

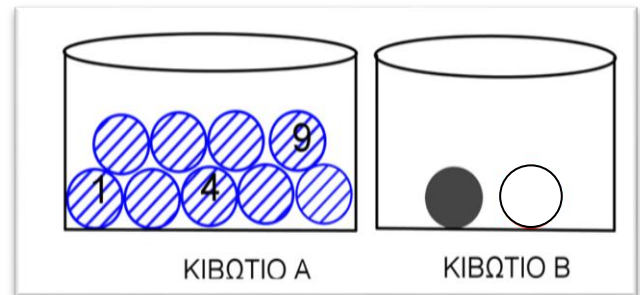
- ✓ Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- ✓ Κάθε άσκηση βαθμολογείται **με πέντε μονάδες.**

10. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (και να τις παραστήσετε γραφικά στην ευθεία των ρητών αριθμών):

$$2x + 5 \geq x - 1 \quad \text{και} \quad 1 + 2x > 5(x + 2)$$

11. Να κάνετε τη διαίρεση $(3x^3 + 8x - 13x^2 + 12) \div (3x + 2)$ και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδιας διαίρεσης.

12. Σε ένα πείραμα τύχης σε ένα κιβώτιο A υπάρχουν μπλε μπάλες αριθμημένες με το τετράγωνο όλων των μονοψήφιων θετικών ακέραιων αριθμών. (π.χ. 1, 4, 9, ...)
Σε ένα άλλο κιβώτιο B υπάρχουν δύο άλλες μπάλες μια μαύρη και μία άσπρη.



Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα από το κιβώτιο A και μετά μια μπάλα από το κιβώτιο B.

- α) Να καταγράψετε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος τύχης .
β) Να βρείτε την πιθανότητα η μπλε μπάλα που πήραμε να έχει ένδειξη ζυγό αριθμό και η άλλη μπάλα να είναι μαύρη.
13. α) Να αναφέρετε δύο κριτήρια, ώστε ένα τετράπλευρο να είναι ρόμβος.
β) Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ .Αν τα σημεία E και Z είναι σημεία της διαγωνίου ΒΔ τέτοια ώστε $BE = \Delta Z$ να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι ρόμβος .
14. Οι αριθμοί $x-1, x, 8, y-2, y-1, 6x-1, 6x+1, 21, 2y-1$ έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά μεγέθους και έχουν μέση τιμή και διάμεσο 14. Να βρείτε τους αριθμούς x και y .
15. Οι ευθείες $y = 3 + \left(\frac{2}{1+\alpha}\right)x$, $\alpha \neq -1$ και $(\beta + 2)x - 3y = 5$, $\beta \neq -2$ είναι κάθετες και ισχύει η σχέση $2(\alpha - 3) - (2 - \beta) - \alpha = -11$. Να βρείτε τα α και β .

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες.

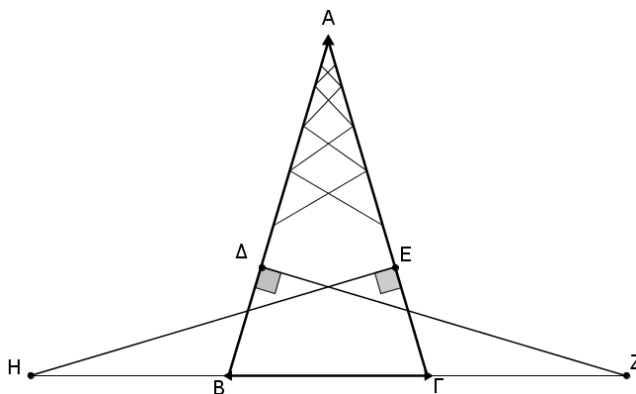
1. α) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{7y}{y^2-y-12} - \frac{y-2}{4-y} = \frac{3}{y+3}$$

- β) Να αποδείξετε ότι για $x \neq \pm y$, $x \neq 0$, $y \neq 0$ ισχύει:

$$\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{4xy}{x^2-y^2} \right) \div \frac{x-y}{x^2y+xy^2} = xy$$

2. Στο διπλανό σχήμα πρόκειται να στερεωθεί ένας πυλώνας της ΑΗΚ σχήματος ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) στην επιφάνεια του εδάφους. Τα σύρματα ΗΕ και ΔΖ τοποθετούνται με τέτοιο τρόπο ώστε το ένα άκρο τους να εφαρμόζει στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα και το άλλο άκρο τους στο έδαφος έτσι ώστε $BH = \Gamma Z$. Αν $Z\Delta \perp AB$ και $HE \perp AG$, να αποδείξετε ότι τα μήκη των συρμάτων ΗΕ και ΖΔ που θα χρησιμοποιηθούν είναι ίσα.



3. Αν οι μαθητές ενός τμήματος καθίσουν ανά έναν σε κάθε θρανίο τότε θα μείνουν όρθιοι 8 μαθητές, ενώ αν καθίσουν ανά δύο τότε θα μείνουν κενά 4 θρανία. Να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές του τμήματος και πόσα τα θρανία.
4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα, η ΑΖ είναι προέκταση της ΒΑ έτσι ώστε $AZ = AB$ και ΕΗ είναι προέκταση της ΔΕ έτσι ώστε $EH = DE$.
Να αποδείξετε ότι :
- α) το ΑΔΗΖ είναι παραλληλόγραμμο. [μονάδες 5]
 - β) το ΒΔΗΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο [μονάδες 3]
 - γ) $\hat{H} - \hat{\Gamma} = 90^\circ$ [μονάδες 2]

5. α) Έστω $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x^2}$ και $g(x) = 8x^3 + \frac{1}{x^3}$ με $x \neq 0$. Να δείξετε ότι η $f(x)$ είναι άρτια συνάρτηση και η $g(x)$ περιττή συνάρτηση. [μονάδες 2]

β) Με τη βοήθεια της εξίσωσης $2x + \frac{1}{x} = 5$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$K = \left(4x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(8x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 1897 \quad [\text{μονάδες } 8]$$

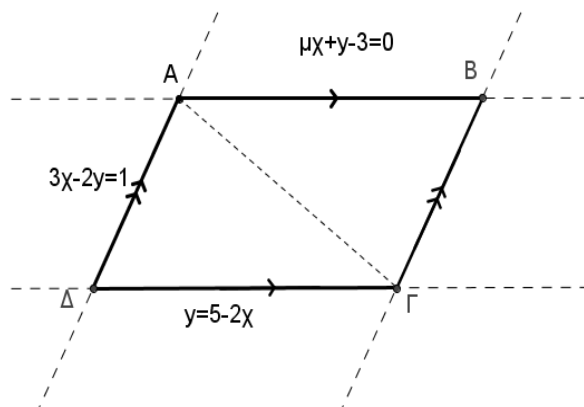
6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.

Η πλευρά ΑΒ βρίσκεται στη ευθεία με εξίσωση $\mu x + y - 3 = 0$, η πλευρά ΓΔ βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση $\psi = 5 - 2x$ και η πλευρά ΑΔ βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση $3x - 2y = 1$.

α) Να δείξετε ότι $\mu = 2$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.

γ) Αν το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(3, -1)$ να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία βρίσκεται η διαγώνιος ΑΓ του παραλληλογράμμου.



δ) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας στην οποία βρίσκεται η πλευρά ΒΓ του παραλληλογράμμου είναι η $3x - 2y = 11$.