .

5) Αν $\chi^2 - \frac{2}{\chi} = 6$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$K = \left(\chi^2 + \frac{2}{\chi}\right)^2 - 8\chi$$

6) Αν $A = \frac{\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x^2-5x}}{\frac{2x-2}{x-5} - 1}$ να δείξετε ότι $A = \frac{x+1}{x^2+3x}$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x-3} - \frac{4}{x^2-9} = A$$

Εισηγητές:
 Πάνος Στυλιανού
 Λήδα Σαμανή
 Έλενα Γεωργιάδου
 Μαρία Μουγή

Η διευθύντρια

Σταυρούλα Ορφανίδου- Σολωμού

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Βαθμός:

Ημερομηνία: 18/6/2009

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Διάρκεια: 2 ώρες

Υπ. Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο:.....

Τμήμα: Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις :

α) $(2x^2)(-5x)=$

β) $(-18a^4):(-9a^2)=$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(x+3)^2=$

β) $(2-5x)(2+5x)=$

3. Δίνονται τα πολυώνυμα $A=6\chi^2-5\chi+1$, $B=\chi^2-4\chi$, $\Gamma=\chi-2$. Να βρείτε :

α) $A-B+\Gamma=$

β) $B\cdot\Gamma=$

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5\alpha\chi - 5\alpha\psi =$

β) $\chi^2 - 16\psi^2 =$

γ) $4\chi - 4 + \alpha\chi - \alpha =$

δ) $\psi^2 + \psi - 6 =$

5. Να λύσετε το σύστημα :

$$2\chi - 3\psi = 13$$

$$\chi + 2\psi = 3$$

6. Να κάνετε τη διαίρεση : $(8\chi^4 + 6\chi^3 - 5\chi^2 + \chi + 2) : (2\chi + 1)$

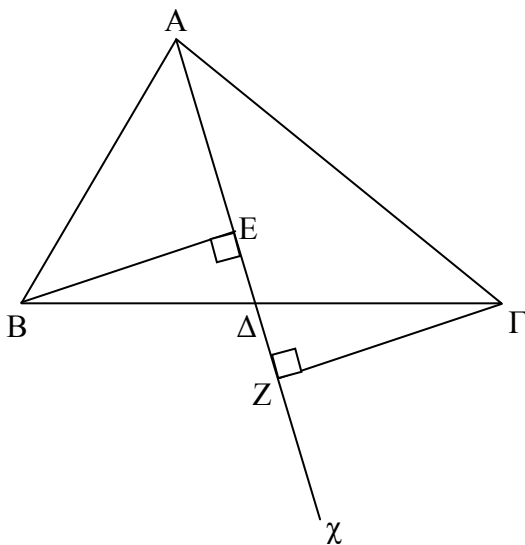
7. Να βρείτε τις κλίσεις των πιο κάτω ευθειών και να γράψετε ποιες είναι παράλληλες :

$$\varepsilon_1: 2\chi - \psi = 3$$

$$\varepsilon_2: \psi = -2\chi$$

$$\varepsilon_3: 3\psi = 6\chi + 1$$

8. Στο πιο κάτω σχήμα η $A\Delta$ είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ και $BE \perp A\chi$, $\Gamma Z \perp A\chi$. Να αποδείξετε ότι $BE = \Gamma Z$.



9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^0$). Αν $\eta\mu\Gamma = \frac{3}{5}$ να βρείτε τα:
 συνΓ , εφΒ , σφΓ.

10. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :

α) $2\chi^2 = 3\chi$

β) $\chi^2 - \chi - 12 = 0$

11. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\left(\frac{1}{\chi+2} \chi + \frac{3}{\chi-2} \right) : \frac{\chi^2 - 4}{3\chi + 6} =$$

12. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) φέρουμε το ύψος ΑΔ. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου Δ από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ είναι ίσες.

13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $2\chi + \psi + 8 = 0$ και περνά από το σημείο (4,-1).

14. Να απλοποιήσετε το σύνθετο κλάσμα :

$$\frac{\frac{1}{\chi} - \frac{2}{\chi^2} - \frac{3}{\chi^3}}{\chi - \frac{9}{\chi}} =$$

15. Αν ο Γιάννης δώσει στο Νίκο 10 ευρώ, τότε ο Νίκος θα έχει τριπλάσια χρήματα από το Γιάννη. Αν ο Νίκος δώσει 20 ευρώ στο Γιάννη, τότε ο Γιάννης θα έχει διπλάσια χρήματα από το Νίκο. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση :

$$\frac{x+5}{2x+2} + \frac{4}{x^2 - x - 2} = \frac{2x}{3x - 6}$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (\chi+1)^3 + 2(3\chi-2)(3\chi+2) - (4-\chi)^2 - 3\chi(\chi+2) =$$

$$\beta) \left(2\chi - \frac{1}{2\chi}\right)^3 - \left(2\chi + \frac{1}{2\chi}\right)^3 =$$

3. α) Δίνεται το σύστημα: $2(\alpha+\beta)\chi + 3\beta\psi = 6$
 $\alpha\chi + \beta\psi = 4$

Να βρείτε τις τιμές των α και β αν το σύστημα έχει λύση $\chi = 2$ και $\psi = -3$.

β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα :

i) $x^2 - 8x + \alpha x + 7 - \alpha =$

ii) $16\lambda\alpha^2 - 8\lambda\alpha - \lambda\beta^2 + \lambda =$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και η διάμεσος του ΑΔ. Αν Κ είναι τυχόν σημείο της ΑΔ και Ζ , Ε τα μέσα των ΚΒ και ΚΓ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι :

α) ΒΚ=ΚΓ

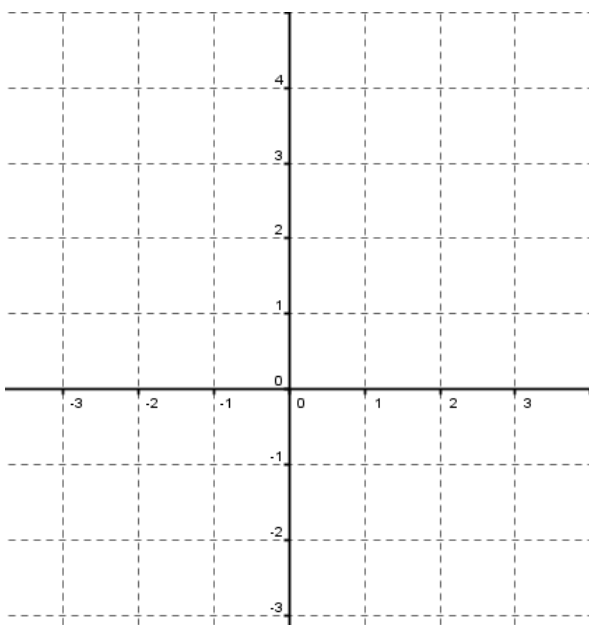
β) Το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισοσκελές.

5. α) Αν $A = \left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right) : \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)$ και $B = \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right) : \left(1 - \frac{2\beta}{\alpha} + \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, να δείξετε ότι:

$$A+B=1$$

β) Οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (\kappa^2 - 2\kappa + 1)\chi + 7$ και $\varepsilon_2 : \psi = 4\chi + 2$ είναι παράλληλες.
Να υπολογίσετε τις τιμές του κ .

6. α) Δίνεται η ευθεία $\psi = \alpha x + \beta$. Αν περνά από τα σημεία $(-1, 0)$ και $(0, 1)$ να βρείτε τις τιμές των α και β .
- β) Να παραστήσετε γραφικά την πιο πάνω ευθεία
- γ) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά την ευθεία $\chi = 2$
- δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τις δύο ευθείες και τον άξονα $\chi\chi'$.



Οι εισηγητές :

Σταυρούλα Κλώνη
Γιώργος Χάιλος
Στυλιανός Στυλιανού
Μέλπω Ιωνά
Χριστίνα Ρόπαλη

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Θεοχάρης Μασούρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ :
(αριθμητικά και ολογράφως)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05 ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ.....

Ονοματεπώνυμο: ΤΜΗΜΑ :..... Αρ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε με μαύρο ή μπλε μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι.)
- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α (Μονάδες 12)

Να λύσετε μόνο τις 12 από τις 15 ασκήσεις πάνω στο φυλλάδιο. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $5\chi\psi^3 - 6\chi\psi^3 + 3\chi\psi^3 - 4\chi\psi^3 =$

β) $(+4\alpha^2\beta - 2\alpha\beta) \div (+2\alpha\beta) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\omega + 2)^2 =$

(β) $(2\chi - 3)(2\chi + 3) =$

3) Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

$$\frac{2\chi + 4}{\chi^2 + 6\chi + 8} =$$

4) Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi + \psi = 4$$

$$\chi - 4\psi = 11$$

5) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, -3)$ και έχει κλίση $\lambda = -5$.

6) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2\chi^2\psi - 6\chi\psi =$

β) $\chi^2 - 3\chi + 2 =$

γ) $\chi^2 - 25 =$

δ) $\alpha\chi - \alpha\psi - 5\chi + 5\psi =$

7) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(4\chi^3 + 17\chi^2 + 9\chi - 18) \div (4\chi - 3)$$

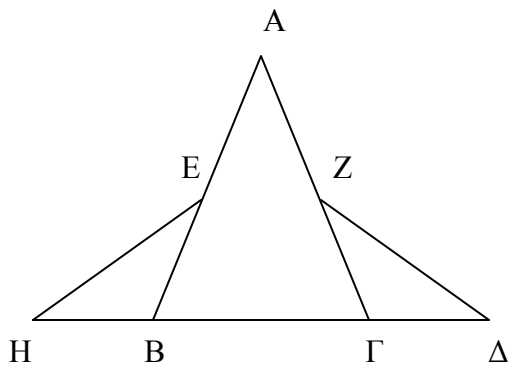
8) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (\mu^2 - 5)\chi + 1$ και $\varepsilon_2: \psi - 4\mu\chi = 8$

Να βρείτε τις τιμές του μ έτσι ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

9) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{\chi+2} - \frac{1}{\chi-2} \right) \div \frac{\chi^2 - 12\chi + 36}{\chi^2 - 4} =$$

10)



Δεδομένα	Ζητούμενα
AB=AΓ BH=ΓΔ E μέσο AB Z μέσο AΓ	ΕΗ=ΖΔ

11) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} + \frac{1}{\chi - 4} = \frac{\chi - 3}{\chi^2 - \chi}$$

12) Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα:

Η Μιράντα παράγγειλε 82 τυρόπιττες και κρουασάν για το πάρτι των γενεθλίων της.

Οι τυρόπιττες ήταν 26 λιγότερες από το διπλάσιο των κρουασάν.

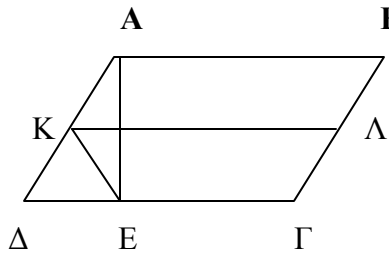
Να βρείτε πόσες τυρόπιττες και πόσα κρουασάν παράγγειλε.

13) Να κάνετε το σύνθετο κλάσμα απλό:

$$\frac{\frac{\chi + \psi}{\chi - \psi} - \frac{\chi - \psi}{\chi + \psi}}{1 - \frac{\chi - \psi}{\chi + \psi}} =$$

14) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ. Αν Ε είναι το μέσο της ΑΒ και Ζ είναι το μέσο της ΑΓ, να δείξετε ότι ΕΖ=ΑΜ.

15) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται : $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο, AE κάθετη στη $\Delta\Gamma$.
 K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.
 Να δείξετε ότι το $K\Lambda\Gamma E$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



ΜΕΡΟΣ Β (Μονάδες 8)

Να λύσετε μόνο τις 4 από τις 6 ασκήσεις πάνω στο φυλλάδιο. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{\chi-1}{5} - \frac{\psi+5}{2} = -3$$

$$\frac{2-\chi}{4} + \frac{2(3\psi+1)}{5} = 3$$

2)α) Να αποδείξετε την ισότητα:

$$\left(\frac{2\chi + \psi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\chi - 2\psi}{4}\right)^2 = \frac{5(\chi^2 + \psi^2)}{16}$$

**β) Δίνονται τα πολυώνυμα $\varphi(\chi) = \chi^2 - 3\chi + 2$ και $\rho(\chi) = 3\chi + 3$
Να βρείτε:**

α) Το $\varphi(3)$

β) Το $\varphi[\rho(-1)]$

γ) Να λυθεί η εξίσωση $\varphi(\chi + 1) = \rho(-1)$

3) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ προς το Β και την πλευρά ΑΓ προς το Γ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Αν Η είναι το σημείο τομής των ΒΕ και ΓΔ να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΒΕ είναι ίσα

β) Το τρίγωνο ΔΗΕ είναι ισοσκελές.

4) Να κάνετε τις πράξεις:

α)
$$\frac{3\beta}{2\alpha-3\beta} + \frac{2\alpha}{2\alpha+3\beta} - \frac{18\beta^2}{4\alpha^2-9\beta^2} =$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$4\chi^2 - 20\chi\psi + 25\psi^2 + (4\chi - \psi)(5\psi - 2\chi) =$$

5) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : \psi = 2\chi + (3\mu - 6)$ που περνά από την αρχή των αξόνων.

Να βρείτε :

α) Την κλίση της ευθείας ε

β) Την αριθμητική τιμή του μ

γ) Την εξίσωση της ευθείας ε_2 που περνά από το σημείο A $(-1, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία ε .

δ) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής της ευθείας ε_2 με τον άξονα ψ/ψ' .

6) Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Τα σημεία M και K είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα. Από τα σημεία M και K φέρουμε κάθετες MN και $K\Lambda$ πάνω στη $B\Gamma$.

Να δείξετε ότι το $MN\Lambda K$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Ο Διευθυντής:

Πέτρου Κωνσταντίνος

Γ Ρ Α Π Τ Ε Σ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ Ε Ξ Ε Τ Α Σ Ε Ι Σ

Μάθημα : Μαθηματικά

Τάξη : Γ΄

Ημερομηνία : 5.6.2009

Βαθμός :-----

Χρόνος : 7:45 – 9:45

Υπογραφή :

Ονοματεπώνυμο :.....Τμήμα :..... Αρ :.....

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο
(τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α : Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12 .
Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα .

Θέμα 1. Αν $A = x^2 + 4x - 3$, $B = x + 2$ και $\Gamma = x^2 - 1$ να βρείτε :

α) $A + B - \Gamma =$

β) $B \cdot A =$

Θέμα 2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(2x + 1)^2 =$

β) $(3a - 5)(3a + 5) =$

Θέμα 3. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $(x+3)(x-1)=0$

β) $2x^2-4x=0$

Θέμα 4. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες :

α) $5\alpha+5\beta=5(\dots\dots+\beta)$

β) $\alpha^2-\alpha\beta=\alpha(\dots\dots-\beta)$

γ) $x^3-25x=\dots\dots(x^2-25)=\dots\dots(\dots\dots+\dots\dots)(\dots\dots-\dots\dots)$

Θέμα 5. Να βάλετε στο τετραγωνάκι δίπλα από κάθε ισότητα $\surd$ αν είναι <<ορθή>> ή X αν είναι <<λανθασμένη>>.

α) Τα μονώνυμα $3\alpha\beta^2$ και $-\frac{1}{2}\alpha\beta^2$ είναι όμοια

☐

β) Το x^2-9x είναι ίσο με $(x-3)(x+3)$

☐

γ) Ο συντελεστής του $-x^2\psi$ είναι -1

☐

δ) Το $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

☐

Θέμα 6. Να κάνετε τη διαίρεση : $(6x^3-2x^2-17x+5):(3x+5)$

Θέμα 7. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\chi - 3)^2 - (\chi + 3)^2 = -12\chi$

Θέμα 8. Να κάνετε τις πράξεις :

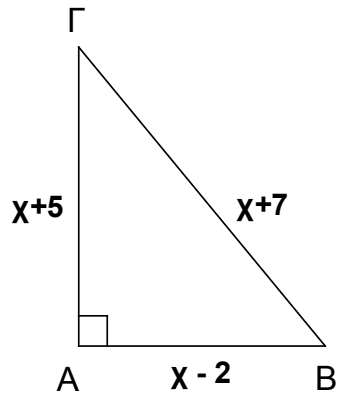
α) $(3\chi^2)^3 \cdot (-2\chi) =$

β) $-\frac{2\alpha^{10}\beta^2}{10\alpha^8\beta^6} =$

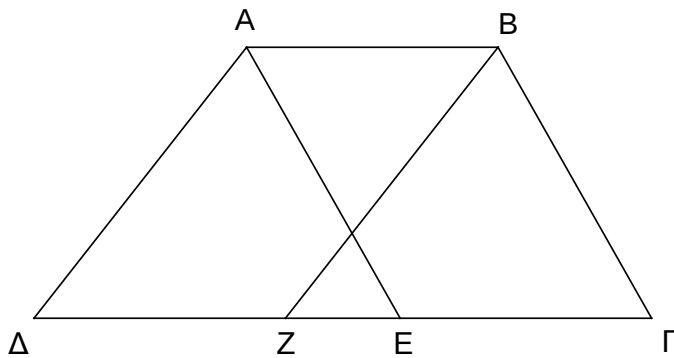
Θέμα 9. Αν $\alpha = \frac{5\psi}{2}$ και $\beta = \frac{5\psi}{2}$ να αποδείξετε ότι $\frac{\alpha - \beta + 5}{\alpha + \beta - \psi} = 1$.

Θέμα 10. Δίνονται οι ευθείες : $\varepsilon_1 : 2\chi - 5\psi = 1$, $\varepsilon_2 : \psi = 2\chi + 3$ και $\varepsilon_3 : 10\psi - 3 = 4\chi$.
Ποιες από τις πιο πάνω ευθείες είναι παράλληλες και γιατί;

Θέμα 11. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του πιο κάτω ορθογωνίου τριγώνου.



Θέμα 12. Στο πιο κάτω σχήμα $AE \parallel B\Gamma$ και $\Delta E = Z\Gamma$. Να δείξετε ότι το $ABZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

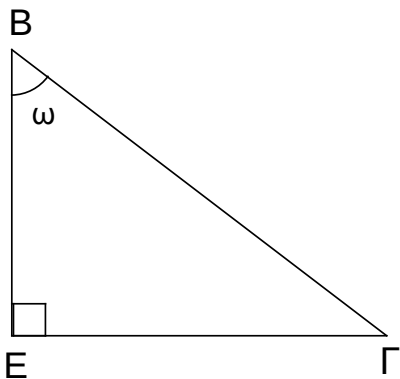


Θέμα 13. Να κάνετε τις πράξεις : $\left(\frac{\alpha^2 + 3\alpha}{4\alpha^2 + 4\alpha} : \frac{\alpha^2 - 9}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right) \cdot \left(\frac{\alpha - 3}{\alpha - 1} \right) =$

Θέμα 14. Στη βάση ΕΖ ενός ισοσκελούς τριγώνου $\triangle EZ$ ($ΔΕ = ΔΖ$) να πάρετε σημεία Α και Β ώστε $ΑΕ = ΒΖ$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle ΑΒΔ$ είναι ισοσκελές.

Θέμα 15. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΕΓ ($\hat{Ε} = 90^\circ$) είναι $\eta\mu\omega = \frac{12}{15}$.
Να βρείτε : α) $\sigma\upsilon\nu\omega =$

β) $\epsilon\phi\Gamma =$



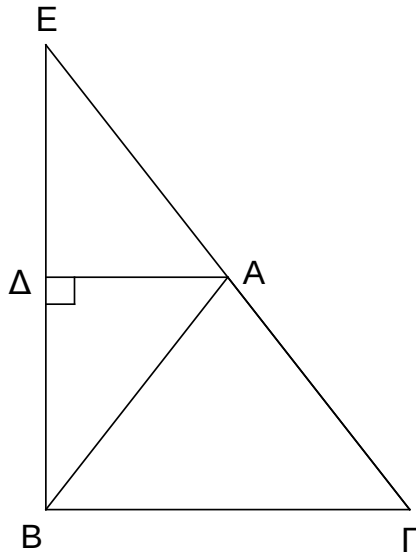
ΜΕΡΟΣ Β' : Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες

Θέμα 1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{4\omega}{\omega^2 - \omega - 2} = \frac{\omega^2 - 5}{3\omega - 6} - \frac{+}{2\omega + 2}$

Θέμα 2. Αν $A = \frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}}$ και $B = \left(\frac{2x}{3x} - x + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right)$

Να γράψετε τις πιο πάνω παραστάσεις στην πιο απλή τους μορφή και
ακολουθώντας να λύσετε την εξίσωση $A = B$.

Θέμα 3. Στο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ φέρουμε από το Β την κάθετη ΒΔ προς τη διχοτόμο ΑΔ της γωνίας $\widehat{BAE}$, η οποία προεκτεινόμενη τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle A\Delta E$ και $\triangle A\Delta B$ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle ABE$ είναι ισοσκελές

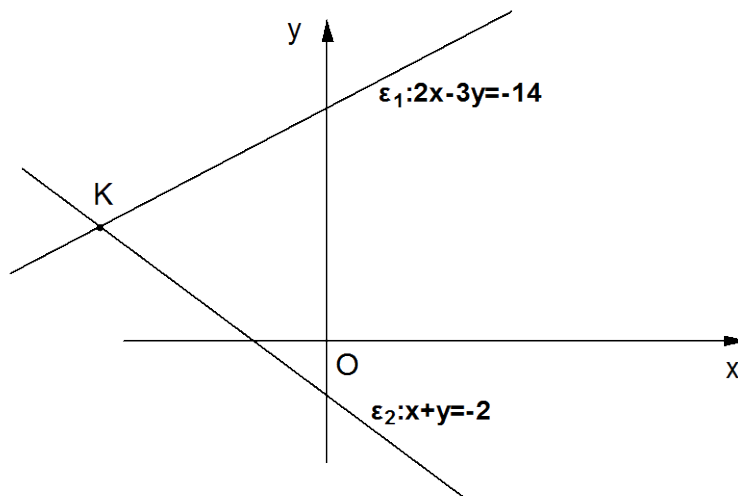
γ) Να αποδείξετε ότι το Δ είναι το μέσο της ΕΒ.

δ) Αν Ο είναι το μέσο της ΒΓ να αποδείξετε ότι $2(\Delta O) = AB + A\Gamma$

Θέμα 4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με Δ μέσο της ΒΓ και Ε μέσο της ΑΓ. Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Ε κατά τμήμα $EZ = E\Delta$. Να δείξετε ότι το $\triangle AZ\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Θέμα 5. α) Να υπολογίσετε τα a και b ώστε η ευθεία $\psi = ax + b$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $2x = 4 + 3\psi$ και να περνά από το σημείο $(-2, 1)$.

β) Οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x - 3y = -14$ και $\varepsilon_2 : x + y = -2$ τέμνονται στο σημείο K .
Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου K .



Θέμα 6. α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

i) $3\alpha^3\beta - 27\alpha\beta^3 =$

ii) $x^3 - 5x^2 + 20 - 4x =$

β) Αν $\alpha + \beta = 3$ να δείξετε ότι : $3(\beta^2 - 3) - (\alpha\beta - 1)^2 + (\alpha^2 - 2)(\beta^2 - 1) = 3$

Οι εισηγητές

Τρυφωνίδου Α. (Β.Δ)
Παναγιώτου Λ.
Κουσουλή Ε.

Η Διευθύντρια

Νίκη Γρηγορίου

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

Αριθμητικά:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΛΟΓΕΡΟΠΟΥΛΟΥ ΛΕΜΕΣΟΥ

Σχολική χρονιά 2008 - 2009

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**Ημερομηνία: **03-06-2009**Τάξη: **Γ'**Σελίδες: **7**Διάρκεια: **2 ώρες**

Όνομα:..... Τμήμα:..... Αριθμός:.....

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
-
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού
-
2. Να γράφετε μόνο με μελάνι
-

ΜΕΡΟΣ Α : Απο τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1 Να κάνετε τις πράξεις:

$$2x^3 - 3x^2 + 3 + 2x^2 - x - 5 =$$

ΘΕΜΑ 2 Να αναπτύξετε τα πιο κάτω:

α) $(x - 2)^2 =$

β) $(5a - 3) \cdot (5a + 3) =$

ΘΕΜΑ 3 Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\beta x - 3x =$

β) $9y^2 - x^2 =$

ΘΕΜΑ 4 Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών

α) $y = 7x - 5$

β) $3x - y + 4 = 0$

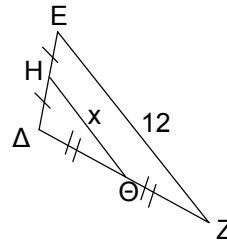
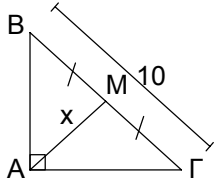
ΘΕΜΑ 5 Να λύσετε το σύστημα:

$$2x - y = -5$$

$$3x + y = 0$$

ΘΕΜΑ 6

Να βρείτε το x σε κάθε περίπτωση

**ΘΕΜΑ 7**

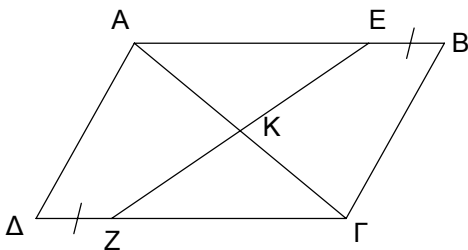
Να κάνετε την διαίρεση: $(2x^3 - 7x^2 + 6x - 9) : (x - 3)$

ΘΕΜΑ 8

Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(\psi - 3) \cdot (\psi + 2) \cdot (2\psi - 5) = 0$

β) $x^2 - 5x = 6$

ΘΕΜΑ 9

Δ	Z
ABΓΔ#	EK=KZ
BE=ΔZ	

ΘΕΜΑ 10

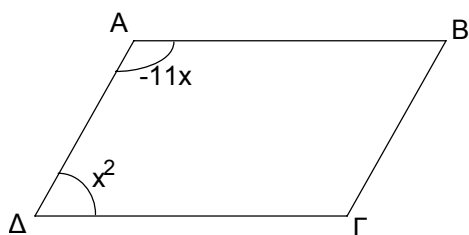
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $y=ax+\beta$ που είναι παράλληλη με την $y=2-3x$ και περνά από το σημείο $A(1,4)$.

ΘΕΜΑ 11

Σε τυχαίο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ να φέρετε το ύψος ΔB . Προεκτείνετε την $B\Delta$ προς το Δ κατά τμήμα $\Delta E = B\Delta$. Να δείξετε ότι οι γωνίες $\angle E\Gamma\Delta$ και $\angle B\Gamma\Delta$ είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 12

Δίδεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν η ΔE προεκταθεί κατά τμήμα EZ έτσι ώστε $\Delta E = EZ$ να δείξετε ότι το $\triangle AZ\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

ΘΕΜΑ 13

Δ	Z
$AB\Gamma\Delta\#$	α) Να βρείτε το x
$\hat{A} = -11x$	β) Να βρείτε τις γωνίες του $AB\Gamma\Delta$
$\hat{\Delta} = x^2$	

ΘΕΜΑ 14

Να κάνετε τις πράξεις

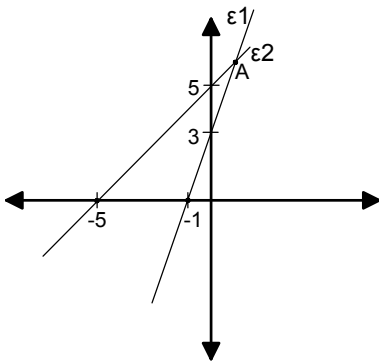
$$\frac{x^2-5x-6}{3x^2-6x} : \frac{x^2-36}{3x^3+12x^2-36x} =$$

ΘΕΜΑ 15 Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(x^4 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2 - (x^2 + 1)^2 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1)$$

ΜΕΡΟΣ Β : Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1 Από την γραφική παράσταση να βρείτε: α) Τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2
β) Τις συντεταγμένες του σημείου Α



ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2x}{x+3} + \frac{x+1}{2-x} = -\frac{15}{x^2+x-6}$

β) Να αποδείξετε ότι $(x + \frac{1}{3})^3 - x(x + \frac{1}{3}) = x^3 + \frac{1}{27}$

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ και Μ το μέσο της διχοτόμου ΒΔ. Απο το Δ φέρουμε παράλληλη προς την ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ε. Αν η ΕΜ τέμνει την ΒΓ στο Ζ να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι ρόμβος.

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$), $\hat{\Gamma}=30^\circ$, AM διάμεσος, $MZ \parallel AB$ (Z σημείο της $A\Gamma$) και E μέσο της AB .
 Να δείξετε ότι:

α) Το $\triangle AMB$ είναι ισόπλευρο.

β) $ZE=AM$

ΘΕΜΑ 5

Να λύσετε το σύστημα

$$\frac{\frac{9x}{y} - \frac{4y}{x}}{\frac{3}{y} - \frac{2}{x}} = -4$$

$$7(x - 2y) + 6(3y - 2x) = 14$$

ΘΕΜΑ 6

Αν $\alpha + \beta = -\frac{1}{3}$ και $\alpha \cdot \beta = -\frac{7}{3}$ να αποδείξετε ότι:

i) $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{43}{9}$

ii) $(3\alpha + 1)^2 + (3\beta + 1)^2 + 9(\alpha + \beta) = 40$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ: _____ Γ' _____

ΜΑΘΗΜΑ: _____ Μαθηματικά

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: _____ 2 ώρες

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10 / 6 / 2009

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Όνομα μαθητή /τριας: _____ Τμήμα: _____ Αρ. _____

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι
3. ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 (εννιά) δακτυλογραφημένες σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $2x + 5x - 4x =$

β. $(-2a^2) \cdot (5a) =$

-
2. Να βρείτε την κλίση των ευθειών:

α. $y = 3x - 5$

β. $x + 2y = 3$

-
3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

β. $(5k + 3)^2 =$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$2x(x-2y)-(y-x)(x+2y)=$$

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned}x+3y &= -1 \\ -2x+y &= -5\end{aligned}$$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(2,-3)$ και έχει κλίση 2.

7. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α. $3a+6=$

β. $4\alpha\beta+2\alpha-2\beta-1=$

γ. $4\psi^2-12\psi+9=$

δ. $x^3-4x=$

8. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{a^2 - a - 12}{a^2 - 16} =$$

9. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 2x + 5$ και $B = x^2 + 1$.
Να βρείτε:

α. $A - B =$

β. $2A - 3B =$

10. Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

11. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x}\right) =$$

12. Δέκα παιδιά αγόρια και κορίτσια θα μοιραστούν €58. Αν κάθε αγόρι θα πάρει €5 και κάθε κορίτσι €7, να βρείτε πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια.

13. Να κάνετε την διαίρεση $(2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) \div (2x + 1)$

14. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} =$

β. $\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \beta^2} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 - \alpha\beta} =$

15. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε την διάμεσο ΒΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΜΔ=ΒΜ.
Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται το πολυώνυμο $A = (x+1)^2 - (x-2) \cdot (x+2) + x \cdot (x+4)$
- α. Να κάνετε τις πράξεις και να το διατάξετε κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x .
- β. Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

-
2. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{4}{x-2} + \frac{15}{x^2-7x+10} = \frac{x}{x-5}$.

3. Να λύσετε το σύστημα: $3(x-y)-2(x+2y)=-5$

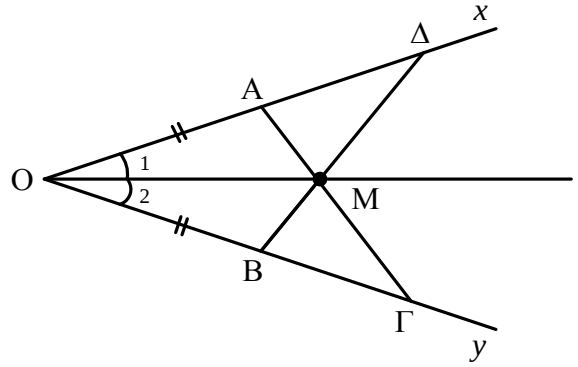
$$\frac{4x-3y}{5}-\frac{2(x+y)}{3}=-1$$

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\left[\frac{x(x+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{x(x-1)}{2}\right]^2 = x^3$

5. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = 3x + 2$ και $\varepsilon_2 : y = (2\alpha - 1)x + 1$.
- α. Να βρείτε την τιμή του α ώστε οι δύο ευθείες να είναι παράλληλες
 - β. Να εξετάσετε αν το σημείο $(-2, -4)$ ανήκει στην ευθεία ε_1
 - γ. Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα $y'y$
 - δ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής της ε_1 με τον άξονα $y'y$ και έχει κλίση -2 .

6. Στις πλευρές Ox και Oy μιας κυρτής γωνιάς $\hat{xOy}$ παίρνουμε αντίστοιχα σημεία A και B ώστε $OA = OB$. Στη διχοτόμο της γωνιάς $\hat{xOy}$ παίρνουμε τυχαίο σημείο M . Αν η προέκταση της AM τέμνει την Oy στο Γ και της BM τέμνει την Ox στο Δ , να αποδείξετε ότι:

- α. $\triangle AOM = \triangle BOM$
 β. $A\Delta = B\Gamma$.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:
Ηλιάδης Μιχάλης Β.Δ.
Κολάς Βάσος
Νίκου Μιχαλάκης
Γιαννούκου Αλεξία

Ο Διευθυντής

Κόκκινος Γεώργιος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΤΑΞΗ : Γ'****ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ΩΡΕΣ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15. 6 . 2009****ΒΑΘΜΟΣ****ΑΡΙΘΜΟΣ : _____****ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: _____****ΥΠ.ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: _____****ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : _____****ΤΜΗΜΑ : _____ ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ : _____**

- Το εξεταστικό αυτό δοκίμιο αποτελείται από 7 δακτυλογραφημένες σελίδες .
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Κατ' εξαίρεση τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α' :**(Μονάδες 12)****Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $7x^2\psi - 4x^2\psi + x^2\psi =$

β) $(16a^2\beta) : (-4a\beta) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 3)^2 =$

β) $(x + 2)^3 =$

3. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 9\chi^3 + 6\chi^2 - 17\chi + 6$, $B = 2\chi^2 - \chi - 3$ και

$\Gamma = 3\chi - 2$. Να βρείτε:

α) $A - 2B + \Gamma =$

β) $\Gamma \cdot B =$

4. Να κάνετε τη διαίρεση:

$(\chi^3 - 5\chi^2 + 4\chi + 4) : (\chi - 2)$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $6\chi^3\psi^2 - 3\chi^2\psi =$

β) $\psi^3 - \psi^2 + 2\psi - 2 =$

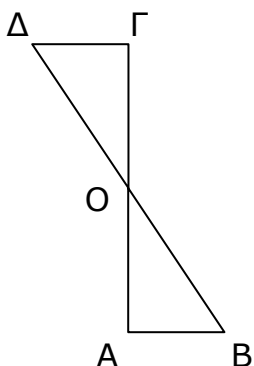
6. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{2\chi^2 - 2}{\chi^2 + 2\chi + 1} =$$

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $(2, -6)$.

8. Να λύσετε την εξίσωση $\chi^3 = 4\chi$.

9.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\Delta\Gamma \perp \text{ΑΓ}$ $\text{ΑΒ} \perp \text{ΑΓ}$ Ο μέσο του ΑΓ	$\overset{\Delta}{\Gamma}\overset{\Delta}{Ο}\overset{\Delta}{\Delta} = \overset{\Delta}{Α}\overset{\Delta}{Ο}\overset{\Delta}{Β}$

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$2\chi(\chi + 5) - (\chi + 3)^2 + 9 = \chi^2 + 4\chi$$

11. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^2 - 4\chi + 4}{\chi^2 - 5\chi + 6} \div \frac{\chi^2 - 4}{2\chi^2 - 6\chi} =$$

12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να φέρετε τη διάμεσο ΑΔ και να την προεκτείνετε κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΕΓ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

-
13. Δίνεται τυχαίο τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Αν Ε, Ζ, Η, Θ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΖΗΘ είναι παραλληλόγραμμο.

-
14. Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα σε απλό:

$$\frac{\chi + 3 - \frac{4}{\chi}}{\frac{2}{\chi^2} - 2} =$$

15. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) τα σημεία Ε και Ζ είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις του Ε και του Ζ από την ΒΓ είναι ίσες.

ΜΕΡΟΣ Β' :

(Μονάδες 8)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$2(\chi - 3) - 5(\psi + 2) = -13$$

$$\frac{\psi + 2}{4} - \frac{\chi - 3}{3} = \frac{5}{12}$$

-
2. Να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{\chi}{\chi - 2} + \frac{2}{\chi^2 - 3\chi + 2} = \frac{2}{1 - \chi}$$

3. α) Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν $\hat{\Delta Β Γ} = 30^\circ$ και $ΑΒ = 4 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τις:
i) ΑΟ και ii) ΑΓ.

β) Αν $x + \frac{1}{x} = 4$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $x^3 + \frac{1}{x^3} =$

-
4. Η ηλικία του πατέρα είναι κατά 6 χρόνια μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της ηλικίας της κόρης του. Μετά από 10 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι το διπλάσιο της ηλικίας της κόρης του αυξημένο κατά 4 χρόνια. Να βρείτε με τη βοήθεια συστήματος τις σημερινές ηλικίες του πατέρα και της κόρης.

5. Η ευθεία $\psi = (\kappa - 2)x + 2\mu + 3$ είναι παράλληλη με την ευθεία $3\psi - 2\chi + 7 = 0$ και τέμνει τον άξονα των ψ στο ίδιο σημείο που τον τέμνει και η $\psi = 2\chi - 5$. Να βρείτε τα κ και μ .

-
6. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ και το σημείο Ζ είναι το μέσο της πλευράς ΓΔ. Η διαγώνιος ΑΓ τέμνει την ΕΖ στο σημείο Η και την ΒΔ στο σημείο Ο. Να δείξετε ότι:
- α) ΕΖΟΒ#
- β) $ΓΗ = \frac{ΟΓ}{2}$

Η Διευθύντρια

Ιωσηφίνα Γιαμάκη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Βαθμός:

Ημερομηνία: 17.06.2009

Ολογράφως.....

Διάρκεια: 2 ώρες

Υπογρ. Καθηγητή

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:Αριθμός:
.....

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
Να γράφετε μόνο με μελάνι. (τα σχήματα με μολύβι)
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Όλες οι απαντήσεις να δικαιολογούνται πλήρως.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $8x^2 \cdot 2x =$

(β) $\frac{-18\alpha^4\beta^3\gamma^5}{-3\alpha\beta^2\gamma^2} =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα : $A = 2x^2 + 3x - 2$, $B = 4x^2 - 3x - 7$ και $\Gamma = x + 2$

Να βρείτε την τιμή των:

(α) $A + B - \Gamma =$

(β) $B \cdot \Gamma =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

(α) $(\chi + 5)^2 =$

(β) $(6\chi + 1) \cdot (6\chi - 1) =$

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $\chi^2 + 4\chi =$

(β) $\chi^2 + 5\chi - 6 =$

(γ) $\psi^3 - 1 =$

(δ) $2\alpha + 2\beta + \alpha\psi + \beta\psi =$

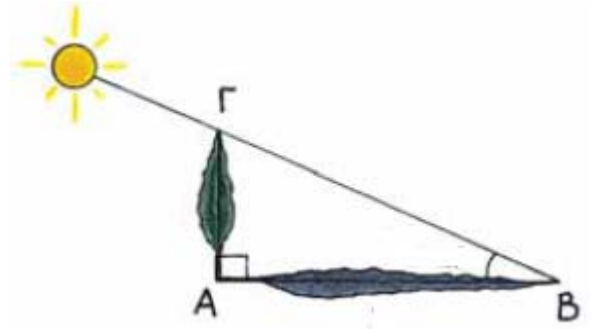
5 . Να κάνετε τη διαίρεση : $(2x^3 - 9x^2 + x + 3) \div (2x + 1)$

6. Να λύσετε το σύστημα :

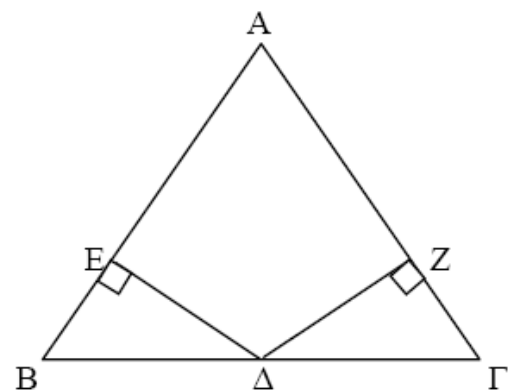
$$-\chi + 2\psi = -7$$

$$2\chi + \psi = 4$$

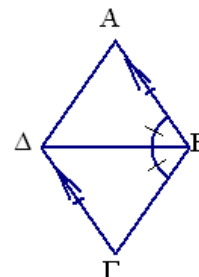
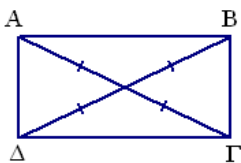
7. Στο διπλανό σχήμα το $\eta\mu B = \frac{5}{13}$ και $\hat{A} = 90^\circ$. Να βρείτε τα : (α) $\sigma\upsilon\nu B$ και (β) $\sigma\phi\Gamma$.



8. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$). Αν το Δ είναι μέσο της $B\Gamma$ και $\Delta E \perp AB$, $\Delta Z \perp A\Gamma$, να δείξετε ότι $\Delta E = \Delta Z$. (Δεδομένα-Ζητούμενα-Απόδειξη)



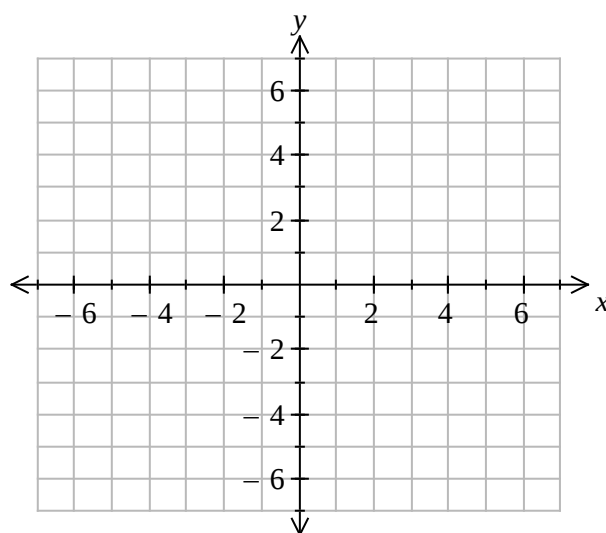
9. Να βρείτε το είδος των πιο κάτω τετράπλευρων δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας .
(α) (β)



10. Να κάνετε τις πράξεις:

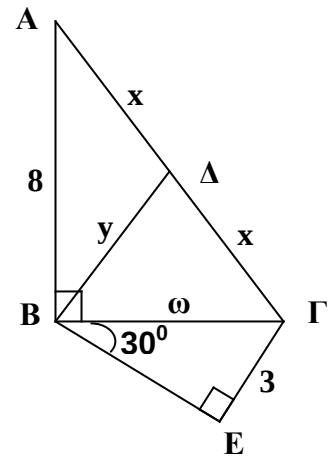
$$\frac{1 - \frac{2x-1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}}$$

11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία (0,4) και (1,3) και να κάνετε τη γραφική παράστασή της.



12. Να κάνετε τις πράξεις $(2x-1)^2 - 3x(3x-2)(3x+2) - (x-3)^2$ και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $x = -1$.

13. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τα x , y και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



14. Δίνεται ισοσκελές και ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A=90^\circ$ ($AB=AG$). Από το μέσο Δ της πλευράς AG να φέρετε παράλληλη προς την AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E . Να προεκτείνετε την $E\Delta$ προς το μέρος του Δ , κατά τμήμα τέτοιο, ώστε $\Delta Z=E\Delta$. Να δείξετε ότι $AE\Gamma Z$ είναι ρόμβος. (Σχήμα-Δεδομένα-Ζητούμενα-Απόδειξη)

15. Σε ένα διαγωνισμό μαθηματικών μια ομάδα μαθητών απάντησε σε 50 ερωτήσεις και πήρε €170. Αν για κάθε σωστή απάντηση κέρδιζε €7 και για κάθε λανθασμένη απάντηση έχανε €5 , να βρείτε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και πόσες λανθασμένα .

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση :

$$\frac{3}{x+2} - \frac{x}{3-x} = \frac{2x+9}{x^2-x-6}$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{3x+2\psi}{2} - \frac{x+4\psi}{6} = \psi + 2$$

$$\frac{x+5}{2} + \frac{x+\psi}{3} = 3(x-1)$$

3.(α) Να βρείτε την τιμή των α και β , ώστε το σύστημα να είναι αδύνατο.

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta)x + 2y &= 12 \\ 3x + \beta y &= 6\end{aligned}$$

(β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα

(i) $4y^2 - 4y + 1 - 9x^2 - 6x - 1 =$

(ii) $x^2 - 3x - 4 - 4a + ax =$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το B και την $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήματα $B\Delta = \Gamma E$.

Να αποδείξετε :

(α) ότι το τρίγωνο $B\Gamma E = B\Gamma\Delta$ και

(β) ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(Σχήμα-Δεδομένα-Ζητούμενα-Απόδειξη)

5. Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε τη διαγώνιο $B\Delta$ προς το μέρος του B , κατά τμήμα $B\Lambda$ και προς το μέρος του Δ , κατά τμήμα $\Delta\Sigma$, έτσι ώστε $B\Lambda = \Delta\Sigma$.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Lambda\Gamma\Sigma$ είναι παραλληλόγραμμο.

(β) Αν η γωνία $\hat{\Gamma A B} = 30^\circ$, $B\Gamma = 6 \text{ cm}$ και $\Sigma\Delta = 3 \text{ cm}$, να δείξετε ότι $\Sigma\Lambda = 3(B\Lambda + \Sigma\Delta)$.

(Σχήμα-Δεδομένα-Ζητούμενα-Απόδειξη)

6. Στο διπλανό σχήμα τρεις ευθείες τέμνονται στα σημεία Α, Β και Γ. Να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ και το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές του.

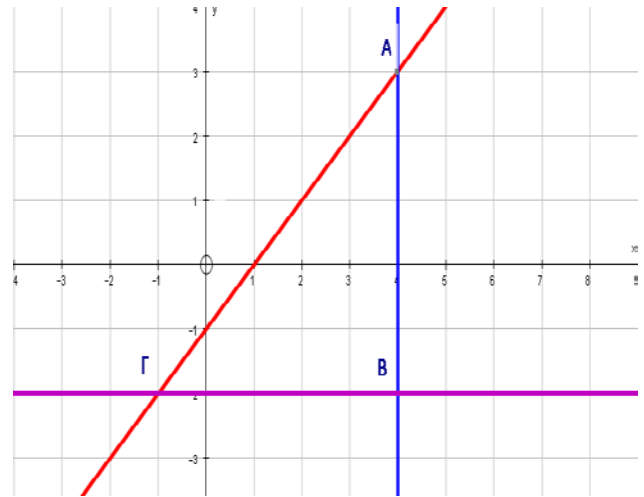
(β) τις εξισώσεις των ευθειών ΑΒ και ΒΓ.

(γ) την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.

(δ) Να υπολογίσετε, με όποιο τρόπο θέλετε, την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.

(Χρήσιμες πληροφορίες $\sin \Gamma = 0,7$ και $\sqrt{50} = 7,07$)

Να δώσετε την απάντησή σας είτε ως κλασματικό είτε ως δεκαδικό αριθμό.



Διδάσκοντες:

Σουρμελή Ρίτα Β.Δ.Α.

Στυλιανού Μαρία Β.Δ.

Δημητρίου Ελένη

Έλληνας Χριστόδουλος

Διευθύντρια

Τοπούζη Μαρία

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΟΚΚΙΝΟΧΩΡΙΩΝ ΠΑΝΟΥ ΙΩΑΝΝΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ : 2008- 2009

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμός :.....

Ολογράφως :.....

Υπογραφή :.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 17/ 06/ 2009

Ωρα: 07:45-09:45

Διάρκεια: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:Τμήμα:.....Αριθμός:....

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μελάνι

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (Tipp-ex)

δ) Κινητό τηλέφωνο = Δολίευση

ΜΕΡΟΣ Α (12 μονάδες)

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο 12. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^3 - 5x - 6$ και $B = 2x^2 - 3x + 1$

Να βρείτε :

α) $A + B =$

β) $A - B =$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2x^5)(-3x^2) =$

β) $(10x^3 - 5x^2 + 30x) : (-5x) =$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $3x + 3y =$

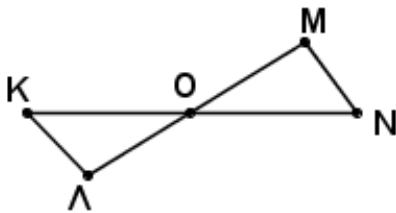
β) $x^2 + 5x + 6 =$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x(x+1) = 0$

β) $x^2 - 9 = 0$

5.



Δεδομένα

$$OK = ON$$

$$OL = OM$$

Ζητούμενα

$$KL = MN$$

6. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+2)^2 =$

β) $(2\alpha - \gamma)(2\alpha + \gamma) =$

γ) $(x-6)^2 =$

δ) $(2\alpha + \beta - \gamma)^2 =$

7. Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 2y = 3$$

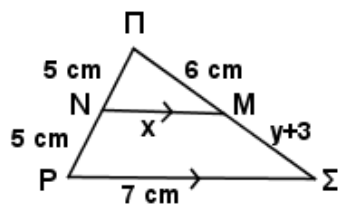
$$3x + y = 16$$

8. Να κάνετε τις πράξεις:

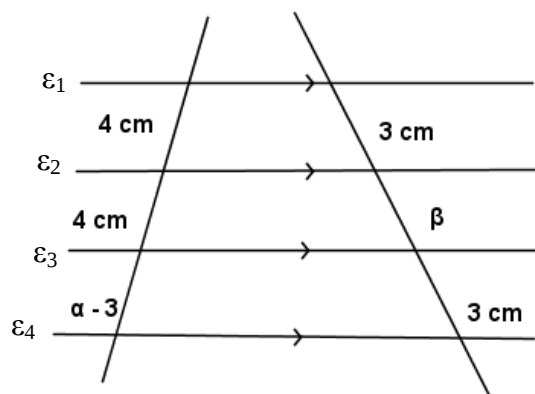
$$\frac{5x-10}{x^2-3x} \cdot \frac{x^2-x-6}{x^2-4} =$$

9. Από τα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε τα x , y , α και β .

α)



β)



10. Να κάνετε την διαίρεση:

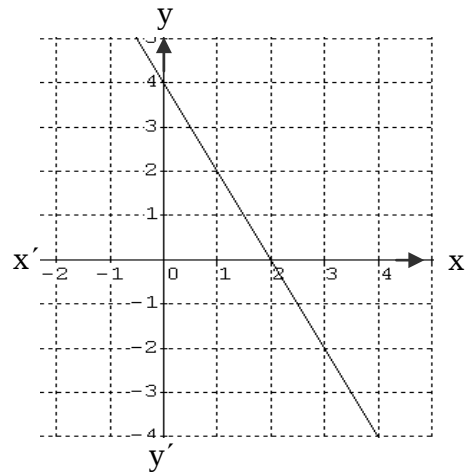
$$(x^3 - 4x^2 + 7x - 12) \div (x - 3) =$$

11. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε_1 που είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_2: 3y + 6x = 5$ και περνά από το σημείο $(6, 3)$.

12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να δείξετε ότι οι διάμεσοι $B\Delta$ και ΓE είναι ίσες.

13. Δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας ε_1 .

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας.



14. Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα με σύστημα:

Κάποιος έχει πρόβατα και κόττες. Αν όλα μαζί τα ζώα είναι 60 και έχουν 166 πόδια, τότε να υπολογίσετε πόσα είναι τα πρόβατα και πόσες οι κόττες;

15. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E, Z, H, Θ στις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $AE = \Gamma H$ και $BZ = \Delta\Theta$.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β (8 μονάδες)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο 4. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε την διχοτόμο AD και M τυχόν σημείο της διχοτόμου. Αν $ME \perp A\Gamma$ και $MZ \perp AB$ να δείξετε ότι το τρίγωνο MEZ είναι ισοσκελές.

2.

α) Να κάνετε τις πράξεις $(x+2)^3 - 2(1-3x)^2 + 3(x+5)(x-5)$ και να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $x = -1$

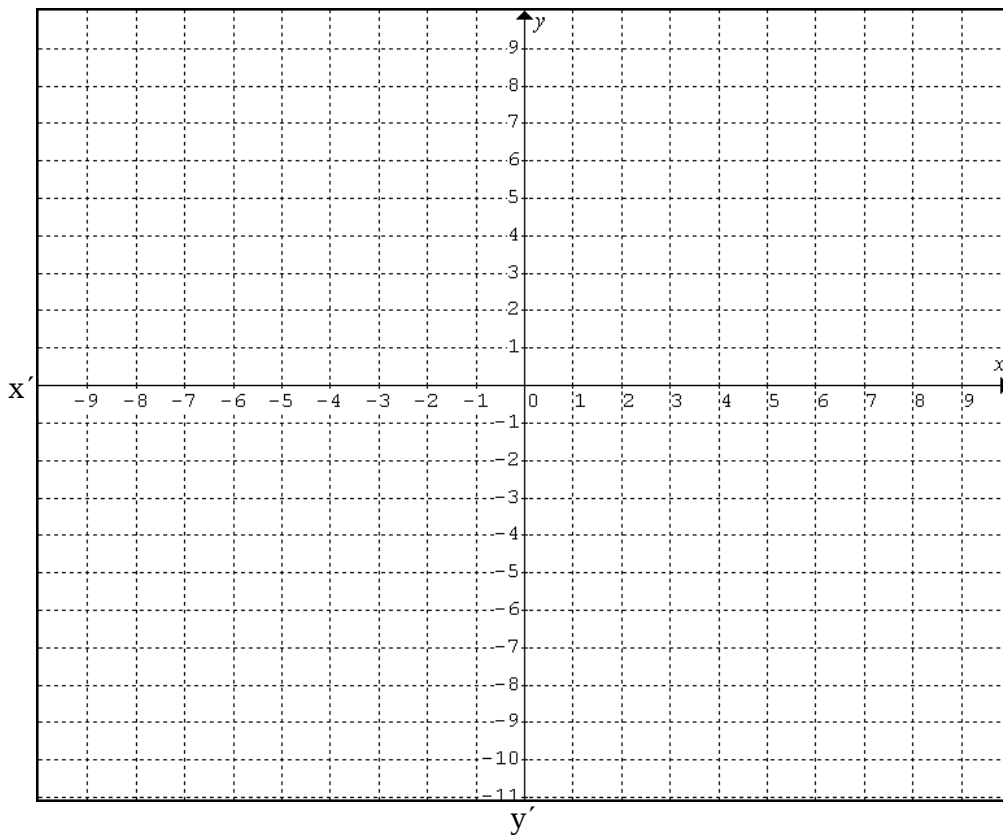
β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα.

ι) $x^2 - x(2\alpha - \beta) - 2\alpha\beta =$

ιι) $3\beta^2 - 3\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta - \alpha^2 =$

3.

- α) Να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες $\varepsilon_1 : y = x + 2$ και $\varepsilon_2 : y = -x + 4$.
β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής **A** των δύο ευθειών.
γ) Η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα xx' στο σημείο **B** και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα xx' στο σημείο **Γ**.
Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.



4.

α) Να λύσετε το σύστημα

$$\frac{x+3y}{3} - \frac{x-y}{2} = 1$$

$$\frac{x+y}{4} - 4 = -\frac{2x+3y}{3}$$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα

$$\frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{1 + \frac{x+1}{x^2-1}} =$$

5. Δίνονται τα κλάσματα

$$A = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16} \quad \text{και} \quad B = \frac{4x^2 - 4x + 1}{4x^2 - 1}$$

α) Να απλοποιηθούν τα A και B .

β) Να βρείτε το $A - B$.

γ) Να λυθεί η εξίσωση $A - B = \frac{7}{x^2 - 16}$.

6. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε την διαγώνιο ΑΓ και τις κάθετες ΒΕ και ΔΖ πάνω στην ΑΓ.
Να δείξετε ότι
α) $ΒΕ=ΔΖ$
β) Το τετράπλευρο ΒΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ:

Σωτηρούλα Παναγή (Β.Δ.Α΄)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Χριστίνα Κυπριανού
Δήμητρα Πιττάτζη- Χριστοφή
Χαράλαμπος Πιτσιλλίδης
Άννα Τίρκα

Ευάγγελος Κωνσταντίνου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 5 ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
4. Όλες οι ασκήσεις να απαντηθούν στα φυλλάδια.
5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.
6. Οι απαντήσεις να δικαιολογούνται επαρκώς.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Αν $A = x^2 - 3x + 7$ και $B = 2x + 3$ να υπολογίσετε:

(α) $A - B =$

(β) $A + 2B =$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $(-5x^3) \cdot (-2x^2)^2 =$

(β) $(-6x^4\psi^3 + 3x^2\psi^4) : (-3x^2\psi^2) =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(3\chi - 1)^2 =$

(β) $(4\alpha - 5\beta^2) \cdot (4\alpha + 5\beta^2) =$

4. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$\begin{array}{r} 3\chi^3 - 11\chi^2 + 11\chi - 15 \\ \chi - 3 \end{array}$$

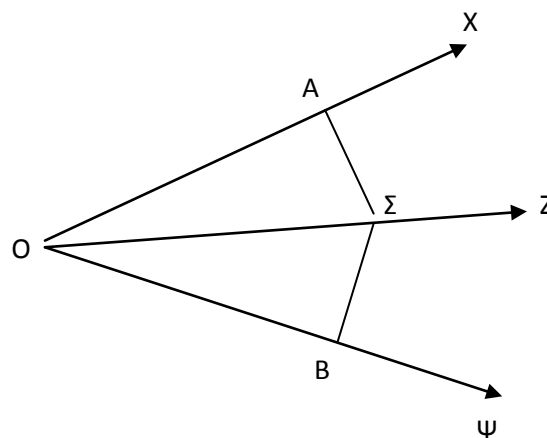
5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $\chi^2 - 2\chi - 15 =$

(β) $\chi\psi - \psi - 3\chi + 3 =$

6. Δίνεται οξεία γωνία $\angle XO\Psi$ με OZ διχοτόμο της.

Από σημείο Σ της OZ φέρουμε $\Sigma A \perp OX$ και $\Sigma B \perp O\Psi$. Να δείξετε ότι $\Sigma A = \Sigma B$.

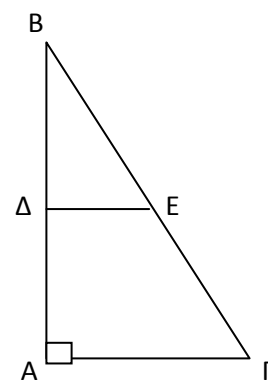


7. Να λύσετε το σύστημα:

$$-3\chi + \psi = 9$$

$$\chi + 2\psi = 4$$

8. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $\widehat{AB\Gamma}$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), $\Delta B = \Delta A = 4\text{cm}$ και $EB = E\Gamma = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε το ΔE .



9. Η ευθεία $2\chi + 3\psi = 4$ περνά από το σημείο $(\kappa + 1, -2)$. Να βρείτε την τιμή του κ .

10. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να δείξετε ότι $AB \parallel \Gamma E$.

11. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} : \frac{x^2 - 4}{x} =$$

12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(2, -1)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3x - 2$.

13. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από τα μέσα Κ και Λ των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, φέρω κάθετες ΚΝ και ΛΜ πάνω στη ΒΓ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι ορθογώνιο.

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $4x^3 - 16x = 0$

(β) $5x^2 = 15x$

15. Για ποια τιμή του κ οι ευθείες $5\chi - \psi = 7$ και $\psi = (3\kappa - 4)\chi + 5$ είναι παράλληλες;

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{3\chi+1}{2} - \frac{\chi-\psi}{3} = \chi$$

$$3(\chi - \psi) - 2(\chi - 5) = 4(\chi - \psi) + 5$$

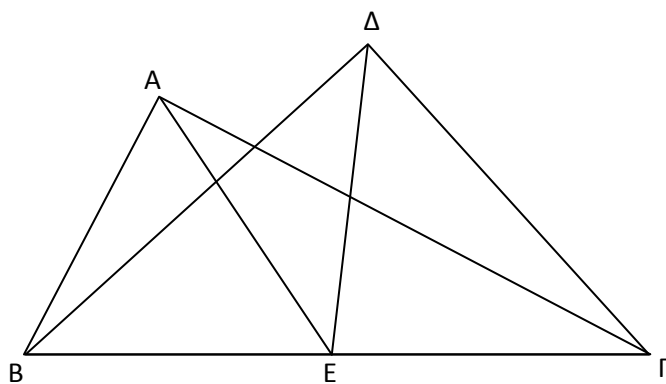
2. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{5x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{7x^2 + 18}{x^2 - 9}$

(β) Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα σε απλό: $\frac{x - \frac{16}{x}}{x - 3 - \frac{4}{x}} =$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $\angle A\hat{B}\Gamma = \angle A\hat{\Delta}\Gamma = 90^\circ$ και Ε μέσο της ΒΓ.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές.

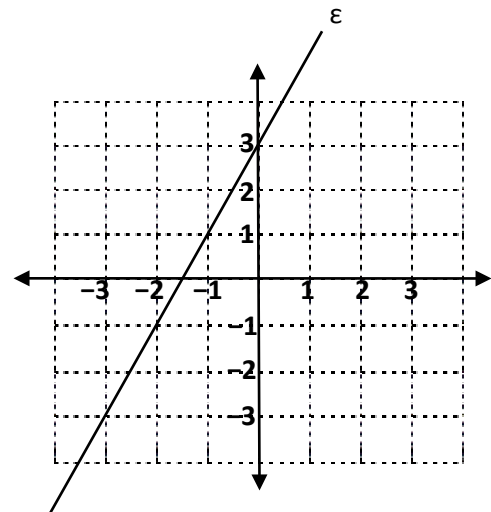
(β) Αν $\angle A\hat{\Gamma}B = 30^\circ$ να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισόπλευρο.



4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ όπου τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τη ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι το ΔBAZ είναι ρόμβος.

5. (α) Για ποιες τιμές των κ και λ οι ευθείες $2\chi - \kappa\psi = 1$ και $4\chi + 2\psi = \lambda - 3$ συμπίπτουν;

- (β) Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που παριστάνεται γραφικά.



6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = \gamma$, $A\Gamma = \beta$ και $B\Gamma = \alpha$. Αν ισχύει η σχέση $(\gamma + \alpha)(\gamma - \alpha) + \beta(\gamma + \alpha) - \beta(\gamma - \alpha) = \beta^2 + \gamma^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΑΝΔΡΕΑΣ ΜΑΤΣΙΚΑΡΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΙΟΥΝΙΟΥ στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΑΞΗ: Γ'

ΤΜΗΜΑ:

ΑΡΙΘΜΟΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12 / 06 / 2009

ΧΡΟΝΟΣ : 2 Ώρες

ΒΑΘΜΟΣ

20

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΔΙΟΡΘΩΤΗ:

Ο Διευθυντής : Γ.Ξουφαρίδης

.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ :** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής .
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (tiprex) ή διορθωτικής ταινίας.
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).
-

Το δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α' (12 Μονάδες)

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα δώδεκα (12).
Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα .

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $6\chi\psi^2 - 2\chi\psi^2 + 5\chi\psi^2 =$

β) $(+2\chi^3\psi) \cdot (4\chi\psi) =$

γ) $(6\chi^2\psi^2 - 4\chi^3\psi^4) \div (+2\chi^2\psi) =$

δ) $2\chi \cdot (\chi^2 - 3\chi + 4) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\kappa + 3)^2 =$

β) $(5\chi - 3)(5\chi + 3) =$

γ) $(\mu - 5)^2 =$

δ) $(\chi + \psi + \omega)^2 =$

3. Να κάνετε τη διαίρεση :

$(\chi^3 - 8\chi^2 + 17\chi - 6) \div (\chi - 3) =$

4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $5\alpha^2 + 15\alpha\beta =$

β) $\chi^2 - 16 =$

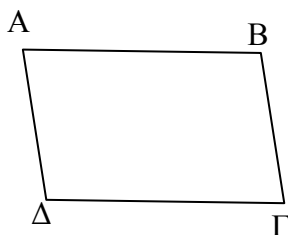
γ) $\chi^2 + 5\chi + 6 =$

δ) $\omega\chi + \omega\psi + 2\chi + 2\psi =$

5. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

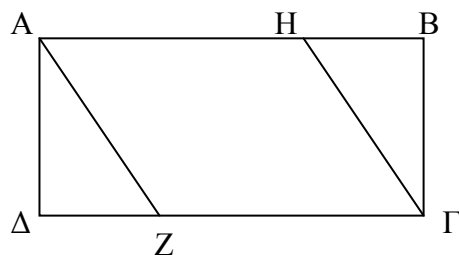
$$(\alpha^2 + 1) \cdot (\beta^2 + 1) - (\alpha\beta + 1)^2 = (\alpha - \beta)^2$$

6. Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ αν
 $A = 2\chi + 20^\circ$ και $B = 140^\circ - \chi$ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



7.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ
ΑΒΓΔ ορθογώνιο	α) $\Delta AZ = B\Gamma H$
$BH = \Delta Z$	β) $AH\Gamma Z$
	Παραλληλόγραμμο



8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $6\chi + 2\psi + 1 = 0$ και περνά από το σημείο A (-1, 2)

9 . Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x^2 - 9}{3x + 3} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x - 3} =$$

10. Να λύσετε το σύστημα:

$$x + 3y = 6$$

$$2x - y = 5$$

11. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\frac{5}{2x - 2} - \frac{6}{x^2 - 1} - \frac{3}{x + 1} =$$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x^2 - 18x = 0$

β) $x^2 + x = 20$

13. Αν $x + y = 8$ και $xy = 12$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $x^2 + y^2$

14. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, M είναι το μέσο της AB . Φέρουμε τη ΔM και την προεκτείνουμε να συναντήσει την προέκταση της ΓB στο E . Να αποδείξετε ότι $A\Delta = BE$.
(Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη)

15. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός τυχαίου τετραπλεύρου είναι κορυφές παραλληλογράμμου
(Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη)

ΜΕΡΟΣ Β΄: (8 Μονάδες)

Από τα έξι (6) θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα τέσσερα (4).
Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες .

1. α) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\left(\frac{\psi}{\psi+1} - \frac{2}{\psi^2-1} \right) \div \frac{5\psi-10}{5\psi^2-5} =$$

β) Να βρείτε τα α και β ώστε οι ευθείες $\psi_1 = (2\alpha + 3\beta)\chi + 5$ και $\psi_2 = 7\chi + 3\alpha - \beta$ να συμπίπτουν.

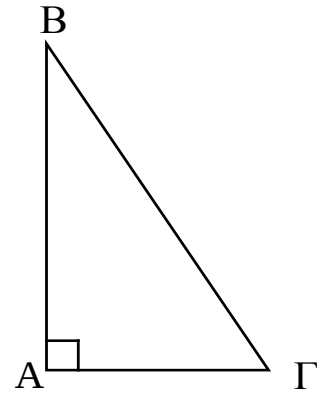
2. α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

i. $\chi^3 - 6\chi^2 + 9\chi =$

ii. $(\chi - \alpha)^2 - 3\chi + 3\alpha =$

β) Σε τυχόν τρίγωνο ΑΒΓ , φέρουμε τη διάμεσο ΑΔ .Το Ε είναι μέσο της ΑΔ, το Ζ μέσο της ΒΔ και το Η μέσο της ΑΓ. Να δείξετε ότι το ΕΖΔΗ είναι παραλληλόγραμμο (Σχήμα –δεδομένα – ζητούμενα - απόδειξη)

3. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $A=90^\circ$ και $B=30^\circ$. Έστω M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ το μέσο της $ΜΓ$. Στην προέκταση της $A\Delta$ παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να αποδείξετε ότι το $AME\Gamma$ είναι ρόμβος.



4. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3}{x^2 - 2x} + \frac{x+4}{4-x^2} = \frac{1}{x^2 + 2x}$$

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ προς τα δύο άκρα Β και Γ αντίστοιχα και παίρνουμε τμήματα ΒΔ και ΓΕ τέτοια ώστε $ΒΔ = ΓΕ$ Να αποδείξετε ότι :
- α) τα σημεία Δ και Ε απέχουν ίσες αποστάσεις από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.
β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές. (Σχήμα– δεδομένα - ζητούμενα - απόδειξη)

6.Να λύσετε το σύστημα

$$8\chi + 3(\psi - \chi) = 36$$

$$\frac{2\chi - \psi}{4} - \frac{4\chi - 2\psi}{3} = \frac{5}{12}$$

< Καλή Επιτυχία!!! >

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμολογία:.....

Ημερομηνία: 12/06/2009

Ολογράφως:

Τάξη: Γ' Χρόνος: 2 ώρες

Υπογραφή Καθηγητή:.....

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:....

ΠΡΟΣΟΧΗ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε.

Μη χρησιμοποιείτε διορθωτικό υγρό.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λυθούν **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $(-x^3\psi) \cdot (3x^4\psi^2) =$

β) $(-18x^5\psi) : (-6x^2\psi) =$

γ) $(-4x^2\psi)^3 =$

δ) $(-4\alpha^2\beta^3) \cdot 2\alpha\beta^2 =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα :

$$A = 8x^2 + 5x - 4, \quad B = 5x^2 - 8x + 6, \quad \Gamma = 3x - 2$$

Να βρείτε και να διατάξετε ως προς τις φθίνουσες δυνάμεις του x τα πολυώνυμα :

α) $A - B + 2\Gamma =$

β) $A \cdot \Gamma =$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

(α) $(x+6)^2 =$

(β) $(5x-3)^2 =$

(γ) $(\psi-8) \cdot (\psi+8) =$

(δ) $(x-2)^3 =$

4. Να κάνετε τη διαίρεση :

$$(4x^3 - 12x^2 + 13x - 6) : (2x - 3)$$

5. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

(α) $3x + 9\psi =$

(β) $25x^2 - 9 =$

(γ) $\beta^3 - 3\alpha\beta^2 - 2\alpha\beta + 6\alpha^2 =$

(δ) $x^3 - 27 =$

6. Να λύσετε το σύστημα :

$$2x - 3y = -13$$

$$3x + 5y = 9$$

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο B (1 , 2) και είναι παράλληλη με την εξίσωση $\varepsilon_1 : y = 3x + 8$.

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = AΓ) και Η και Θ σημεία στις πλευρές AB , AΓ αντιστοίχως έτσι ώστε AH = AΘ. Αν Μ μέσον της πλευράς BΓ , να δείξετε ότι το MHΘ είναι ισοσκελές.

9. Να γίνουν οι πράξεις :

$$\alpha) \frac{x^2 + 2x}{3x^2 + 3x} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4} =$$

$$\beta) \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 3} : \frac{x + 2}{x^2 - 9} =$$

10. Να γίνουν οι πράξεις :

$$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x}{x-3} + \frac{1}{x^2-5x+6} =$$

11. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Ε και Ζ είναι σημεία της διαγωνίου ΒΔ έτσι ώστε $BE = ΔΖ$, να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

12. Να απλοποιήσετε την παράσταση :

$$\frac{\frac{16}{x^2} - \frac{9}{\psi^2}}{\frac{4}{x} - \frac{3}{\psi}} =$$

13. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = -2x + 6$ και $\varepsilon_2 : (a - 3) \cdot x + 6\psi = 3\alpha + \beta$ να συμπίπτουν.

.

14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), Δ το μέσο της $A\Gamma$ και Z το μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε το ΔZ και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta H = Z\Delta$. Να δείξετε ότι το $AH\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

15. Αν $\left(\frac{\alpha + x}{\beta + x} \right)^2 = \frac{\alpha}{\beta}$ με $\alpha \neq \beta$, να δείξετε ότι $x^2 = \alpha \cdot \beta$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λυθούν μόνο 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. α) Αν $3x - \frac{1}{3x} = 5$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $9x^2 + \frac{1}{9x^2} =$

β) Να γίνουν οι πράξεις :

$$\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} - \alpha \right) \cdot \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^3 + \beta^3} : \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} \right) =$$

2. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες :

α) $(\dots + 1)^2 = x^2 + \dots + \dots$

β) $(3a - \dots)^2 = \dots - 6ab + \dots$

γ) $(2\psi + \dots) \cdot (\dots - \dots) = \dots - 25$

δ) $(\dots - \dots)^3 = 8\kappa^3 - 36\kappa^2\lambda + \dots - \dots$

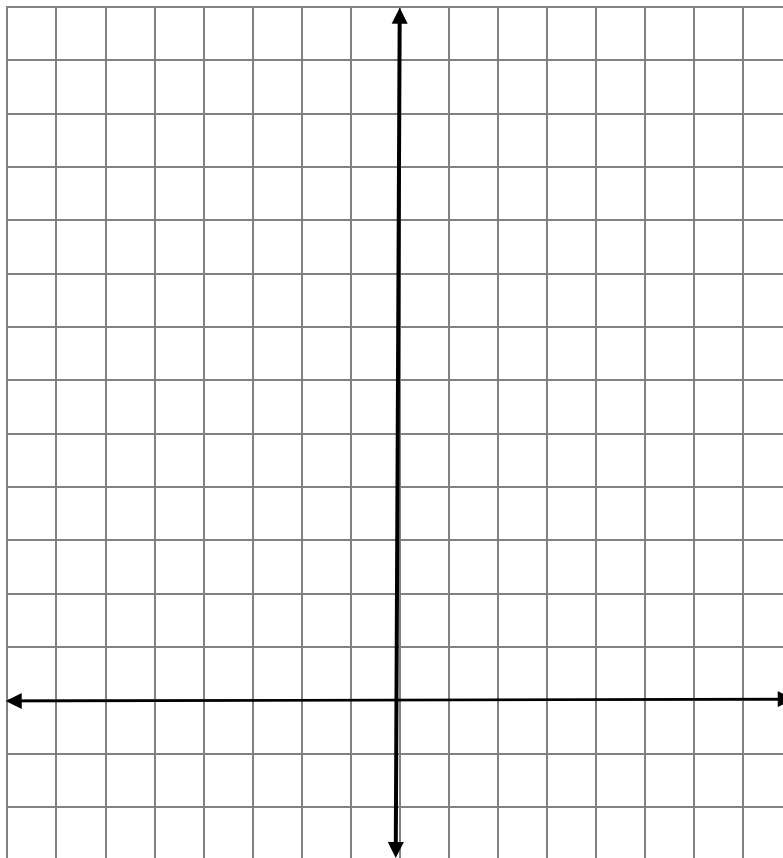
3. (α) Να γίνει η γραφική παράσταση των ευθειών :

$$\varepsilon_1 : \psi = 2x + 6$$

$$\varepsilon_2 : x = 3$$

(β) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τους άξονες xx' και $\psi\psi'$ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα και η ε_2 τέμνει τον άξονα xx' στο Γ να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

(γ) Αν Η το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 να βρείτε τις συντεταγμένες του και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΗΓ.



4. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E και Z τα μέσα των $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Αν η EZ τέμνει τη διαγώνιο $A\Gamma$ στο H να αποδείξετε ότι $\Gamma H = \frac{A\Gamma}{4}$.

5. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α)
$$\frac{2x}{x+1} - \frac{2}{x-3} = \frac{x^2-17}{x^2-2x-3}$$

β)
$$(3x-1)^2 - 4x^2 = 0$$

6. Έστω τυχόν ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$. Φέρνουμε τη διάμεσο AM και $BE \perp AM$. Αν AH το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ να αποδειχθεί ότι $BE = AH$.

Οι Διδάσκοντες:

Τσαγγαρίδης Γιάννης Β.Δ
Σπανού Κατερίνα Β.Δ
Χαρικλείδου Μερόπη

Ο Διευθυντής :

Γιαλλουρίδης Σάββας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/09
ΤΑΞΗ: Γ'
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ :

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ ΑΡ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ :** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής .
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).

Το δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α' (12 Μονάδες)

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα δώδεκα (12).
Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα .

- Να κάνετε τις πράξεις :
 - $4x^2 - 5\psi^2 - 3\chi^2 + 7\psi^2 =$
 - $(4\chi^2\psi) \cdot (-2\chi^2\psi^3) =$
 - $3\omega^2 (\omega - 2) =$
- Να βρείτε τα αναπτύγματα :
 - $(\chi + 3)^2 =$
 - $(\alpha - 6)(\alpha + 6) =$
 - $(\psi - 5)^2 =$
 - $(\chi + \alpha + \psi)^2 =$
- Να λύσετε τις εξισώσεις :
 - $(5\chi + 7) (\chi - 2) = 0$
 - $\chi^2 - 7\chi + 10 = 0$
- Να λύσετε το σύστημα :
$$\begin{aligned} -5\chi + 2\psi &= -4 \\ \chi + 3\psi &= 11 \end{aligned}$$
- Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :
 - $\frac{x^4\psi}{x\psi^3} \cdot \frac{\psi^5}{x} =$
 - $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6} =$
- Να κάνετε τη διαίρεση : $(\chi^3 - \chi^2 - 3\chi - 1) : (\chi + 1)$

7. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $4\psi^5 - 8\psi^3 =$

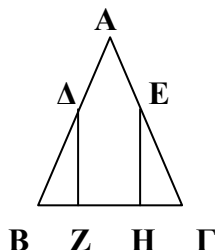
β) $\alpha^2 - 49 =$

γ) $\psi^2 - 4\psi + 4 =$

δ) $\chi(\alpha+\beta) + 4(\alpha+\beta) =$

8. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών παραλληλογράμμου είναι κορυφές παραλληλογράμμου.

9.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο($AB=AG$) $AD=AE$ $\Delta Z \perp B\Gamma$ $EH \perp B\Gamma$	$BZ=H\Gamma$

10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία

$\epsilon_1: \psi = -\frac{5}{2}\chi + 4$ και περνά από το σημείο $A(2, 1)$.

11. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{\chi+4}{\chi+2} - \frac{5}{\chi-2} = \frac{6+\chi^2}{\chi^2-4}$

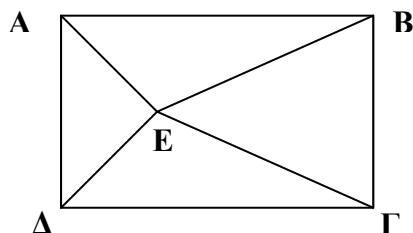
12. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι αδύνατο

$2\chi + \psi = 5$

$6\chi + \alpha\psi = 8$

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha - 5\beta)^2 - (\beta - 5\alpha)^2 + 24\alpha^2 = 24\beta^2$

14.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $\Delta E\Delta$ ισοσκελές τρίγωνο ($AE = E\Delta$)	$BE\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο

15. Να κάνετε τις πράξεις : $\left(\frac{5}{\chi+2} - \frac{1}{\chi-3} \right) \div \frac{10}{\chi^2 - \chi - 6} =$

ΜΕΡΟΣ Β': (8 Μονάδες)

Από τα έξι (6) θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα τέσσερα (4).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες .

1. α) Να κάνετε τις πράξεις : $(\chi - 7\psi)^2 - 2\chi(3\chi - 2\psi) - (4\chi - 3\psi)(4\chi + 3\psi) =$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

i) $\chi^2 - \psi^2 - (\chi + \psi) =$

ii) $\chi^2 + 7\chi + 10 + a\chi + 2a =$

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi+13}{\chi^2-2\chi-3} + \frac{\chi+1}{3-\chi} = -\frac{2\chi}{\chi+1}$

3. Να λύσετε το σύστημα :

$$3(\psi + 2) - 4(\chi - 3) = 3$$

$$\frac{\chi-1}{5} - \frac{\psi+5}{2} = -3$$

4.

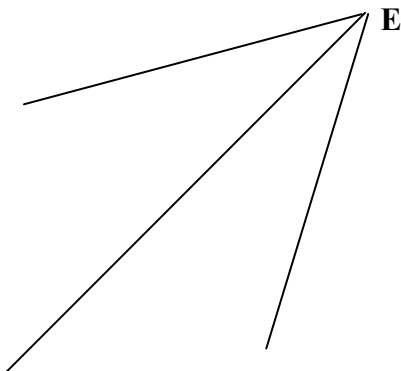


5. α) Να κάνετε τις πράξεις :

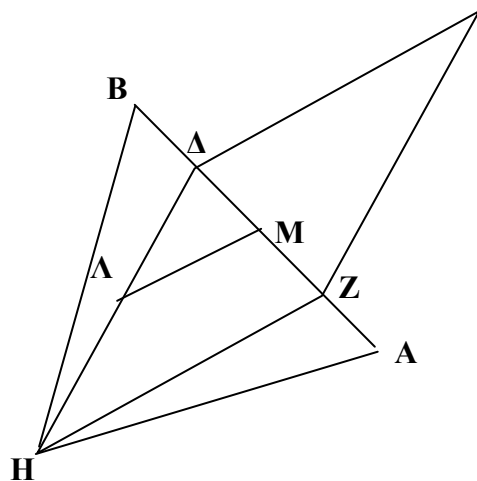
$$\left(2 - \frac{6}{\chi+1}\right) \left(1 - \frac{3}{\chi-2} + \frac{6}{\chi^2-4}\right)$$

β) Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : 5\chi + (\beta+1)\psi = 1$ και $\epsilon_2 : (\alpha + 2)\chi + 8\psi = 2$.

Να βρείτε τα α και β ώστε οι ευθείες να συμπίπτουν.



6.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ΔEZ ισοσκελές τρίγωνο $(\Delta E = EZ)$ EM διχοτόμος της ΔEZ $EM = MH$ Λ μέσο της $H\Delta$ $AZ = B\Delta$	α) $BEAH$ ρόμβος β) $M\Lambda = \frac{EZ}{2}$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 5/6/2009

Διάρκεια: 2 Ώρες

ΟΝΟΜΑ :

Εισηγητές: Ζώτος Ευάγγελος Β.Δ., Χριστοδούλου Χρίστος

Το γραπτό αποτελείται από 10 σελίδες.

Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Να γράφετε με πένα, καθαρά και επιμελημένα (μόνο γραφικές παραστάσεις και σχήματα μπορούν να γίνονται με μολύβι). Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Μέρος Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα (1/20).

1. Να γίνουν τα αναπτύγματα:

α. $(x+3)^2 =$

β. $(2x - \omega) \cdot (2x + \omega) =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A = 2x^2 - 3x + 6$$

$$B = 3x - 5$$

Να υπολογίσετε:

(α) $A + B$

(β) $A - 2B$

3. α. $5\chi^5\psi^3\omega \cdot (-2\chi^2\omega^2) =$

β. $15\chi^3\omega z^4 \div (-3\chi^3z^3) =$

4. Να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων οι πιο κάτω παραστάσεις:

α. $3\alpha\beta + 12\beta^2 =$

β. $\psi^2 - 25 =$

γ. $\chi^2 + 11\chi + 18 =$

δ. $2\alpha - 2\beta - \alpha\chi + \beta\chi =$

5. Να γίνει η πιο κάτω διαίρεση:

$$(6\psi^3 + 3\psi^2 - 23\psi - 55) \div (2\psi - 5)$$

6. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $(3\chi - 1) \cdot (\chi + 2) = 0$

β. $\chi^2 - 4\chi = 0$

γ. $\chi^2 - 49 = 0$

7. Να λύσετε το σύστημα:

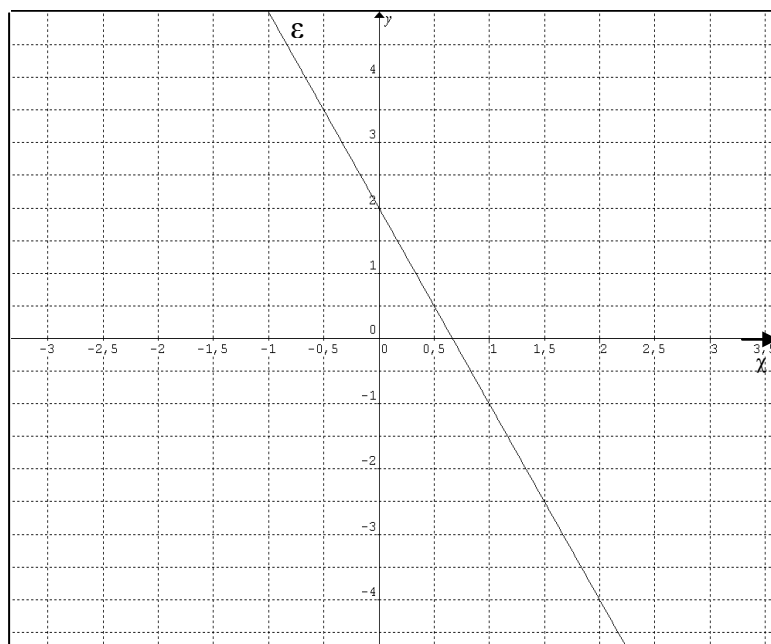
$$2\chi + 7\psi = -3$$

$$5\chi - 3\psi = 13$$

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Πάνω στη διαγώνιο ΒΔ παίρνουμε δύο σημεία Ε, Ζ τέτοια ώστε ΒΕ=ΔΖ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

9. Δίνεται η ευθεία ε . Να βρείτε:

- α. Την κλίση της.
- β. Την εξίσωση της.



10. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι κορυφές ρόμβου.

11. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - 11x + 28}{x - 9} : \frac{2x - 8}{x^2 - 81} =$$

12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2x + 7}{x^2 - 5x} + \frac{3x - 4}{x^2 - 7x + 10} =$$

13. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Να αποδείξετε ότι τα ύψη του ΒΕ και ΓΖ είναι ίσα.

14. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\chi - 4) \cdot (\chi^2 + 3) - 3\chi \cdot (\chi^2 - 8\chi + 1) - (3\chi + 2)^2 =$$

15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν Δ, Ε, Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το ΑΔΕΖ είναι ορθογώνιο.

Μέρος Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες (2/20).

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{2\chi - \psi}{3} - \frac{\chi + \psi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\chi}{2} + \psi = 2$$

-
2. Να λύσετε την εξίσωση:

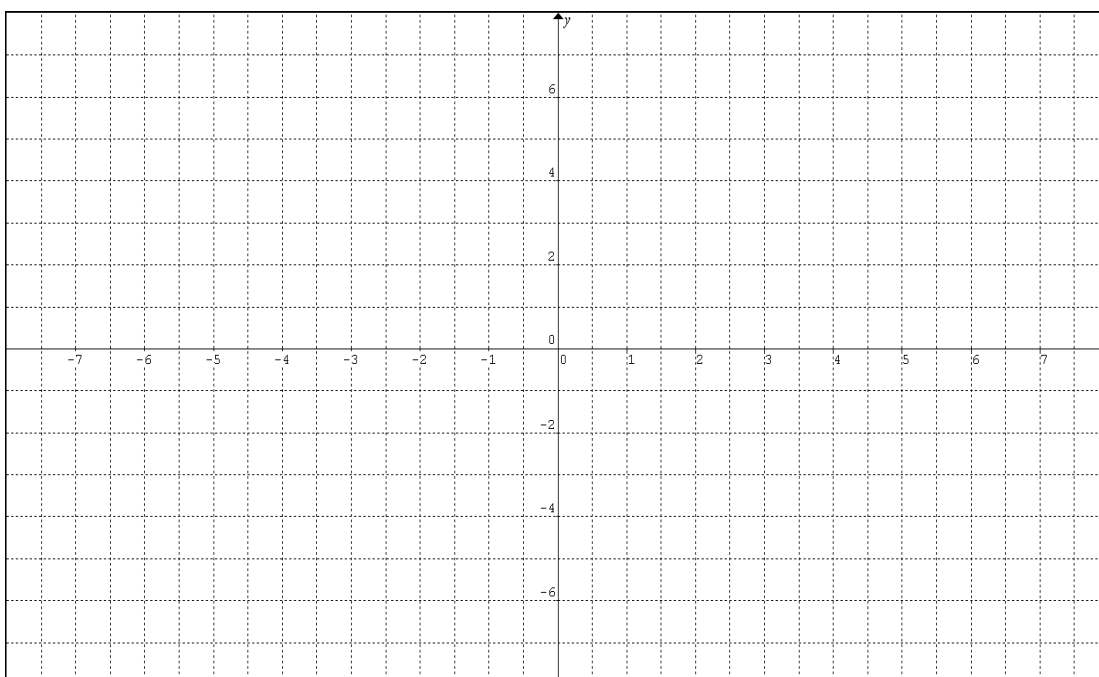
$$\frac{4}{x+1} - \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x - 3} = \frac{-x}{x-3}$$

3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

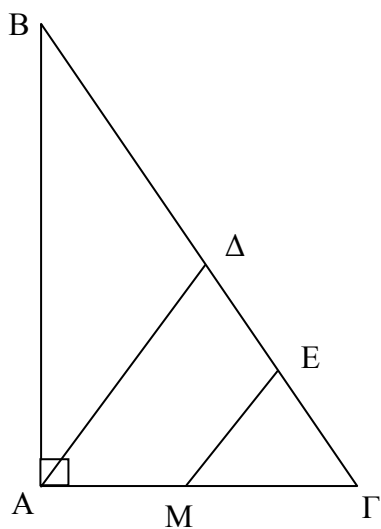
$$(\alpha) \quad \frac{\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\psi}}{\frac{1}{\chi^2} - \frac{1}{\psi^2}} =$$

$$(\beta) \quad \left(\frac{2}{3-\chi} - \frac{2}{3+\chi} \right) \div \frac{4}{9-\chi^2} =$$

4. Δίνεται τρίγωνο ΔΕΖ. Το Β είναι σημείο στην προέκταση της διαμέσου ΔΑ τέτοιο ώστε $ΔΑ=ΑΒ$. Προεκτείνουμε την ΕΖ και από τα δύο μέρη και παίρνουμε τμήματα ΘΕ και ΖΗ, έτσι ώστε $ΘΕ=ΕΖ=ΖΗ$. Να αποδειχθεί ότι το ΔΘΒΗ είναι παραλληλόγραμμο.
5. α. Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία $\psi = 3\chi - 1$.
β. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την πιο πάνω ευθεία και περνά από το σημείο $A(0,2)$. Ακολουθώντας να την παραστήσετε γραφικά.
γ. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το Α και είναι παράλληλη με τον άξονα των χ .
δ. Να παραστήσετε την ευθεία $\chi = -\frac{3}{2}$ και ακολουθώντας να βρείτε το σημείο τομής της με την ευθεία $\psi = 3\chi - 1$.



6.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ABΓ ορθογώνιο τρίγωνο $(\hat{A} = 90^\circ)$. M μέσο της ΑΓ ΑΔ διάμεσος του τριγώνου ABΓ ME // ΑΔ $(\hat{B} = 30^\circ)$	ME = AM

Ο Διευθυντής

Καλότυχος Χρίστος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ Γ΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 3 Ιουνίου 2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:**..... **ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤ. :**.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε μόνο με μελάνι. (τα σχήματα με μολύβι)
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.** Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **1 μονάδα.**

1) Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $x^2 + 5 - (x^2 - x + 7) =$

(β) $(8x^2 y) \cdot (-xy^4) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x-5)^2 =$

(β) $(x-3)(x+3) =$

3) Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ και $B = x - 3$. Να υπολογίσετε την παράσταση: $A \div B$

4) Να λύσετε το σύστημα :

$x + 3y = 6$

$2x - y = 5$

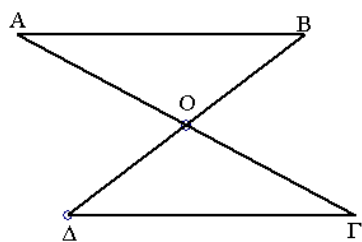
5) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και το σημείο $(-2, 4)$

6) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $5x^2 - 5 =$

(β) $x^3 - 27 =$

7)



<u>ΔΕΔΟΜΕΝΑ</u>	<u>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ</u>
AB//ΓΔ Ο μέσον ΑΓ	BO = ΟΔ

8) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 6x + 8} =$$

9) Δίνεται η εξίσωση της ευθείας (ε) : $-3x + y = 2$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής με τον άξονα yy' .

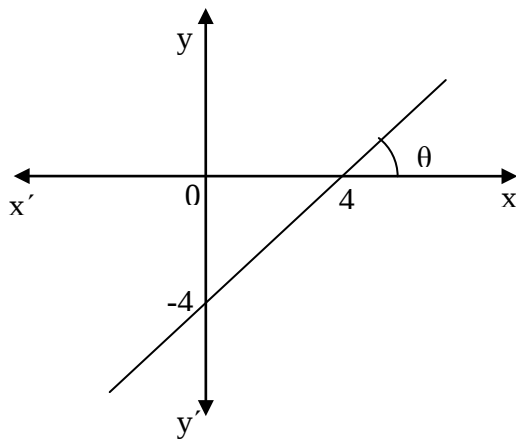
β) Να βρείτε την κλίση της ευθείας (ε) .

10) Αν $2x - y = 12$ και $xy = 6$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $4x^2 + y^2$.

11) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x^2+2x+1}{x} =$$

12)



Να βρείτε:

α) την κλίση,

β) τη γωνία $\hat{\theta}$ και

γ) την εξίσωση της ευθείας.

13) Να αποδείξετε την ισότητα:

$$(x^2 + 9)(y^2 + 4) - (xy + 6)^2 = (3y - 2x)^2$$

14) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$. Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν ΔM και EN είναι οι αποστάσεις των Δ και E από τη $B\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔENM είναι ορθογώνιο.

15) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε το ύψος AD . Αν K , Λ , και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $KM = \Delta\Lambda$.

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **2 μονάδες**.

1) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{4x+4}{x^2+2x-15} + \frac{2}{3-x} = \frac{x+4}{x^2+5x}$$

2) (α) Να δείξετε ότι: $\left(x + \frac{1}{4y}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{4y}\right)^2 = \frac{x}{y}$

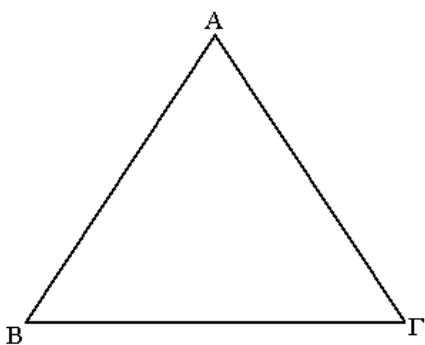
(β) Να λύσετε την εξίσωση: $x^2(x-3) + 6x(x-3) + 9x - 27 = 0$

3) Αν $a + \beta = x - y$ να δείξετε ότι:

$$\frac{\frac{ax + \beta y}{x^2 - y^2} - \frac{a}{x + y}}{\frac{y}{x + y}} = 1$$

- 4) Δίνονται οι εξισώσεις των ευθειών: $(\varepsilon_1): (\kappa - 3)x + (3\kappa - 4)y = -1$ και $(\varepsilon_2): \kappa y - 6 + 2y = 2x$.
Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ να είναι παράλληλες.

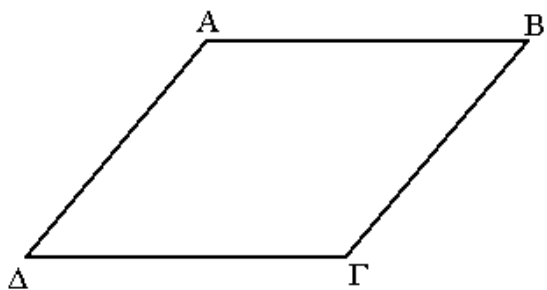
-
- 5) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στο ύψος AK παίρνουμε τυχαίο σημείο Θ . **Να δείξετε ότι:** α) $\triangle B\Theta\Gamma$ **ισοσκελές** και β) Από το A φέρουμε ευθεία ε παράλληλη ($//$) προς τη $B\Gamma$ και παίρνουμε σημεία Δ και E , έτσι ώστε $A\Delta = AE$. **Να δείξετε ότι: οι αποστάσεις των Δ και E από τις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα είναι ίσες.**



6) Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Στις προεκτάσεις των AB και $\Gamma\Delta$ παίρνω τμήματα BH και $\Delta\Theta$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $BH = \Delta\Theta$. Να δείξετε ότι:

α) $AH\Gamma\Theta$ παραλληλόγραμμο (#) και

β) Αν E είναι το μέσο της $B\Gamma$ και Z είναι το μέσο της $A\Delta$, να δείξετε ότι $\overset{\Delta}{\angle}EH\Gamma = \overset{\Delta}{\angle}Z\Theta A$



Η Διευθύντρια

Μ. Θεοδότου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2009

Ωρα έναρξης: 7:45 Διάρκεια: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ:..... **ΑΡΙΘΜΟΣ:**..... **ΒΑΘΜΟΣ:**.....

Το δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

**ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΟΥ ΥΓΡΟΥ ΚΑΙ Η ΧΡΗΣΗ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ**

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

Θέμα 1: Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2x^2 - x + 5x^2 + 3x =$

β) $3x^2(-2x^3) =$

Θέμα 2: Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x-1}{x^2-1} =$$

Θέμα 3: Αν $A = 2x^2 - 5x + 1$ και $B = x + 2$, να βρείτε τα:

α) $A - B =$

β) $2x \cdot A =$

Θέμα 4: Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2x - 1)^2 =$

β) $(5x - 1) \cdot (5x + 1) =$

Θέμα 5: Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

α) $8xy - 4x =$

β) $x^2 - 16 =$

Θέμα 6: Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 + 2x - 35 =$$

Θέμα 7: Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}x - 3y &= 11 \\ 5x + 2y &= 4\end{aligned}$$

Θέμα 8: Να δείξετε ότι το ύψος σε ισοσκελές τρίγωνο είναι και διάμεσος.

Θέμα 9: Να γίνει η διαίρεση $(3x^3 - 8x^2 + 7x - 2) \div (x - 1)$

Θέμα 10:

Δίνεται το πολυώνυμο $A = (3x + 5)^2 - 2 \cdot (x - 4) \cdot (x + 4) - 6x \cdot (x - 1)$.
Να κάνετε τις πράξεις και **μετά** να βρείτε την αριθμητική τιμή του Α για $x=1$.

Θέμα 11: Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{5x-10}{x+2} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} =$$

Θέμα 12: Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο (2,1) και είναι παράλληλη με την ευθεία $2x+\psi=1$.

Θέμα 13: Να βρείτε τις τιμές των κ και λ ώστε το σύστημα

$$\begin{aligned} \kappa x - \psi &= 4 \\ 2x + (\lambda + 1) \cdot \psi &= 1 \end{aligned} \quad \text{να είναι αόριστο.}$$

Θέμα 14: Πριν έξι χρόνια η ηλικία της Μαίρης ήταν τριπλάσια από την ηλικία του Κώστα. Μετά από δύο χρόνια η ηλικία της Μαίρης θα είναι διπλάσια από την ηλικία του Κώστα. Ποια η σημερινή τους ηλικία;

Θέμα 15: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, ($AB=AG$). Προεκτείνετε την πλευρά AB προς το B και την AG προς το Γ κατά τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα. Αν $B\Delta=\Gamma E$, να δείξετε ότι τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τα έξι θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

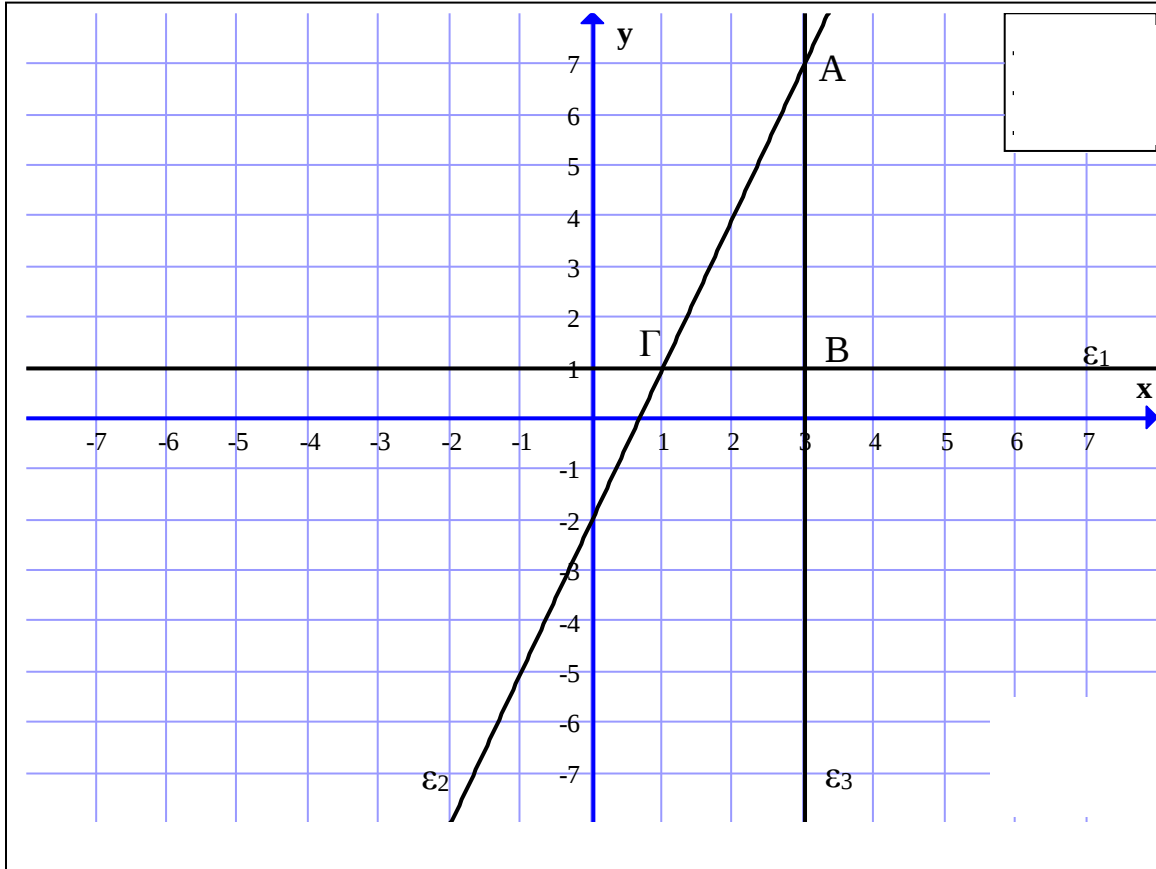
Θέμα 1: Αν $A = \frac{2x}{x+2}$ και $B = \frac{2x}{2-x}$, να κάνετε την διαίρεση

$$(A - B) \div (A + B).$$

$$\frac{x+5}{2x+2} + \frac{4}{x^2-x-2} - \frac{2x}{3x-6} = 0$$

Θέμα 2: Να λύσετε την εξίσωση

Θέμα 3: Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ όπως φαίνονται στο σχήμα.



Να βρείτε: α) τις εξισώσεις των ευθειών

β) τις συντεταγμένες των κορυφών A, B, Γ του τριγώνου

γ) το μήκος των πλευρών του τριγώνου.

Θέμα 4: Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και ΒΜ και ΓΕ δύο ίσα τμήματα πάνω στην ΒΓ. Αν οι αποστάσεις ΜΖ και ΕΗ πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, είναι ίσες, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

$$\frac{2x + 3\psi}{2} - 2(x - \psi) = \frac{2\psi - 8}{4}$$

Θέμα 5: Να λύσετε το σύστημα

$$\frac{2x + \psi}{3} - 2x - 1 = \frac{\psi - x}{2}$$

Θέμα 6: Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα $\frac{\frac{x^2}{\psi} - \frac{\psi^2}{x}}{\frac{x^2\psi - x\psi^2}{x^2\psi^2}} + x\psi = (x + \psi)^2$, με

$x \neq 0, \psi \neq 0, x \neq \psi$.

Εισηγητές

.....
Δ. Μικελλίδης

.....
Κ. Γεωργίου

.....
Χ. Γιαννίτσαρου

Συντονιστής Β.Δ.

.....
Χ. Πιπτάκας

Διευθυντής

.....
Ο. Ομήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 5/6/2009

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ :

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ :

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ : ΑΡ.:

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού (TIP-EX)

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

δ) Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.

ΜΕΡΟΣ Α: (60 μονάδες) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $6\chi^2 + 3\chi^2 =$

β) $(-2\alpha^2)(-3\alpha\beta) =$

2) Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

α) $(\psi - 4)^2 =$

β) $(\chi + 2)(\chi - 2) =$

3) Αν $A = 3\chi^2 + 2\chi + 6$, $B = 4\chi^2 - 7\chi$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $A + B =$

β) $A - B =$

4) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $3\chi - \chi\psi =$

β) $\chi^2 - 25\psi^2 =$

5) Να κάνετε τη διαίρεση $(\chi^2 + 6\chi + 5) : (\chi + 1)$

6) Να λύσετε το σύστημα:

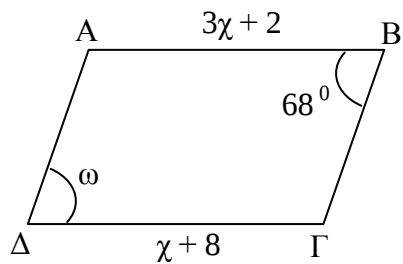
$$\left. \begin{array}{l} 3\chi - \psi = 7 \\ 2\chi + \psi = 3 \end{array} \right\}$$

7) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(\chi + 3)(2\chi - 1) = 0$

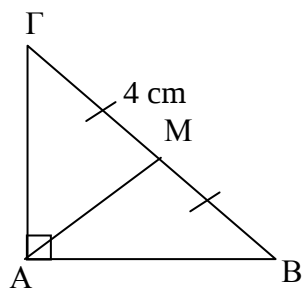
β) $\chi^2 - 5\chi + 6 = 0$

- 8) Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να βρείτε τα χ και ω .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

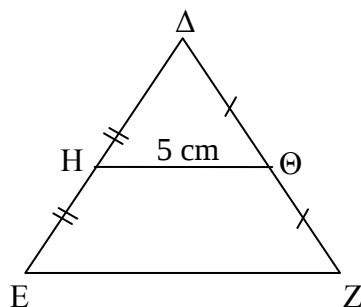


- 9) Στα πιο κάτω σχήματα να βρείτε την ΑΜ και την ΕΖ.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)



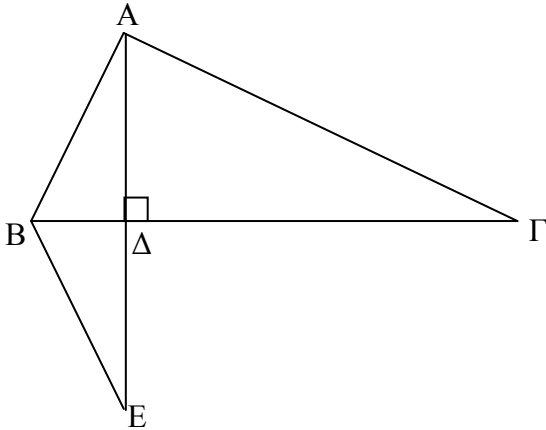
β)



- 10) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{\chi^2 - 25}{4\chi + 4} \cdot \frac{\chi^2 + 3\chi + 2}{\chi^2 - 5\chi} =$$

- 11) Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε το ύψος $A\Delta$ και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



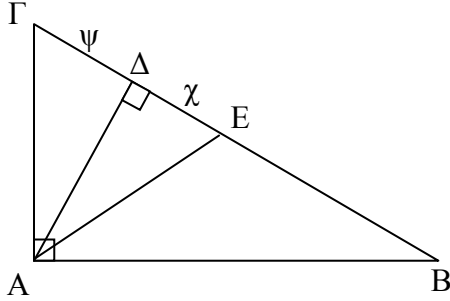
- 12) Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{3\alpha^2\beta^4}{9\alpha^2\beta} =$

β) $\frac{2\chi^2 + 4\chi}{\chi^3 + \chi^2 - 2\chi} =$

- 13) Σε μια κατασκήνωση τα αγόρια είναι 14 περισσότερα από το διπλάσιο των κοριτσιών. Αν το άθροισμα του διπλάσιου των αγοριών με το τριπλάσιο των κοριτσιών είναι 168, να βρείτε πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια.

- 14) Στο πιο κάτω σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$), $A\Delta$ ύψος και AE διάμεσος. Να βρείτε την τιμή των χ και ψ αν $B\Gamma = 12$ cm και $\hat{B} = 30^\circ$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



- 15) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2\psi}{\psi^2 + 2\chi\psi + \chi^2} - \frac{1}{\psi + \chi} \right) : \frac{\psi^2 - \chi\psi}{\psi^2 - \chi^2} =$$

ΜΕΡΟΣ Β:(40 μονάδες) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 4**. Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2(\chi + 2) - 4(\psi - 3) = 8 - \psi \\ \frac{3\chi}{2} - \frac{\psi + 1}{3} = -\frac{5}{2} \end{array} \right\}$$

2) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB = 2AD$. Προεκτείνετε την ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ.

α) Να δείξετε ότι ΔΒΓΕ παραλληλόγραμμο

β) Αν η ΒΕ τέμνει τη ΔΓ στο Η, να δείξετε ότι το ΑΗ είναι ύψος του τριγώνου ΕΑΒ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

3) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} - 2}{\alpha - \beta} + \frac{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2}{\alpha + \beta} = \frac{2}{\beta}$$

4) α) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την πιο κάτω παράσταση:

$$x^7 - x^5 - x^3 + x =$$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x}{x^2 + 2x} + \frac{1}{2 - x} = \frac{1 - x}{x^2 - 4}$$

- 5) α) Να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -1$:

$$(\chi + 2)^2 - (3\chi + 2)(2\chi - 1) =$$

- β) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) . Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και E το μέσο της AG . Να φέρετε τη ΔE και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.
Να δείξετε ότι $AZ\Gamma\Delta$ ορθογώνιο.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

- 6) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Με πλευρές τις AB και $A\Gamma$ να κατασκευάσετε εξωτερικά του τριγώνου τα τετράγωνα $AB\Delta E$ και $A\Gamma Z\Theta$. Αν AM είναι η διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ME\Theta$ είναι ισοσκελές.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Β.Φάνου-Πιττάτζη (Β. Δ.)
Μ. Παλλαρή
Κ. Εγγλέζου – Γκαρτζονίκα
Δ. Πολυκάρπου
Α.Κακκίντηρου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μελανή Χατζηχαλαράμους

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΠΕΡΑ ΧΩΡΙΟΥ ΚΑΙ ΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2008-2009

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ: Γ΄
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/ 6/2009

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ:

ΑΡ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
- Απαγορεύεται η χρήση όλων των διορθωτικών υλικών και υπολογιστικής μηχανής.
- Πρόχειρες πράξεις στην τελευταία σελίδα.

Το Δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $3\alpha\chi \cdot 4\alpha^2 =$

(γ) $-2\chi^2 - 3\chi + \chi + 2\chi^2 - 1 =$

(β) $(15\chi^2\omega^4) : (-3\chi\omega) =$

(δ) $(\chi - 5) \cdot (\chi + 4) =$

2. Δίνονται τα πολώνυμα $A = 4\chi^2 - \chi + 2$ και $B = \chi - 7$. Να βρείτε:

(α) $A - B =$

(β) $A \cdot B =$

3. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(\chi + 5)^2 =$

(β) $(4\chi + 3)(4\chi - 3) =$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + 3\psi = 11$$

$$4\chi - 2\psi = 2$$

5. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$\begin{array}{r|l} \chi^3 - 5\chi^2 + 2\chi - 3 & \chi - 2 \\ \hline & \end{array}$$

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πιο κάτω:

(α) $3\alpha^2\beta - 27\alpha\beta^2 =$

(β) $\chi^2 + 4\chi - 21 =$

(γ) $\chi^2 - 36 =$

(δ) $7\chi + \alpha\chi + 7\alpha + \alpha^2 =$

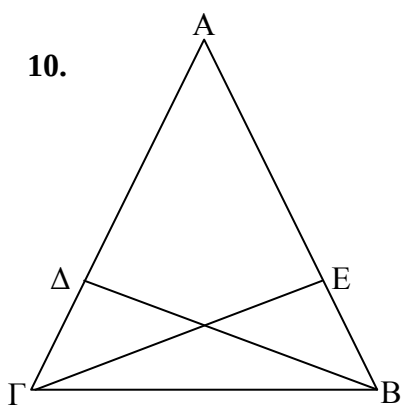
7. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που έχει κλίση $\lambda=4$ και περνά από το σημείο $(-3, 5)$.

8. Να λύσετε την εξίσωση:

$$12 = 7\chi - \chi^2$$

9. Να απλοποιήσετε το πιο κάτω κλάσμα:

$$\frac{\chi^3 - 5\chi^2 + 6\chi}{\chi^2 - 9} =$$



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\triangle$ $AB\Gamma$ ισοσκελές $B\Delta, \Gamma E$ ύψη	$B\Delta = \Gamma E$

11. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση

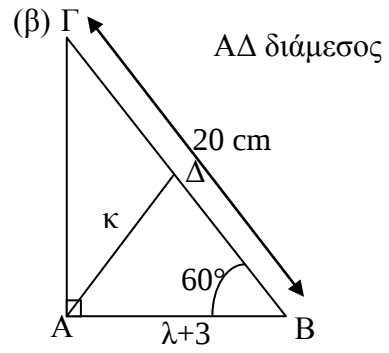
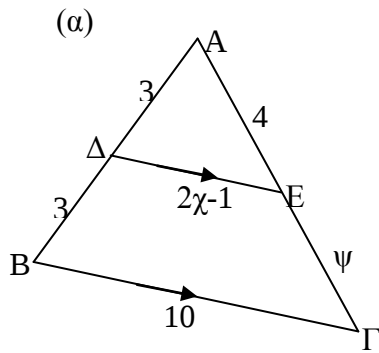
$$A = 2 \cdot (3x - 2)^2 - (2x - 3)(2x + 3) + 3x(x^2 + 1)$$

(α) Να κάνετε τις πράξεις της παράστασης A.

(β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της A για $x = -2$.

-
12. Σε ένα ταξίδι με πλοίο το εισιτήριο της α' θέσης κοστίζει €18 και της β' θέσης κοστίζει €6 λιγότερα. Αν στο ταξίδι κόπηκαν 350 εισιτήρια συνολικής αξίας €4500, να βρείτε πόσα εισιτήρια κόπηκαν από κάθε κατηγορία.
(Να λυθεί με σύστημα)

13. Να υπολογίσετε τα $\chi, \psi, \kappa, \lambda$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



14. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε οι ευθείες $(\mu + 1) \cdot \chi + (\mu + 3) \cdot \psi + 2 = 0$ και $6\chi + 4\psi = 3$ να είναι παράλληλες.

15. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\frac{\chi - 1 - \frac{12}{\chi}}{1 - \frac{16}{\chi^2}} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$4(2\chi - \psi) = 6 - 3(\chi + 2\psi)$$

$$\frac{2(3\chi - \psi)}{3} - \frac{\psi - 2\chi}{6} = 5\chi - \frac{\chi + \psi}{2}$$

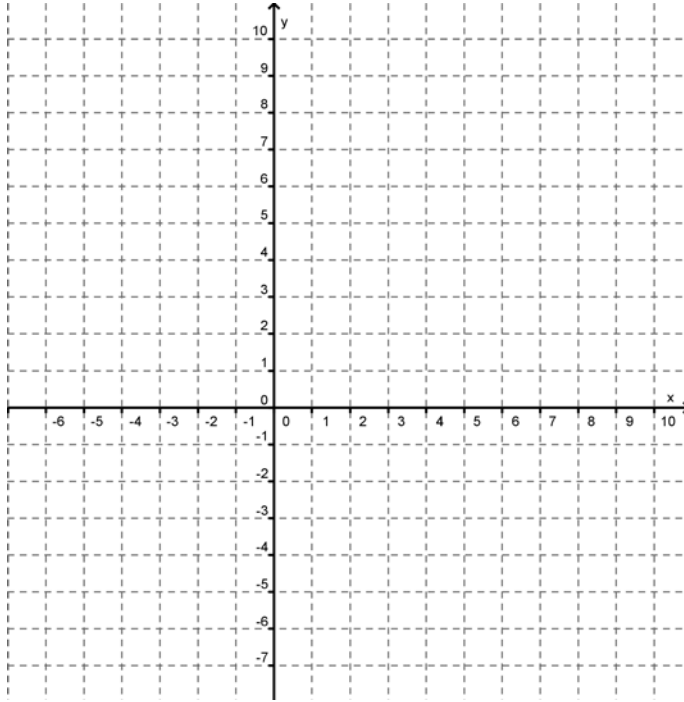
2. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{3}{\chi+2} - \frac{2\chi-11}{\chi^2-\chi-6} = \frac{\chi}{3-\chi}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{\chi} + \frac{3}{\chi^2 + \chi} - \frac{\chi-4}{\chi^3 - \chi} \right) : \frac{\chi+2}{(\chi+3)^2 - 4} =$$

4. Δίνεται η συνάρτηση $-5x+6y=30$. Αν M και N είναι τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση τέμνει τους άξονες, να βρείτε:
- (α) Τα σημεία M και N.
 - (β) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης.
 - (γ) Αν O η αρχή των αξόνων, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OMN.



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της $B\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς AB προς το B και στην προέκταση της πλευράς $A\Gamma$ προς το Γ , παίρνουμε ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα. ($B\Delta = \Gamma E$). Να δείξετε ότι :
- (α) $M\Delta = ME$
 - (β) Οι αποστάσεις ΔZ και $E\text{H}$ των σημείων Δ και E από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες.
- (Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

6. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και το E μέσο της $B\Gamma$. Να προεκτείνετε την AE μέχρι να συναντήσει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο σημείο Z .
Να δείξετε ότι:
(α) $AE = EZ$.
(β) Το $ABZ\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

Οι Εισηγητές:

Α. Ποντίκη

Ι. Μιχαήλ

Ε. Γεωργίου

Ε. Μούζουρου

Κ. Παναγιώτου

Χρ. Κωνσταντινίδης

Ο Διευθυντής:

Σ. Γεωργιάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΒΑΘΜΟΣ:****ΤΑΞΗ:** Γ΄**Υπογραφή Καθηγητή:****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 3/06/2009**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2 ώρες**ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ:** 7**ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:** Ελευθεριάδης Πάρις, Φιλίππου Φίλιππος, Κωνσταντίνου Σταύρος.**ΟΝΟΜΑ:** **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (tipex).
- Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

ΜΕΡΟΣ Α΄:**Να λύσετε μόνο 12 από τα 15 θέματα. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.****ΘΕΜΑ 1 :**Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^2 - 2x + 4$, $B = 2x^3 - 4x + 5$

Να βρείτε:

α) $A + B =$

β) $A - B =$

ΘΕΜΑ 2:

Να γίνουν οι πράξεις:

α) $(8\chi^5\psi^2) : (-4\chi^3\psi) =$

β) $(3\alpha + 1) \cdot (2\alpha + 2) =$

ΘΕΜΑ 3:

Να βρεθούν τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 5)^2 =$

β) $(3x - 2\psi) \cdot (3x + 2\psi) =$

ΘΕΜΑ 4:

Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

α) $5\chi - 5 =$

β) $\alpha^3 - 8 =$

γ) $12\psi^3 - 27\psi =$

δ) $\chi^2 - 7\chi + 12 =$

ΘΕΜΑ 5:

Να λυθεί το σύστημα:

$$3\chi - 2\psi = 4$$

$$\chi + 4\psi = 6$$

ΘΕΜΑ 6:

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{2}{x+3} - \frac{x-9}{x^2-9} =$$

ΘΕΜΑ 7:

Να γίνουν οι πράξεις:

$$(3\chi + 2)^3 + 5\chi - (2\chi + 3)(2\chi - 3) =$$

ΘΕΜΑ 8:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και Μ το μέσο της ΒΓ. Από το Μ φέρουμε κάθετες ΜΖ και ΜΗ πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $MZ = MH$.

ΘΕΜΑ 9:

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^2 - 16 = 0$

β) $x^2 - 4x - 21 = 0$

ΘΕΜΑ 10:

Να γίνει η διαίρεση: $(6x^3 - 2x^2 - 17x + 5) : (3x + 5)$

ΘΕΜΑ 11:

Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $(-2, -3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $4x - 2y - 7 = 0$.

ΘΕΜΑ 12:

Δίνεται γωνιά $X\hat{O}\Psi$ και ΟΕ διχοτόμος της. Αν Δ τυχαίο σημείο της διχοτόμου, να δείξετε ότι Δ απέχει εξίσου από τις πλευρές της γωνιάς.

ΘΕΜΑ 13:

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{5x}{x^2 - 16} + \frac{2}{x - 4} = \frac{3}{x + 4}$$

ΘΕΜΑ 14:

Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) το $\eta\mu B = \frac{5}{13}$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς Β.

ΘΕΜΑ 15:

Σε μια εκδρομή πήραν μέρος 15 άτομα, άνδρες και γυναίκες. Κάθε άνδρας πλήρωσε €4 και κάθε γυναίκα €3. Αν όλοι μαζί πλήρωσαν €53, πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες;

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε μόνο 4 από τα 6 θέματα. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

α) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες $(\kappa - 2)\chi + 2\psi = 1$ και $5\chi + 4\psi = 7$ να είναι παράλληλες.

β) Να βρεθούν δύο αριθμοί ώστε το τριπλάσιο του πρώτου με το διπλάσιο του δεύτερου να έχουν άθροισμα 21. Ενώ το τετραπλάσιο του πρώτου μαζί με το πενταπλάσιο του δεύτερου να έχουν άθροισμα 35.

ΘΕΜΑ 2:

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{\psi^2 - 16}{\psi^2 + 4\psi} : \frac{\psi^2 - 5\psi + 4}{\psi} =$$

$$\beta) \frac{2\psi + 1}{2\psi + 4} - \frac{\psi}{\psi - 2} + \frac{3\psi}{\psi^2 - 4} =$$

ΘΕΜΑ 3:

α) Η ευθεία $\psi = \alpha\chi + \beta$ περνά από τα σημεία $(0, 1)$ και $(1, -5)$. Να βρεθούν τα α και β .

β) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά τμήματα

$B\Delta = \frac{AB}{2}$ και $\Gamma E = \frac{A\Gamma}{2}$ αντίστοιχα. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4:

α) Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{\beta^2}{\alpha - \beta} + \beta\right) = \alpha + \beta$$

β) Αν $\chi + \psi = 4$ να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$(\chi - 2\psi)^2 - \psi(3\psi - 6\chi) =$$

ΘΕΜΑ 5:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο σημείο Σ.
Να δείξετε ότι: α) το τρίγωνο ΒΣΓ είναι ισοσκελές
β) η ΑΣ είναι διχοτόμος της γωνιάς ΒΑΓ .

ΘΕΜΑ 6:

α) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 3}{\chi^2 - 1} + \frac{\chi}{\chi - 1} = 0$

β) Να γίνει απλό το σύνθετο κλάσμα: $\frac{\frac{\chi^2 + \psi^2}{\chi \cdot \psi} + 2}{\frac{1}{\psi^2} - \frac{1}{\chi^2}} =$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....
.....
.....

.....
Ξανθούλα Λετυμπιώτου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 / 06 / 2009

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες

Βαθμός :

ΩΡΑ : 7:45' – 9:45'

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :ΤΜΗΜΑ:.....ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
- α) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
 - β) Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄ (12 μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-3\chi^2\psi)(4\chi\psi) =$

β) $(\chi^2 + 1)(\chi^2 + 4\chi + 3) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 4)^2 =$

β) $(3\chi - \omega)(3\chi + \omega) =$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$2\chi - 5\psi = 1$

$7\chi + 3\psi = 24$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την $\psi = -5\chi + 6$ και περνά από το σημείο $(-2, -2)$.

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $14\kappa\lambda - 2\kappa =$

β) $\chi^2 - 5\chi + 4 =$

γ) $25\chi^2 - 16\psi^6 =$

δ) $\alpha\chi - \alpha\psi - 3\chi + 3\psi =$

6. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$A = 2\chi^2 - \chi + 9$ $B = \chi - 3$ και $\Gamma = \chi^3 + 2\chi$

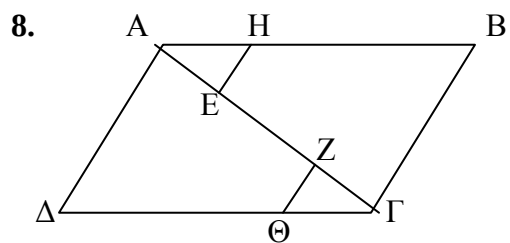
Να βρείτε:

α) $A + B - 3\Gamma =$

β) $B \cdot \Gamma =$

7. Να κάνετε τη διαίρεση:

$(2\chi^3 - 5\chi^2 + 8\chi - 3) : (2\chi - 1)$



Δ	Z
ABΓΔ παρ/μο	EH = ΘZ
ΑΓ διαγώνιος	
AE = ΓZ	
EH ⊥ ΑΓ	
ZΘ ⊥ ΑΓ	

9. Να λύσετε την εξίσωση:
 $\chi^3 - 16\chi + 2\chi^2 - 32 = 0$

10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^3 - 25\chi}{\chi^2 - 3\chi} \cdot \frac{\chi^2 - 10\chi + 25}{\chi^2 - 8\chi + 15} =$$

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και AM διάμεσος του τριγώνου. Αν Δ τυχαίο σημείο της AM , να δείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ είναι ίσες.

12. Οι ευθείες $\psi = 2\chi - 7$ και $\psi = (\alpha^2 - \alpha)\chi + 9$ είναι παράλληλες. Να βρείτε το α .

13. Το άθροισμα των ηλικιών δύο παιδιών είναι 32 και η ηλικία του ενός είναι τριπλάσια από την ηλικία του άλλου. Να βρείτε την ηλικία του καθενός. (Να λυθεί με σύστημα).

14. Να κάνετε τις πράξεις και του αποτελέσματος να βρείτε την αριθμητική τιμή για $\chi = 1$.
 $(\chi - 1)^3 - 2(3\chi - 7)(3\chi + 7) =$

15. Σε τυχαίο τρίγωνο ABΓ να φέρετε το ύψος ΓΔ. Αν Ε και Η είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΓΔ αντίστοιχα και $EZ \perp AB$ να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΗΕΖ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄ (8 μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

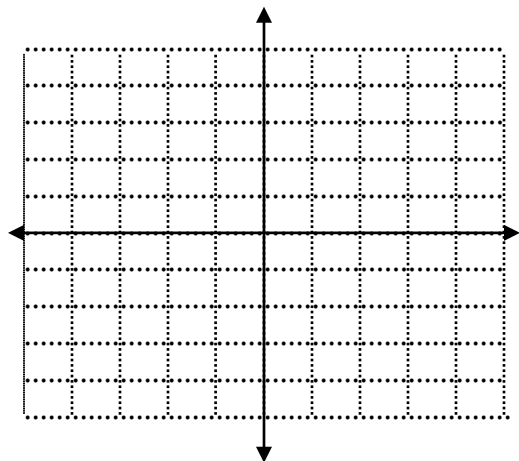
$$\frac{\chi}{2\chi - 6} - \frac{3}{\chi^2 - 5\chi + 6} + \frac{3}{2 - \chi} = 0$$

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90°) με Β = 30° και Δ, Ε τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα. Αν ΑΗ το ύψος του τριγώνου και το μήκος του ΑΗ είναι 15cm, να βρείτε το μήκος του ΔΕ. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{3x}{2x + 4} \right) : \frac{x^2 - 16}{2x - 4} =$$

4. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (-5\kappa + 7)\chi + 3$ και $\varepsilon_2: \psi = 2\kappa\chi - 1$ είναι παράλληλες να βρείτε:
- α) Το κ ,
 - β) Την κλίση της ευθείας ε_1 ,
 - γ) Τα σημεία τομής της ε_1 με τους άξονες $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$
 - δ) Στο πιο κάτω σχήμα να κάνετε τη γραφική παράσταση της ευθείας ε_1 .



5. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - 3(\psi - 2) = -7$$

$$\frac{3\chi}{2} + \frac{2\psi - 1}{5} = -2$$

6. Σ' ένα κυρτό τετράπλευρο οι διαγώνιες του είναι ίσες. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών του είναι κορυφές ρόμβου.

Η Διευθύντρια

Γεωργιάδου Μαρία

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 5/06/2009

ΩΡΑ: 7:45π.μ. – 9:45π.μ.
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό αυτό δοκίμιο αποτελείται από 7 δακτυλογραφημένες σελίδες.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIP-EX).
4. Να χρησιμοποιηθεί μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) 5x^2\psi - 3x + 2x^2\psi + 9x =$$

$$\beta) (15\alpha^2\beta^5) : (-5\alpha\beta^3) =$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 2\psi = 8$$

$$4x + 6\psi = -10$$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (\psi + 7)^2 =$$

$$\beta) (x^2 + 6)(x^2 - 6) =$$

4. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 2\chi^2 + 3\chi - 9$, $B = \chi - 1$ και $\Gamma = \chi^3 - \chi^2 - 3\chi + 5$.
Να υπολογίσετε :

α) $\Gamma + 7B - A =$

β) $A \cdot B =$

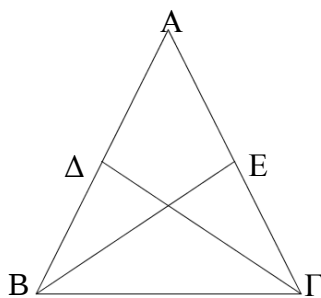
5. Να αναλύσετε πλήρως τα πολυώνυμα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $5\alpha^2 - 15\alpha =$

β) $\alpha\beta - \alpha + \beta\chi - \chi =$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $\varepsilon_1: \psi = \alpha\chi + \beta$ που περνά από το σημείο $A(2, -3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_2: \psi = -5\chi + 2$.

7. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Το Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $\triangle E\Delta\Gamma = \triangle \Gamma\Delta E$.



ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

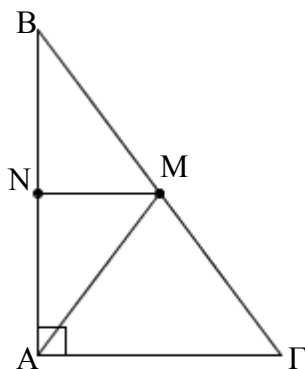
8. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\chi^2 - 25}{\chi^2 - 2\chi - 15} =$$

9. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(6\chi^3 - \chi^2 + 5\chi + 2) : (3\chi + 1) =$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τα χ και ψ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας) .



Δ
Α Β Γ ορθογώνιο, $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Ν μέσο ΑΒ και Μ μέσο ΒΓ,
 $MN = \psi \text{ cm}$, $AM = \chi \text{ cm}$ και $AG = 8 \text{ cm}$.

11. Να βρείτε το μ ώστε οι ευθείες $\epsilon_1: \psi = (2\mu - 1)\chi + 5$ και $\epsilon_2: 8\mu\chi - 3\psi = 7$ να είναι παράλληλες .

12. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\chi(\chi - 8) = -16$$

- 13.** Δίνεται τυχόν τρίγωνο ΑΒΓ. Το Ζ είναι τυχόν σημείο της ΒΓ και το Δ είναι το μέσο της ΖΓ.
Προεκτείνεται την ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ. Να δείξετε ότι το ΑΓΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.
ΣΧΗΜΑ — ΔΕΔΟΜΕΝΑ — ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

- 14.** Να κάνετε τις πράξεις :

$$(3x+2)^2 + 4(2x-1)(1+2x) - (3x^2-4)^2 =$$

- 15.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και Μ τυχόν σημείο του ύψους ΑΔ. Να δείξετε ότι ΜΒ=ΜΓ.
ΣΧΗΜΑ — ΔΕΔΟΜΕΝΑ — ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα **6** θέματα να απαντήσετε **μόνο τα 4** .
Κάθε θέμα βαθμολογείται με **2** μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x}{x-1} - 4 = \frac{3}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x+1}{2-x}$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{x-\psi}{3} + \frac{x-2}{2} = -\frac{x-3}{3}$$

$$2(2\psi - x) - 3(3\psi + 1) - 2 = 4(1 - x) - 10\psi$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{4}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2+x} \right) : \frac{x^2-2x-3}{x-x^2} =$$

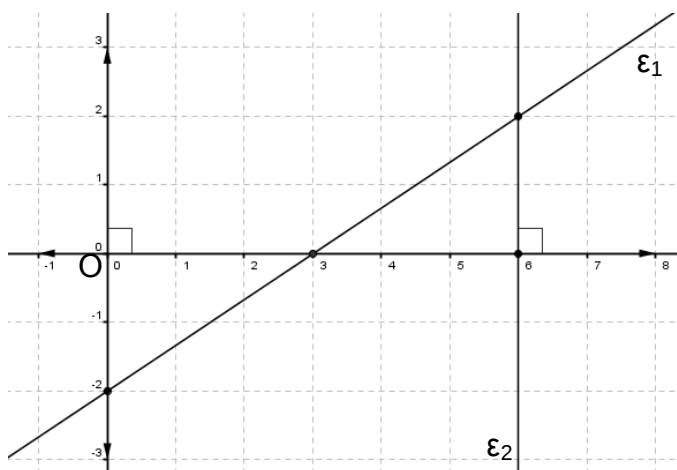
4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Μ το μέσο της ΒΓ. Προεκτείνουμε την ΑΒ προς το Β και την ΑΓ προς το Γ και παίρνουμε τμήματα ΒΔ και ΓΕ αντίστοιχα , τέτοια ώστε ΒΔ = ΓΕ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΕΜΔ είναι ισοσκελές .
ΣΧΗΜΑ — ΔΕΔΟΜΕΝΑ — ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

5. Να βρεθούν : **α)** Η κλίση της ευθείας ε_1 .

β) Η εξίσωση της ευθείας ε_1 .

γ) Η εξίσωση της ευθείας ε_2 .

δ) Η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 και την αρχή των αξόνων .



6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$, AB αντίστοιχα.

Προεκτείνουμε την ΔE κατά τμήμα $\Delta E= EZ$. Να αποδείξετε ότι: **α)** $AZ\Delta\Gamma$ παραλληλόγραμμο,

β) $AZB\Delta$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο .

ΣΧΗΜΑ — ΔΕΔΟΜΕΝΑ — ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15.6.2009

ΤΑΞΗ: Γ΄
ΩΡΑ: 7:45 – 9:45

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

Τμήμα:..... **Αρ:.....** **Βαθμός:.....**

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

.....

ΜΕΡΟΣ: Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

A1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $5\omega^2 \cdot (-2\omega\chi) =$

β) $-18\alpha^3\omega^2 : (-6\alpha^3\omega) =$

A2) Δίνονται τα πολυώνυμα : $A = \chi^3 - 6\chi^2 + 6\chi - 5$

$$B = 2\chi^2 - 5\chi - 3$$

$$\Gamma = \chi - 5$$

Να βρείτε: α) $A - B =$

β) $A : \Gamma =$

A3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\alpha^2\omega^3 - 5\alpha^2\omega^2 =$

β) $2\alpha\chi - 2\alpha^2 - 3\chi + 3\alpha =$

A4) Να βρείτε τα αναπτύγματα των πιο κάτω χωρίς τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

α) $(9\omega^2 - 2)(9\omega^2 + 2) =$

β) $(2\chi - 3\omega)^2 =$

A5) Να απλοποιήσετε το πιο κάτω κλάσμα:

$$\frac{\omega^2 - 9}{3\omega - 9} =$$

A6) Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - \psi = -7$$

$$3\chi + 2\psi = 0$$

A7) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(-3, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = \chi - 1$.

A8) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3\alpha(\alpha - 7) = 0$

β) $\chi^2 - 1 = 0$

A9) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a} =$$

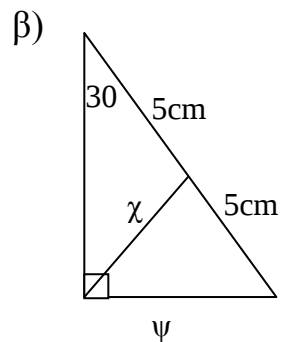
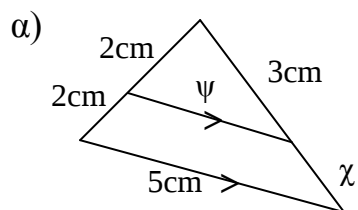
A10) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση 2.

A11) Να κάνετε τις πράξεις:

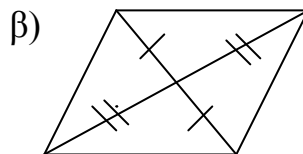
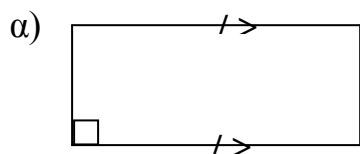
$$\frac{2\omega-8}{\omega^2+4\omega} : \frac{\omega^2-16}{\omega^2+8\omega+16} =$$

A12) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών παίρνουμε τμήματα ΒΔ = ΓΕ. Αν ΑΜ είναι η διάμεσος του ΑΒΓ τριγώνου, να δείξετε ότι ΜΔ = ΜΕ (σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα - απόδειξη).

A13) Να βρείτε τα χ και ψ στα πιο κάτω σχήματα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



A14) Να βρείτε το είδος των πιο κάτω τετραπλεύρων και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



A15) Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ. Πάνω στις προεκτάσεις της διαγωνίου ΒΔ παίρνουμε ίσα τμήματα ΒΕ και ΔΖ. Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο (σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη).

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

B1) Να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\omega = -2$.

$$(3\omega - 2)^2 - 3(2\omega - 3)(2\omega + 3) - 4(2 - \omega) =$$

B2) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x^2 - 9x + 5}{x^2 + x - 2} - \frac{x}{1 - x} = \frac{x - 3}{x - 2}$$

B3) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \frac{2\omega + \chi}{4} - \frac{4\chi + \omega}{3} &= -2 \\ 5(2\chi - \omega) - 3(\chi - 3\omega) &= 18 \end{aligned}$$

B4) Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές A και Γ φέρουμε κάθετες AZ και ΓE πάνω στη διαγώνιο $B\Delta$. Να δείξετε ότι το $A\epsilon\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο (σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη).

B5) Δίνεται τρίγωνο με πλευρές 12cm , 16cm και 18cm . Να βρείτε την περίμετρο τριγώνου που έχει κορυφές του τα μέσα των πλευρών του αρχικού τριγώνου (σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη).

Β6) Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη BD και GE . Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι το $EM\Delta$ είναι ισοσκελές τρίγωνο (σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα – απόδειξη).

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Μαρία Φιλίππου.....

Αμαλία Παπαγεωργίου.....

Γιώργος Χαραλάμπους.....

Μαρία Γιάλλουρου.....

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ροδούλα Νικολαΐδου

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ	:	Γ΄	
ΜΑΘΗΜΑ	:	Μαθηματικά	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ	:	15/6/09	
		ΒΑΘΜΟΣ :	
ΔΙΑΡΚΕΙΑ	:	2 Ώρες	
ΩΡΑ	:	8:00 – 10:00	
			ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

(Ολογράφως)

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:**

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε **μόνο** με μελάνι. (επιτρέπεται **με μολύβι** τα σχήματα)
- γ) **Μη** χρησιμοποιείτε διορθωτικό υγρό.
- δ) Το γραπτό αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $9\chi^3 - 4\chi^3 =$

β) $3\chi^2\psi \cdot 4\chi^3\psi^2\omega =$

γ) $(10\chi^4\psi^2) : (-5\chi^2\psi) =$

δ) $2\chi(\chi^2 - 3\chi + 4) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\chi - 3)^2 =$

β) $(7\psi + 4) \cdot (7\psi - 4) =$

3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$3\alpha - 2\beta = 4$$

$$2\alpha + 4\beta = 8$$

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις :

α) $6\chi^2\omega^3 - 4\chi\omega^2 =$

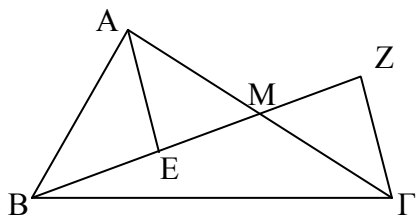
β) $4\chi^2 - 25 =$

γ) $\chi^2 - 10\chi + 21 =$

δ) $2\alpha\chi - \alpha\psi + 6\beta\chi - 3\beta\psi =$

5. Να κάνετε τη διαίρεση: $(3\chi^3 + 2\chi^2 - 3\chi + 10) : (\chi + 2)$

6. Δεδομένα	Ζητούμενα
$AE \perp BM$	$AE = Z\Gamma$
$\Gamma Z \perp BM$	
BM διάμεσος	



7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\chi^2 - 25 = 0$

β) $\chi^2 - 6\chi + 9 = 0$

8. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ να προεκτείνεται τη διαγώνιο $B\Delta$ προς το μέρος του B και προς το μέρος του Δ κατά τμήματα BE και ΔZ αντίστοιχα έτσι ώστε $BE = \Delta Z$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\epsilon\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

9. Να κάνετε τις πράξεις (Να χρησιμοποιήσετε περιορισμούς)

$$\frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3} - \frac{6}{x^2+5x+6} =$$

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Από το μέσο M της $B\Gamma$ να φέρετε τις κάθετες $M\Delta$ και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές.
(Δεδομένα – Ζητούμενα – Σχήμα)

11. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $(3, 4)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2\chi + 5$.

12. Να κάνετε τις πράξεις:

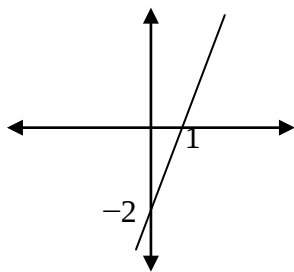
$$\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{3\alpha^2 - 3\alpha} \cdot \frac{\alpha^2 - 2\alpha + 1}{\alpha^2 - 4} : \frac{\alpha - 1}{\alpha - 2} =$$

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\chi + 2)^3 - 6\chi(\chi + 2) = \chi^3 + 8$

14. Να κάνετε απλό το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{\frac{3\chi^2 - 3}{\chi^2}}{5 - \frac{5}{\chi}} =$$

15. Να βρείτε την εξίσωση της πιο κάτω ευθείας:



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-4}{x-2} = \frac{2x-1}{x+3} - \frac{35}{x^2+x-6}$

β) Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{a}{a+2} + \frac{a-2}{a}\right) : \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a-2}{a}\right) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$2(\chi - 1) + 3(\psi + 2) = 12$$

$$\frac{\chi + 1}{2} - \frac{2(2\psi + 1)}{5} = -1$$

3. Αν $A = 2\chi^3 + 3\chi^2 - 5\chi + 6$ $B = -\chi^2 + 4\chi - 7$ και $\Gamma = \chi^3 + 7\chi^2 + 6$

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $A + B + \Gamma$

β) Να υπολογίσετε το γινόμενο $B \cdot \Gamma$

γ) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων την παράσταση $A + B$

δ) Να λύσετε την εξίσωση $A - \Gamma = 0$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ προς τα σημεία B , Γ . Στην προέκταση προς το B παίρνουμε το σημείο E και στην προέκταση προς το Γ το σημείο Z έτσι ώστε $BE = \Gamma Z$. Να δείξετε ότι:
- α) Τα τρίγωνα ABE , $A\Gamma Z$ είναι ίσα
 - β) Οι αποστάσεις των κορυφών B , Γ από τις AE και AZ είναι ίσες

5. α) Αν $\chi + \frac{1}{\chi} = 7$ να υπολογίσετε την αλγεβρική παράσταση $\chi^2 + \frac{1}{\chi^2}$

β) Αν $\alpha - \beta = 6$, να δείξετε ότι : $(\alpha^2 - 3)(\beta^2 + 1) - (\alpha\beta + 1)^2 + 4(\beta^2 + 1) = 36$

6. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $\alpha^3 + 2\alpha^2\chi + \alpha\chi^2 =$

β) $4\chi^2 - 9\psi^2 + 6\chi + 9\psi =$

γ) $\chi^2 - \psi^2 + 6\psi - 9 =$

δ) $(\chi^2 - 4)(2\chi + 5) + (4\chi^2 - 25)(3\chi + 6) =$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Ευαγόρου Βενετία

Στυλιανού Φάνη

Κωνσταντίνου Άγγελος

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

Παπαδάκης Λάκης

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΦΑΝΕΡΩΜΕΝΗΣ - ΛΑΡΝΑΚΑ ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2008-2009	ΒΑΘΜΟΣ ΑΡ.
	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ
	ΥΠΟΓΡΑΦΗ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009	
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΤΑΞΗ: Γ'
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/6/2009	ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ	ΤΜΗΜΑ..... ΑΡ.
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΟΣ	

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.
 β) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής .
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α

Να λύσετε μόνο τις 12 από τις 15 ασκήσεις πάνω στο φυλλάδιο.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

1) Δίνονται τα πολυώνυμα , $A=3x^2 - 4x + 3$ και $B=3x + 2$. Να βρείτε :

α) $A+B =$

β) $2A-B=$

2) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-5\alpha\beta^2) \cdot (-3\alpha^2\beta^3) =$

β) $(12x^3y^4\omega) \div (-3xy^2\omega) =$

3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 6)^2 =$

β) $(3x - 7) \cdot (3x + 7) =$

2

4) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων:

α) $x^2 - 3x - 28 =$

β) $\kappa\rho - \lambda\rho - \alpha\kappa + \alpha\lambda =$

5) Να λύσετε το σύστημα:

$$3x - y = 7$$

$$x + 2y = 14$$

6) Αν το σημείο A(κ , 2) ανήκει στην ευθεία $4x + 5y = 30$, να βρείτε την τιμή του κ .

7) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(3\chi^3 + 11\chi^2 + 8\chi - 4) \div (\chi + 2) =$$

8) Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^2 - 5x = 0$

β) $25x^2 - 9 = 0$

9) Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, παίρνουμε στις ίσες πλευρές του ΑΒ και ΑΓ ίσα τμήματα ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα. Αν Ζ είναι το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι ΖΔ=ΖΕ

10) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x^2 - 7x}{x^2 - 8x + 7} \div \frac{x}{x^2 - 1} =$$

11) Να δείξετε ότι:

$$(\alpha^2 + 3)^2 - (2\alpha - 1)^2 - (\alpha^2 - 2)(\alpha^2 + 2) + 6\alpha = 2(\alpha + 3)(\alpha + 2)$$

12) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(3 , 7) και είναι παράλληλη με την ευθεία $24x+8y=11$.

13) Ποσό 200€ αποτελείται από 26 χαρτονομίσματα των 5€ και 10€ . Να βρεθούν πόσα χαρτονομίσματα των 5€ και πόσα των 10€ υπάρχουν;

14) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{x-2} + \frac{x+3}{x^2-x-2} \right) \cdot \left(\frac{x^2-4x+4}{2x^2-8} \right) =$$

15) Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ , παίρνουμε σημείο Μ μέσο του ΑΒ και Ν μέσο του ΓΔ .
 Να δείξετε ότι : α) $\hat{\Delta}\hat{N}A = \hat{\Gamma}\hat{M}B$
 β) $AN \parallel M\Gamma$

ΜΕΡΟΣ Β

Να λύσετε μόνο τις 4 από τις 6 ασκήσεις πάνω στο φυλλάδιο.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x+3}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{18}{x^2 - 3x}$$

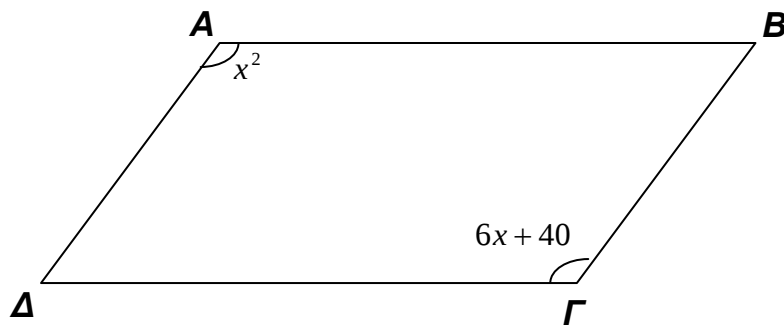
2) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{5} - \frac{y+5}{2} &= -3 \\ \frac{y+2}{4} - \frac{x-3}{3} &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

3) α) Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\alpha = -2$.

$$\alpha^2(\alpha - 1)^2 + (2 - \alpha)(\alpha^2 + 4)(\alpha + 2) - 2(3\alpha - 4)^2 =$$

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ($\hat{A} > 90^\circ$).



4) Δίνεται η ευθεία $(2κ + 3)x - 3y = 3$.

Να βρείτε τις τιμές του $κ$, στις πιο κάτω περιπτώσεις :

α) Να περνά από το σημείο $(2 , 3)$.

β) Να είναι παράλληλη με την ευθεία $12x-4y=7$.

γ) Να τέμνει τον άξονα των x στο 3 .

δ) Να περνά από το σημείο $(κ , κ+5)$.

5) Στη Μαθηματική Ολυμπιάδα στο κάθε μαθητή υποβάλλονται 30 ασκήσεις και για κάθε σωστή απάντηση προστίθενται βαθμοί, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρούνται βαθμοί. Ένας μαθητής έλυσε όλες τις ασκήσεις και είχε 17 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 55 βαθμούς, ενώ ένας άλλος μαθητής που επίσης έλυσε όλες τις ασκήσεις είχε 22 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 80 βαθμούς. Πόσους βαθμούς παίρνει ένας μαθητής για κάθε σωστή απάντηση και πόσοι του αφαιρούνται για κάθε λανθασμένη απάντηση; (Να λυθεί το πρόβλημα με σύστημα)

- 6) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και AH ύψος και διχοτόμος του τριγώνου.
Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ προς το μέρος του A και στις προεκτάσεις σημειώνουμε αντιστοίχως σημεία Δ και E τέτοια ώστε $A\Delta=AE$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές .

Οι εισηγητές

Κατερίνα Κολάνη ΒΔ
Ξενάκης Παναγιώτου
Στυλιανός Κουζάρης

Ο Διευθυντής

Λουκάς Σαββίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα: Μαθηματικά Τάξη Γ' Ημερομηνία: 09/06/2009 Διάρκεια: 2 ώρες.

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ:.....

Βαθμός:..... Ολογράφως:..... Υπογραφή καθηγητή:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα με μολύβι.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείτε με μία (1) μονάδα.

1. Να γίνουν οι πράξεις:

$$(α) 5α + 2β - 3α =$$

$$(β) 2χ(ψ - χ) =$$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(α) (χ + 3)^2 =$$

$$(β) (χ - 2)(χ + 2) =$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$(α) 5χ^2 - 10χ^3 =$$

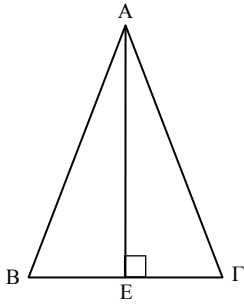
$$(β) χ^2 + 6χ + 9 =$$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$χ + ψ = 17$$

$$χ - ψ = 1$$

5.



Δεδομένα	Ζητούμενο
$AB = A\Gamma$ AE ύψος	$\triangle ABE = \triangle AGE$

6. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$(α) \frac{2\alpha}{6\alpha + 8\beta} =$$

$$(β) \frac{\chi^2 - 9}{\chi^2 - 5\chi + 6} =$$

7. Αν $A = 3\chi^2 - 2\chi + 1$ και $B = \chi^3 + 5\chi^2 - 3\chi - 8$ να βρείτε το αποτέλεσμα της πράξης:
 $B - 3A =$

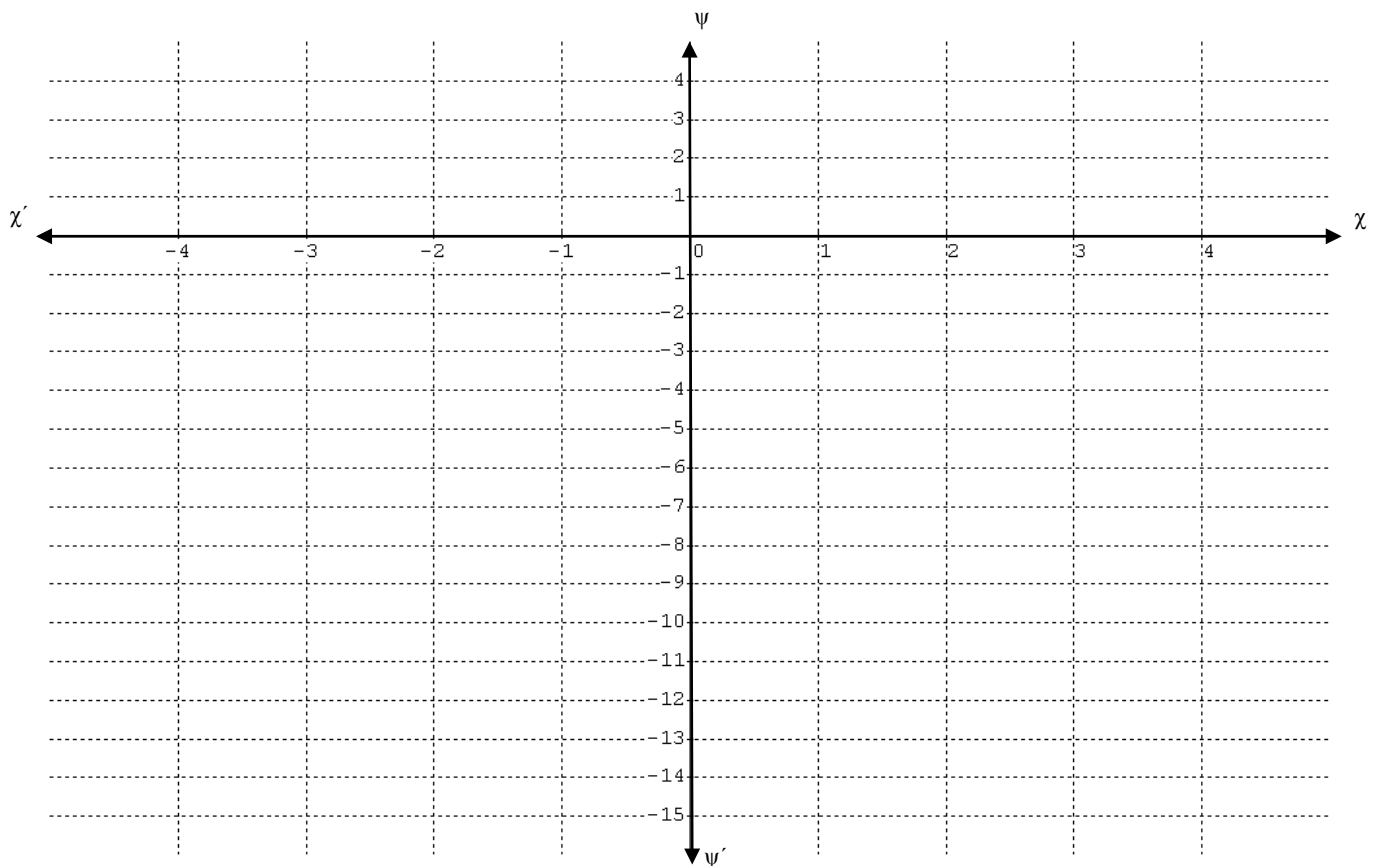
8. Να λύσετε την εξίσωση:

$$4\chi(\chi + 2) = \chi^2 - 4\chi$$

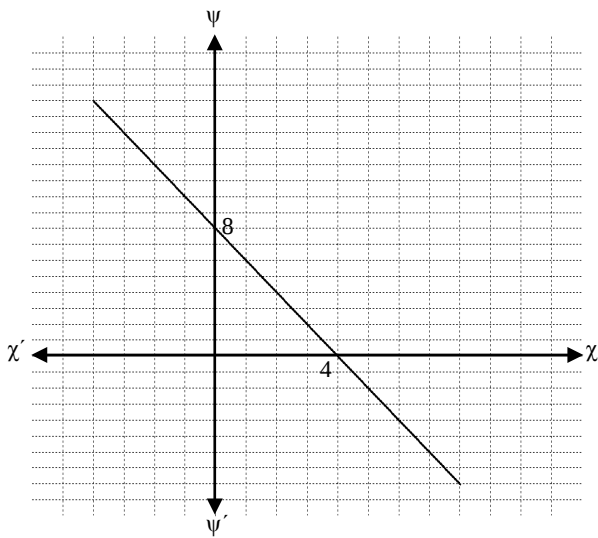
9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi + 5}{\chi^2 + 5\chi + 4} \div \frac{\chi^2 - 25}{2\chi + 8} =$$

10. Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία $\psi = 2\chi - 5$



11. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας:



12. Να κάνετε τη διαίρεση: $(\chi^3 - 5\chi^2 - 13\chi + 2) \div (\chi + 2)$



13. Να δείξετε ότι:
 $(2\chi - 1)^2 - (\chi + 1)^2 = 3\chi(\chi - 2)$

14. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε το ύψος ΑΔ και το προεκτείνουμε προς το Δ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ. Να δείξετε ότι ΑΓ = ΕΓ.

-
15. Να κάνετε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x} - x} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi}{\chi + 2} + \frac{1}{\chi - 1} = \frac{16\chi + 2}{\chi^2 + \chi - 2}$$

2. (α) Να κάνετε τις πράξεις και να γράψετε το αποτέλεσμα στη πιο απλή του μορφή:

$$(2\chi - 3)^2 + 4(\chi - 4)(\chi + 4) =$$

(β) Να βρείτε την αριθμητική του αποτελέσματος που βρήκατε στο (α) μέρος της άσκησης όταν $\chi = 2$.

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{3}{\chi+1} + \frac{2}{\chi-1} \right) \div \left(\frac{4\chi^2-1}{\chi^2-1} \right) =$$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{3\chi+4}{5} - \frac{3-\psi}{2} = 1$$

$$2(3\chi + \psi) - 5(2\chi - 3\psi) = 9$$

5. (α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία (3, 3) και (-1, 5).

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την $3\chi + \psi = 7$ και τέμνει τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο (0, 5).

6. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Από το σημείο M φέρουμε τις διαμέσους ME και MZ στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι:

(α) $ME = MZ$.

(β) $\hat{A}EZ = \hat{A}ZE$

Ο Διευθυντής

Εισηγητές: Στ. Χαραλαμπίδης

Χρ. Μακρή

Μ. Μιχαηλίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΤΑΞΗ Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ ΤΑ 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1 : Να γίνουν οι πράξεις:

(α) $5x^2 + 3x - 2x^2 - x =$

(β) $(-9\alpha^2\beta) \div (3\alpha) =$

ΘΕΜΑ 2 : Να βρεθούν τα αναπτύγματα :

(α) $(x + 2)^2 =$

(β) $(3x + 5)(3x - 5) =$

ΘΕΜΑ 3 : Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $4a\beta - 2a =$

(β) $x^2 - 25 =$

ΘΕΜΑ 4 : Να λυθεί η εξίσωση: $5x^2 - 2x = 0$

ΘΕΜΑ 5 : Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{5\omega - 1}{\omega^2 - 9} \div \frac{2\omega}{2\omega + 6} =$$

ΘΕΜΑ 6 : Να λυθεί το σύστημα εξισώσεων :

$$3x - 2y = 10$$

$$5x - y = 19$$

ΘΕΜΑ 7 : Να βρεθεί η τιμή του κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 7x - 1$ και $\varepsilon_2: y = (2\kappa - 1)x + 7$ να είναι παράλληλες.

ΘΕΜΑ 8 : Να γίνει η διαίρεση:

$$(6x^3 + 16x^2 - 12x + 2) : (3x - 1) =$$

ΘΕΜΑ 9 : Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ και AM διάμεσος. Να αποδείξετε ότι οι κορυφές B και Γ απέχουν ίσο από την AM .

ΘΕΜΑ 10 : Να γίνουν οι πράξεις και του αποτελέσματος να βρεθεί η αριθμητική τιμή για $x = -2$.

$$(x - 3)^3 - x(1 + x^2 - x) + (2x^2 - 1)(4 - 5x) =$$

ΘΕΜΑ 11 : Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$. Το Z είναι τυχαίο σημείο της $B\Gamma$ και το K είναι το μέσο της ΓZ . Προεκτείνουμε την AK κατά τμήμα $KE = AK$.
Να δείξετε ότι το $A\Gamma EZ$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 12 : Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 7a^2 - 5a + 13$, $B = 3a^2 - 2a + 1$ και $\Gamma = a^2 - 1$.
Να βρεθούν τα : (α) $A - 2B$ και (β) $B \cdot \Gamma$

ΘΕΜΑ 13 : Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $(-1,5)$ και $(0,-3)$.

ΘΕΜΑ 14 : Αν $x - \psi = 7$ και $\psi = \frac{3}{x}$ να υπολογίσετε το $x^2 + \psi^2$.

ΘΕΜΑ 15 : Να απλοποιηθεί το κλάσμα :

$$\frac{4x^3\psi - x\psi}{1 + 4x + 4x^2} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ ΤΑ 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

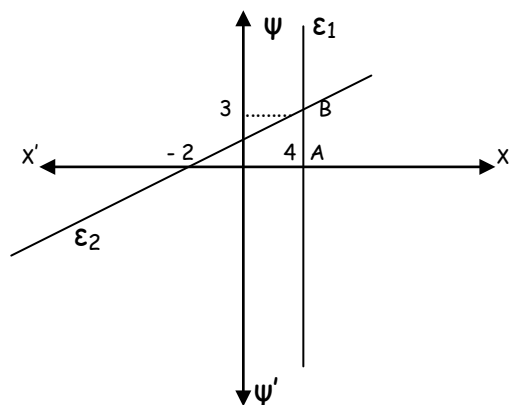
ΘΕΜΑ 1 : Να γίνει το σύνθετο κλάσμα απλό:

$$\frac{2}{\beta} + \frac{1}{1 - \frac{1}{\beta+1}} - \frac{\frac{1}{\beta}}{\frac{1}{1+\beta}} =$$

ΘΕΜΑ 2 : Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 όπως φαίνονται στο σχήμα:

Να βρεθούν:

- (α) η κλίση της ευθείας ε_2 .
- (β) οι εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 .
- (γ) το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΜΑ 3 : Να λυθεί η κλασματική εξίσωση:

$$\frac{\alpha+1}{1-\alpha} - \frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2+2\alpha-3} = -\frac{\alpha+2}{3+\alpha}$$

ΘΕΜΑ 4 : Να παραγοντοποιηθούν πλήρως οι αλγεβρικές παραστάσεις:

(α) $4\gamma^2 - \alpha^2 + 6\alpha\beta - 9\beta^2 =$

(β) $\omega^3 + \omega + 2 =$

ΘΕΜΑ 5 : Αν ο Κώστας δώσει στον Μάριο €4 θα έχουν ίσο αριθμό χρημάτων.

Αν ο Μάριος δώσει στον Κώστα €8 τότε ο Κώστας θα έχει διπλάσια χρήματα από τον Μάριο. Να βρεθεί πόσα χρήματα έχει ο Κώστας και πόσα ο Μάριος.

(Να λυθεί με σύστημα εξισώσεων).

ΘΕΜΑ 6: Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, με $AB \parallel \Gamma\Delta$. Το E είναι μέσο της $A\Delta$, το Z μέσο της $B\Delta$ και το M μέσο της $\Delta\Gamma$. Η προέκταση της EZ τέμνει την $B\Gamma$ στο H . Να δείξετε ότι:
(α) Η μέσο της $B\Gamma$ και
(β) $ZH\Gamma M$ παραλληλόγραμο.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Χριστοφόρου Νίκη
Γεωργίου Μαρία

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ.

Νεοφύτου Αντρέας
.....

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αγαθοκλέους Αντρέας
.....

ΒΑΘΜΟΣ : _____

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ : _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ : _____

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία : Παρασκευή, 12.6.09

Ωρα : 7.45 π.μ.

Διάρκεια : 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο : _____

Τμήμα : _____ Αρ. : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (τα σχήματα με μολύβι).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το γραπτό αποτελείται από 10 σελίδες.

Μέρος Α' (12 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

ΘΕΜΑ 1

Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $5a^3 - 12a + 2a^3 - 4a =$

(β) $(3\chi^2\psi^4) \cdot (\chi^8\psi^3) =$

(γ) $(30\beta^5\gamma^4) : (5\beta^4\gamma^2) =$

(δ) $2\psi \cdot (\psi - 5) =$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε το σύστημα :

$$3\chi + \psi = 5$$

$$2\chi - 3\psi = 7$$

ΘΕΜΑ 3

Να βρείτε τα αναπτύγματα :

$$(\alpha) (\chi + 7)^2 =$$

$$(\beta) (3\chi - 5)^2 =$$

$$(\gamma) (\chi - 2)^3 =$$

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 8\chi^2 + 4\chi - 12$, $B = 3\chi^2 - 7$, $\Gamma = 2\chi + 3$

Να βρείτε :

$$(\alpha) A - 2B + \Gamma =$$

$$(\beta) A \cdot B =$$

ΘΕΜΑ 5

Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(2\chi^3 - 17\chi^2 + 12\chi - 2) \div (2\chi - 1)$$

ΘΕΜΑ 6

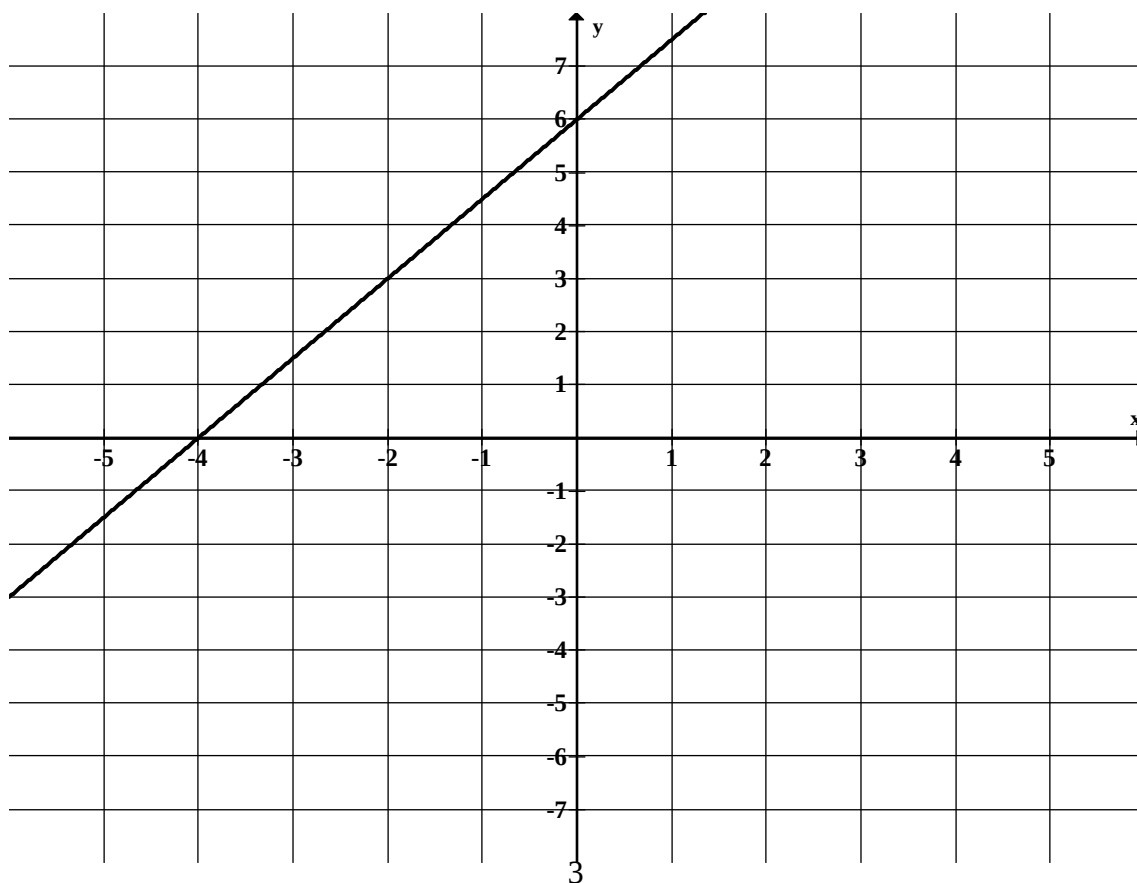
Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε οι ευθείες $(\epsilon_1) : \psi = (3\kappa + 2)\chi - 5$ και $(\epsilon_2) : \psi = 11\chi + 1$, να είναι παράλληλες.

ΘΕΜΑ 7

Από την πιο κάτω γραφική παράσταση, να βρείτε :

(α) την κλίση της ευθείας,

(β) την εξίσωση της ευθείας.



ΘΕΜΑ 8

Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα :

(α) $15\chi\psi^2 - 20\chi^2\psi =$

(β) $\alpha^2 + 3\alpha\beta - 2\alpha - 6\beta =$

(γ) $\kappa^2 - 9\lambda^2 =$

(δ) $\chi^2 - 2\chi - 8 =$

ΘΕΜΑ 9

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :

(α) $\chi^2 + 5\chi + 6 = 0$

(β) $\chi^2 - 7\chi = 0$

ΘΕΜΑ 10

Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $\frac{5}{\chi - 4} - \frac{2}{\chi + 3} =$

(β) $\frac{\chi^2 + 7\chi + 12}{5\chi - 15} \cdot \frac{2\chi^2 - 6\chi}{\chi^2 - 16} =$

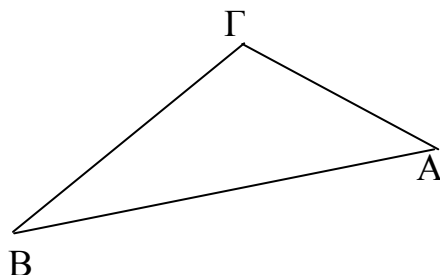
ΘΕΜΑ 11

Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

$$\frac{2 - \frac{\psi}{\chi}}{\frac{\psi^2}{\chi} - 4\chi} =$$

ΘΕΜΑ 12

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ (προς το Α) και ΓΑ (προς το Α) κατά τμήματα ΑΔ και ΑΕ ίσα με τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ΒΕ=ΓΔ.

**ΘΕΜΑ 13**

Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) γνωρίζουμε ότι $\eta\mu B = \frac{3}{5}$, να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu B$, την $\epsilon\phi\Gamma$ και την τιμή της παράστασης $12\epsilon\phi\Gamma + 10\sigma\upsilon\nu B$.

ΘΕΜΑ 14

Να βρείτε δύο αριθμούς αν γνωρίζετε ότι το τετραπλάσιο του πρώτου με το τριπλάσιο του δεύτερου έχουν διαφορά 16, ενώ το διπλάσιο του πρώτου και το πενταπλάσιο του δεύτερου έχουν άθροισμα 34.

ΘΕΜΑ 15

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). M είναι το μέσο της AB και N είναι το μέσο της AG . Από τα M και N φέρουμε κάθετες $M\Delta$ και NE πάνω στη $B\Gamma$.

Να δείξετε ότι $B\Delta=GE$.

Μέρος Β' (8 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δυο (2) μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε το σύστημα:

$$2(x-1)-5(y+5)=-30$$

$$\frac{y+2}{4}-\frac{x-3}{3}-\frac{3}{12}=0$$

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x+2}{x+3}-\frac{4}{x^2-2x-3}=\frac{x+1}{2(x-1)}$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$(x-2)^2-(x^2-3x-1)\cdot(2-x)=$$

ΘΕΜΑ 3

α) Να κάνετε τις πράξεις στην πιο κάτω αλγεβρική παράσταση:

$$(4x+3)^2 - 2(x-4)^3 + 5(x^2-3)(x^2-x-2) - 5(x^4) =$$

β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $x = -1$

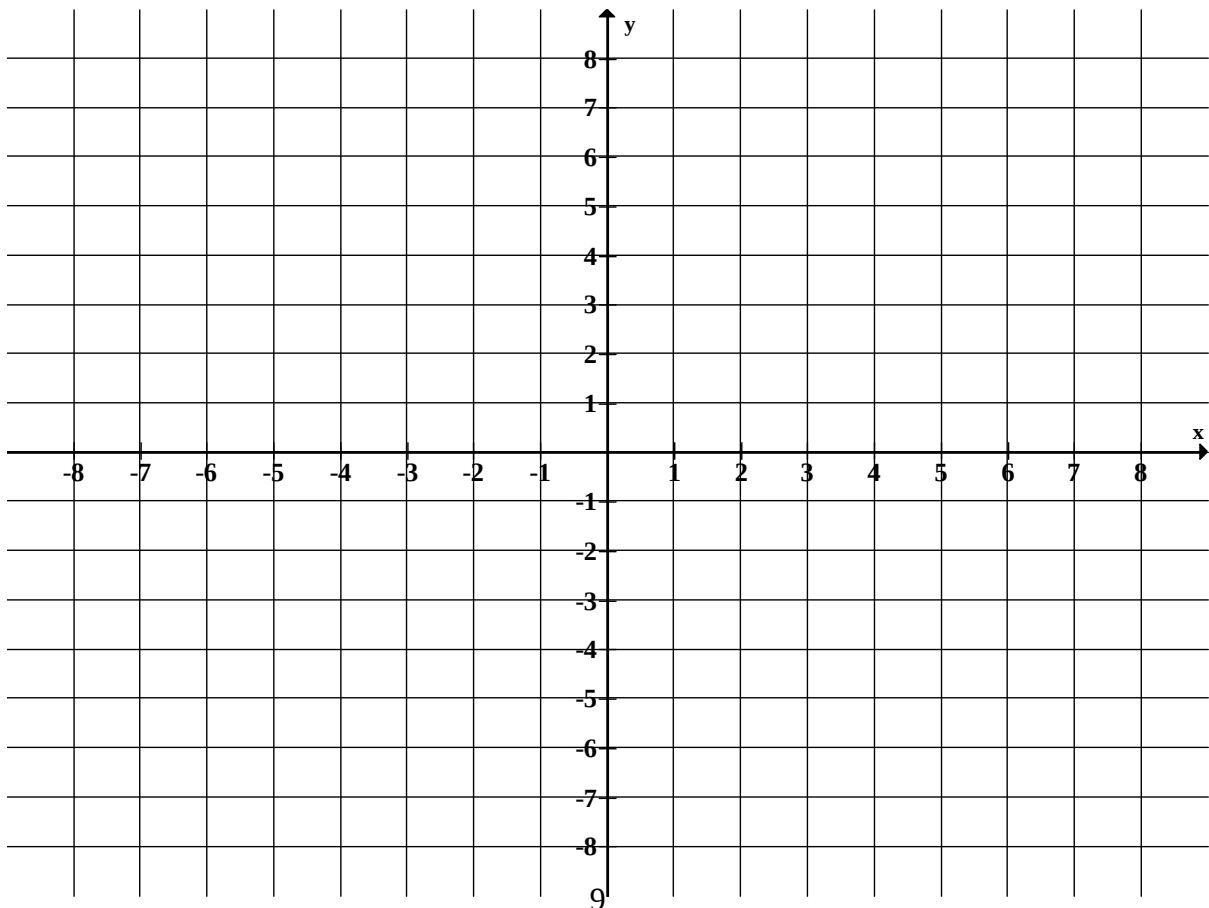
ΘΕΜΑ 4

Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{3x^2-4}{x^2-5x+4} - \frac{2x+1}{x-1} \right) \div \left(\frac{x+4}{x} + \frac{7x+16}{x^2-4x} \right) =$$

ΘΕΜΑ 5

- α) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας (ε_1) που είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2): $\psi - 2\chi = 1$ και περνά από το σημείο $(1, -2)$.
- β) Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία (ε_1).
- γ) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων την ευθεία $\chi = 5$
- δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία (ε_1), $\chi = 5$ και τον άξονα $\chi\chi'$.
- ε) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο πάνω τριγώνου.



ΘΕΜΑ 6

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα
- β) Οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις πλευρές ΔZ και $E H$ αντίστοιχα, είναι ίσες.

Οι Εισηγητές:

Μυλωνά Μαρία

Μενελάου Χριστιάνα

Ο Διευθυντής

Αλέξανδρος Σπανός

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ: Γ'

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **03/06/2009**

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ:

- Προσοχή:**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε μόνο 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **μία (1)** μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-2\chi)(3\chi^2) =$

β) $5\chi - 2\psi + 5 - 2\chi - 3\psi - 6 =$

γ) $(12\chi^3\psi^4) : (-6\chi^2\psi) =$

δ) $(\chi^2 - \chi) - (3\chi^2 - \chi - 5) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2\chi + 3\psi = 8 \\ 3\chi - \psi = 23 \end{array} \right\}$$

3. Αν $A = \chi - 3$ και $B = 2\chi^2 - 3\chi + 4$ να υπολογίσετε τα πιο κάτω:

α) $A + B =$

β) $A + 2B =$

4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 + 7x + 10 =$

β) $4x^2 - 12x =$

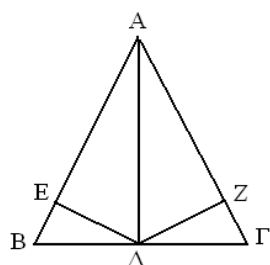
5. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(3x-7) \cdot (3x+7) =$

β) $(4x+1)^2 =$

6. Να κάνετε τη διαίρεση: $(2x^3 - 9x^2 + 11x - 2) : (x - 2) =$

7.



Δεδομένα	Ζητούμενα
AB=AC	DE=DZ
DE ⊥ AB	
DZ ⊥ AC	
AD ⊥ BC	

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 5x} : \frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 15} =$$

9. Να βρείτε την τιμή του α έτσι ώστε οι ευθείες $\psi = (\alpha+4)\chi + 3$ και $\psi = (3\alpha-6)\chi + 5$ να είναι παράλληλες.

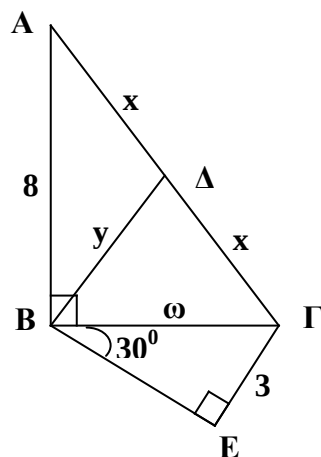
10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(\chi - 1)(2\chi - 3) = 0$

β) $\chi^2 = 4\chi$

11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ που περνά από το σημείο $A(0, 3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3\chi - 2$

12. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τα x , y , ω .
(δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας)



13. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 = \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \frac{\alpha + \beta}{2}$$

14. Να μετατρέψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα σε απλό:

$$\frac{\chi + 6 + \frac{5}{\chi}}{\chi - \frac{25}{\chi}} =$$

15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) . Προεκτείνουμε και προς τις δύο μεριές την πλευρά ΒΓ κατά τμήματα ΒΔ = ΓΕ . Αν Μ είναι το μέσο της ΑΒ και Ν είναι το μέσο της ΑΓ , να δείξετε ότι ΔΜ = ΕΝ .
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα – Απόδειξη)

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε μόνο 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δύο (2)** μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{2x - \psi 1}{5} + \frac{3 -}{2} = 2$$

$$\frac{3x\psi -}{2} - \frac{x - \psi}{8} = 1$$

2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Θ, Ε, Ζ μέσα των ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ αντίστοιχα να δείξετε ότι το τρίγωνο ΘΕΖ είναι ισοσκελές.
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα – Απόδειξη)

3. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x+3} - \frac{x-9}{x^2-9} = \frac{4}{x^2-3x}$$

4. α) Οι ευθείες $\psi = (\mu^2 - 3\mu)x + 8$ και $\psi = -2x + 5$ είναι παράλληλες. Να βρείτε τις τιμές του μ .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(6,4)$ και $B(2,8)$.

5. α) Αφού κάνετε τις πράξεις να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης για $x = -2$.

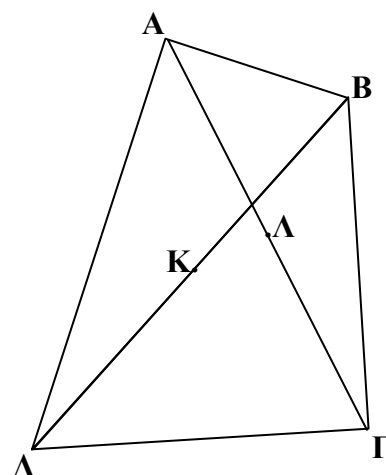
$$A = (2x + 1)^2 - (3x - 1)(3x + 1) + 2x(x + 3)$$

- β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πολυώνυμο:

$$\alpha^2 - \beta^2 + 4\alpha + 4 =$$

6.

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\widehat{B\Lambda\Delta} = \widehat{B\Gamma\Delta} = 90^\circ$	α) $KA = K\Gamma$
K μέσο της BΔ	β) KΛ είναι ύψος
Λ μέσο της ΑΓ	του τριγώνου AKΓ



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Τριανταφυλλιά Μιχαηλίδου (Β.Δ.)
 Παντελίτσα Κελίρη
 Αντρέας Πετρίδης
 Στεργιανή Αναστασοπούλου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Τεμπριώτου Ελισάβετ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΒΑΘΜΟΣ:****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 15 /06/2009**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2 ώρες**ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ:** 8**ΟΝΟΜΑ:** **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (tipeX).
- Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Να λύσετε μόνο 12 από τα 15 θέματα. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1 :

Να γίνουν οι πράξεις :

α) $(-3x^2\psi)(-2\chi^3\psi^2\omega) =$

β) $+10\alpha^3\beta^2 - 4\alpha^3\beta^2 =$

γ) $(20\chi^3\psi^2\omega) : (-5\chi^2\psi^2) =$

δ) $\chi \cdot (\chi - 2) =$

ΘΕΜΑ 2:

Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 5x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ και $B = \chi^2 - 3\chi - 6$.

Να βρείτε : $A + B$

ΘΕΜΑ 3:

Να βρεθούν τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 7)^2 =$

β) $(\chi - 6) \cdot (\chi + 6) =$

ΘΕΜΑ 4:

Να λυθεί το σύστημα:

$$2\chi - \psi = 8$$

$$3\chi + 4\psi = 23$$

ΘΕΜΑ 5:

Να γίνει η διαίρεση :

$$(6x^2 - 5x - 8) : (3x + 2) =$$

ΘΕΜΑ 6:

Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$\alpha) \chi^3 - 5\chi^2 =$$

$$\beta) 25\alpha^2 - 16\beta^4 =$$

$$\gamma) \chi^2 - 4\chi - 12 =$$

$$\delta) 2\alpha - 2\beta - \alpha\chi + \beta\chi =$$

ΘΕΜΑ 7:

Να γίνει απλό το σύνθετο κλάσμα :

$$\frac{\chi - \frac{\psi^2}{\chi}}{\frac{1}{\psi} - \frac{1}{\chi}} =$$

ΘΕΜΑ 8:

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε το ύψος ΑΔ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ . Να δείξετε ότι ΑΓ = ΓΕ .

ΘΕΜΑ 9:

Να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -1$.

$$(x+2)^3 - 3(4x-1)(4x+1) + (5x-3)^2 =$$

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται η ευθεία ϵ_1 με εξίσωση $\psi = -5\chi + 2$. Να βρείτε :

α) την κλίση της

β) το σημείο τομής της με τον άξονα $\psi\psi'$

γ) το σημείο τομής της με τον άξονα $\chi\chi'$

δ) την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ϵ_1 και περνά από την αρχή των αξόνων .

ΘΕΜΑ 11:

Να γίνουν οι πράξεις :

$$\frac{\alpha-1}{\alpha^2+\alpha} + \frac{4}{\alpha^2-1} =$$

ΘΕΜΑ 12:

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε τη διαγώνιο ΒΔ και την προεκτείνουμε προς το Β και προς το Δ κατά τμήματα ΒΕ και ΔΖ αντίστοιχα ώστε ΒΕ = ΔΖ . Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 13:

Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (\mu^2 - 8\mu)\chi + 8$ και $\varepsilon_2: \psi = -12\chi + 5$ να είναι παράλληλες .

ΘΕΜΑ 14:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) . Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 15:

Να γίνουν οι πράξεις :

$$\left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x} \right) : \frac{x+1}{2x-4} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε μόνο 4 από τα 6 θέματα. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Να λυθεί η εξίσωση :

$$\frac{3}{\psi^2 - \psi} + \frac{5}{1 - \psi^2} = \frac{\psi - 3}{\psi^2 + \psi}$$

ΘΕΜΑ 2:

α) Να γίνουν οι πράξεις :

$$\left(\frac{6}{\alpha^2 - 4} - \frac{3}{\alpha^2 + 2\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right) : \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{3\alpha^2 - 6\alpha} =$$

β) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

ι) $4\chi^2 - 9\chi^2\psi^2 - 4\chi\psi + \psi^2 =$

ιι) $\chi^3 + 20\chi + 9\chi^2 =$

ΘΕΜΑ 3:

α) Η διαφορά των ηλικιών του Κώστα και της Μαρίας είναι 15 χρόνια. Σε 12 χρόνια η ηλικία του Κώστα θα είναι κατά 5 χρόνια μικρότερη από το διπλάσιο της ηλικίας της Μαρίας. Ποιες είναι οι ηλικίες τους σήμερα; (Να λυθεί με σύστημα)

β) Να λυθεί η εξίσωση :

$$(\chi - 3)^2 + (\chi + 4)^2 - 25 = 0$$

ΘΕΜΑ 4:

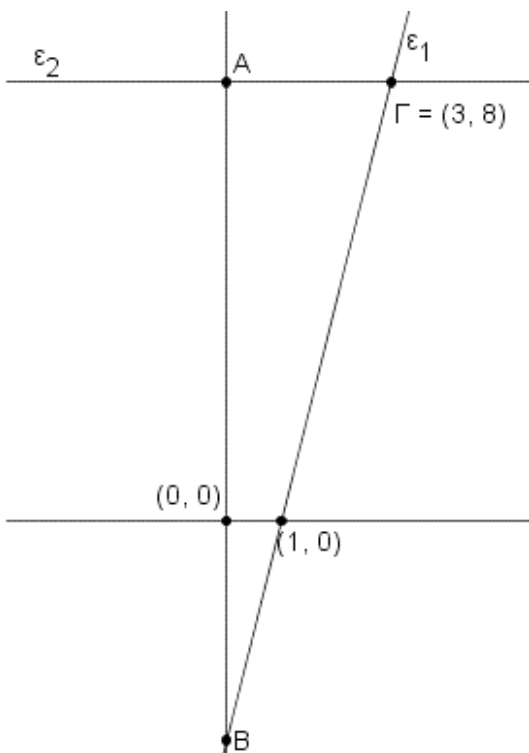
α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε $\Delta E \perp A\Gamma$ και $BK \perp A\Gamma$. Να δείξετε ότι το ΔΕΒΚ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν $\chi - \frac{1}{\chi} = 20$, να βρείτε την αριθμητική τιμή του $x^2 + \frac{1}{x^2}$

ΘΕΜΑ 5:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ προς το B και προς το Γ και παίρνουμε τμήματα BE , ΓZ αντίστοιχα έτσι ώστε $BE = \Gamma Z$. Να δείξετε ότι η απόσταση του E από την $A\Gamma$ είναι ίση με την απόσταση του Z από την AB .

Θέμα 6:



Από το διπλανό σχήμα να βρείτε :

- α) την κλίση της ε_1
- β) τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2
- γ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Αντρούλα Γιάννη
Ορφανού Μαριάννα
Σωκράτους Ιωάννα

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Δήμητρα Θεοφανίδου