

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/06/14

ΒΑΘΜΟΣ:

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ (120 λεπτά)

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
(γ) Όλες οι απαντήσεις να γράφονται πάνω στο δοκίμιο.
(δ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
(ε) Το γραπτό αποτελείται από δώδεκα (12) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 12/20)**Από τις 15 (δεκαπέντε) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12 (δώδεκα).****Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2\alpha + 4 - 5\alpha + 1 + 7\alpha =$

β) $3x\psi^2 + 6x\psi^2 - 5x =$

γ) $(-3x^2\psi^3) \cdot (-5x^4\psi) =$

δ) $(8\alpha^2\beta^5) : (-2\alpha\beta^3) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 2)^2 =$

β) $(5x + 2) \cdot (5x - 2) =$

γ) $(2x - 3\psi + 4)^2 =$

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5x - 5\psi =$

β) $x^2 - 25 =$

γ) $x^2 + 3x - 10 =$

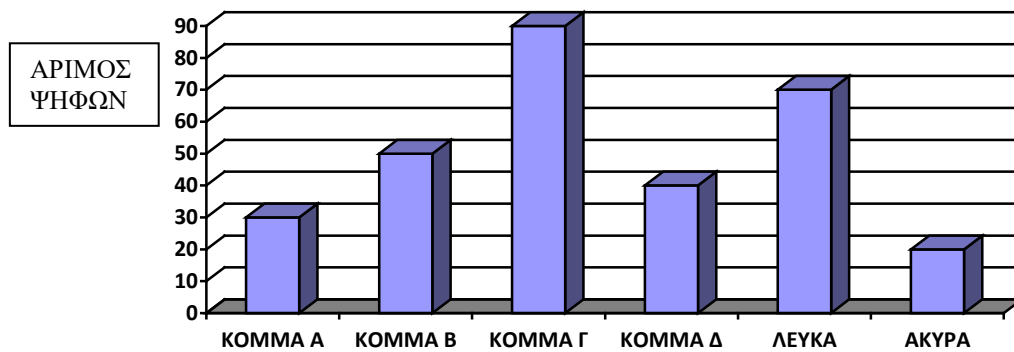
δ) $\alpha x + 2\beta + \beta x + 2\alpha =$

4) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $x(x - 3) = 0$

β) $2x^2 + x - 6 = 0$

5) Στο πιο κάτω διάγραμμα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μίας εκλογικής αναμέτρησης.



α) Να υπολογίσετε το συνολικό αριθμό των ψηφοφόρων.

β) Να αναφέρετε πιο κόμμα ήρθε πρώτο στην εκλογική αναμέτρηση και πόσους ψήφους πήρε.

γ) Να βρείτε τι ποσοστό αντιπροσωπεύει το κόμμα με τους λιγότερους ψήφους.

6) Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} =$

β) $\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 3x - 4} : \frac{x^2 + x}{x^3 - 1} =$

7) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{2x - 2}{x + 6}$

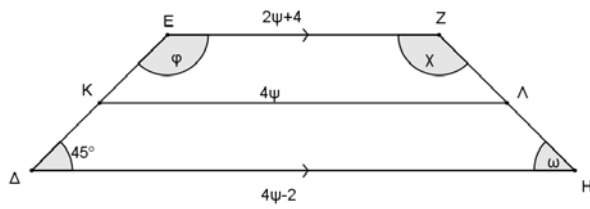
β) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{2x + 8}}$

γ) $f(x) = \frac{2x - 6}{3x^2}$

δ) $f(x) = \frac{\sqrt{-3x + 12}}{5}$

8) α) Να αναφέρετε πέντε (5) ομοιότητες και δύο (2) διαφορές μεταξύ τετραγώνου και ρόμβου.

β) Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο ΔΕΖΗ, με Κ μέσο της ΕΔ και Λ μέσο της ΖΗ. Να βρείτε την τιμή των φ , χ , ψ και ω .



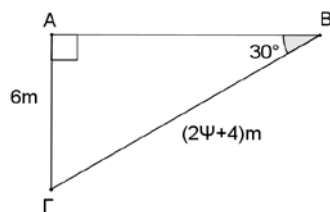
9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με $AB = AG$. Να αποδείξετε ότι το μέσο Μ της ΒΓ ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του τριγώνου.

- 10) Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (5\alpha - 4\beta + 7)x + 2$ και $\varepsilon_2: \psi - (4\alpha - 2\beta + 3)x - 5 = 0$ να είναι παράλληλες και η (ε_1) να περνά από το σημείο $(-1, -3)$.

- 11) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Gamma = 6\text{m}$, $B\Gamma = (2\psi + 4)\text{m}$, και $\hat{B} = 30^\circ$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του ψ και το μήκος της πλευράς AB .

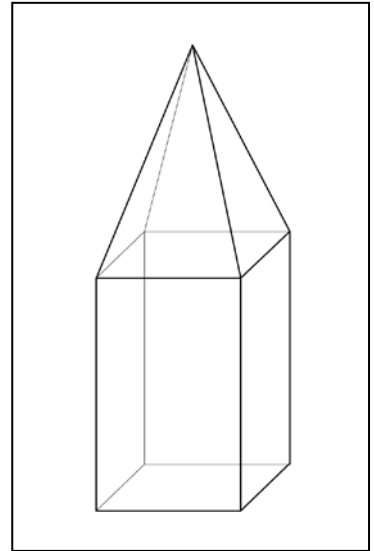
β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$ και $\varepsilon\varphi B$.



- 12) Στη διπλανή κατασκευή η περίμετρος της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι ίση με 96m, το ύψος του 10m και το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας 13m.

Να βρείτε: i) Το ύψος της πυραμίδας.

ii) Το ολικό εμβαδόν και τον όγκο της κατασκευής.



- 13) α) Να βρείτε τη θέση των ευθειών:

i)

$$\begin{aligned}\varepsilon_1: 8x + 3\psi &= -9 \\ \varepsilon_2: \psi &= \frac{-8x}{3} - 3\end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned}\varepsilon_3: \psi &= 2x \\ \varepsilon_4: x &= 2\psi\end{aligned}$$

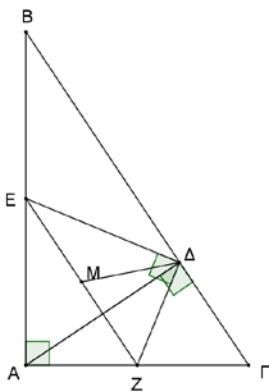
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-3,5)$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon: 3x - 2\psi = 4$.

14) α) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ και $B = x^3 + \frac{1}{x^3}$

αν ισχύει η σχέση $x + \frac{1}{x} = 4$

β) Να αποδείξετε ότι $(a^v - 3)^2 - (a^v + 3)^2 + 12a^{v-2}(a^{2-v} + a^2) = 12$

15) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, τα σημεία Ε, Ζ και Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΕΖ αντίστοιχα. Αν $ΑΔ \perp ΒΓ$ και $ΕΔ \perp ΔΖ$, να αποδείξετε ότι $ΔΜ = \frac{ΒΓ}{4}$



ΜΕΡΟΣ Β': (Σύνολο μονάδων 8/20)

Από τις 6 (έξι) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4 (τέσσερις).

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) α) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{4x^2 - 14x + 6}{x^2 - 5x + 6} - \frac{2}{x - 3} = \frac{-3x}{2 - x}$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2-3x} + \frac{2}{x^2-9}}{\frac{x^2+3}{x^3-9x}}$ και να αναφέρετε όλους τους
περιορισμούς που ισχύουν.

2) α) Να αποδείξετε την ισότητα $(2x+3)^2 + (x-2)^3 + 26 = (x+3)^3 - x(11x+3)$

β) Να κάνετε τη διαίρεση $(3x^3 + 10x - 5x^2 + 8) : (3x + 1)$

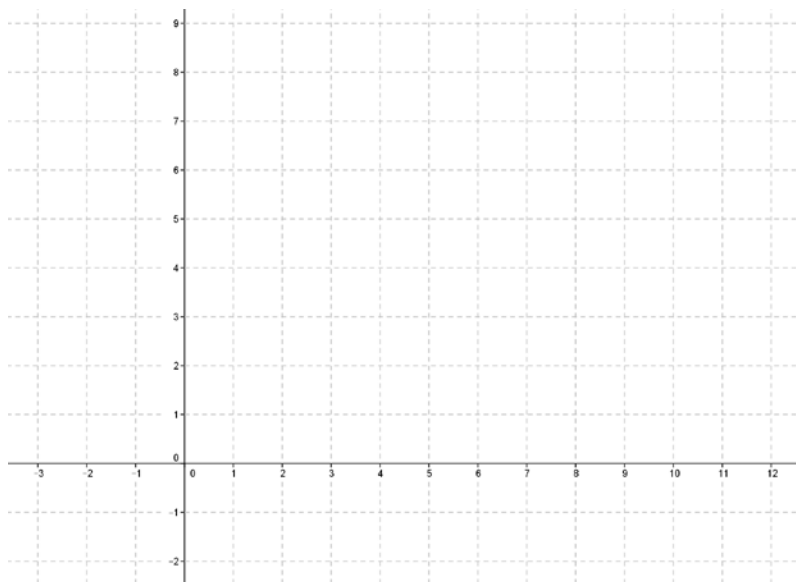
3) Να σημειώσετε τα σημεία $A(5,6)$, $B(2,2)$, $\Gamma(6,3)$ στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων και να σχηματίσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$.

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB .

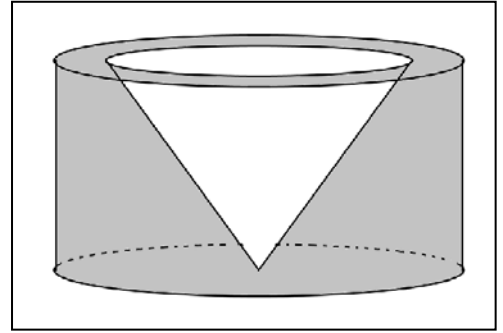
β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της $A\Gamma$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

δ) Να τοποθετήσετε το σημείο $E(9,7)$ στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων και να εξετάσετε αν το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.



- 4) Το παράπλευρο στερεό αποτελείται από ένα συμπαγή κύλινδρο με κωνικό κενό.
Η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι ίση με 16m, το ύψος του με 8m και η ακτίνα της βάσης του κώνου 6m.
Να βρείτε το ολικό εμβαδόν και τον όγκο του στερεού.



5) α) Να βρείτε το είδος των ριζών των πιο κάτω εξισώσεων:

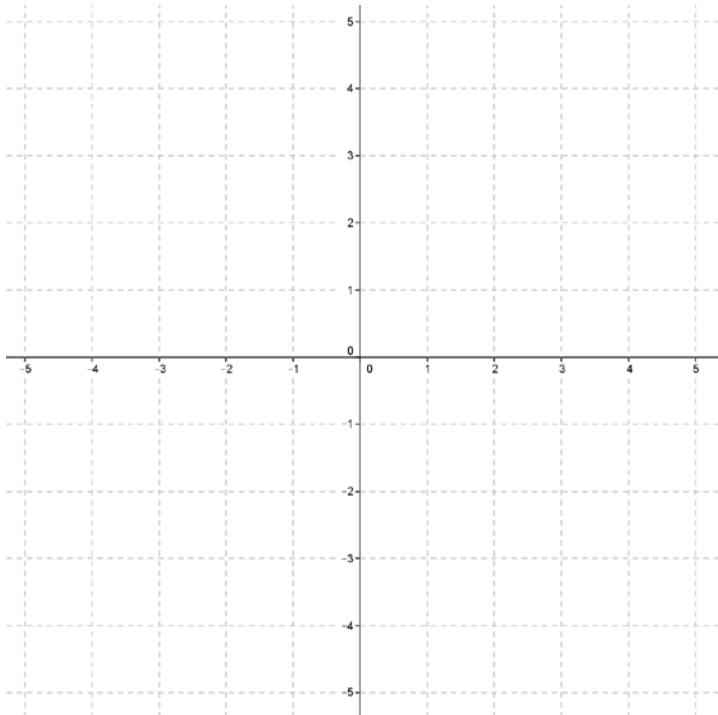
i) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

ii) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

β) Δίνεται η παραβολή $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της παραβολής με τους άξονες, την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.

Να την παραστήσετε γραφικά και να σημειώσετε όλα τα προαναφερθέντα στοιχεία σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε το πρόσημο της διακρίνουσας της $f(x)$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.



- 6) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις πλευρές του AB και $B\Gamma$, παίρνουμε δυο σημεία Δ και E αντίστοιχα, ώστε $B\Delta = BE$. Αν Z τυχαίο σημείο της διχοτόμου BH να δείξετε ότι :
- α) Το τρίγωνο ΔEZ είναι ισοσκελές.
β) Οι αποστάσεις του Z από τις πλευρές AB και $B\Gamma$ είναι ίσες.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....
Λεωνίδας Λεωνίδα

.....
Μόνικα Δημητρίου

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ Β.Δ.

.....
Μάγδα Γιακουμή

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Γ' ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:16/06/2014	<table border="1"><tr><td>ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....</td></tr></table>	ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....
ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....		
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:..... ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:		
ΟΔΗΓΙΕΣ: Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 δακτυλογραφημένες σελίδες. 1) Να χρησιμοποιήσετε μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι. 2) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής. 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.		

ΜΕΡΟΣ Α:

(Μονάδες 12)

Να λύσετε μόνο τις 12 από τις 15 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $2\chi\psi + 5\omega + 8\chi\psi - 2\omega =$

ii. $3\alpha(\alpha - 4) =$

2. Να βρείτε την τιμή του χ στις πιο κάτω περιπτώσεις:(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

i.

ii.

3. Να βρείτε το **πεδίο ορισμού** και το **πεδίο τιμών** των συναρτήσεων που παριστάνονται από τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις:

i.

ii.



-
4. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: **ημω** και **εφω**.

-
5. Να **λύσετε** το σύστημα:

$$3\chi + \psi = -2$$

$$2\chi - 5\psi = 27$$

6. Να αναλύσετε **πλήρως** σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

i. $2a - 2\beta =$

ii. $\omega^2 - 16 =$

iii. $\chi^2 + 5\chi + 4 =$

iv. $\alpha^3 + 7\alpha^2 + 21 + 3\alpha =$

7. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν ΒΜ=ΜΔ και ΒΜ διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΒΜΓ είναι ίσα.

8. Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\chi^2 - \chi - 6 = 0$$

9. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(\chi + 2)(\chi - 2) =$

ii. $(3\chi + \psi)^2 =$

iii. $(\alpha + \beta - 4\omega)^2 =$

iv. $(\omega + 1)^3 =$

10. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{\chi^2 - 4}{5\chi^2 + 10\chi} \cdot \frac{15\chi^2}{\chi^2 - 3\chi + 2} =$$

11. Δίνεται κώνος με ακτίνα $R=5\text{m}$ και γενέτειρα $\lambda=13\text{m}$. Να υπολογίσετε τον **όγκο** του.

(Δίνονται οι τύποι: **Εμβαδόν κύκλου** $=\pi R^2$, **Περίμετρος κύκλου** $= 2\pi R$)

12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{\psi^2\chi} - \frac{1}{\chi^2\psi}\right) \div \left(\frac{\psi}{\chi} - \frac{\chi}{\psi}\right) =$$

13. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ να φέρετε το ύψος ΑΔ. Στο τρίγωνο ΑΔΓ να φέρετε τη διάμεσο ΔΜ και να την προεκτείνετε κατά τμήμα ΔΜ=ΜΕ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΔ είναι ορθογώνιο.

14. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που περνά από το σημείο Α και είναι **κάθετη** στην ευθεία ε_1 σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

i. Α(-4 , 1)

$$\varepsilon_1: 2\chi + 3\psi = 8$$

ii. Α(2, -5)

$$\varepsilon_1: \psi = 7$$

15. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = \alpha \chi^2$ η οποία διέρχεται από το σημείο $(2, 1)$.

Να βρείτε:

- i. Την **τιμή** του **α** .
- ii. Την **εξίσωση** του άξονα συμμετρίας της και τις **συντεταγμένες** της κορυφής της.
- iii. Αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
- iv. Την τιμή του λ ώστε το σημείο $(2\lambda + 1, 0)$ να ανήκει πάνω στην παραβολή.

ΜΕΡΟΣ Β:**(Μονάδες 8)**

Να λύσετε μόνο τις 4 από τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας ε .



- i. (α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας ε .
(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .
- ii. Να τοποθετήσετε τα σημεία $\Gamma(2,4)$ και $\Delta(6,1)$ στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων και να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma\Delta B$ είναι ρόμβος.

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $\varphi(x) = 2x - 3$, $\rho(x) = 2x - 5$ και $\sigma(x) = 4x^2 - 12x + 5$

Να βρείτε:

i. $3[\varphi(\chi) + \rho(\chi)] - \sigma(\chi) =$

ii. $\rho(\chi) \cdot \sigma(\chi) =$

iii. $\sigma(\chi) \div \rho(\chi) =$

Να αποδείξετε ότι:

iv. $[\varphi(\chi)]^3 - 2\chi[\rho(\chi)]^2 = 4\chi^2 + 4\chi - 27$

3. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΔEZ ($\hat{\Delta} = 90^\circ$). Αν H μέσο της EZ και Θ μέσο της ΔZ , να προεκτείνετε την $H\Theta$ κατά τμήμα $H\Theta = \Theta K$. Να αποδείξετε ότι το $KZH\Delta$ είναι τετράγωνο.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $(\chi + 7)(\chi - 5)(2\chi + 3) = 0$

ii. $\chi^3 = 10\chi - 3\chi^2$

iii. $\frac{7\psi}{\psi^2 - \psi - 12} - \frac{5\psi - 2}{4 - \psi} = \frac{3}{\psi + 3}$

5. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει γλάστρες σε σχήμα ορθού πρίσματος με βάση τετράγωνο πλευράς 30cm και ύψος 50cm. Για προστασία από την υγρασία, αγοράζει υλικό για να επενδύσει την εσωτερική επιφάνεια της γλάστρας το οποίο στοιχίζει 0,3σεντ/ cm^2 . Να υπολογίσετε το κόστος αγοράς για την επένδυση με το υλικό 100 τέτοιων γλαστρών.

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Από την κορυφή $\hat{A}$ φέρουμε ευθεία ε παράλληλη προς τη $B\Gamma$. Να φέρετε τις διχοτόμους των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ οι οποίες τέμνουν την ευθεία ε στα σημεία M και Λ αντίστοιχα.
- Να αποδείξετε ότι τα τμήματα BM και $\Gamma\Lambda$ είναι ίσα.
 - Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων Λ και M από την ευθεία $B\Gamma$ είναι ίσες.

Η Διευθύντρια

Ελένη Αβραάμ Αντωνίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **16 / 6 / 2014**

ΤΑΞΗ: **Γ'**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικά :

Ολογράφως:

Υπ. Καθηγητή/τριας:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ❖ Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- ❖ Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
- ❖ Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι.
- ❖ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- ❖ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δεκατρείς 13 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) \ 2χ (χ - 4) - (3χ^2 - 8χ) =$$

$$(β) \ (- 6α^4β^3 + 12α^3β) : (6α^3β) =$$

2. Η ακμή ενός κύβου είναι 3m. Να υπολογίσετε:

(α) Την ολική επιφάνεια του κύβου.

(β) Τον όγκο του κύβου.

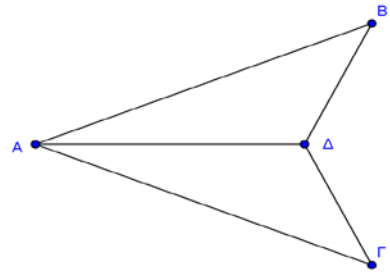
3. Να βρείτε το ανάπτυγμα:

$$(2\chi + 3)^3 =$$

4. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2\chi + \psi &= 1 \\ 3\chi - 2\psi &= -9 \end{aligned}$$

5. Στο διπλανό σχήμα η $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $BA\Gamma$.

Αν $AB = A\Gamma$, να δείξετε ότι $B\Delta = \Delta\Gamma$.



6. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - 7\chi + 3 = 0$

7. Να κάνετε τη διαίρεση: $(2\chi^3 - 9\chi^2 + 11\chi - 3) : (2\chi - 3)$

8. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$(\alpha) \ f(\chi) = \frac{3\chi}{\chi^2 - 4}$$

$$(\beta) \ g(\chi) = \sqrt{4\chi - 12}$$

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Αν $\eta\mu B = \frac{8}{10}$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $K = 20 \text{ συν} B - 16 \text{ εφ} \Gamma$.

10. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό. (μ. 3)

(i)	Αν $\nu = 7$ και $\mu = 2$, τα μονώνυμα $(\nu - 5) \alpha^3 \beta^2$ και $2 \alpha^3 \beta^\mu$ είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(ii)	Το σύνολο $A = \{ \chi \in \mathbb{R} / \chi \leq 4 \}$ σε μορφή διαστήματος εκφράζεται ως $\chi \in [4 , \infty)$.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iii)	Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα ίσα μεταξύ τους.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

- (β) Η Κατερίνα, για να βρει το δημοφιλέστερο τραγούδι του καλοκαιριού, σκοπεύει να κάνει μια έρευνα. Ποιος από τους πιο κάτω τρόπους είναι ο καλύτερος για να πάρει το δείγμα και να καταλήξει σ' ένα αξιόπιστο συμπέρασμα;

- i. Να πάρει 100 μαθητές από το σχολείο της.
- ii. Να πάρει 100 άτομα από ένα γηροκομείο.
- iii. Να πάρει 100 περαστικούς από το δρόμο.
- iv. Να πάρει 100 άτομα από ένα μουσικό σχολείο.

..... (μ. 2)

11. Να αναλύσετε σε γινόμενα πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $\chi^2 - \chi - 20 =$

(β) $\alpha(\chi - 3) - \beta(3 - \chi) =$

(γ) $\kappa^3 + \kappa^2 + \kappa + 1 =$

(δ) $\chi^4\psi + \chi\psi^4 =$

12. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε το μέσο της ΔΓ. Να προεκτείνετε την ΑΕ κατά τμήμα ΕΖ = ΑΕ και να αποδείξετε ότι:

(α) Το ΑΓΖΔ είναι παραλληλόγραμμο

(β) ΓΖ = ΒΓ

13. Αν $5\alpha + 2\beta = 7$ και $\alpha^2 - \beta^2 - 5\alpha(\beta - \alpha) - (\alpha - \beta)^2 = 21$,
να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\alpha - \beta$.

14. (α) Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

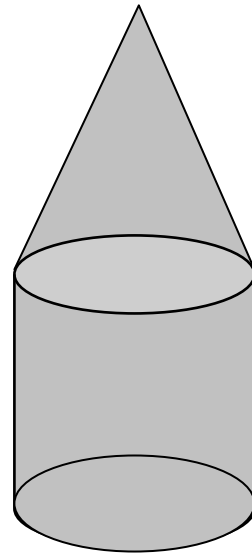
$$\Lambda = \frac{\frac{\alpha^2}{\beta} - \frac{\beta^2}{\alpha}}{\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}}$$

- (β) Αν $\alpha \cdot \beta = 1$ και $\alpha, \beta \neq 0$, να δείξετε ότι: $\Lambda \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + 1 = (\alpha + \beta)^2$

15. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $A\Delta = B\Gamma$. Τα E , Z , H και Θ είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ και $A\Delta$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.

ΜΕΡΟΣ Β΄**Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Στο διπλανό σχήμα ο κύλινδρος και ο κώνος έχουν την ίδια ακτίνα $R = 5\text{cm}$. Η κυρτή επιφάνεια του κώνου είναι $65\pi\text{ cm}^2$. Αν ο όγκος του στερεού που δημιουργείται είναι $475\pi\text{ cm}^3$, να υπολογίσετε το ύψος του κυλίνδρου.



2. (α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = (\mu - 2) \chi^2$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

(μ. 2)

ii. Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

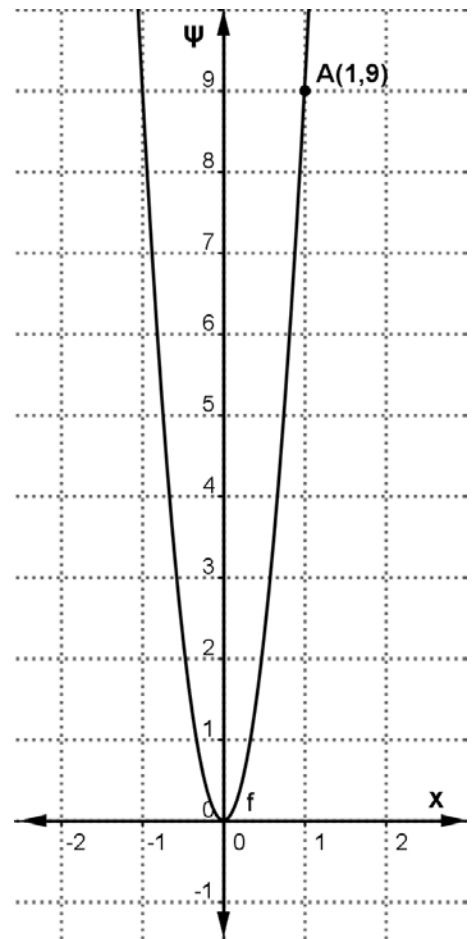
(μ. 1)

iii. Να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

(μ. 1)

iv. Να υπολογίσετε την τιμή του μ , αν η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = (\mu - 2) \chi^2$ διέρχεται από το σημείο Α.

(μ. 2)



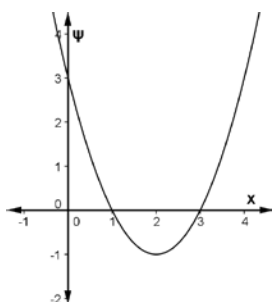
v. Να βρείτε τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη 81.

(μ. 2)

(β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής $f(\chi) = a\chi^2 + b\chi + \gamma$. Να βρείτε σε κάθε περίπτωση:

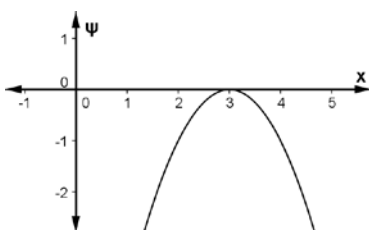
i. Την γραφική λύση των εξισώσεων $a\chi^2 + b\chi + \gamma = 0$.

ii. Το πρόσημο της διακρίνουσας των εξισώσεων αυτών.



i.

ii.



i.

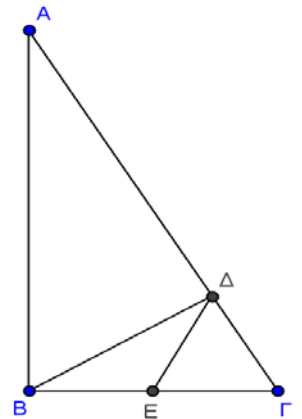
ii.

(μ. 2)

3. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4}{\chi^2 - 1} - \frac{4\chi}{\chi^2 - \chi} = \frac{\chi}{\chi + 1}$

(μ. 6)

- (β) Στο σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{B} = 90^\circ$).
 BD είναι το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$, DE η διάμεσος του
 τριγώνου GBD , $DE = 4\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
 Να βρείτε το μήκος των $B\Gamma$ και $A\Gamma$. (μ. 4)



4. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Αν $A(2, 3)$, $B(3, 6)$ και $\Gamma(6, 5)$ είναι τρεις από τις κορυφές του, να βρείτε:

(α) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής K των διαγωνίων του. (μ. 2)

(β) Την κλίση της $A\Gamma$. (μ. 2)

(γ) Την εξίσωση της διαγωνίου $B\Delta$. (μ. 3)

(δ) Την περίμετρο του τετραγώνου. (μ. 3)

5. (α) Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα με χρήση συστήματος.

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 60cm. Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 2cm και μειώσουμε το πλάτος κατά 3cm, τότε το εμβαδόν του μειώνεται κατά 36 cm^2 . Να βρείτε τις αρχικές διαστάσεις του ορθογωνίου. (μ. 7)

(β) Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$B = (2\alpha - \beta - 1)^2 - 2(\beta - 2\alpha) + (\alpha + 2\beta)^2 \quad (\mu. 3)$$

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $A\Delta = AE$. Αν Z είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι:
- (α) $\Delta Z = EZ$
 - (β) Οι αποστάσεις $E\Gamma$ και ΔB των σημείων E και Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, είναι ίσες.

Η Διευθύντρια

Μαρία Ελευθερίου

ΓΥΜΝΑΣΙΟ-ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΤΩ ΠΥΡΓΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2013-2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16-06-2014

ΩΡΑ: 7:30π.μ.- 9:30π.μ. ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

Βαθμός:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού/ής υγρού/ταινίας.
δ) Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνονται με μολύβι.

Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 5x^2 - 3x + 2$, $B = 3x^2 + 2x - 4$ και $\Gamma = 2x - 3$.

Να βρείτε:

(α) $A - B =$

(β) $\Gamma \cdot B =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 4)^2 =$

(β) $(5a - 1) \cdot (5a + 1) =$

3. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

(α) $6x^2 - 18x =$

(β) $3x^2 + 6x + ax + 2a =$

4. Να βρείτε της πιθανές τιμές του κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(\chi) = (\kappa + 16)\chi^2$ να είναι παραβολή που να παρουσιάζει μέγιστο.

5. Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{aligned}\chi + 3\psi &= 11 \\ 4\chi - 2\psi &= 2\end{aligned}$$

6. Να γίνει η διαίρεση: $(11\chi - 8\chi^2 + 4\chi^3 - 12) : (2\chi - 3)$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(a) \chi^3 - 4\chi = 0$$

$$(b) 3\chi^2 + 4\chi = 7$$

8. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$(\alpha) \ f(x) = \frac{x+6}{x-5}$$

$$(\beta) \ g(x) = \sqrt{x+3}$$

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου, όταν η διάμετρος της βάσης του είναι ίση με 6cm και το ύψος του διπλάσιο της ακτίνας του.

10. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε οι παρακάτω ευθείες να είναι παράλληλες:

$$(\varepsilon_1): \psi = (3-\lambda)x - 7$$

$$(\varepsilon_2): x + 2\psi = -4$$

11. Αν $\alpha = x^2 + 1$, $\beta = 2x$ και $\gamma = x^2 - 1$ να αποδείξετε ότι $\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 = 0$.

12. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Να φέρετε τη διάμεσο του AM και να την προεκτείνετε προς το μέρος του M κατά τμήμα $ME = AM$. Να αποδείξετε ότι $AB = \Gamma E$.

(Σχήμα- Δεδομένα -Ζητούμενα- Απόδειξη)

13. Να σχηματίσετε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - 3y = 9$ και περνά από το σημείο $A(-6, 4)$.

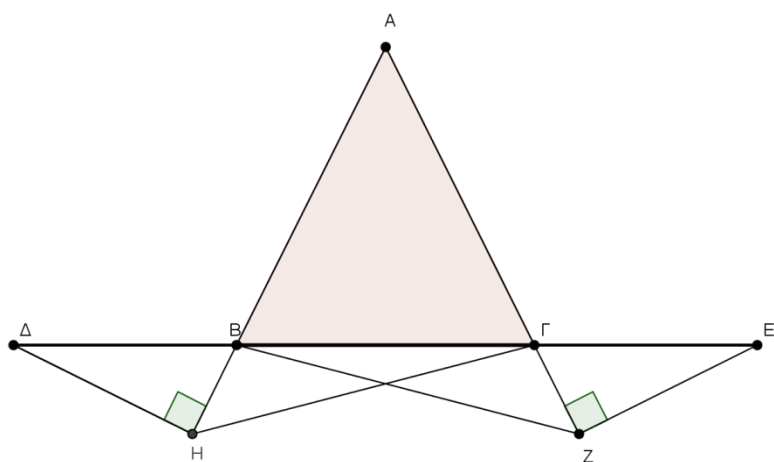
14. Σε ορθογώνιο τρίγωνο η γωνία ω είναι οξεία. Αν $\sin \omega = \frac{5}{13}$, να βρείτε το $\eta \mu \omega$ και την $\epsilon \phi \omega$.

15. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{1}{x} - \frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{2x}{x-1} = 0$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-7}{x^2-5x+4} - \frac{1}{4-x} = \frac{x-3}{x^2-x}$.

2.



Δεδομένα

$AB = AC$

$BH = CZ$

$\angle BHD = \angle CEZ$

$\angle BHD = \angle CEZ$

Ζητούμενα

(α) $BD = CE$

(β) $\triangle BHD \cong \triangle CEZ$

3. (α) Αφού κάνετε τις πράξεις να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για $x = -1$.

$$\phi(x) = (x-1)^2 + 3x(x+2) - (2x+5)(2x-5)$$

- (β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(i) $x^2 - \psi^2 - 2x + 2\psi =$

(ii) $x^2 - 4x + 4 - \psi^2 - 6\psi - 9 =$

4. (α) Η ευθεία $\psi = (2\alpha+1)x + 3\beta$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 4x - 1$ και περνά από το σημείο $(-3,3)$ να βρείτε τα α και β .

- (β) Αν $2x+3\psi = 8$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$(4x+3\psi)^2 - 12x\psi - 12x^2$$

5. Σε ένα κώνο η γενέτειρα είναι ίση με τα $\frac{13}{12}$ του ύψους του υ. Αν $\lambda + u = 75 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του κώνου.

6. Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο και ΒΖ διχοτόμος της γωνίας Β (Ζ σημείο της ΔΓ). Φέρουμε $\Gamma\text{O} \perp \text{BZ}$ και το προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την ΑΒ στο Ε. Να δείξετε ότι:

- (α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.
- (β) Τα τρίγωνα ΟΖΓ και ΟΕΒ είναι ίσα.
- (γ) Το τετράπλευρο ΕΒΓΖ είναι ρόμβος.

Η Διευθύντρια

Κωνσταντίνου Σωτηρούλα

5. Σε ένα κώνο η γενέτειρα είναι ίση με τα $\frac{13}{12}$ του ύψους του u . Αν $u = 75$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του κώνου.

6. Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο και ΒΖ διχοτόμος της γωνίας Β (Ζ σημείο της ΔΓ). Φέρουμε $ΓΟ \perp ΒΖ$ και το προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την ΑΒ στο Ε. Να δείξετε ότι:

- (α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.
- (β) Τα τρίγωνα ΟΖΓ και ΟΕΒ είναι ίσα.
- (γ) Το τετράπλευρο ΕΒΓΖ είναι ρόμβος.

Ο Εισηγητής

Συντονιστής Β.Δ

Η Διευθύντρια

Χαραλάμπους Χάρης

Βασιλειάδης Κυριάκος

Κωνσταντίνου Σωτηρούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη : Γ΄ Γυμνασίου

Ημερομηνία: 16/06/2014

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

Χρόνος : 2 ώρες

Μέρος Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- Να κάνετε τις πράξεις:

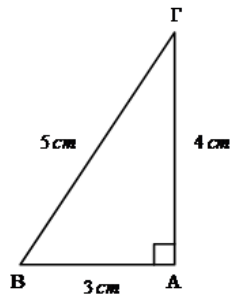
α) $5x^2 - 3xy + x^2 + 2xy =$

β) $(-2xy^2) \cdot (+3x^2y) =$

- Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2x + 1)^2 =$

β) $(x-2)^3 =$



- Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :

α) $\eta\mu B =$

β) $\epsilon\phi\Gamma =$

- Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 - 49 =$

β) $x^2 - 2x - 8 =$

- Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 8 \\ 5x + 4y &= -1 \end{aligned}$$

- Να κάνετε τη διαίρεση $(2x^3 - 4x^2 + x - 6) \div (x - 3)$
- Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 100 cm^2 και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 260 cm^2 . Να υπολογίσετε:
 - α) Την ακμή της βάσης της πυραμίδας.
 - β) Το παράπλευρο ύψος της.
 - γ) Τον όγκο της.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-3, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $x - 3y + 4 = 0$.

- Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά
 $B\Delta = \frac{AB}{2}$ και $\Gamma E = \frac{A\Gamma}{2}$ αντίστοιχα. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι
το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

α) $y = \sqrt{x+1}$

β) $y = \frac{2x+1}{x^2-4}$

- Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και Ο το κέντρο του. Η ΜΟ είναι παράλληλη της ΓΔ και Ν το μέσο της ΑΒ. Η γωνία ΑΓΒ είναι ορθή και ΒΓ = 7cm. Να βρεθούν τα x , ψ , ω . (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

- Να λύσετε την εξίσωση
$$2(x-1)^3 = 2x-2$$

- Να κάνετε τις πράξεις : $\left(\frac{x+1}{x-3} + \frac{4}{x+3} \right) : \frac{3x^3-3}{x^2-9} =$

- Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με ΑΒ=ΑΓ. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΑΓ στο Δ και άλλη ευθεία παράλληλη προς την ΑΓ που τέμνει την ΑΒ στο Ε. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΔΜΕ είναι ρόμβος.

- Στο διπλανό σχήμα δίνεται μία μεταλλική κατασκευή αποθήκευσης σιτηρών κλειστή στο πάνω μέρος. Αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο που έχουν το ίδιο ύψος 12m και διάμετρο 10m.
Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του διπλανού σχήματος.

Μέρος Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x^2}{x^2-9} + \frac{3}{3-x} = \frac{5x+1}{x+3}$.

- i) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2$.
 - Από τη γραφική παράσταση να βρείτε
 - α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών.
 - β) Αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
 - γ) Τις τιμές $f(1)$ και $f(-2)$.
 - δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - ε) Τον τύπο της παραβολής.

ii) Να βρείτε τις πιθανές τιμές του κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = (-4\kappa + 8)x^2 \text{ να παρουσιάζει ελάχιστο.}$$

- α) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πολυώνυμο:

$$36y^2 - 9x^2 + 30x - 25 =$$

β) Να κάνετε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{1 - \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}}{\frac{\alpha^3 + 1}{\alpha^2}} =$$

- α) Ο Γιώργος και ο Μάρκος έχουν μαζί 430 ευρώ. Ο Γιώργος ξόδεψε 30 ευρώ για την αγορά ενός παιχνιδιού ενώ ο Μάρκος πήρε δώρο από τη θεία του 50 ευρώ,

οπότε τώρα έχει διπλάσια χρήματα από τον Γιώργο. Πόσα χρήματα είχε αρχικά το κάθε παιδί;

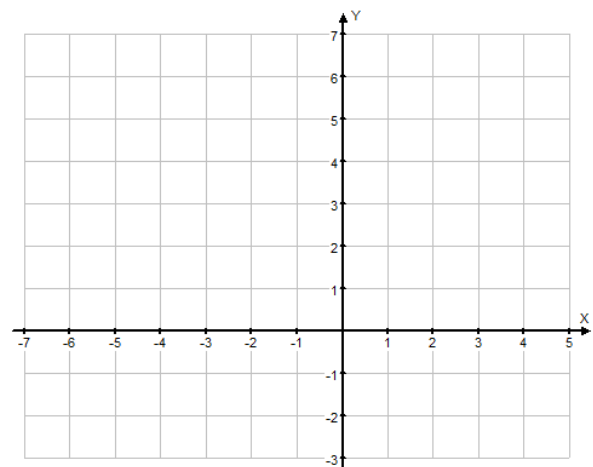
β) Αν ισχύει : $(\alpha + 1)^2 - (\beta - 1)^2 - (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = 6$ να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 3$.

- Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(0,2) , Β(1,4) και Γ(- 4, 4) .

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας Β. (κατά προσέγγιση ακεραίου)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το Α και είναι παράλληλη με την πλευρά ΒΓ.



- Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^0$ και $\hat{\Gamma} = 30^0$. Φέρουμε το ύψος του $A\Delta$ και τη διάμεσο του AM . Από το Γ φέρουμε κάθετη στην ευθεία AM η οποία την τέμνει στο E . Να αποδείξετε ότι:

α) $ME = M\Delta = \frac{B\Gamma}{4}$.

β) Το $A\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Διδάσκοντες:
Διευθύντρια

Κ. Ρώσσοι (Β.Δ.)

Γ. Σπανού

Μ. Κυριάκου
Χριστοφίδου

Η

Ελένη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Γ'

Ημερομηνία: 16/6/2014

Ώρα : 7: 45 – 9:45

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.:

Βαθμός : Ολογράφως :

Υπογραφή καθηγητή/τριας

Το δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες

	Α΄ ΜΕΡΟΣ															Β΄ ΜΕΡΟΣ						
Θέμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	Σύν
Βαθμ																						

- Οδηγίες:**
- α) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε μόνο 12 από τα 15 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

Θέμα 1:

Να παραγοντοποιήσετε τις ακόλουθες αλγεβρικές παραστάσεις:

(α) $7x - 7y =$

(β) $x^2 + 8x + 7 =$

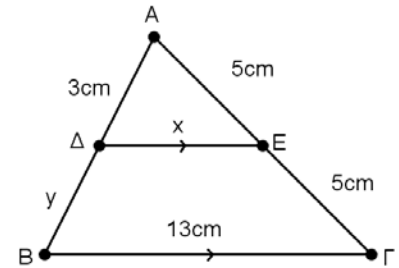
Θέμα 2:

Να λύσετε την εξίσωση :

$x(3x - 2)(x + 3) = 0$

Θέμα 3:

Να υπολογίσετε τα x και y και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Θέμα 4:**

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(0, -2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία: $\epsilon_1: y = 5x - 7$.

Θέμα 5:

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 5cm, 6cm, και 7cm.

Θέμα 6:

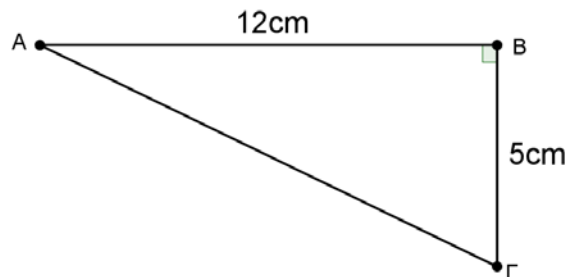
Δίνεται $\triangle AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

(α) $\eta\mu A =$

(β) $\sigma\upsilon\nu A =$

(γ) $\epsilon\phi A =$

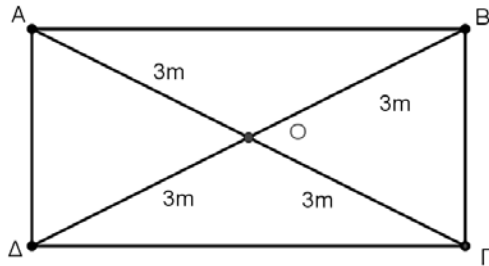
(δ) $\epsilon\phi \Gamma =$



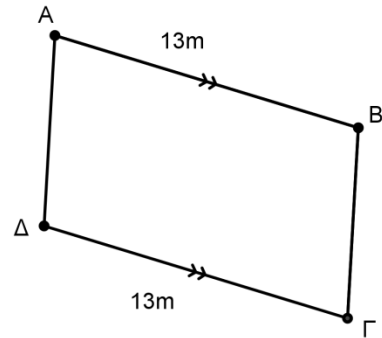
Θέμα 7:

Να χαρακτηρίσετε τα πιο κάτω τετράπλευρα και να **δικαιολογήσετε** τις απαντήσεις σας.

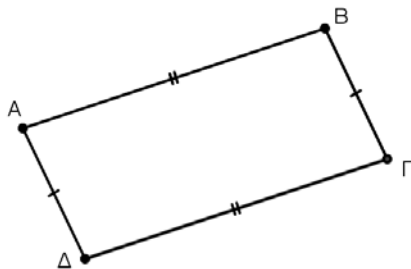
α)



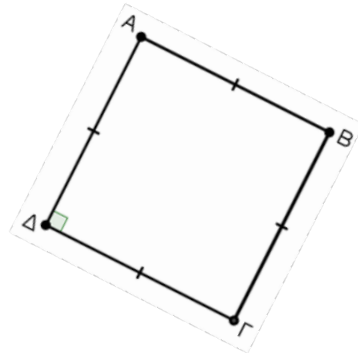
β)



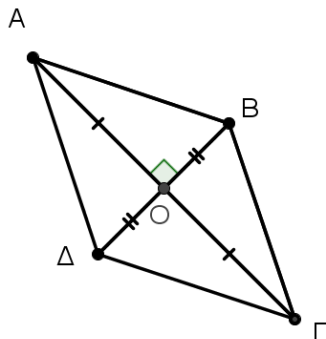
γ)



δ)



ε)



Θέμα 8:

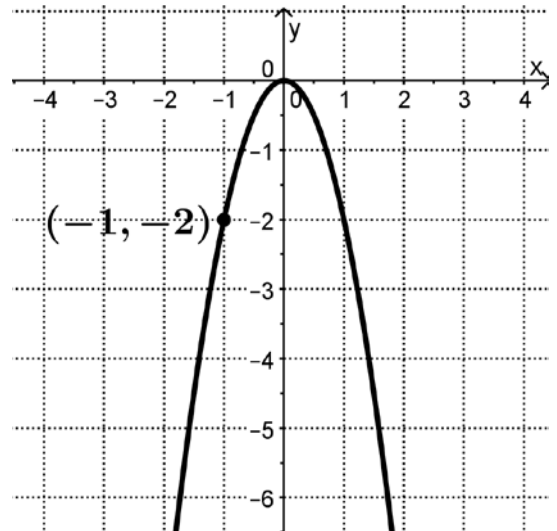
Δίνεται το πολυώνυμο $A = -2xy^2 + y^3 + 2x^3y + xy^2$.

- (α) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του για $x = 2$ και $y = -1$ (μ. 2)
(β) Να γράψετε το πολυώνυμο ως προς τις φθίνουσες δυνάμεις του y . (μ.1,5)
(γ) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου ως προς x και y . (μ.1,5)

Θέμα 9:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = (\kappa + 3)x^2$.

- (α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
(β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
(γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της και να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
(δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου κ .

**Θέμα 10:**

Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της μεσοκάθετης ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

Θέμα 11:

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = (3x + 2)^3$ και $A(x) = 3x - 2$.

(α) Να βρείτε το ανάπτυγμα του $P(x)$.

(μ. 2)

(β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : A(x)$.

(μ. 3)

Θέμα 12:

Ένας κώνος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $80\pi \text{ cm}^2$ και γενέτειρα με μήκος 10cm . Να υπολογίσετε:

(α) την ακτίνα της βάσης του.

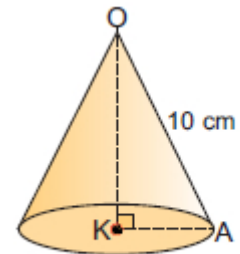
(μ. 2)

(β) το ύψος του.

(μ. 1)

(γ) τον όγκο του.

(μ. 2)



Θέμα 13:

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

(μ. 3)

i) $y = \frac{x-3}{9-x^2}$

ii) $y = \sqrt{16-9x}$

(β) Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, τότε να αντιστοιχίσετε σε κάθε περίπτωση της στήλης (Α) με το σωστό συμπέρασμα της στήλης (Β). (μ. 2)

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές λύσεις.
β. $\Delta = 0$	2. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.
γ. $\Delta \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει δύο ίσες λύσεις.
δ. $\Delta < 0$	4. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση.

Θέμα 14:

(α) Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:

(μ. 2)

$$2x^2(x+y)^2, \quad 3xy^3(x+y)^2, \quad 8x^2y(x-y)(x+y)$$

(β) Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση και να την απλοποιήσετε: (μ. 3)

$$\frac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2 - 4(\alpha+1)}{\alpha^3 + \alpha^2}$$

Θέμα 15:

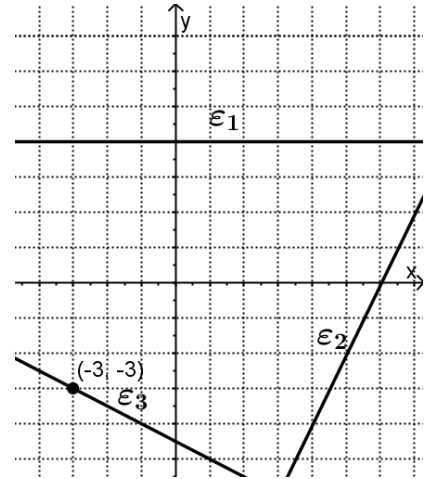
Οι ευθείες: $\epsilon_1: y = 4$, $\epsilon_2: 2x - y = 12$ και ϵ_3 τέμνονται έξω από το χαρτί σχεδίασης μετ' ην ϵ_3 να είναι κάθετη στην ϵ_2 .

(α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ϵ_3 είναι:

$$x + 2y = -9. \quad (\mu. 2)$$

(β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των ευθειών: ϵ_1 με ϵ_2 , ϵ_1 με ϵ_3

και ϵ_2 με ϵ_3 . (μ. 3)



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε μόνο 4 από τα 6 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

Θέμα 1:

(α) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^3 + x^2 - 2x + 3$, $B = 3x^2 + 5x - 7$ και $\Gamma = x + 2$. Να υπολογίσετε:

(i) $A - 5B =$

(ii) $A \cdot \Gamma =$

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha^2 + \beta^2)(x^2 + y^2) = (\alpha x + \beta y)^2 + (\alpha y - \beta x)^2$

Θέμα 2:

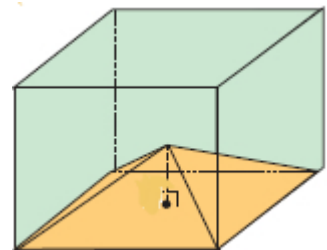
(α) Να βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση και να την

απλοποιήσετε:
$$\frac{\omega + 1 + \frac{1}{\omega}}{1 - \frac{1}{\omega^3}}$$

(β) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{\omega^2 + 6}{\omega^2 + 2\omega} = 3 - \frac{5}{\omega + 2}$$

Θέμα 3:

Από έναν κύβο με ακμή 24cm, αφαιρούμε μια πυραμίδα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν το ύψος της πυραμίδας είναι 9cm να υπολογίσετε τον όγκο και την επιφάνεια του στερεού που απομένει.



Θέμα 4:

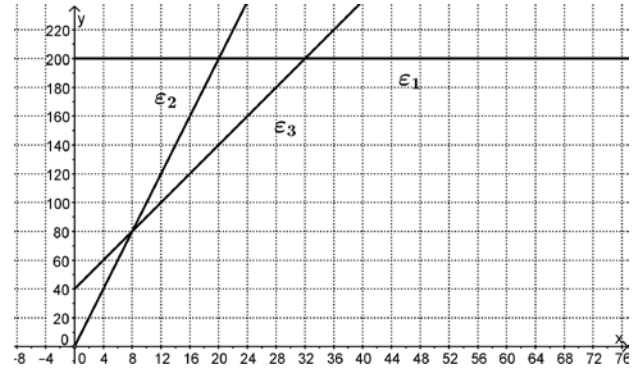
Η ΑΗΚ προσφέρει τις εξής επιλογές προς τους φιλάθλους για να παρακολουθήσουν τους αγώνες του παγκοσμίου πρωταθλήματος που διεξάγεται στη Βραζιλία :

1^η Επιλογή: να πληρώνει €10 για κάθε αγώνα που παρακολουθεί.

2^η Επιλογή: να πληρώσει €40 ως αρχική συνδρομή και για κάθε αγώνα που παρακολουθεί να πληρώνει 5€.

3^η Επιλογή: να πληρώσει €200 και να παρακολουθήσει όσους αγώνες επιθυμεί.

Η σχέση που συνδέει το πλήθος των αγώνων (x) που θα παρακολουθήσει ο φίλαθλος με το χρηματικό ποσό (y) που θα πληρώσει σε κάθε περίπτωση παριστάνεται με σημεία μιας από τις ευθείες ε_1 , ε_2 , και ε_3 στην διπλανή γραφική παράσταση.



(α) Να αντιστοιχίσετε την κάθε επιλογή με την αντίστοιχη ευθεία και να γράψετε την εξίσωση της στην κάθε περίπτωση συμπληρώνοντας τον πιο κάτω πίνακα.

(μ. 3)

Επιλογή	Ευθεία που αντιστοιχεί	Εξίσωση Ευθείας
1 ^η		
2 ^η		
3 ^η		

(β) Πόσους αγώνες πρέπει να παρακολουθήσει ο φίλαθλος, ώστε τα χρήματα που πρέπει να πληρώσει να είναι τα ίδια στη δεύτερη και τρίτη περίπτωση; (μ. 1)

(γ) Αν ο φίλαθλος θα παρακολουθήσει τελικά 16 αγώνες, ποια περίπτωση είναι η πιο συμφέρουσα και πόσα ευρώ θα πληρώσει; (μ. 1)

(δ) Αν παρακολουθήσει 20 αγώνες και δεν έχει επιλέξει την πιο συμφέρουσα περίπτωση, πόσα ευρώ θα ζημιώσει; (μ. 1)

(ε) Υπάρχει μήπως κάποιος αριθμός αγώνων για τους οποίους θα πληρώσει τα ίδια χρήματα ανεξάρτητα από την επιλογή πακέτου που θα κάνει; **(Δικαιολογήστε)** (μ. 1)

(στ) Πότε είναι πιο συμφέρουσα κάθε επιλογή, να δώσετε την απάντησή σας υπό μορφή διαστημάτων.; (μ. 3)

Θέμα 5:

Από την κορυφή Α τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ φέρουμε ευθεία ε παράλληλη προς της ΒΓ. Από τυχαίο σημείο Δ της ΒΓ φέρουμε παράλληλες προς τις ΑΒ και ΑΓ, οι οποίες τέμνουν την ε στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle \Delta EZ$ είναι ίσα.

Θέμα 6:

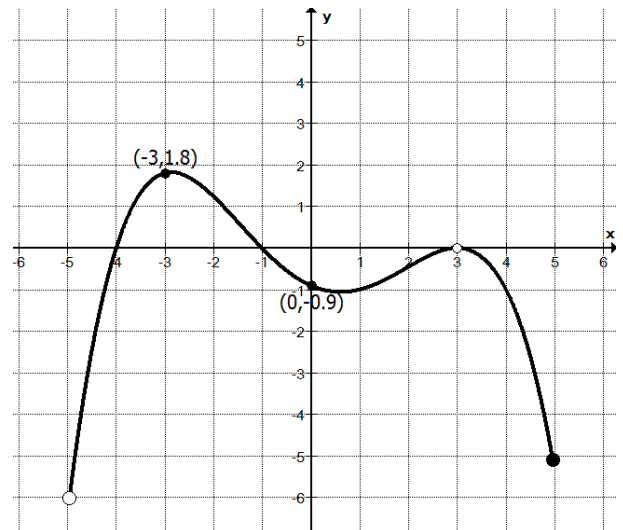
Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

(α) Να βρείτε τιμές $f(-3)$, $f(0)$, $f(4)$.

(μ. 2)

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης. (μ.1,5)

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων στα οποία τέμνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης τους άξονες. (μ.1,5)



(δ) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.

(μ. 1)

(ε) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$, να δώσετε την απάντησή σας υπό μορφή διαστημάτων. (μ. 3)

Η Διευθύντρια

.....

Θεοδώρα Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 04/06/14

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΩΡΑ: 8:00 – 10:00 π.μ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ΤΜΗΜΑ: ΑΡ. : ...

Οδηγίες: Να γράφετε μόνο με μπλε πέννα (Με μολύβι μπορείτε να κάνετε μόνο τα σχήματα).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ τα δώδεκα (12)**. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3\chi \cdot (\psi - 2\chi^2) =$

β) $(\alpha + 3\beta) \cdot (\alpha^3 - 4) =$

2. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(\chi + 2)^3 =$

β) $(\chi + 2\psi - 1)^2 =$

3. Να κάνετε τη διαίρεση: $(6\chi^3 - 16\chi^2 + 23\chi - 12) \div (3\chi - 2)$

4. Να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\psi^2 + 8\psi =$

β) $\chi^2 - 49 =$

γ) $\alpha\psi - 8\alpha + 8\beta - \beta\psi =$

δ) $\chi^2 - 3\chi - 10 =$

5. Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi - 2\psi = 5$$

$$2\chi + \psi = 8$$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (5,-3) και είναι κάθετη με την ευθεία $\psi = 5\chi + 3$.

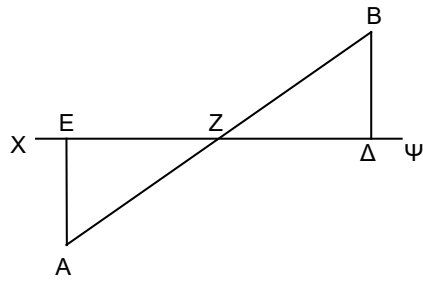
7. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\chi \cdot (\chi - 3) = 0$

β) $\chi^3 + \chi^2 - 2\chi = 0$

8.

Δεδομένα	Ζητούμενα
$AE \perp X\Psi$	
$BD \perp X\Psi$	$B\Delta = EA$
Z μέσο EΔ	



9. Να κάνετε τις πράξεις και να δώσετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή:

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 8x + 15} \cdot \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 5x + 6} =$$

10. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία θ η $\varepsilon\phi\theta = \frac{6}{8}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta$.

11. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 6x + 9} \div \frac{2x^2 - 8}{2x - 6} =$$

12. Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε συνάρτηση της στήλης Α το πεδίο ορισμού από τη στήλη Β:

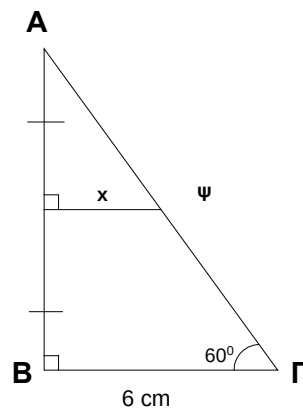
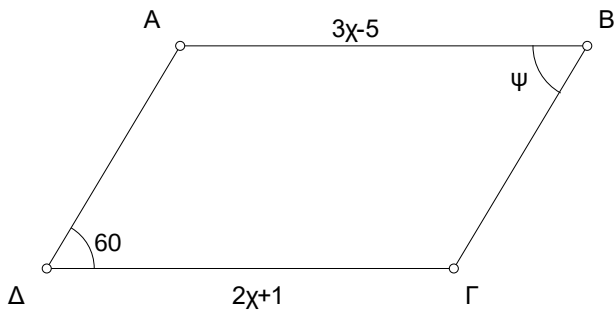
Στήλη Α	Στήλη Β
α) $f(x) = \frac{1}{x}$	i) $x \in [3, \infty)$
β) $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$	ii) $x \in \mathbb{R}$
γ) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$	iii) $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$
δ) $f(x) = \sqrt{x-3}$	iv) $x \in \mathbb{R} - \{0\}$
ε) $f(x) = 6x + 2$	v) $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$
	vi) $x \in (-\infty, 3]$

α) →	β) →	γ) →	δ) →	ε) →
------------	------------	------------	------------	------------

13. Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ προς το Β και Δ κατά τμήμα ΒΕ = ΔΖ. Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι ρόμβος.

14. Να υπολογίσετε τα χ και ψ στα πιο κάτω σχήματα και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο



15. Ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 1250m^3 . Να βρεθεί το πλάτος του και η ολική του επιφάνεια αν το ύψος του είναι 25m και το μήκος του 5m .

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση :
$$\frac{2\chi-3}{\chi-3} - \frac{3\chi+2}{\chi+2} = \frac{15}{\chi^2-\chi-6}$$

2. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ, φέρουμε τις διάμεσους ΑΜ και ΒΚ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΓΒ προς το Β κατά τμήμα ΒΖ = ΒΓ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΗ = ΒΓ. Προεκτείνουμε επίσης τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΗΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.

3. α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πιο κάτω πολυώνυμο:

$$\alpha^3 - \beta^3 - 4(\alpha - \beta) - \alpha(\alpha^2 - \beta^2) =$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $-x^2 - x + 1 = 0$

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές τα σημεία Α(-1,3) , Β(-2,5) και Γ(1,4).

α) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.

5. α) Οι ευθείες $\varepsilon_1: 3\chi + \psi = 5$ και $\varepsilon_2: \psi = (\alpha^2 - 7)\chi + 8$ είναι παράλληλες.
Να βρείτε τις τιμές του α .

β) Να βρεθούν δύο αριθμοί ώστε το τριπλάσιο του πρώτου με το διπλάσιο του δεύτερου να έχουν άθροισμα 21. Ενώ το τετραπλάσιο του πρώτου μαζί με το πενταπλάσιο του δεύτερου να έχουν άθροισμα 35.

6. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης και η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι ίση με την ολική επιφάνεια του κώνου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 9cm και η γενέτειρα του κώνου είναι 13cm , να βρείτε τον όγκο του κώνου.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Ελένη Παπαστεφάνου

6. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης και η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι ίση με την ολική επιφάνεια του κώνου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 9cm και η γενέτειρα του κώνου είναι 13cm, να βρείτε τον όγκο του κώνου.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Φέρρα Μαρία, Β. Δ.

.....

Ελευθεριάδης Πάρις

.....

Σωκράτους Στελλίνα

.....

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10/06/2014ΤΑΞΗ : Γ΄ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ: 8ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ:ΑΡ. :ΒΑΘΜΟΣ :ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ :

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- γ) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄ :Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μ ό ν ο στα 12.Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.ΘΕΜΑ 1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $4x\psi - 2\psi + x\psi - 5\psi =$

β) $(-3\alpha^2\beta\gamma^3)(-2\alpha\beta^3\gamma) =$

ΘΕΜΑ 2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(3\alpha - 4)^2 =$

β) $(3x - 5\psi)(3x + 5\psi) =$

ΘΕΜΑ 3. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 3x^2 - 5x + 2$ και $B = 2x - 3$. Να υπολογίσετε :

α) $2A - 3B =$

β) $A \cdot B =$

ΘΕΜΑ 4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{4x^2 + 4x}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2} =$$

ΘΕΜΑ 5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3x(x - 1)(x + 2) = 0$

β) $4x^2 - 9 = 0$

ΘΕΜΑ 6. Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(x^3 + 4x^2 - 18x - 21) \div (x + 1) =$$

ΘΕΜΑ 7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = -3\chi + 8$ και περνά από το σημείο $(-1, 2)$.

ΘΕΜΑ 8. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 160m^3 . Αν το μήκος του είναι 8m και το πλάτος του 5m, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

ΘΕΜΑ 9. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

ΘΕΜΑ 10. Κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης $36\pi\text{cm}^2$ και ύψος 5cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας και τον όγκο του.

ΘΕΜΑ 11. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $A\Gamma = 6\text{cm}$ και $B\Gamma = 10\text{cm}$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ ($\eta\mu\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$, $\epsilon\phi\Gamma$).

ΘΕΜΑ 12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 13. Να κάνετε τις πράξεις και στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $x = -2$.

$$f(x) = (2x-1)^2 - (x+3)(x-3) + 5x(2-x)$$

ΘΕΜΑ 14. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Από τις κορυφές B και Γ φέρνουμε τα ύψη $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα. Αν $B\Delta = \Gamma E$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$ και Δ, E τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = E\Delta$. Να αποδείξετε ότι το $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος.

ΜΕΡΟΣ Β΄ :

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μόνον στα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{x-3}{x^2-5x+4} + \frac{2}{1-x} = \frac{5}{x-4}$$

ΘΕΜΑ 2. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 24cm. Αν το ύψος της είναι 4cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης της επιφάνειας, το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας και τον όγκο της.

ΘΕΜΑ 3. Να λύσετε το σύστημα :

$$2(x - \psi) - 3(x - 2\psi) = 2(\psi + 6)$$

$$\frac{x-4}{3} - \frac{\psi+5}{5} = -4$$

ΘΕΜΑ 4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να προεκτείνετε τις πλευρές AB και ΓB προς το μέρος του B και να πάρετε αντίστοιχα τμήματα $BE = AB$ και $BZ = \frac{B\Gamma}{2}$.

Αν Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι το $A\Delta EZ$ είναι ορθογώνιο.

ΘΕΜΑ 5. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = -4\chi + 3$ και $\varepsilon_2: \psi = (3\kappa + 2)\chi - 1$.

- α) Να εξετάσετε αν το σημείο $(1, -1)$ ανήκει στην ευθεία ε_1 .
- β) Να βρείτε το σημείο τομής της ε_1 με τον άξονα των χ .
- γ) Να βρείτε το σημείο τομής της ε_2 με τον άξονα των ψ .
- δ) Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες να βρείτε την τιμή του κ .
- ε) Αν η ευθεία $\varepsilon_3: -2\chi + \psi = -9$ είναι κάθετη στην ε_2 , να βρείτε την τιμή του κ .

ΘΕΜΑ 6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρνουμε ME κάθετη στην AB και τη προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ = ME$. Στη συνέχεια φέρνουμε από το M την MH κάθετη πάνω στην $A\Gamma$ και τη προεκτείνουμε κατά τμήμα $H\Theta = MH$. Να δείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα BEM και $MH\Gamma$ είναι ίσα.
- β) Το τρίγωνο $AZ\Theta$ είναι ισοσκελές.

Εισηγητές

Κωνσταντίνου Σταύρος

Ρήγας Χάρης

Αντωνίου Χριστιάνα

Διευθύντρια

Δρ. Γεωργίου Μαρία

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΟΥ ΑΝΤΩΝΙΟΥ ΛΕΜΕΣΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/06/2014

ΩΡΑ: 7:45-9:45

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα :..... Αρ. :.....

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

Αριθμητικά:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και κινητού τηλεφώνου .
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (τύπου Tipp-ex).
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $4\sqrt{2} - 2$

β) $-4\sqrt{3}^2$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\sqrt{x})^2$

β) $(\sqrt{x})(\sqrt{x})$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $7x^2 - 14x$

$x^2 - 4 =$

4. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x-1) \cdot (x+1) = 0$$

$$\beta) 3x \cdot (x-2) = 9$$

6. Κύβος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 24 dm². Να υπολογίσετε:

(α) Την ακμή του κύβου.

(β) Τον όγκο του κύβου.

7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x}$$

$$g(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$h(x) = \frac{x}{x^2 - 2}$$

$$\beta) f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$$

$$g(x) = \frac{18}{\sqrt{1-3x}}$$

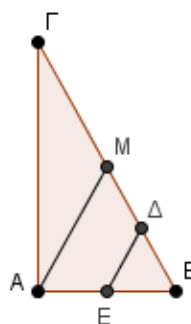
8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{3-3 \times}{25 \div} \cdot \left(\frac{\times}{\times} + \frac{\times}{\times} \right) =$$

9. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης:

$$2 \times -$$

10. Το ABΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{B} = 60^\circ$. Το AM είναι διάμεσος και Δ μέσο του MB. Αν $\overline{DE} \parallel \overline{AM}$ και $AM = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔΕΒ.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



11. Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

$$\frac{\frac{\times}{\times} - \frac{2}{\times}}{\frac{\times}{\times} + \frac{2}{\times}} =$$

12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2, 3)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\psi = -\chi + 3$.

13. Οι ευθείες $\varepsilon_1: \vartheta \left(\frac{\chi}{+1} - \frac{\psi}{2} \right)$ και $\varepsilon_2: \vartheta \left(\frac{\chi}{+2} - \frac{\psi}{3} \right)$ είναι παράλληλες.

Αν ισχύει η σχέση: $2\chi^2 - (\quad)^2 - (\quad)^2 - \quad - \quad$, να βρείτε τα κ και λ .

14. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \chi^2$

Από το σχήμα να βρείτε:

α) i) $f(-1) =$

ii) $f(0) =$

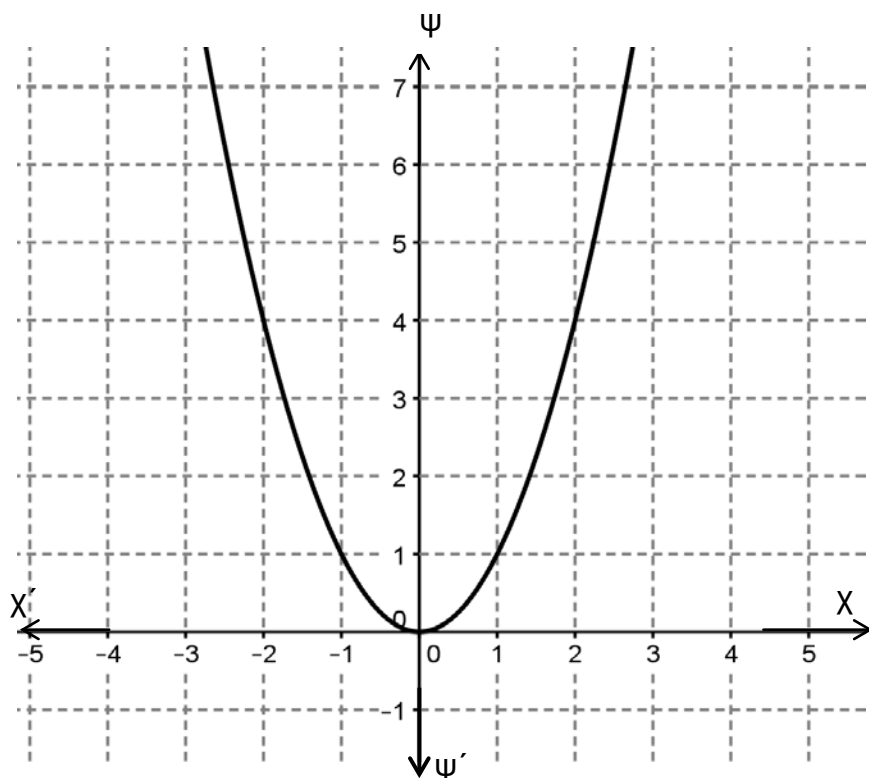
β) Τις τιμές του χ αν

i) $f(\chi) = 1$

ii) $f(\chi) = 4$

γ) το Π.Ο. και το Π.Τ. της συνάρτησης.

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.



15. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ , τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχως. Αν $\Delta Z \perp B\Gamma$ και $E\Gamma \perp B\Gamma$ να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta Z = E\Gamma$.

β) Το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.

Μέρος Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x-95}{x-25} - \frac{\quad}{5-x} = \frac{\quad}{x} + 2$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &+ 2 \quad 2 \\ &\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) ~~ω~~ $\frac{5}{12}$. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$= \frac{13}{5} \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5} \right)$$

4. α) Κύλινδρος έχει περίμετρο βάσης 18π cm και όγκο 324π cm³.

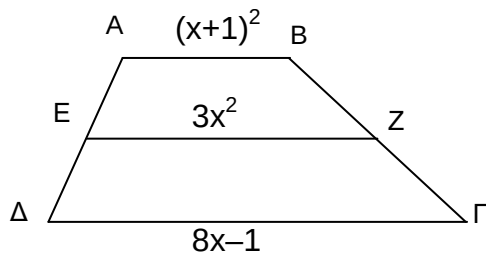
Να υπολογίσετε συναρτήσει του π :

- I. Το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας.
- II. Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

β) Σε κανονική τετραγωνική πυραμίδα με παράπλευρο ύψος 5cm και πλευρά βάσης 6cm να βρείτε:

- I. το εμβαδόν ολικής επιφανείας $E_{ολ}$.
- II. τον όγκο της V .

5. α) Να βρείτε τα μήκη των βάσεων του τραπεζίου ΑΒΓΔ εάν γνωρίζετε ότι $AB=(x+1)^2$ m, $\Delta\Gamma=(8x-1)$ m και η διάμεσος $EZ=(3x^2)$ m.



- β) Δίνεται ισοσκελές και ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\angle A=90^\circ$ ($AB = AG$). Από το μέσο Δ της πλευράς ΑΓ να φέρετε παράλληλη προς την ΑΒ, που τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ε. Να προεκτείνετε την ΕΔ προς το μέρος του Δ, κατά τμήμα τέτοιο, ώστε $\Delta Z=ΕΔ$. Να δείξετε ότι ΑΕΓΖ είναι ρόμβος.

6. Οι κορυφές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι Α(2, 3), Β(6, 4), Γ(7, κ) και Δ(χ , ψ). Να βρείτε:

α) Τις κλίσεις των πλευρών ΑΒ και ΒΓ και να δείξετε ότι $\kappa = 0$.

β) Την εξίσωση της πλευράς ΓΔ.

γ) Το μήκος της πλευράς ΑΒ.

δ) Τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΑΓ .

ε) Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ.

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Αρτεμίου Κούλα

Σαλλούμη Σοφία

Χαρμανή Μαρία

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αριστείδης Ποταμίτης

6. Οι κορυφές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι $A(2, 3)$, $B(6, 4)$, $\Gamma(7, \kappa)$ και $\Delta(\chi, \psi)$. Να βρείτε:
- α) Τις κλίσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$ και να δείξετε ότι $\kappa = 0$.
 - β) Την εξίσωση της πλευράς $\Gamma\Delta$.
 - γ) Το μήκος της πλευράς AB .
 - δ) Τις συντεταγμένες του μέσου M της $A\Gamma$.
 - ε) Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Βαθμός αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή Εισηγητή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ'

Ημερομηνία: 16 Ιουνίου 2014

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός:

Τμήμα:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έντεκα (11) σελίδες και είναι χωρισμένο σε δύο (2) μέρη.

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ Να χρησιμοποιήσετε μπλε στυλό μόνο.
- ✓ Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- ✓ Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο, στον κενό χώρο μετά από κάθε ερώτηση.
- ✗ Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1) Αν $K = 5\alpha^2 - 3\alpha + 4$, $\Lambda = 3\alpha^2 - 5$ και $M = 4 - 2\alpha^2$, να βρείτε:

α) $2\Lambda - K =$

β) $M \cdot \Lambda =$

2) Να λύσετε την εξίσωση:

$$3y^2 - 10y = -3$$

3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2x - y + 5)^2 =$

β) $(2 - x^2)^3 =$

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $4\alpha\beta^2 - 24\alpha^2\beta^3 =$

β) $100 - 9\alpha^2 =$

γ) $6\alpha - xy - x\alpha + 6y =$

δ) $\alpha y^3 - 8\alpha =$

5) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} - \frac{4\alpha\beta}{\alpha^2 - \beta^2} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$$

6) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{x-5}{2x+10}$

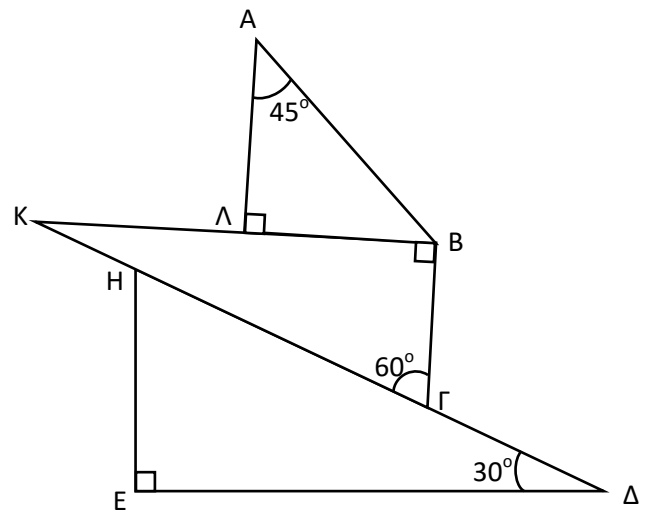
β) $g(x) = \sqrt{4x-32}$

7) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(3x^2 + 2x^3 - 21) : (x - 2)$$

8) Αν $HE = 5$ m, $KH = 2$ m, $\Gamma\Delta = 3$ m και $K\Lambda = 2\sqrt{3}$ m, να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Gamma$ και AB .

	30°	45°	60°
ημ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συν	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

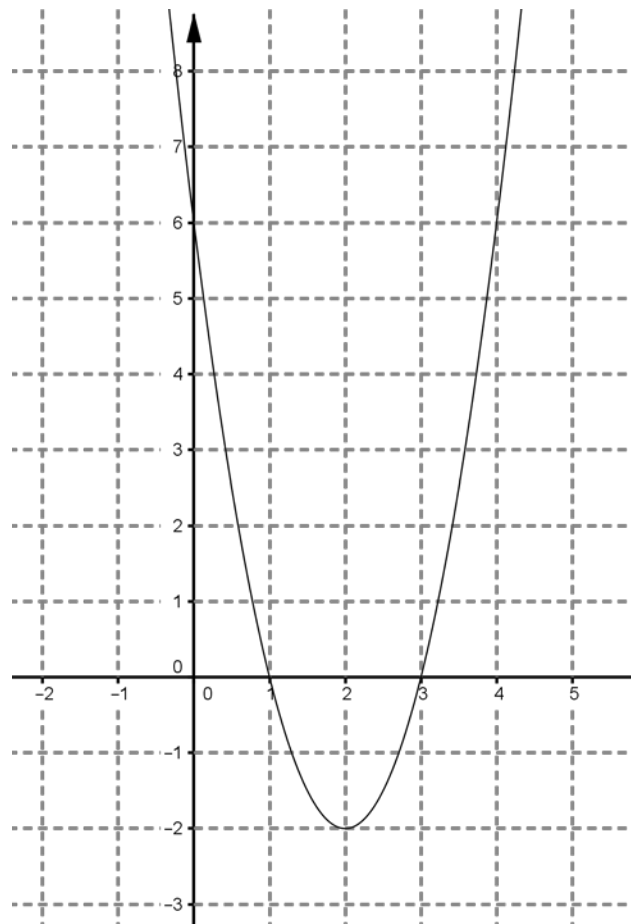


9) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0$$

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- β) το πεδίο τιμών της $f(x)$
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$
- ε) κατά πόσο $\alpha > 0$ ή $\alpha < 0$.

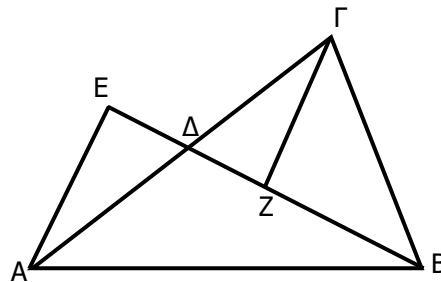


10) Να λύσετε το παρακάτω σύστημα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\frac{3x-5}{2} - \frac{2y-7}{5} = 1$$

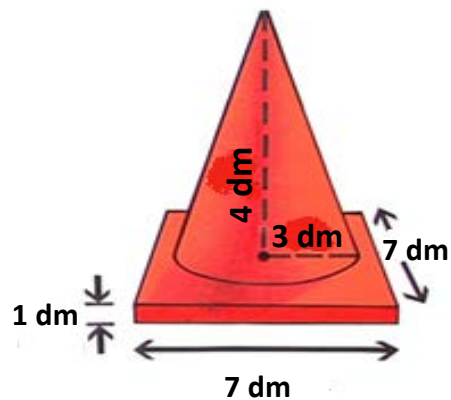
$$y + 2x = 12$$

- 11)** Στο παρακάτω σχήμα η BD είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$. Αν ΓZ ύψος του τριγώνου $\Delta\Gamma B$ και $AE \perp BE$, να αποδείξετε ότι το $E\Gamma Z A$ είναι παραλληλόγραμμο. Να δώσετε δικαιολογίες για κάθε συμπέρασμά σας.

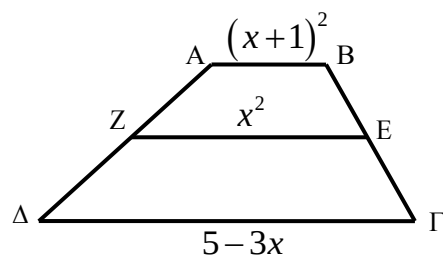


-
- 12)** Δίνονται τα σημεία $A(4,-2)$ και $B(-1,8)$. Να βρείτε:
- α) την εξίσωση της ευθείας που περνά από αυτά τα σημεία,
 - β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB ,
 - γ) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB .

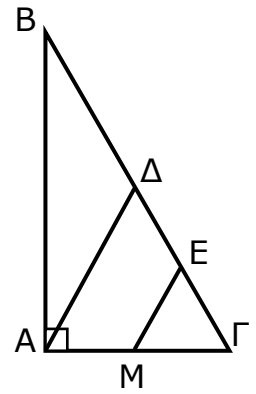
- 13)** Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παρακάτω στερεού. Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π .



- 14)** Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο με βάσεις AB , $\Gamma\Delta$ και διάμεσο EZ . Αν γνωρίζετε ότι: $AB = (x+1)^2$, $\Delta\Gamma = 5-3x$ και $EZ = x^2$, να βρείτε το μήκος της πλευράς $\Delta\Gamma$.



- 15)** Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με γωνίες $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς AG και AD διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$. Οι πλευρές ME και AD είναι παράλληλες ($ME \parallel AD$). Να αποδείξετε ότι $ME = MA$. Να δώσετε δικαιολογίες για κάθε συμπέρασμά σας.



ΜΕΡΟΣ Β: Από τις έξι (6) ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις τέσσερις (4).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

- 1)** Ένα τρίγωνο έχει πλευρές 4 cm, 6 cm και 8 cm. Αν κάθε πλευρά του ήταν μεγαλύτερη κατά x cm, τότε το τρίγωνο θα ήταν ορθογώνιο. Να βρείτε τον αριθμό x . Να λύσετε το πρόβλημα με εξίσωση.

2) α) Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 - 8x + 15}{2x - 6} =$$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x-1}{x+3} + \frac{2x-3}{4-x} = \frac{33-17x}{x^2-x-12}$$

3) Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1 : y = 7mx - 23$$

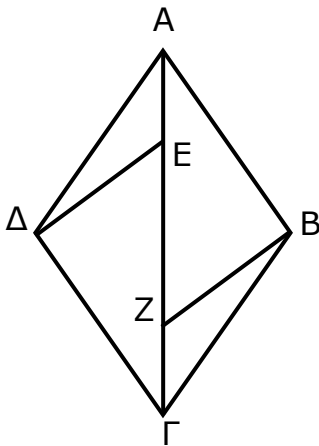
$$\varepsilon_2 : 2y = (6 - 2k)x + 7$$

$$\varepsilon_3 : y = \frac{2m(m-2)}{3}x$$

$$\varepsilon_4 : y = \frac{6}{km-2k}x - 8$$

Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών m και k , αν ε_1 είναι παράλληλη με την ε_2 ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$) και η ε_3 είναι κάθετη με την ε_4 ($\varepsilon_3 \perp \varepsilon_4$).

4)

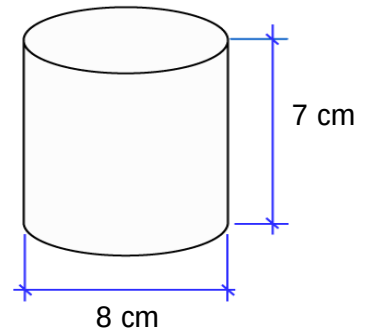


Δεδομένα	Ζητούμενα
ABΓΔ ρόμβος	α) ΔΕ=ΒΖ
ΑΕ=ΓΖ	β) ΔΕΒΖ ρόμβος

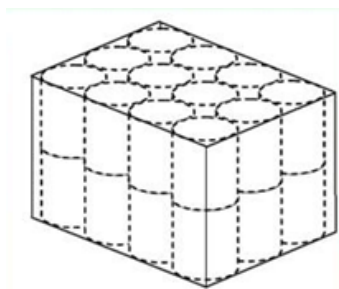
- 5) Ένα εργοστάσιο συσκευάζει κομπόστα σε μεταλλική συσκευασία σχήματος κυλίνδρου, με διάμετρο 8 cm και ύψος 7 cm.

Σημείωση: $\pi = \frac{22}{7}$

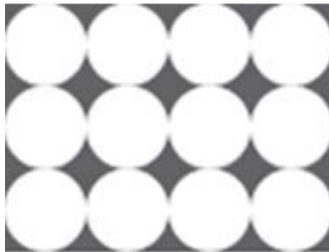
α) Να υπολογίσετε τον όγκο της συσκευασίας.



β) Οι συσκευασίες τοποθετούνται σε κιβώτια. Κάθε κιβώτιο περιέχει 24 συσκευασίες, όπως δείχνει το σχήμα. Να υπολογίσετε τον όγκο του κιβωτίου που είναι κενός.

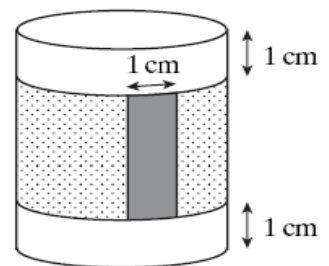


Πλάγια όψη



Κάτοψη

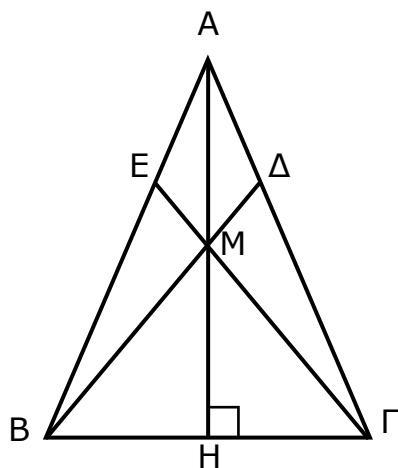
γ) Γύρω από τη συσκευασία τοποθετείται ετικέτα σε απόσταση 1 cm από την κάθε βάση. Η ετικέτα που έχει μεγαλύτερο μήκος από την περιφέρεια της βάσης, κολλά και υπερκαλύπτει κατά 1 cm τη συσκευασία (βλέπε σχήμα). Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ετικέτας.



6) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και σημείο M του ύψους του AH . Η προέκταση της BM τέμνει την AG στο Δ και η προέκταση της GM τέμνει την AB στο E .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα ABM και $AM\Gamma$ είναι ίσα.
- β) Τα τρίγωνα MEB και $M\Delta\Gamma$ είναι ίσα και κατόπιν ότι $BE=\Gamma\Delta$.
- γ) Τα σημεία E και Δ ισαπέχουν από την ευθεία $B\Gamma$.



Οι Εισηγητές:

Ειρήνη Ανδρέου

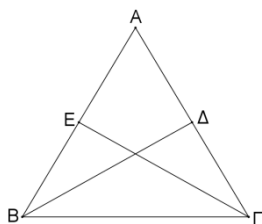
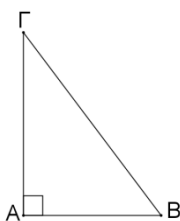
Νικόλας Βασιλείου

Η Διευθύντρια

Παρθενόπη Βυρίδου

ΜΕΡΟΣ Α': (60 μονάδες) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:
(α) $7\chi + 7\psi =$ (β) $\chi^2 - \psi^2 =$
2. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:
(α) $(\chi - 1)^3 =$ (β) $(\chi + \psi + 2)^2 =$
3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(-2 , 1) και B(-3 , 5).
4. Να κάνετε τη διαίρεση: $(2\chi^2 - 5\chi + 3) : (\chi - 1)$
5. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} \psi + 2\chi = 5 \\ 3\psi - \chi = 1 \end{cases}$
6. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 2\chi - 5 = 0$.
7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{5x - 3}{x + 6}$.
8. Κύλινδρος έχει ύψος 5 m και ακτίνα βάσης 3 m. Να βρείτε:
(α) τον όγκο του και (β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
Να δώσετε τις απαντήσεις σας συναρτήσει του π.
9. Στο σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές (BΓ) = 5 cm και (AB) = 3 cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:
(α) $\eta\mu\Gamma =$ (β. 1)
(β) $\sigma\upsilon\nu B =$ (β. 2)
(γ) $\epsilon\phi B =$ (β. 2)

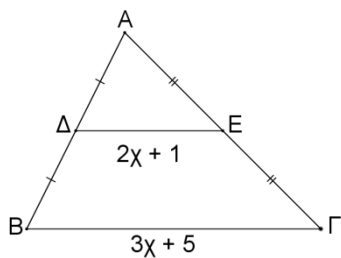


11. Να κυκλώσετε το ΣΩΣΤΟ ή το ΛΑΘΟΣ ανάλογα με το τι ισχύει για κάθε πρόταση πιο κάτω:

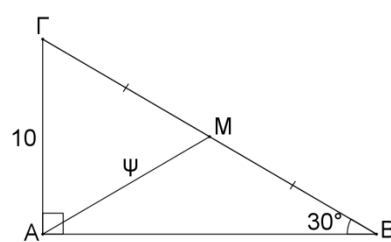
(α)	Όλοι οι ρόμβοι είναι τετράγωνα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν έχει ίσες διαγωνίους.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Αν ένα τραπέζιο έχει ίσες τις γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του, τότε είναι ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Ένα παραλληλόγραμμο που έχει ίσες και κάθετες μεταξύ τους διαγωνίους, είναι τετράγωνο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

12. Να υπολογίσετε τα χ και ψ στις πιο κάτω περιπτώσεις. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(α)

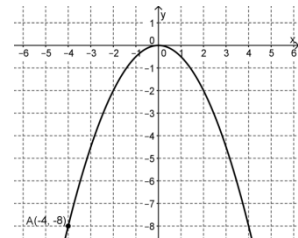


(β)



13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = \alpha x^2$, $\alpha \neq 0$. Να βρείτε:

- (α) το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της,
 (β) το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της,
 (γ) την τιμή του α ,
 (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και
 (ε) τις τετμημένες των σημείων με τεταγμένη ίση με -2 .



14. Σε τρίγωνο ABΓ το σημείο Κ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ. Από το Κ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ του τριγώνου που τέμνει την ΑΓ στο Λ. Προεκτείνουμε την ΚΛ προς το μέρος του Λ κατά τμήμα ΛΕ = ΚΛ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΚΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο.

15. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

- (α) $\chi^4 - 8\chi =$ (β) $\chi^2 - 5\chi + 6 =$
 (γ) $\alpha^2 - \beta^2 - 3\alpha + 3\beta =$ (δ) $\psi^2 - 4\psi + 4 - 9\chi^2 =$

ΜΕΡΟΣ Β': (40 μονάδες) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi - 19}{\chi^2 + \chi - 6} - \frac{\chi}{2 - \chi} = \frac{5}{\chi + 3}$

- (β) Να κάνετε τις πράξεις και ακολούθως να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $\chi = -1$ και $\psi = 3$:

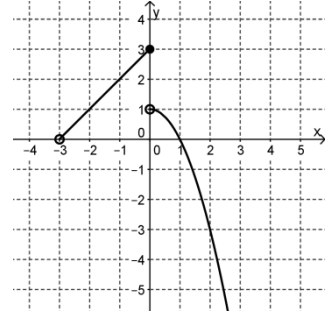
$$\frac{\chi\psi^2}{\chi^2 - 36} : \frac{\chi^2\psi - 5\chi\psi}{\chi + 6} =$$

2. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος (απόστημα) $h = 10$ m και πλευρά βάσης $a = 12$ m. Να βρείτε:
- (α) το ύψος της. (β. 5)
- (β) Αν το ύψος της πυραμίδας είναι ίσο με 8 m, να βρείτε:
- (i) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της, (β. 2)
- (ii) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της, (β. 1)
- (iii) τον όγκο της. (β. 2)

3. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (2\kappa^2 - 3\kappa - 1)\chi + 7$ και $\varepsilon_2: \chi - \psi - 5 = 0$. Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

4. (α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

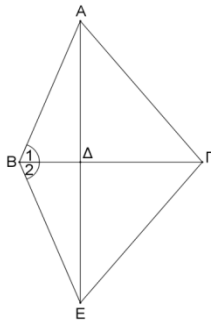
- (i) το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της,
(ii) το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της,
(iii) το $f(2)$,
(iv) το $f(0)$



- (β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \sqrt{15 - 3x}$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα, το ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και ΔΕ = ΑΔ. Να δείξετε ότι:

- (α) (i) $AB = BE$ και (ii) $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$
(β) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΒΓ είναι ίσα.



6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές $A(1, 4)$, $B(-2, 5)$ και $\Gamma(-1, 3)$.
- (α) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών του.
(β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
(γ) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΒ.
(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ της πλευράς ΒΓ.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ : Γ'
 ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12/06/2014
 ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ΩΡΕΣ
 ΩΡΑ : 8:00 π.μ. – 10:00 π.μ.

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :..... ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ :
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
 - γ) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 - δ) Να φαίνονται όλες οι αναγκαίες πράξεις.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

Θέμα 1 : Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = x^2 - 2x + 3$, $B = x - 2$

Να βρείτε το άθροισμα και τη διαφορά των πολυωνύμων:

$$A + B =$$

$$A - B =$$

Θέμα 2 : Να βρείτε τα αναπτύγματα :

$$\alpha) (x + y + z)^2 =$$

$$\beta) (x + 2)^3 =$$

Θέμα 3 : Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x - 2) \cdot (2x - 1) = 0$$

$$\beta) x^2 - x = 0$$

Θέμα 4 : Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) \quad 2\beta\gamma - 8\alpha\gamma =$$

$$\beta) \quad \psi^2 - 49 =$$

Θέμα 5 : Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 5 \\ x - 3y = 9 \end{array} \right\}$$

Θέμα 6 : Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2\alpha + 3\beta}{\alpha - \beta} \square \frac{\beta^2 - \alpha^2}{4\alpha + 6\beta} =$$

Θέμα 7 : Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

$$\alpha) \quad f(x) = 3x^2$$

$$\beta) \quad f(x) = \sqrt{x+4}$$

$$\gamma) \quad f(x) = \frac{x-3}{3}$$

$$\delta) \quad f(x) = \frac{6}{x-1}$$

Θέμα 8 : Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\alpha) \quad 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$\beta) \quad x^2 = 2x - 4$$

$$\gamma) \quad 16x^2 - 8x + 1 = 0$$

Να εξετάσετε αν:

- έχουν δύο πραγματικές και άνισες ρίζες ή
- αν έχουν δύο πραγματικές και ίσες ρίζες ή
- αν δεν έχουν πραγματικές ρίζες.

Θέμα 9 : Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που περνά από το σημείο $A(2,1)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\varepsilon_1 : \psi = 2x + 3$.

Θέμα 10 : Αφού βρείτε τις κλίσεις των πιο κάτω ευθειών να βρείτε ποιες είναι παράλληλες και ποιες κάθετες.

$$\varepsilon_1 : \psi = -5x + \frac{1}{2} \quad , \quad \varepsilon_2 : \psi - 8x = 1 \quad ,$$

$$\varepsilon_3 : 2\psi + 10x - 1 = 0 \quad , \quad \varepsilon_4 : 8\psi + x = 24$$

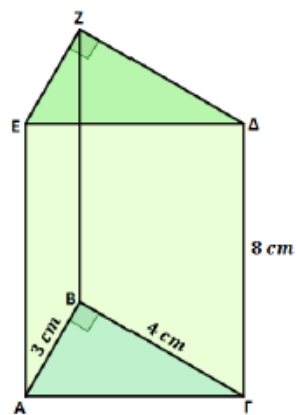
Θέμα 11 : Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία ω έχουμε $\varepsilon\phi\omega = \frac{3}{4}$,
να υπολογίσετε το $\eta\mu\omega$ και $\sigma\upsilon\nu\omega$.

Θέμα 12 : Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με AB = ΑΓ .
Να δείξετε ότι τα ύψη BZ και ΓΗ είναι ίσα.

Θέμα 13 : Δίνεται τραπέζιο με AB//ΓΔ , AB = χ , ΓΔ = χ^2 και EZ =15 cm.
Να υπολογίσετε τις παράλληλες πλευρές του .
Να δικαιολογήσετε κάθε σας βήμα .

Θέμα 14 : Να αναγνωρίσετε τα σχήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

Θέμα 15 : Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθού πρίσματος του οποίου το ύψος είναι 8 cm και οι βάσεις του είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm αντίστοιχα.



ΜΕΡΟΣ Β' (40 μονάδες)

**Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες**

Θέμα 1 : α) Να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{(\chi-1)^2 - (3\chi-5)}{\chi^2 - 3\chi + 2} =$$

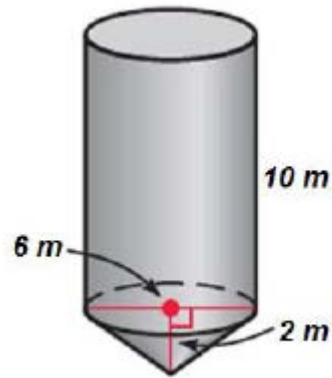
β) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\left(\frac{1}{\alpha-1} + \frac{4}{\alpha+1} \right) \square \frac{3\alpha^2-3}{25\alpha^2-9} =$$

Θέμα 2 : Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3}{\omega^2 - \omega} + \frac{3}{1 - \omega^2} = \frac{2\omega + 3}{\omega^2 + \omega}$

Θέμα 3 : Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός ορθογωνίου είναι κορυφές ρόμβου.

Θέμα 4 : Στην εικόνα βλέπουμε μία κατασκευή που χρησιμοποιείται ως αποθηκευτικός χώρος για σιτηρά. Η κατασκευή αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο με διάμετρο 6m και ύψη 10m, 2m αντίστοιχα. Να βρείτε: ι) τον όγκο και ιι) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας συναρτήσει του π .



Θέμα 5 : Δίνεται η αλγεβρική παράσταση :

$$A = \frac{2x^3 - 6x^2}{x} : \frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x + 3}$$

- α) να απλοποιηθεί η παράσταση A
- β) να λυθεί η εξίσωση $A = 12$.

Θέμα 6 : α) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως το πιο κάτω πολυώνυμο:

$$(5 + 3\psi)^3 - 4\psi^2(3\psi + 5) =$$

β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$.

Αν $\hat{B} = 60^\circ$, Μ είναι μέσο της ΒΓ και ΑΒ=8cm,
να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΜ.

Οι Εισηγητές:

Μάχη Καουτζάνη

Ελένη Κουσουλή

Φίλιππος Φιλίππου

Ο Διευθυντής

Μάριος Κουκκίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμός

Τάξη: Γ΄

Αριθμητικώς:

Ημερομηνία: 16/06/2014

Ολογράφως:

Χρόνος: 2 ώρες

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε **μόνο τα 12**. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $3\alpha^2\beta - 6\alpha\beta + 2\alpha^2\beta =$

β) $(15\chi^3\psi^2) : (-3\chi^4\psi) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα (με χρήση ταυτοτήτων):

α) $(3\chi - \psi)^2 =$

β) $(5\alpha - \beta)(5\alpha + \beta) =$

3. Αν $A = 3x^3 - x^2 + 3x - 1$, $B = 2\chi$ και $\Gamma = x^2 - 2x + 1$ να βρείτε:

$A - B \cdot \Gamma =$

4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :

α) $f(x) = \sqrt{x-8}$

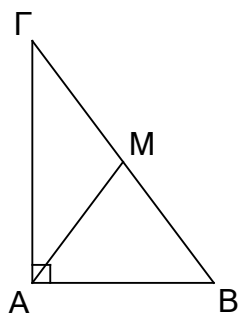
β) $f(x) = \frac{3x}{x+7}$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 - 2x = 0$

β) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

6.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ABΓ ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$)	α) AM
AM διάμεσος	β) ημΓ
$\eta\mu B = \frac{8}{10}$	

7. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 - 5x + 6 =$

β) $2x^3y^2 - 8xy^4 =$

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $2x + 3y = 5$ και περνά από το σημείο $A(2, -5)$.

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να φέρετε τη διάμεσο $A\Delta$ και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

10. Να κάνετε τη διαίρεση: $(6x^3 - x^2 - 16x + 6) : (2x - 3)$

11. Κώνος έχει γενέτειρα 13 m και ύψος 12 m . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)

12. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{\psi+1} - \frac{1}{\psi+2}\right) : \frac{\psi+3}{\psi^2-4} =$$

13. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ($\hat{\Gamma} = 30^\circ$). Να σημειώσετε το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ και Δ το μέσο του ΒΜ. Να φέρετε το ΑΔ και να το προεκτείνετε προς το Δ κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΕΜ είναι ρόμβος.

14. Ο όγκος κυλίνδρου είναι $V = 112\pi \text{ m}^3$ και το ύψος του $h = 7\text{ m}$.

Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου

β) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)

15. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Έστω Δ και E τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντιστοίχως. Προεκτείνουμε τη ΔE κατά τμήμα EZ τέτοιο ώστε $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma Z$ είναι τετράγωνο.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε **μόνο τα 4**. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

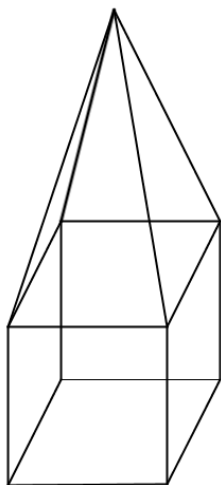
1. α) Να κάνετε το σύνθετο κλάσμα απλό.

$$\frac{\frac{2}{\chi+3\psi} + \frac{2}{\chi-3\psi}}{\frac{6\chi^3}{\chi^2-9\psi^2}} =$$

- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που περνά από το σημείο $A(4, -1)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\chi + 2\psi + 4 = 0$.

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και E τυχαίο σημείο της διχοτόμου AD .
Να αποδείξετε ότι:
- α) Οι αποστάσεις EZ και EH πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντιστοίχως είναι ίσες.
 - β) Το τρίγωνο $Z\Delta H$ είναι ισοσκελές.

3. Τοποθετούμε μία πυραμίδα σε ένα κύβο ακμής 6 cm όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το ύψος της πυραμίδας είναι τα $\frac{2}{3}$ της ακμής του κύβου, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που δημιουργείται.



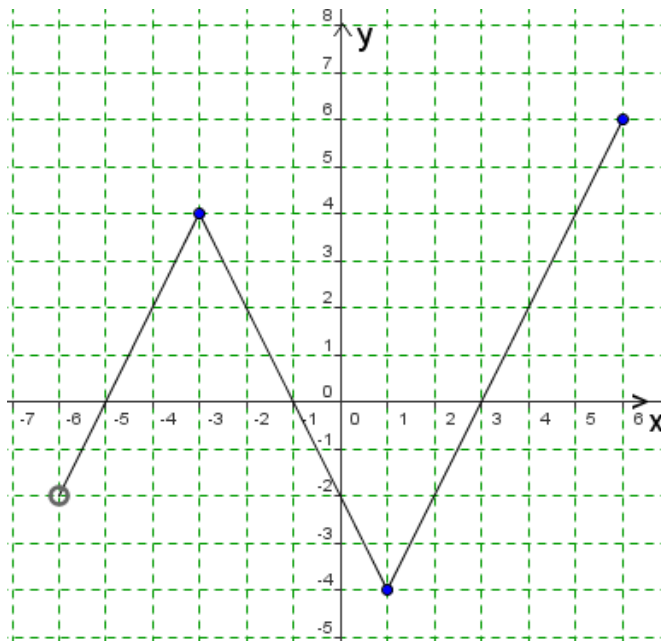
4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\alpha) \quad \frac{\chi+3}{2} - \frac{\psi-2}{3} = 2$$
$$3(2\chi-1) - 2(\psi-3) - 11 = 0$$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{35}{x^2+x-6} - \frac{x-4}{2-x} = \frac{2x-1}{x+3}$$

5. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της f .

β) τις τιμές $f(0)$, $f(5)$.

γ) τα x για τα οποία ισχύει $f(x)=4$.

δ) τα σημεία τομής της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

ε) τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

6. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E είναι το μέσο της $A\Delta$. Αν Z και H είναι τα μέσα των τμημάτων EB και $E\Gamma$ αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι:
- α) $EB=E\Gamma$
 - β) το τετράπλευρο $AZH\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Η Διευθύντρια

Έβη Αργυρίδου

Οι εισηγητές:

Αθανάσιος Τζαβέλας

Μαρία Ρεμούντος

Παναγιώτα Μαυρομμάτη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

Χρόνος: 2 ώρες

Βαθμός:

Ημερομηνία: Παρασκευή, 13 Ιουνίου 2014

Υπογραφή καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) Μόνο τα σχήματα μπορούν να γίνουν με τη χρήση μολυβιού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) 5\alpha^2\chi + 2\alpha^2\chi - \alpha^2\chi =$$

$$\beta) 2\chi^3\alpha(3\chi^2 - 4\alpha\chi) =$$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (\chi + 2)^3 =$$

$$\beta) (5\chi - 6)(5\chi + 6) =$$

3. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$2\chi^2 + 3\chi - 5 = 0$$

4. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων.

$$4\chi - 3\psi = -20$$

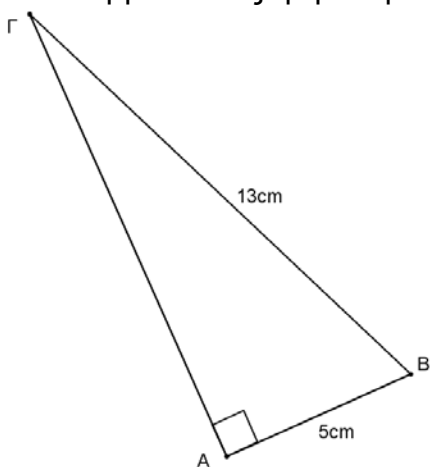
$$6\chi + 5\psi = 8$$

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων.

$$\alpha) \quad g(\chi) = \frac{2\chi - 6}{\chi + 5}$$

$$\beta) \quad f(\chi) = \sqrt{3\chi - 24}$$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), ΑΒ=5cm και ΒΓ=13cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημΓ, συνΓ και εφΒ.



7. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 42m^3 και οι δύο από τις τρεις διαστάσεις του είναι 2m και 3m. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

8. Να βρείτε τις πιθανές τιμές της παραμέτρου κ ώστε η παραβολή με εξίσωση $f(x) = (30 + 5\kappa)x^2$ να παρουσιάζει ελάχιστο.

9. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $x^3 + 7x =$

β) $16\psi^2 - 9 =$

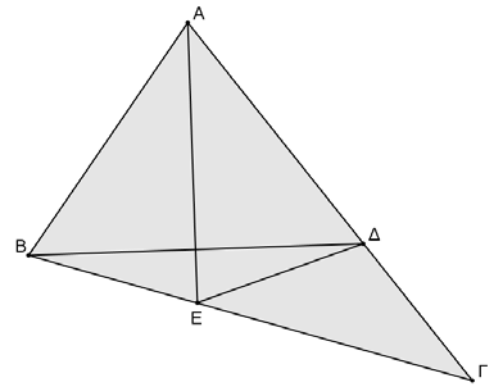
γ) $x^3 - 8 =$

δ) $\alpha\beta^2 - 6\alpha\beta - 5\beta + 30 =$

10. Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση.

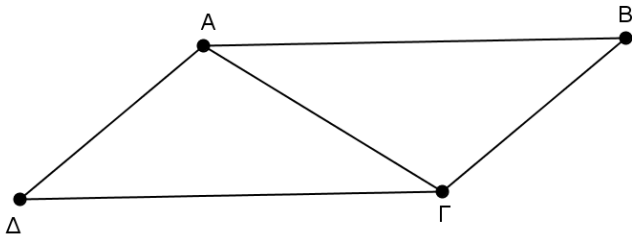
$$\frac{\alpha^5 - \alpha^3}{\beta - 6} \cdot \frac{\beta^2 - 6\beta}{\alpha^4\beta + \alpha^3\beta} =$$

11. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Αν Δ είναι σημείο της πλευράς ΑΓ τέτοιο ώστε ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ να δείξετε ότι το $\triangle EBD$ είναι ισοσκελές τρίγωνο. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_1 η οποία περνά από το σημείο Α(0,5) και είναι παράλληλη με την ευθεία ϵ_2 η οποία περνά από τα σημεία Β(- 3,1) και Γ(-1,-5).

13. Αν $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και E, Z, H, Θ τα μέσα των $AB, B\Gamma, A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $\hat{E}BZ = \hat{\Theta}HA$. Να κάνετε το σχήμα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



14. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ισοσκελούς τραπεζίου είναι κορυφές ρόμβου. Να κάνετε το σχήμα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

15. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση.

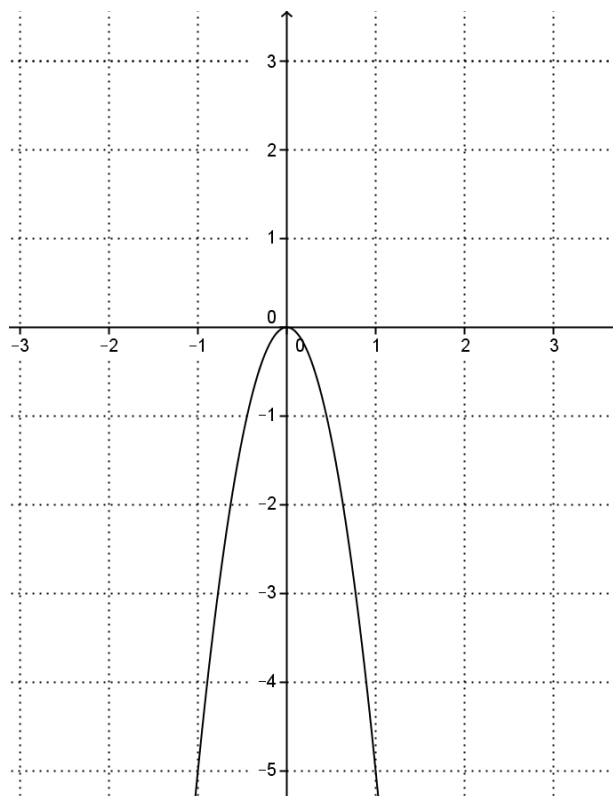
$$\frac{\chi}{\chi+5} - \frac{2}{3-\chi} = \frac{4\chi+4}{\chi^2+2\chi-15}$$

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4) .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες .

1. Δίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης $f(x)$. Να βρείτε:

- α) αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να δώσετε τις συντεταγμένες του,
- β) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- γ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = -5$,
- δ) την εξίσωση της παραβολής,
- ε) το $f(-3)$.



2. Ο κύριος Γιώργος ταξίδεψε με το αυτοκίνητό του με σταθερή ταχύτητα από το σπίτι του, πέρασε από το χωριό Α και κατέληξε στο χωριό Β. Η απόσταση του χωριού Α από το σπίτι του δίνεται από την αλγεβρική παράσταση $\varphi(x) = 5x^2 - 3x - 7$ (σε km) ενώ η απόσταση μεταξύ των χωριών Α και Β δίνεται από την αλγεβρική παράσταση $\rho(x) = x^2 + 2x + 5$ (σε km). Ο χρόνος του ταξιδιού δίνεται από την αλγεβρική παράσταση $\sigma(x) = 2x + 1$ (σε ώρες). Να βρείτε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει τη σταθερή ταχύτητα με την οποία ταξίδευε ο κύριος Γιώργος και ακολουθώντας να βρείτε την ταχύτητα, αν το $x = 32$.

(Σημ.: Σταθερή ταχύτητα = απόσταση ÷ χρόνος)

3. α) Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.

$$\frac{\frac{x^2 - 10x + 25}{x^3 - 5x^2}}{x - \frac{25}{x}} =$$

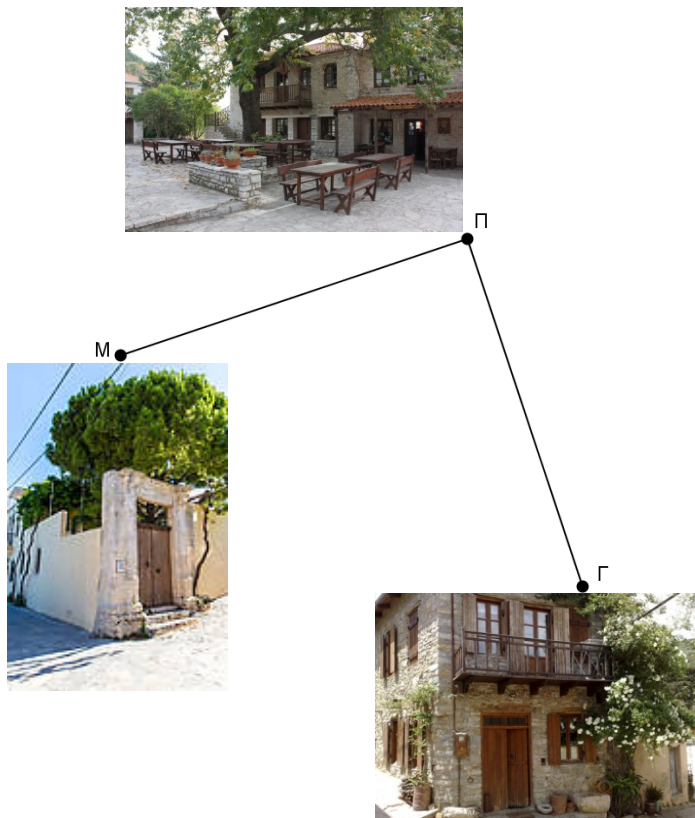
β) Να γράψετε ένα σύστημα εξισώσεων σύμφωνα με τα πιο κάτω δεδομένα και ακολουθώντας να το λύσετε.

Κατά τη διάρκεια ενός ποδοσφαιρικού πρωταθλήματος, από τους 32 αγώνες που έδωσε η ομάδα της Κόκκινης Θύελλας ηττήθηκε στους 9, ενώ στους υπόλοιπους κέρδισε ή έφερε ισοπαλία. Για κάθε νίκη της πήρε 3 βαθμούς, για κάθε ισοπαλία πήρε 1 βαθμό και για κάθε ήττα δεν πήρε βαθμό. Αν τελικά συγκέντρωσε 47 βαθμούς, πόσες φορές νίκησε και πόσες έφερε ισοπαλία;

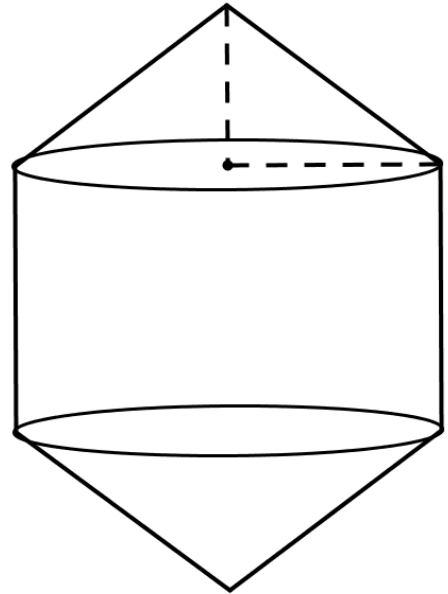
4. α) Αν $\chi = \frac{2}{\psi}$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης.

$$(2\psi - 3\chi)^2 - 4(\psi - 2\chi)(\psi + 2\chi) - 25\chi^2 + 3 =$$

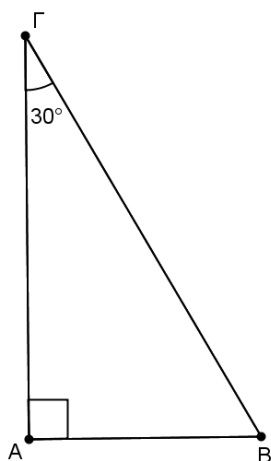
β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι δρόμοι που συνδέουν τα σπίτια του Γιάννη (σημείο Γ) και του Μιχάλη (σημείο Μ) με την πλατεία του χωριού (σημείο Π). Δίνονται επίσης οι εξισώσεις των δύο δρόμων (ευθειών) ΜΠ: $\chi - 3\psi = -1$ και ΓΠ: $\psi = (\kappa^2 - 19)\chi$. Αν ξέρουμε ότι οι δύο δρόμοι είναι κάθετοι μεταξύ τους, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει το κ .



5. Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύλινδρο και δύο ίδιους κώνους ενωμένους στις βάσεις τους. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι ίσος με $640\pi m^3$ και το ύψος του είναι $10m$. Αν η γενέτειρα του κώνου ισούται με το ύψος του κυλίνδρου να βρείτε:
- α) τον όγκο του στερεού και
 - β) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού.



6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ABC$ με $\angle C = 90^\circ$. Το σημείο M είναι το μέσο της BG και Δ το μέσο της BM. Να προεκτείνετε την AD κατά τμήμα $DE=AD$.
- α) Να δείξετε ότι:
- το τρίγωνο AMB είναι ισόπλευρο και
 - το τετράπλευρο ABEM είναι ρόμβος.
- β) Να φέρετε τις αποστάσεις MO και MH του σημείου M από τις πλευρές AG και AB αντίστοιχα και να δείξετε ότι:
- το τετράπλευρο AOMH είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και
 - $\angle O = 90^\circ$.
- (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



Οι Εισηγητές:

Στυλιανοπούλου Τζένη (Β.Δ.)
Χαραλαμπίδου Εύη
Χριστοφορίδης Γιώργος
Πανάου Γιώργος

Η Διευθύντρια

Μαυρή – Πούρου Σωτηρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/06/2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 Ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΤΜΗΜΑ:

ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **9** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με **1 μονάδα**.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $7\chi^3 - 2\chi + 5\chi - 6 - 9\chi^3 =$

β) $(\alpha^3\beta - 6\alpha\beta^3) \cdot (-2\alpha^2\beta) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 3)^2 =$

β) $(\chi - 4\psi) \cdot (\chi + 4\psi) =$

3. Δίνονται τα πολυώνυμα : $\varphi(\chi) = 3\chi^3 + 6\chi^2 + 2\chi - 3$, $\rho(\chi) = \chi^2 - 3\chi - 4$ και $\tau(\chi) = -\chi - 2$.

Να βρείτε :

(α) $\varphi(\chi) - \tau(\chi) + \rho(\chi) =$

(β) $\rho(-1) =$

4. Να λύσετε το σύστημα :

$$\chi - 3\psi = 2$$

$$3\chi - 8\psi = 7$$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

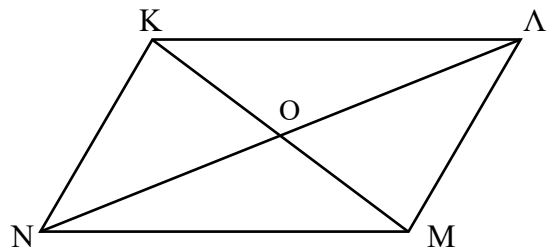
α) $\chi^2 - 6\chi + 8 =$

β) $5\alpha^6\beta^4 - 15\alpha^4\beta^3 =$

6. Να λύσετε την εξίσωση :

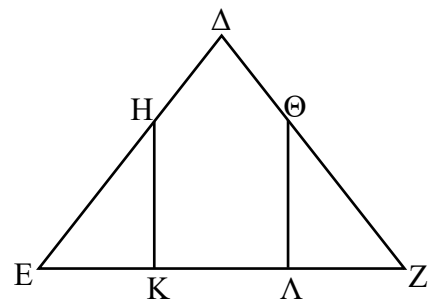
$$5\chi^2 - 3\chi - 2 = 0$$

7. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι παραλληλόγραμμο. Αν $KO = 5\chi - 2$, $OM = 13\text{cm}$ και $OL = 3\chi$, να βρείτε το μήκος των διαγωνίων του ΚΛΜΝ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



-
8. Να κάνετε τη διαίρεση $(6\psi^3 - 13\psi^2 + 9\psi - 2) : (2\psi - 1)$

-
9. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές με $DE = DZ$. Αν $\Delta H = \Delta \Theta$, $KH \perp EZ$ και $\Lambda \Theta \perp EZ$ να δείξετε ότι $KH = \Lambda \Theta$.



10. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται $\eta\mu\Gamma = \frac{5}{13}$.

Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{B}$.

11. Ένας κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης $25\pi \text{ cm}^2$ και ύψος 6 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του και τον όγκο του.

12. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο $A(-1,4)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_2 : \psi = -\frac{1}{3}\chi + 5$

(β) Για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (\alpha^2 - 7)\chi + 4$ και $\varepsilon_2 : \psi = 9\chi - 1$ είναι παράλληλες.

- 13.** Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B} = 90^\circ$), φέρουμε τη διάμεσο BM . Προεκτείνουμε την BM κατά τμήμα $BM=MD$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma D$ είναι ορθογώνιο.

-
- 14.** Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{\chi+1} - \frac{\chi-1}{\chi} = \frac{1}{\chi+\chi^2}$$

-
- 15.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Πάνω στη $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E έτσι ώστε $B\Delta = E\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:
- α) Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
 - β) Οι αποστάσεις των B και Γ από τις AE και $A\Delta$ αντίστοιχα, είναι ίσες.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. (α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

$$\frac{9\alpha^2 - 4}{\alpha + 1} \cdot \frac{\alpha}{3\alpha - 2} : \frac{3\alpha + 2}{\alpha^2 - 1} =$$

(β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\psi - 6}{\psi^2 + 2\psi} - \frac{4}{\psi + 2}$$

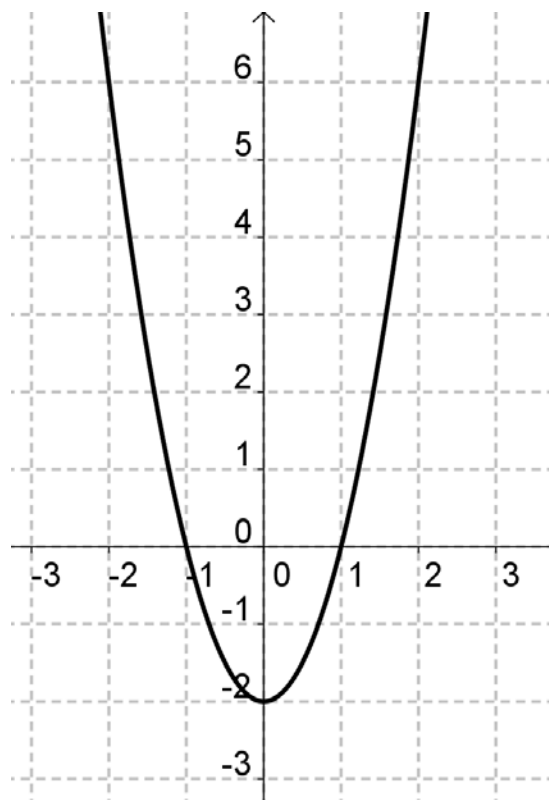
2. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha - \gamma)(\gamma + \alpha) - \alpha^2(1 - 2\gamma) + (\alpha^2 + \beta - \gamma)^2 = (\alpha^2 + \beta)^2 - 2\beta\gamma$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(\chi + 2)^3 - (2\chi + 1)^2 - 5\chi = (\chi - 1)^3 + (\chi - 3)(\chi + 3) + 18$

3. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ το ύψος του. Πάνω στην προέκταση της AB να πάρετε τμήμα $BE=AB$. Από το E να φέρετε την EZ κάθετη στην $B\Gamma$ (ή στην προέκταση της).
Να δείξετε ότι: (α) $BZ=BD$
(β) Το τετράπλευρο $AZED$ είναι παραλληλόγραμμο.

-
4. Κύβος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 384 m^2 . Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει την ακμή της βάσης της ίση με την ακμή του κύβου και ύψος $u = 3\text{ m}$.
Να υπολογίσετε: (α) την ακμή του κύβου
(β) τον όγκο του κύβου
(γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
(δ) τον όγκο της πυραμίδας.

5. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = ax^2 + \gamma$, $a \neq 0$.
Να βρείτε:
- (α) Το πρόσημο του a
 - (β) το πεδίο ορισμού (Π.Ο.)
 - (γ) το πεδίο τιμών (Π.Τ.)
 - (δ) αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο
 - (ε) τις συντεταγμένες της κορυφής
 - (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - (ζ) δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας
 - (η) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \gamma = 0$.



- 6.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-1,4)$, $B(-2,1)$ και $\Gamma(2,5)$.
- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .
 - (γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Η Διευθύντρια

Στέλλα Ταμάμη

- 6.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-1,4)$, $B(-2,1)$ και $\Gamma(2,5)$.
- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .
 - (γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Οι εισηγήτριες:

Άντρη Χριστοδούλου Β.Δ.

Μελίνα Παρέλλη

Η Διευθύντρια

Στέλλα Ταμάμη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2014

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ.:

ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ: 9

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ΝΑ ΓΡΑΦΕΤΕ ΜΕ **ΜΠΛΕ** ΜΕΛΑΝΙ. ΓΙΑ ΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΜΟΛΥΒΙ.
- **ΔΕΝ** ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ.
- **ΔΕΝ** ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΟΥ ΥΓΡΟΥ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (60 μονάδες)**Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.****ΘΕΜΑ 1:** Να κάνετε τις πράξεις:

α) $7\chi\psi + 5\chi\psi - 3\chi\psi =$

β) $3\chi^4 (\chi^2 - 2\psi) =$

ΘΕΜΑ 2: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

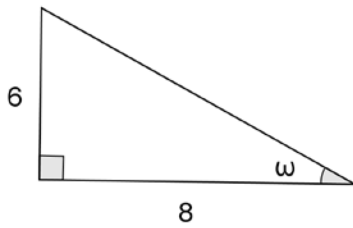
α) $5\omega\chi + 5\omega\psi =$

β) $\omega^2 - 9\chi^2 =$

ΘΕΜΑ 3: Να λύσετε το σύστημα: $2\chi + \psi = 16$

$3\chi - \psi = -1$

ΘΕΜΑ 4: Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .



ΘΕΜΑ 5: Να γράψετε τα αναπτύγματα στην πιο απλή μορφή:

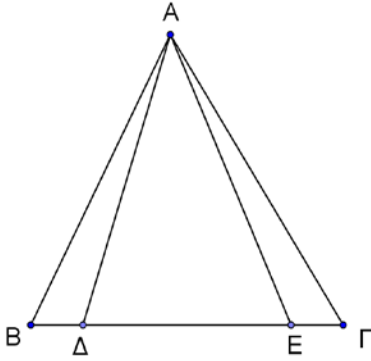
α) $(\chi + 2)^3 =$

β) $(\chi + \psi + 1)^2 =$

ΘΕΜΑ 6: Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις πιο κάτω προτάσεις:

- α) Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει τις διαγώνιες του ίσες.
- β) Το τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες ονομάζεται ρόμβος.
- γ) Ένα τετράπλευρο που έχει τις δυο απέναντι πλευρές του παράλληλες και τις άλλες δυο απέναντι πλευρές του ίσες είναι σίγουρα παραλληλόγραμμο.
- δ) Η διάμεσος του τραπεζίου είναι ίση με το άθροισμα των παραλλήλων πλευρών του.

ΘΕΜΑ 7: Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=A\Gamma$ και $B\Delta=\Gamma E$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 8: Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{x-5}{x+7}$

β) $g(x) = \sqrt{15-3x}$

ΘΕΜΑ 9: Να υπολογίσετε τον όγκο ενός κυλίνδρου που έχει ακτίνα βάσης 5cm και το ύψος του είναι διπλάσιο από την ακτίνα του. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

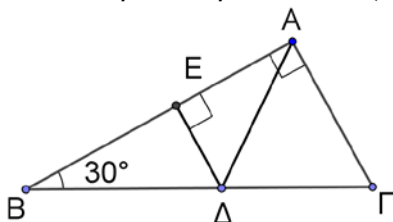
ΘΕΜΑ 10: Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 + 7\chi - 4 = 0$

ΘΕΜΑ 11: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) $\chi^5 - 27\chi^2 =$

β) $\alpha^2 - \chi^2 - 6\chi - 9 =$

ΘΕΜΑ 12: Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$, $B\Gamma = 6$ cm και Δ μέσο της $B\Gamma$. Αν από το Δ φέρουμε τη $\Delta E \perp AB$, να υπολογίσετε τα τμήματα $A\Gamma$, $A\Delta$, ΔE και να βρείτε τι σχήμα είναι το τετράπλευρο $A\Gamma\Delta E$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 13: Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^2 - 9x + 18}{x^2 - 3x} \cdot \frac{x^2 - 36}{x - 3} =$$

ΘΕΜΑ 14: Να βρείτε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: 3\chi - 15\psi + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: \psi = (2\kappa - 1)\chi + 7$ να είναι κάθετες.

ΘΕΜΑ 15: Ένας κώνος έχει όγκο $12\pi \text{ cm}^3$ και περίμετρο βάσης $6\pi \text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

ΜΕΡΟΣ Β: (40 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1-x}{2-x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2x}{x^2-4}$

ΘΕΜΑ 2:

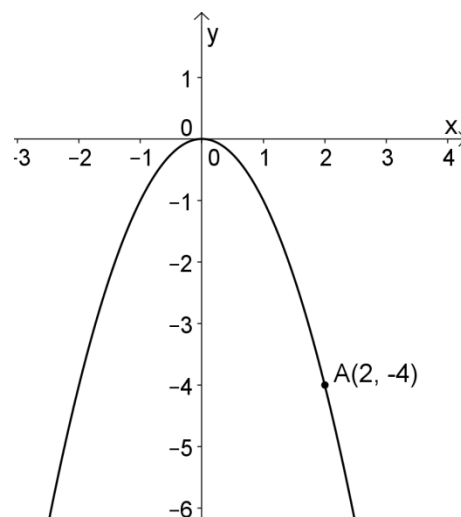
α) Να κάνετε τη διαίρεση: $(4x^3 - 6x^2 - 4x + 3) : (2x + 1)$

β) Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ από το μέσο Ο της διαγωνίου ΒΔ φέρνουμε $ΟΜ \perp ΑΒ$. Να αποδείξετε ότι $ΟΜ = \frac{ΒΓ}{2}$.

ΘΕΜΑ 3: Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Παίρνουμε δυο σημεία Μ και Ε πάνω στη ΒΓ έτσι ώστε $BM=ΓΕ$. Αν οι αποστάσεις των σημείων Μ και Ε από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα είναι ίσες, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4: Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2$

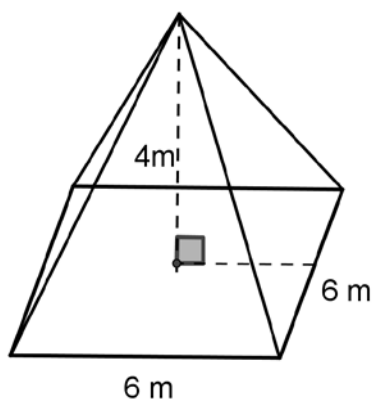
- α) Να βρείτε την τιμή του α.
- β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- γ) Να αναφέρετε αν η παραβολή έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
- δ) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- ε) Αν το σημείο $B(3, κ+1)$ ανήκει στην παραβολή, να βρείτε το κ.



ΘΕΜΑ 5:

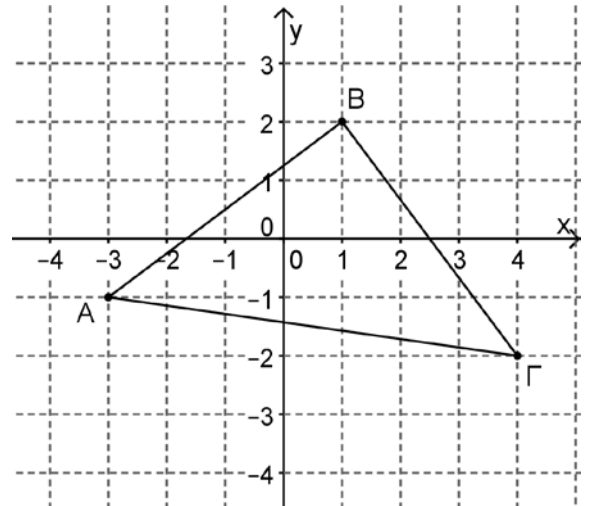
α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(x+1)^3 + (x-1)^3 + (x^2+1)(x^2+3) = (x^2+3)(x+1)^2$

β) Ένα αντίσκηνο έχει σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με διαστάσεις όπως φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα. Αν το κάτω μέρος του αντίσκηνου δεν καλύπτεται με ύφασμα να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα ύφασμα θα χρειάζεται το αντίσκηνο.



ΘΕΜΑ 6: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$. Η πλευρά AB βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση $\kappa\chi + 4\psi = 5$
Να βρείτε:

- α) Τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.
- β) Την τιμή του κ .
- γ) Τις κλίσεις των ευθειών AB, BΓ, AΓ.
Τι παρατηρείτε;
- δ) Την εξίσωση της ευθείας AΓ.
- ε) Την εξίσωση του ύψους BΔ του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.



Διευθύντρια
Δρ Κουκάν Ειρήνη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: 16 / 06 / 2014

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Χρόνος: 2 ώρες

Υπογραφή Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
 - δ) Να δείξετε όλες τις απαραίτητες πράξεις.
 - ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **11** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 7x^2 - 3x + 2$, $B = 1 - 5x$ και $\Gamma = x^2 + 4x - 6$. Να υπολογίσετε:

α) $A - B =$

β) $B \cdot \Gamma =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 4)^2 =$

β) $(2\beta + 5) \cdot (2\beta - 5) =$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

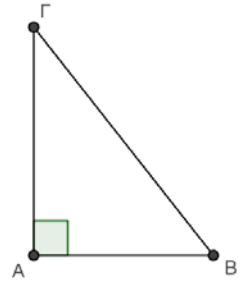
α) $9x^3\psi + 21x\psi =$

β) $x^2 + x - 42 =$

γ) $\psi^2 - 81 =$

δ) $9x^2\beta - 9x^2 - \beta + 1 =$

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται το $\eta\mu\Gamma = \frac{12}{20}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B .

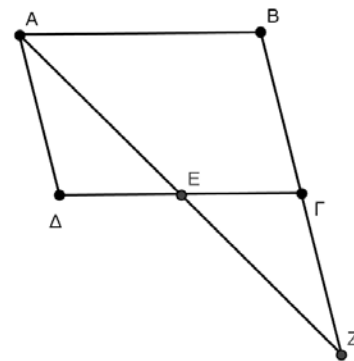


5. Να κάνετε τη διαίρεση $(3x^3 + 16x^2 - 18x + 4) \div (3x - 2) =$

6. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - 3y = 7$ και περνά από το σημείο $(6, -2)$.

7. Να λύσετε το σύστημα $5\chi + \psi = 0$
 $-7\chi + 2\psi = 17$

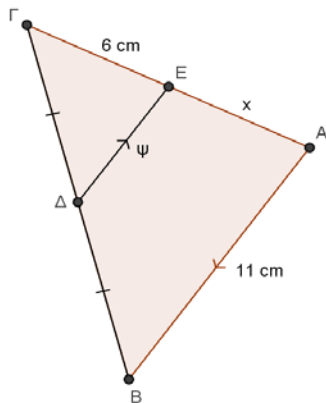
8. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Αν το E είναι μέσο της $\Gamma\Delta$ να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle A\Delta E = \triangle \Gamma Z E$ και $\Gamma Z = B\Gamma$.



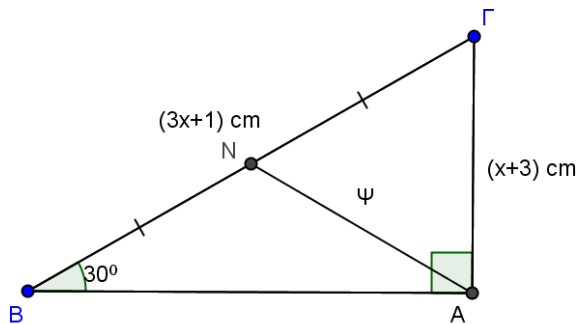
9. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 + 5\chi + 2 = 0$

10. Να υπολογίσετε το χ και το ψ στα πιο κάτω σχήματα:

α)



β)



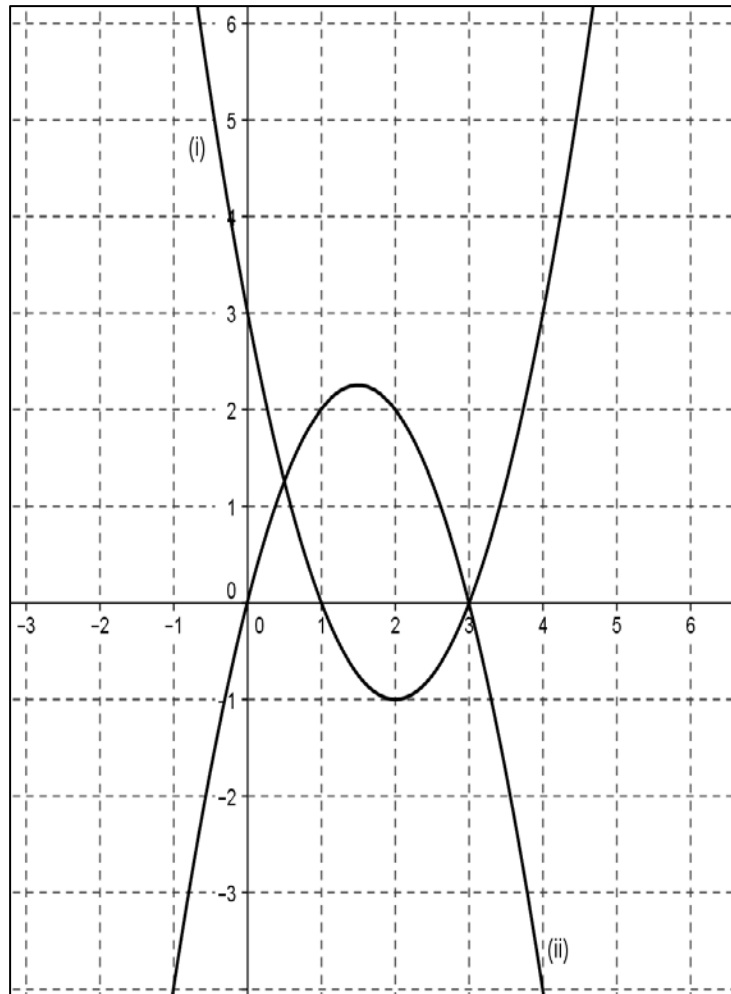
11. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο $V = 108 \text{ cm}^3$. Αν το μήκος είναι τριπλάσιο από το πλάτος και το ύψος είναι ίσο με 4 cm να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

12. Να κάνετε την πράξη:

$$\frac{\chi}{\chi-5} + \frac{50}{25-\chi^2} - \frac{2}{\chi+5} =$$

13. Το παρακάτω σχήμα παριστάνει τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$f(x) = x(3 - x) \text{ και } g(x) = (x - 1)(x - 3)$$



α) Ποια από τις παραβολές $f(x)$ και $g(x)$ αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση κάθε συνάρτησης;

β) Να λύσετε την εξίσωση: $x(3 - x) = (x - 1)(x - 3)$. Ποια είναι η σχέση των λύσεων της εξίσωσης ως προς τη γραφική παράσταση;

14. Δίνεται ισοσκελές αμβλυγώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 120^\circ$. Προεκτείνουμε την διχοτόμο ΑΔ κατά τμήμα $ΑΔ = ΔΕ$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΕΓ είναι ρόμβος.

(β) Αν η διαγώνιος ΑΕ είναι ίση με 12cm να βρείτε την περίμετρο του ρόμβου.

15. Αν $A = \left(\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\psi} \right) \div \frac{\chi^2 - 2\chi\psi + \psi^2}{\chi^2\psi - \chi\psi^2}$ και $B = \frac{\chi^3 - 8}{\chi - 2} \cdot \frac{\chi}{\chi^3 + 2\chi^2 + 4\chi}$ να δείξετε ότι $A + B = 0$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{\chi^2 + 4}{\chi^2 - 3\chi + 2} + \frac{\chi}{2 - \chi} = \frac{\chi}{\chi - 1}$

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Από το σχήμα να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.

.....

β) Το πρόσημο του α .

.....

γ) Αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής.

.....

δ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .

.....

ε) Τις ρίζες της εξίσωσης

$$\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$$

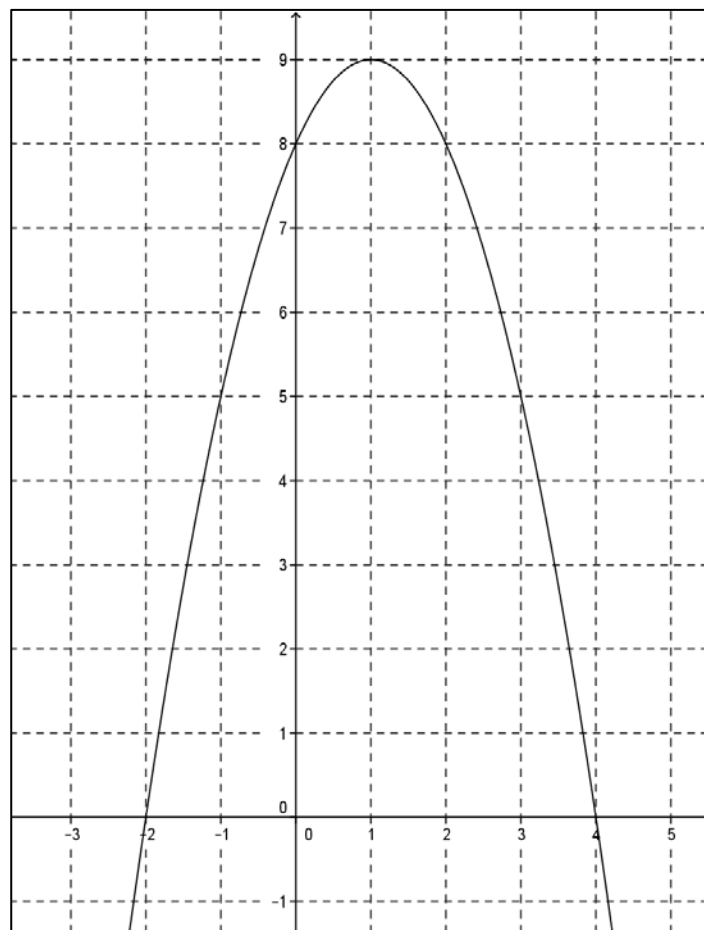
.....

στ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

.....

ζ) $f(-1)$ και τις τιμές για τις οποίες $f(\chi) = 8$.

.....



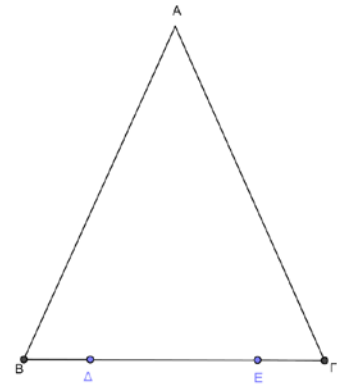
3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(x+2)^3 - x(x^2+2x) - (x+1)^2 = (3x+7)(x+1)$

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

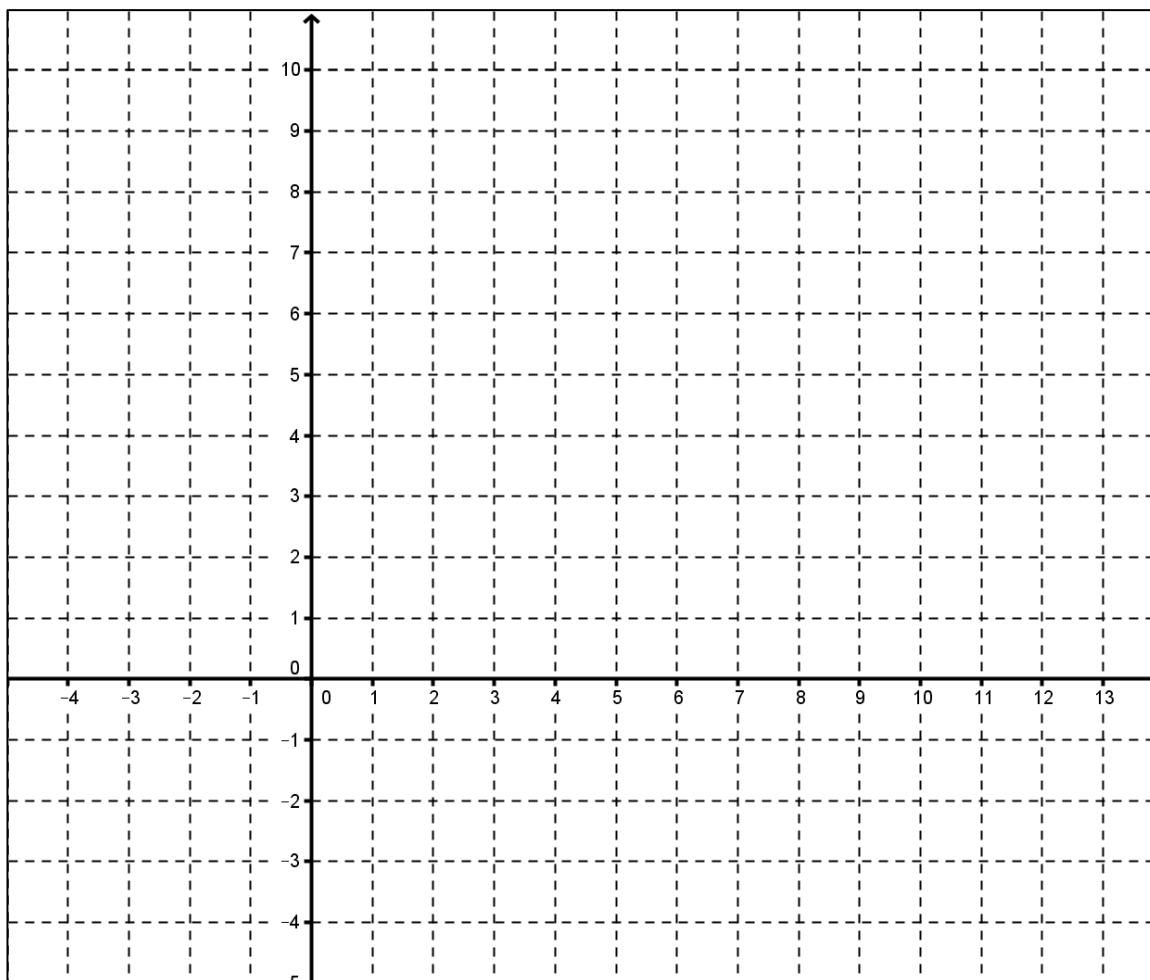
i) $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-10x+24}$

ii) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{9-3x}}$

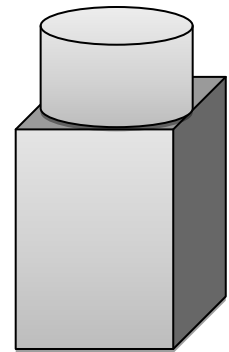
4. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), Δ και E είναι σημεία πάνω στη $B\Gamma$ τέτοια ώστε $B\Delta=\Gamma E$.
Να δείξετε:
- α) ότι τα Δ και E απέχουν ίσες αποστάσεις από τις πλευρές AG και AB αντίστοιχα.
- β) Αν N το σημείο τομής των δύο αποστάσεων να δείξετε ότι ΔNE ισοσκελές τρίγωνο
- γ) Η AN διχοτομεί την $\hat{A}$.



5. Αν $A(2,5)$, $B(6,9)$, $\Gamma(12,10)$ και $\Delta(1,-1)$ είναι οι κορυφές ισοσκελούς τραπεζίου, να βρείτε,
- α) Τις εξισώσεις των βάσεων.
 - β) Το μήκος της διαμέσου.
 - γ) Την εξίσωση του ύψους ΑΕ του τραπεζίου.



6. Μία εργοληπτική εταιρεία στο Ντουμπάι, χρειάζεται να δημιουργήσει μια τσιμεντένια βάση, για την κατασκευή ενός έργου. Η κατασκευή αυτή αποτελείτε από ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο (με βάση τετράγωνο) και ένα κύλινδρο. Η βάση του κυλίνδρου εφάπτεται της βάσης του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.(όπως φαίνεται στο σχήμα). Το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι διπλάσιο από το ύψος του κυλίνδρου. Το εμβαδόν βάσης του κυλίνδρου είναι $25\pi \text{ m}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας ίσο με $40\pi \text{ m}^2$. Πόσα θα στοιχίσει η κατασκευή της βάσης αν η εταιρεία χρεώνει €25 / m^3 ;



Οι Εισηγήμες / τριες:

Β.Δ. Τεουλίδης Αντρέας

Παπασταύρου Μαρία

Μιχαήλ Φρόσω

Σάββα Μερóπη

Ο Διευθυντής

.....

Παπαντωνίου Ιάκωβος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16.6.2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Να ελέγξετε ότι το γραπτό αποτελείται από 13 σελίδες.

(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(γ) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

(δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Μέρος Α΄: (12 μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2\chi^2(\chi + 7) =$

β) $5\chi^2 - 12\psi\omega^3 - 3\chi^2 + 7\psi\omega^3 =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi + 2\psi = 5$$

$$2\chi - \psi = 8$$

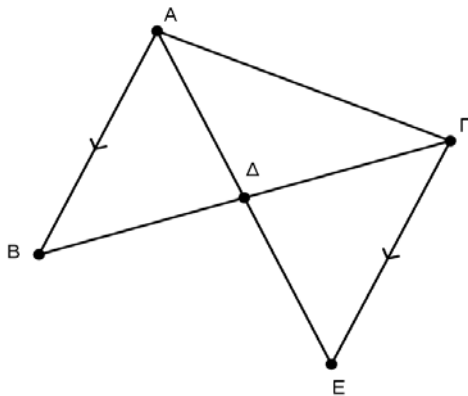
3. Να κάνετε τη διαίρεση:
 $(3\chi^3 + 4\chi^2 - \chi + 6) : (\chi + 2)$

-
4. Δίνονται τα πολυώνυμα
 $\varphi(\chi) = 5\chi^2 + 3\chi - 4$, $\rho(\chi) = 3\chi^2 - 1$ και $\sigma(\chi) = \chi + 2$.

α) Να κάνετε τις πράξεις:
 $\varphi(\chi) - \sigma(\chi) =$

β) Να υπολογίσετε:
 $\rho(-2) =$

-
5. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ διάμεσος του. Αν $AB \parallel \Gamma E$ να δείξετε ότι $AB = \Gamma E$.



6. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

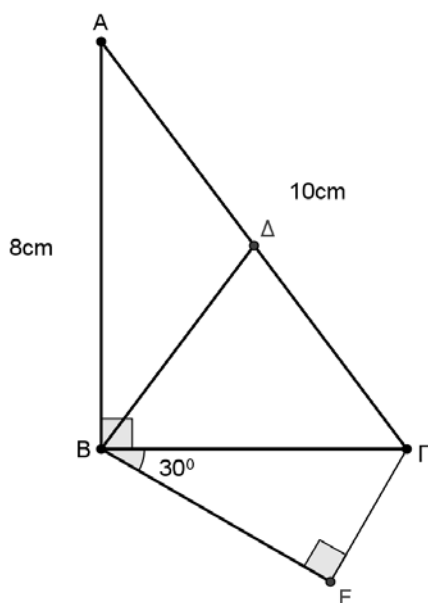
α) $5\chi - 15\psi =$

β) $\kappa^2 - 36\lambda^2 =$

γ) $\chi^2 + 3\chi - 10 =$

δ) $\alpha\chi - \rho\chi + 7\alpha - 7\rho =$

-
7. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{B} = 90^\circ$), $AB=8\text{cm}$, $A\Gamma=10\text{cm}$ και $B\Delta$ διάμεσος του τριγώνου. Το τρίγωνο $B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο ($\hat{E} = 90^\circ$) και $\hat{GBE} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών $B\Delta$ και ΓE . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



8. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 2)^3 =$

β) $(\chi + 3\psi + 2)^2 =$

9. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

α) $f(x) = \sqrt{2x + 6}$

β) $g(x) = \frac{5}{x - 2}$

10. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με οξεία γωνία Β η $\epsilon\phi B = \frac{12}{5}$ να υπολογίσετε:

α) το $\eta\mu B$

β) το $\sigma\upsilon\nu B$

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Αν ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου και Ε, Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΔΖ είναι ρόμβος.

-
12. α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{3x^2 - 3}{x^2 + x - 2} : \frac{x + 1}{x^2 - 4} =$$

- β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την πιο κάτω παράσταση:

$$(a + 1)(a - 2)^2 - 4(a + 1) =$$

13. Ένας κύλινδρος έχει όγκο ίσο με $32\pi \text{ cm}^3$. Αν το ύψος του είναι τετραπλάσιο από την ακτίνα του, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

14. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : (\mu - 6)x + y = 9$ και $\varepsilon_2 : y = (3\mu + 2)x + 7$.

α) Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε η ευθεία ε_1 να είναι παράλληλη με την ευθεία ε_2 .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_3 που περνά από το σημείο $A(5, -4)$ και είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 .

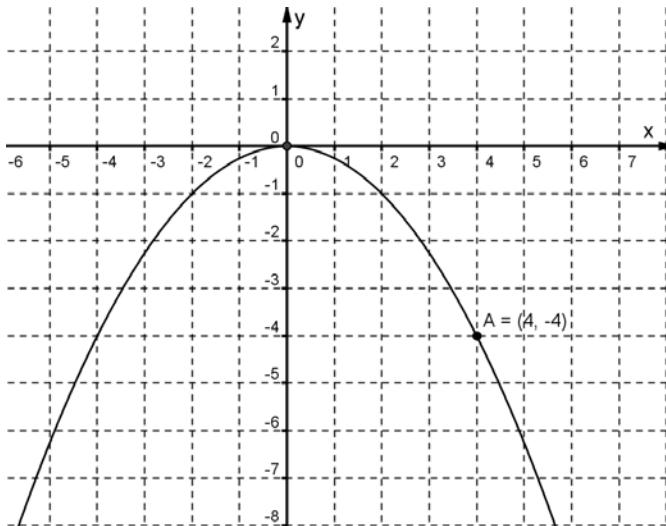
15. Στο εξώφυλλο μιας εφημερίδας θα δημοσιευτεί μια εικόνα με διαστάσεις 8cm επί 5cm. Ο εκδότης πρότεινε να αυξηθούν οι δύο διαστάσεις κατά μερικά εκατοστά (τα ίδια και στις δύο διαστάσεις) ώστε να αυξηθεί το εμβαδόν κατά 30cm^2 . Να βρείτε τις νέες διαστάσεις που θα έχει η εικόνα (Να λυθεί με χρήση εξίσωσης).



Μέρος Β': (8 μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση παραβολής με εξίσωση $y = ax^2$.
- α) Να βρείτε την τιμή του a .
 - β) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.
 - γ) Να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
 - δ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της παραβολής.
 - ε) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη -1.



2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) (i) $3\kappa^2 - 5\kappa - 8 = 0$

(μονάδες 0,4)

(ii) $16\psi^2 = 8\psi - 1$

(μονάδες 0,4)

(iii) $\omega(\omega + 4) = -7$

(μονάδες 0,4)

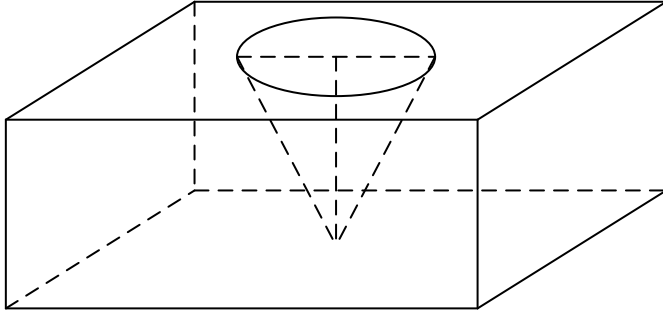
β) $\frac{2}{\chi+1} + \frac{1-\chi}{\chi} = \frac{1}{\chi^2 + \chi}$

(μονάδες 0,8)

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στις προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε τα σημεία Δ , E έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Το K είναι σημείο της πλευράς AB και το Λ σημείο της πλευράς $A\Gamma$ έτσι ώστε $BK=\Gamma\Lambda$.
- α) Να δείξετε ότι $K\Delta=\Lambda E$.
- β) Από το σημείο Δ φέρουμε την κάθετη ΔZ πάνω στην πλευρά AB και από το σημείο E την κάθετη $E\Lambda$ πάνω στην πλευρά $A\Gamma$.
Να δείξετε ότι $\Delta Z=E\Lambda$.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-3,1)$, $B(-2,4)$ και $\Gamma(-5,5)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 - β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $A\Gamma$.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που περνά από το σημείο M και είναι παράλληλη με την πλευρά AB .
 - δ) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου BM .

5. Στο πιο κάτω σχήμα, η ξύλινη κατασκευή αποτελείται από ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και έναν κώνο. Ο κώνος είναι κενός. Αν το ύψος των δύο στερεών είναι 4m , η διάμετρος της βάσης του κώνου είναι 6m , το μήκος του παραλληλεπιπέδου είναι 10m και το πλάτος του 8m , να υπολογίσετε:
- α) τον όγκο της ξύλινης κατασκευής,
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της ξύλινης κατασκευής.
(Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π)



6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και AG αντίστοιχα. Φέρουμε το ΔE και το προεκτείνουμε προς το μέρος του E κατά τμήμα $E\Theta=AB$.
- α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.
- β) Αν Z είναι το μέσο της πλευράς $E\Theta$, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AZ\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.

Ο Διευθυντής

Στυλιανός Τσιακκαρής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Τάξη: Γ΄

Μάθημα: Μαθηματικά

Βαθμός:

Χρόνος: 2 ώρες

Ημερομηνία: 13/6/2014

Υπογραφή:

Όνομα μαθητή/τριας: Τμήμα: ... Αρ.: ...

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να γράφετε με στυλό μπλε ή μαύρο (τα σχήματα με μολύβι).
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου και υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2\alpha\beta - 4\alpha - \alpha\beta + \alpha =$

β) $3\chi(2\chi^2 - 5\chi + 1) =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 3\psi)^2 =$

β) $(3\alpha + 2)(3\alpha - 2) =$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $3\chi^2 - 9\chi =$

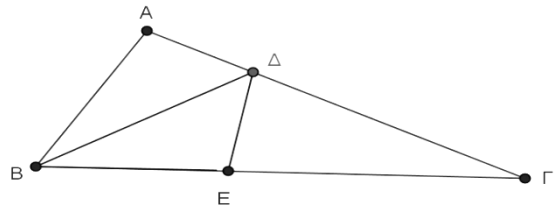
β) $\chi^2 - 8\chi + 16 =$

4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

α) $f(x) = 2x + 1$

β) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

5. Στο διπλανό σχήμα η ΒΔ είναι η διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ.
Αν $AB = BE$ να αποδείξετε ότι $AD = DE$.



6. Να κάνετε τη διαίρεση: $(4x^3 + 12x^2 - x - 3) \div (2x + 1)$

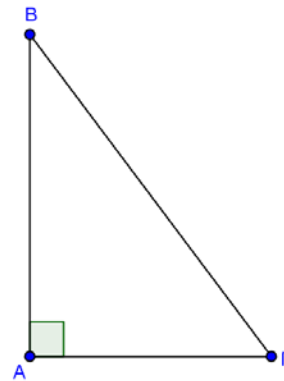
7. Να βρεθεί το κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = \kappa x + 5$ και $\varepsilon_2 : y = -7x + 12$ να είναι:
(α) παράλληλες (β) κάθετες

8. Στο διπλανό σχήμα το $\eta\mu B = \frac{3}{5}$. Να υπολογίσετε:

(α) Το $\eta\mu\Gamma$.

(β) Το $\sigma\upsilon\nu\Gamma$.

(γ) Την $\epsilon\phi B$.

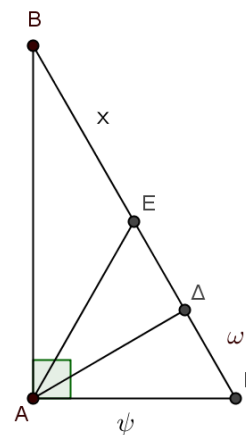


9. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{B} = 30^\circ$.

Η AE είναι διάμεσος και το $A\Delta$ ύψος.

Αν $AE = 6\text{ cm}$, $BE = x$, $A\Gamma = \psi$ και $\Delta\Gamma = \omega$, να υπολογίσετε τις τιμές των x , ψ , ω .

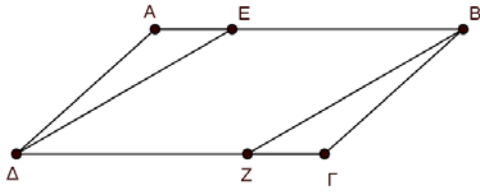
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



10. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x + \psi = -1 \\ 6x - 5\psi = 21 \end{cases}$$

11. Στο πιο κάτω σχήμα το EBZΔ είναι ρόμβος. Αν $AE = \Gamma Z$ να δείξετε ότι το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

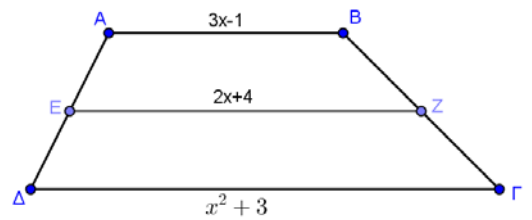


12. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2\psi}{\psi^2 - 4} + \frac{1}{2 - \psi} = 1 - \frac{1}{\psi + 2}$$

13. Δίνεται παραβολή $\psi = \alpha\chi^2$. Τα σημεία $A(2, \kappa+1)$ και $B(\mu, 6)$ ανήκουν στην παραβολή και είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα συμμετρίας της.
- (α) Να βρείτε τις τιμές των κ , μ .
 - (β) Να βρείτε το α και την εξίσωση της παραβολής.

14. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο και η ΕΖ είναι η διάμεσος του. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου.



15. Μια τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 16 cm και απόστημα 10 cm.
Να υπολογίσετε: (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
(β) Τον όγκο της πυραμίδας.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

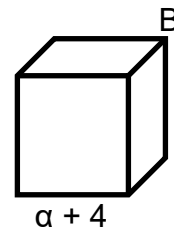
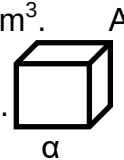
1. Δίνονται οι παραστάσεις $A = (3x - 1)(x - 2)^2 - 9(3x - 1)$ και $B = x^3 - 4x^2 - 5x$.
(α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις A και B. [7 μον.]
(β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{A}{B}$. [3 μον.]

2. Δίνεται το πολυώνυμο $\phi(x) = \alpha x^2 - \beta x + 2$, $x \neq 0$.
(α) Αν $\phi(x) - \phi(-x) = 4x$, να δείξετε ότι $\beta = -2$.
(β) Αν $\phi(-1) = 5$, να βρείτε την τιμή του α .

3. Οι όγκοι των κύβων στο διπλανό σχήμα διαφέρουν κατά 604 cm^3 .

Να βρείτε: α) Το α .

β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του **B** κύβου.

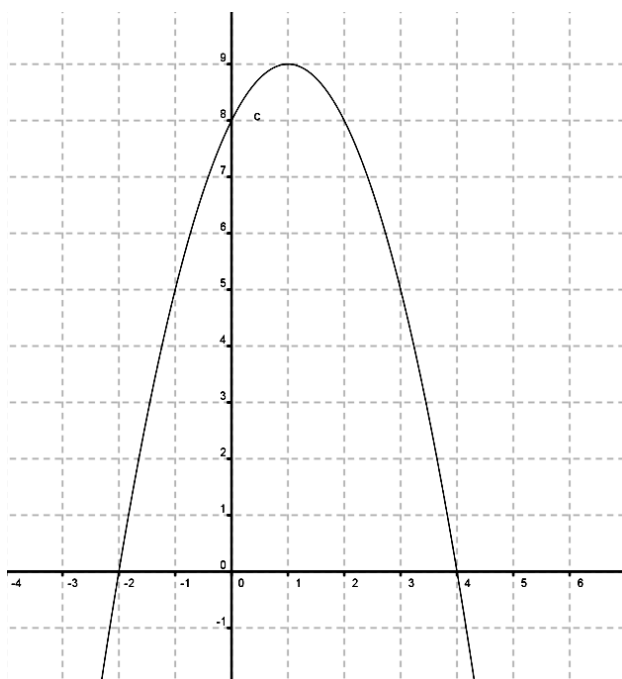


4. Στο πιο κάτω σχήμα βλέπουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ με } a \neq 0$$

Από την γραφική παράσταση να βρείτε:

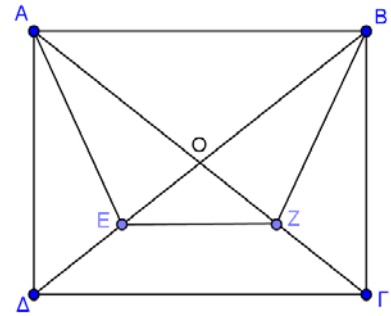
- (α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- (β) Το σημείο στο οποίο η συνάρτηση παίρνει την μέγιστη τιμή.
- (γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της συνάρτησης.
- (δ) (i) $f(0)$ (ii) $f(-1)$.
- (ε) (i) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.
- (ii) Το πρόσημο της διακρίνουσας (Δ).



5. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(-2, 3)$, $B(3, 3)$, $\Gamma(4, -1)$, $\Delta(-3, -1)$.
Οι AB και $\Gamma\Delta$ είναι οι βάσεις του τραπέζιου, $B\Delta$ η διαγώνιος του, EZ η διάμεσος του και H είναι το σημείο τομής της EZ και $B\Delta$.
- (α) Να δείξετε ότι το τραπέζιο είναι ισοσκελές.
 - (β) Να βρείτε την κλίση της πλευράς AB .
 - (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Z .
 - (δ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου EZ .
 - (ε) Τις συντεταγμένες του σημείου H .

6. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.
Τα E, Z είναι τα μέσα των ΔO και ΓO αντίστοιχα.
Να αποδείξετε ότι:

- (α) OEZ ισοσκελές. [3 μον.]
(β) $AEZ = BEZ$. [4 μον.]
(γ) Το $AEZB$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. [3 μον.]



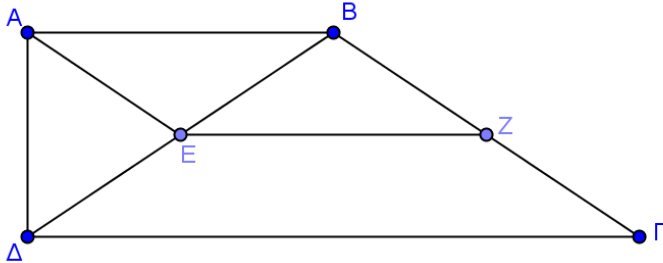
Οι διδάσκουσες:

Άννα Χρυσάνθου, Β.Δ.
Άννα Φάκα

Η Διευθύντρια,

Ανδρεανή Στυλιανίδου

6. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο. Αν $\Delta\Gamma = 2(AB)$, E το μέσο της $B\Delta$ και Z το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:
- (α) Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - (β) Το $\Delta EZ\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
 - (γ) Το BEZ είναι ισοσκελές.



14. Δίνονται τετράγωνα A και B. Αν η πλευρά του τετραγώνου A είναι κατά 4 cm μεγαλύτερη από την πλευρά του τετραγώνου B και τα εμβαδά τους έχουν άθροισμα 106 cm^2 , να βρείτε το μήκος των πλευρών τους.

$$f(x) = -x^2 + 2x + 8.$$

6. Το δοχείο του σχήματος είναι κατασκευασμένο από έναν κύλινδρο και το εσωτερικό του έχει σχήμα κώνου.
- (α) Να υπολογίσετε τον όγκο του δοχείου.
 - (β) Αν το δοχείο είναι κατασκευασμένο από υλικό που κοστίζει 0,4 € το κάθε cm^2 , να υπολογίσετε το συνολικό κόστος κατασκευής 10 τέτοιων δοχείων.
1. Οι πλευρές δύο τετραγώνων διαφέρουν κατά 4 cm, ενώ τα εμβαδά τους έχουν άθροισμα 106 cm^2 . Να βρείτε τις πλευρές τους.

Το γινόμενο δύο θετικών διαδοχικών ακεραίων, αν διαιρεθεί με το άθροισμα τους, δίνει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 11. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

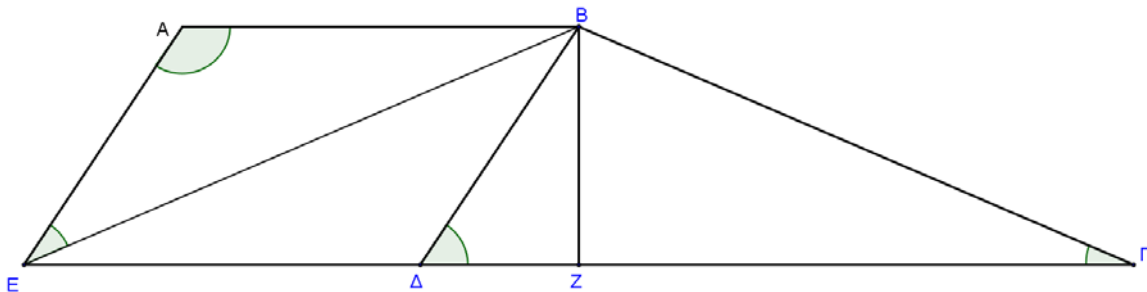
Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(-3, -1)$, $B(-1, 3)$, $\Gamma(3, 4)$, $\Delta(-1, -4)$.

Τα AB και $\Gamma\Delta$ είναι οι βάσεις του τραpezίου, $B\Delta$ η διαγώνιος του και EZ η διάμεσος του.

Αν $Z\left(1, \frac{7}{2}\right)$ και H είναι το σημείο τομής της EZ και $B\Delta$ και να βρείτε:

- (α) Τις συντεταγμένες του σημείου E .
- (β) Το μήκος της διαμέσου EZ .
- (γ) Την κλίση της διαμέσου EZ .
- (δ) Την εξίσωση της διαμέσου EZ .
- (ε) Τις συντεταγμένες του σημείου H .

Στο πιο κάτω σχήμα $BZ \perp E\Gamma$, $EZ = Z\Gamma$, $\hat{A} = 100^\circ$, $\hat{AEB} = 50^\circ$, $\hat{B\Delta Z} = 80^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.
Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ:Μαθηματικά

ΤΑΞΗ:Γ' Γυμνασίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:04/06/2014

ΧΡΟΝΟΣ:2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ...10..... ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100.

ΘΕΜΑ 1:Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) 2\chi(\chi^2 - 3\chi^3) =$$

$$(β) 2\chi\psi - 5\omega + 3\psi\chi + 2\omega =$$

ΘΕΜΑ 2:Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(α) (\chi + 2)^2 =$$

$$(β) (\omega - 3\chi)(3\chi + \omega) =$$

ΘΕΜΑ 3: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $\psi^2 - 4\chi^2 =$

(β) $2\chi^2\omega + 2\chi\omega^3 =$

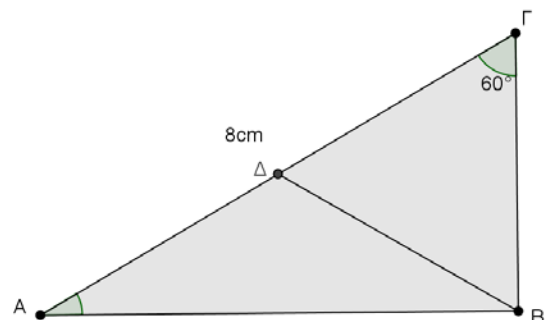
(γ) $\psi^2 - 8\psi + 15 =$

(δ) $3\chi + \chi^2 - \chi\omega - 3\omega =$

ΘΕΜΑ 4: Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή $\alpha = 5\text{cm}$.

ΘΕΜΑ 5: Να κάνετε τη διαίρεση: $(2\chi^3 + \chi^2 - 3\chi + 6) \div (\chi + 2)$

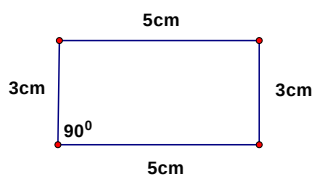
ΘΕΜΑ 6: Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B} = 90^\circ$, η γωνία Γ είναι 60° και η υποτείνουσα $A\Gamma$ είναι 8cm . Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου $B\Delta$ και της πλευράς $B\Gamma$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 7: Να βρείτε σε κάθε περίπτωση τι είδους τετράπλευρο είναι το καθένα από τα παρακάτω:

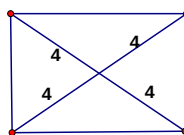
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)



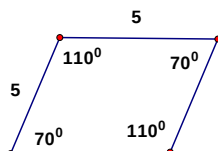
.....

β)



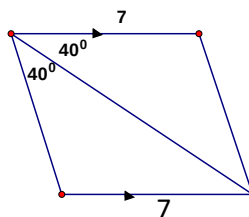
.....

γ)



.....

δ)



.....

ΘΕΜΑ 8: Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις ως **Σωστή (Σ)** ή **Λάθος(Λ)** .

(α) Η εξίσωση $\chi^2 + 4 = 0$ δεν έχει λύσεις.	
(β) Αν $\chi^2 - 9 = 0$ τότε $\chi = 3$ ή $\chi = -3$.	
(γ) Η αλγεβρική παράσταση $\frac{4}{\chi - 2}$ είναι ρητή.	
(δ) Η ευθεία $2\chi + \psi = 3$ έχει κλίση 2.	
(ε) Η εξίσωση $\chi^2 + 2\chi = 0$ έχει λύση μόνο $\chi = 0$.	

ΘΕΜΑ 9 : Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 + 5\chi + 2 = 0$

ΘΕΜΑ 10: Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2x - 3y = -1$$

$$5x + 2y = 7$$

ΘΕΜΑ 11: Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία $\hat{\theta}$ το $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\phi\theta$.

ΘΕΜΑ 12: Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

$$(\alpha) f(x) = \frac{3}{x-4}$$

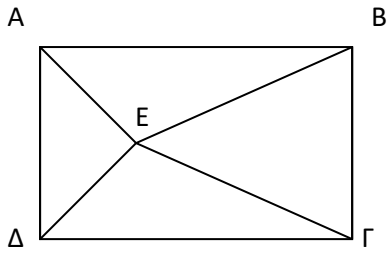
$$(\beta) f(x) = \sqrt{x+2}$$

ΘΕΜΑ 13: Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x-4}\right) \div \frac{x-7}{x^2-6x+8} =$$

ΘΕΜΑ 14: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Αν $\triangle AED$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($AE = DE$), να αποδείξετε ότι το τρίγωνο BEG είναι ισοσκελές.

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις).



ΘΕΜΑ 15: Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές με συντεταγμένες $A(-4,3)$, $B(-5,-2)$, $\Gamma(-1,-2)$. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου AD και την εξίσωση της πλευράς AB .

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$1 + \frac{3\chi}{\chi - 2} = \frac{\chi + 4}{\chi^2 - 3\chi + 2}$$

ΘΕΜΑ 2: Η ευθεία $\alpha\chi + \beta\psi = 1$ είναι κάθετη πάνω στην ευθεία $3\chi - 4\psi - 7 = 0$ και περνά από το σημείο $(5,2)$. Να βρείτε τις τιμές των α και β .

ΘΕΜΑ 3: (α) Αν $2\chi^2 + \psi^2 = 4$ και $\psi^2 - 2\chi^2 = 2$ τότε να αποδείξετε ότι ισχύει η πιο κάτω σχέση:

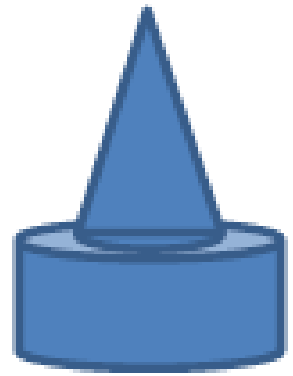
$$(2\chi^2 + 3\psi^2)^2 - (6\chi^2 - \psi^2)^2 - 24\chi^2\psi^2 = 64$$

(β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(\chi - 1)^3 - \chi(\chi^2 - 4\chi - 2) + 7 = (\chi + 2)(\chi + 3)$$

ΘΕΜΑ 4: Στο σχήμα δίνεται ένας κύλινδρος με ύψος $v = 3cm$

και ακτίνα $R = 6cm$ και ένας κώνος με ακτίνα το μισό της ακτίνας του κυλίνδρου και γενέτειρα $\lambda = 5cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού.



ΘΕΜΑ 5: Έστω τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} > 90^\circ$ και E, Δ σημεία των πλευρών $B\Gamma, BA$ αντίστοιχα έτσι ώστε $BE = BD$. Αν οι κάθετες στις πλευρές $B\Gamma, BA$ στα σημεία E, Δ τέμνουν τις προεκτάσεις των $AB, \Gamma B$ στα σημεία E' και Δ' αντίστοιχα, να αποδειχθεί ότι:

(i) $\Delta\Delta' = EE'$

(ii) Αν οι ευθείες $\Delta\Delta'$ και EE' τέμνονται στο P , τότε το τρίγωνο

$P\Delta E$ είναι ισοσκελές

(iii) Η ευθεία PB είναι κάθετη στην $\Delta'E'$.

ΘΕΜΑ 6:

Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ ΑΕ ύψος του τριγώνου ΑΒΓ ΑΝ διάμεσος του ΑΒΓ Ζ μέσο της ΑΓ Δ μέσο της ΑΒ	α) ΘΖ // ΒΓ β) Θ μέσο ΑΝ γ) ΑΒΝ ισόπλευρο δ) ΑΔΕΘ ρόμβος

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις)

Η Διευθύντρια

.....

Ελένη Σταύρου

Ο Συντονιστής

.....

Ευάνθης Κων/νου (ΒΔ)

Οι Εισηγητές

.....

Παναγιώτα Μονιάτη

.....

Στέλλα Ονησιφόρου

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 16 - 06 - 2014

Τάξη: Γ'

Σελίδες: 8 Διάρκεια: 2 ώρες

Τμήμα:.....

Ώρα: 07:45 - 09:45

Αριθμητικά:.....

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:.....Αρ:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση Υπολογιστικής Μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση Διορθωτικού Υγρού και Διορθωτικής Ταινίας.
 3. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α' Από τα 15 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = 3x^2 - 2x + 7$ και $B(x) = 2x + 5$. Να βρείτε:

(α) $A(x) - B(x) =$

(β) $A(x) \cdot B(x) =$

ΘΕΜΑ 2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\omega + 3)(\omega - 3) =$

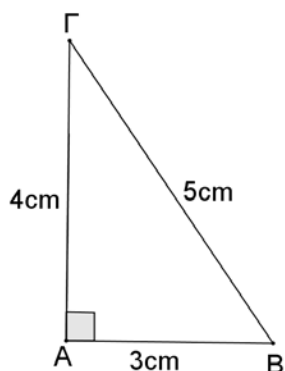
(β) $(x - 2)^2 =$

ΘΕΜΑ 3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 3x + 5\psi = 9 \\ -2x + \psi = 7 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 4. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

ΘΕΜΑ 5. Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο δίνεται $AB=3\text{cm}$, $AG=4\text{cm}$ και $BG=5\text{cm}$. Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:



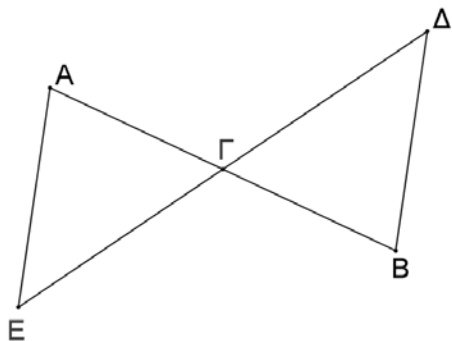
(α) $\eta\mu\hat{B} = -$

(β) $\sigma\upsilon\nu\hat{B} = -$

(γ) $\epsilon\varphi\hat{\Gamma} = -$

(δ) $\epsilon\varphi \dots = \frac{4}{3}$

ΘΕΜΑ 6. Στο πιο κάτω σχήμα το σημείο Γ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB και $BD \parallel AE$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEG και ΓΔB είναι ίσα.



ΘΕΜΑ 7. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $x\psi^2 - 2x\psi =$

(β) $x^2 - x - 6 =$

(γ) $\psi^2 - 16 =$

(δ) $x^3 - 8 =$

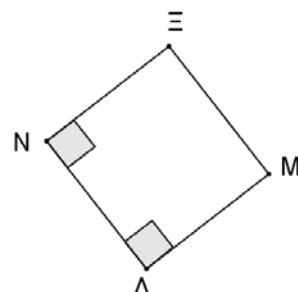
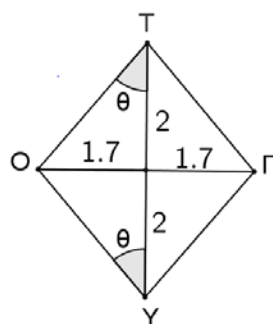
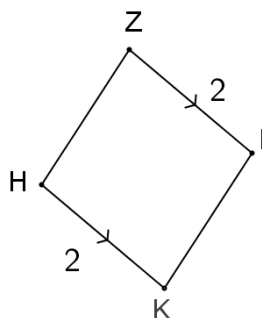
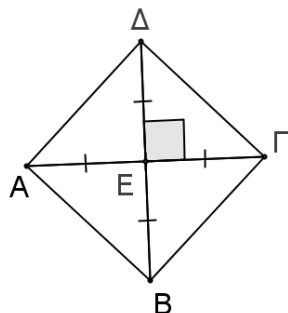
ΘΕΜΑ 8. Δίνονται τα πιο κάτω τετράπλευρα. Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης Α με ένα τετράπλευρο από τη στήλη Β.

(α)

(β)

(γ)

(δ)

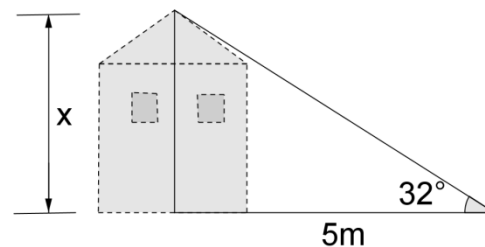


Στήλη Α	Στήλη Β
(α) ΑΒΓΔ τετράπλευρο	(i) τραπέζιο
(β) ΖΙΚΗ τετράπλευρο	(ii) ορθογώνιο παραλληλόγραμμο
(γ) ΤΠΥΟ τετράπλευρο	(iii) παραλληλόγραμμο
(δ) ΝΞΜΛ τετράπλευρο	(iv) ρόμβος
	(v) τετράγωνο

(α) →	(β) →	(γ) →	(δ) →
-------	-------	-------	-------

ΘΕΜΑ 9. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το ύψος του σπιτιού.

θ	ημθ	συνθ	εφθ
32°	0,53	0,85	0,62
58°	0,85	0,53	1,61



ΘΕΜΑ 10. Να αποδείξετε την ισότητα: $\frac{\chi^3 - 4\chi}{\chi^2 - 3\chi + 2} : \frac{\chi^2 + 2\chi}{4\chi - 4} = 4$

ΘΕΜΑ 11. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση:

(α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κυλίνδρου με ακτίνα 2m και ύψος 3m ισούται με:
 (i) $12\pi\text{m}^3$ (ii) $16\pi\text{m}^2$ (iii) $14\pi\text{m}^2$ (iv) $12\pi\text{m}^2$

(β) Ο όγκος ενός κύβου με ακμή 3cm ισούται με:
 (i) 36cm^3 (ii) 54cm^3 (iii) 27cm^3 (iv) 27cm^2

(γ) Ο όγκος μιας τετραγωνικής πυραμίδας με ύψος 3m, παράπλευρο ύψος 5m και πλευρά βάσης 8m ισούται με:
 (i) 160m^3 (ii) $\frac{320}{3}\text{m}^3$ (iii) 192m^3 (iv) 64m^3

(δ) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κώνου με γενέτειρα 10m, ακτίνα 6m και ύψος 8m ισούται με:
 (i) $96\pi\text{m}^2$ (ii) $124\pi\text{m}^2$ (iii) $288\pi\text{m}^2$ (iv) $60\pi\text{m}^3$

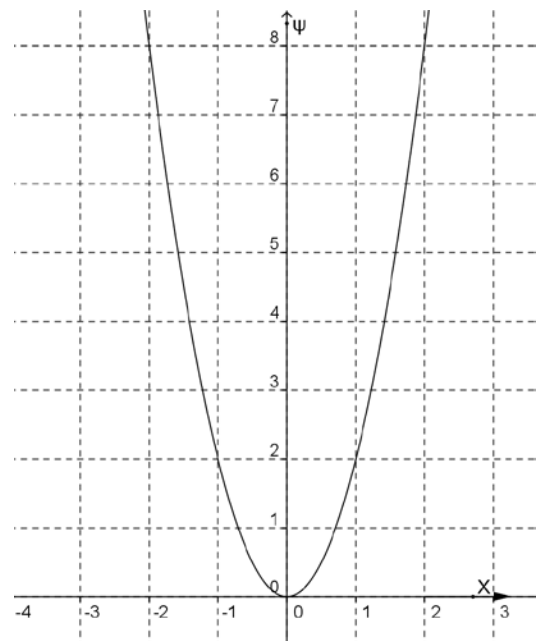
ΘΕΜΑ 12. Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση της στήλης Α με μια πρόταση της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $x^2 - 7x + 12 = 0$	(i) Έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.
(β) $x^2 - 2x + 1 = 0$	(ii) Έχει δύο πραγματικές και ίσες ρίζες.
(γ) $x^2 - 3x = 0$	(iii) Δεν έχει πραγματικές ρίζες.
(δ) $x^2 + 2x + 4 = 0$	
(ε) $x^2 - 25 = 0$	

(α) →	(β) →	(γ) →	(δ) →	(ε) →
-------	-------	-------	-------	-------

ΘΕΜΑ 13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = ax^2$.

- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
 (β) Να βρείτε το πεδίο τιμών της.
 (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου στο οποίο η παραβολή παρουσιάζει ελάχιστο.
 (δ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη 2.
 (ε) Να βρείτε την τιμή του α.



ΘΕΜΑ 14. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

α) Το πηλίκο της διαίρεσης του $(2\chi + 3)(\chi + 2)$ με το $\chi + 2$ είναι το $2\chi + 3$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(\chi) = \frac{4\chi+6}{\chi-7}$ είναι: $\chi \in \mathbb{R} - \{7\}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x-4}$ είναι: $x \in [0, +\infty)$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) Οι λύσεις της εξίσωσης $\chi^2 - 5\chi + 6 = 0$ είναι: $\chi = +3$ και $\chi = +2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Οι λύσεις της εξίσωσης $\frac{\chi^2-1}{\chi-1} = 0$ είναι: $\chi = +1$ και $\chi = -1$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνονται: $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, ΑΓ=5cm και Μ είναι το μέσο της ΒΓ. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων ΑΜ και ΓΜ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΜΕΡΟΣ Β΄ Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την κλασματική εξίσωση:

$$1 - \frac{3\alpha}{2-\alpha} = \frac{\alpha+4}{\alpha^2-3\alpha+2}$$

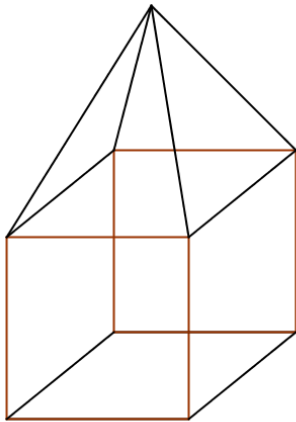
ΘΕΜΑ 2. Σε μια εκδρομή με λεωφορείο, πήραν μέρος 90 άτομα, συνοδοί και παιδιά. Οι συνοδοί αμείβονται με €50 ο καθένας. Τα παιδιά πληρώνουν €10 το καθένα. Από τα χρήματα που πλήρωσαν τα παιδιά, πληρώθηκαν τα δύο λεωφορεία, που κόστισαν €250, το φαγητό που κόστισε €350 και οι συνοδοί. Να βρείτε πόσα παιδιά πήραν μέρος στην εκδρομή.
(Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα)

ΘΕΜΑ 3. Οι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ έχουν συντεταγμένες $A(1,0)$, $B(5,3)$ και $\Gamma(8,-1)$.
(α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς AB .
(γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου GM .
(δ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

ΘΕΜΑ 4. Ο ιδιοκτήτης της αποθήκης που φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, θέλει να επενδύσει τους τοίχους και τη στέγη με μονωτικό υλικό που στοιχίζει €20 το m^2 . Οι τοίχοι της αποθήκης είναι έδρες ενός κύβου με ακμή 8m. Η στέγη, σχήματος πυραμίδας, έχει ύψος 3m.

(α) Να βρείτε πόσα θα στοιχίσει η τοποθέτηση του μονωτικού υλικού. (8 μονάδες)

(β) Να βρείτε τη χωρητικότητα της αποθήκης. (2 μονάδες)



ΘΕΜΑ 5. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = \left(\frac{1}{x} + x\right)^3 - \left(\frac{1}{x} - x\right)^3 - \frac{6}{x}$ και $B = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4(x - 1) - \frac{1}{x^2}$

(α) Να αποδείξετε ότι $A = 2x^3$ και $B = x^2 - 4x + 6$ (7 μονάδες)

(β) Να μετατρέψετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων την παράσταση $A - 2B + 4$ (3 μονάδες)

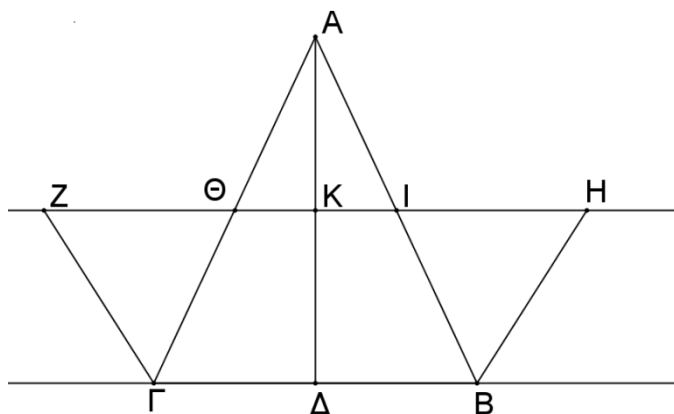
ΘΕΜΑ 6. Στο πιο κάτω σχήμα, το $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$). Το K είναι το μέσο της διαμέσου AD . Η ευθεία ΘKI είναι παράλληλη προς τη $B\Gamma$ και τέμνει τις εξωτερικές διχοτόμους των γωνιών B και Γ στα σημεία H και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

(α) Το τετράπλευρο $\Theta IB\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο

(5 μονάδες)

(β) $\Gamma Z=BH$.

(5 μονάδες)



Η Διευθύντρια

Ρένα Βαρνάβα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΘΕΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2014

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ: (2 ΩΡΕΣ) 07:45΄ - 09:45΄

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____ ΑΡ. _____

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ✚ Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- ✚ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- ✚ Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (τα σχήματα με μολύβι)
- ✚ Το γραπτό αποτελείται από Μέρος Α΄ και Μέρος Β΄ και συνολικά από 11 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- ✓ Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12 πάνω στο φυλλάδιο.
- ✓ Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε μονάδες(5/100).

ΘΕΜΑ 1 Να γίνουν οι πράξεις:

α) $5\chi - 3\psi + 2\chi - \psi =$

β) $(2\alpha^3)(-3\alpha) =$

ΘΕΜΑ 2 Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{aligned} 3\chi + 2\psi &= 9 \\ 2\chi - 4\psi &= 22 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3 Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A = 2\chi^2 - 5\chi + 6 \text{ και } B = 2\chi - 1. \text{ Να βρεθούν:}$$

$$\alpha) \quad A - \chi \cdot B =$$

$$\beta) \quad A \cdot B =$$

ΘΕΜΑ 4 Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) \quad (\chi + 4)(\chi - 4) =$$

$$\beta) \quad (\chi - 3)^2 =$$

$$\gamma) \quad (\chi + 2)^3 =$$

$$\delta) \quad (\chi + \psi + 2\omega)^2 =$$

ΘΕΜΑ 5 Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 + 5\chi - 8 = 0$.

ΘΕΜΑ 6 Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πολυώνυμα:

α) $2\chi^2 + 4\chi\psi =$

β) $\chi^2 + 9\chi + 20 =$

γ) $\psi^2 - 9 =$

δ) $\alpha\chi - \alpha\psi + 3\chi - 3\psi =$

ΘΕΜΑ 7 Να κάνετε τη διαίρεση: $(6\chi^3 - 2\chi^2 - 17\chi + 5) : (3\chi + 5)$

ΘΕΜΑ 8 Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(\chi) = \sqrt{8 - 2\chi}$

β) $h(\chi) = \frac{3}{\chi-5}$

ΘΕΜΑ 9 Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΔEZ ($\hat{E} = 90^\circ$) το $\eta\mu\Delta = \frac{5}{13}$, να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu Z$ και $\epsilon\varphi Z$.

ΘΕΜΑ10 Κώνος έχει εμβαδόν βάσης $25\pi \text{ cm}^2$ και γενέτειρα 13 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του. (Να κάνετε το σχήμα)

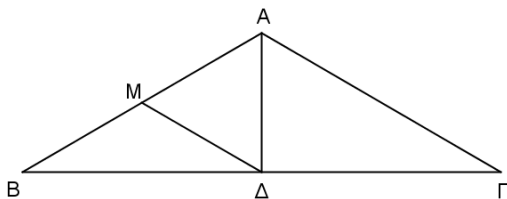
ΘΕΜΑ 11 Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{4\chi^2+4\chi+1}{2\chi-6} \cdot \frac{\chi^2-\chi-6}{4\chi^2-1} =$$

(όπου $\chi \neq \frac{1}{2}$, $\chi \neq -\frac{1}{2}$ και $\chi \neq 3$)

ΘΕΜΑ 12 Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από το μέσο E της $B\Gamma$ φέρουμε την AE η οποία τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο Z . Να αποδείξετε ότι $AB=\Gamma Z$.

ΘΕΜΑ 13 Στο πιο κάτω σχήμα η γωνία $\Gamma = 30^\circ$, το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ και ισούται με 5 cm και το ΔM είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Delta$ και ισούται με $(6\chi - \chi^2)$ cm. Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, να βρείτε τις τιμές του χ .



ΘΕΜΑ 14 Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και AM διάμεσο. Από το μέσο M φέρουμε κάθετη πάνω στην πλευρά $\widehat{AB}$ που την τέμνει στο σημείο Δ . Προεκτείνουμε τη $M\Delta$ έτσι ώστε $M\Delta = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι:

- α) το $AEBM$ είναι ρόμβος και
- β) $EM = A\Gamma$.

ΘΕΜΑ 15 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $B(3, 5)$ και $\Gamma(-1, 7)$. Αν η εξίσωση της διαμέσου AM είναι $y = 2x + 4$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4 .
- Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα μονάδες(10/100).

ΘΕΜΑ 1 Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3}{\chi+6} + \frac{\chi+1}{2\chi-\chi^2} = \frac{\chi-14}{\chi^2+4\chi-12}$

ΘΕΜΑ 2 Δίνεται ΑΒΓ ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο (ΑΒ = ΑΓ) και ΑΜ διάμεσος. Φέρνουμε ευθεία Βχ παράλληλη προς την ΑΜ και ευθεία Αψ παράλληλη προς τη ΒΓ, οι οποίες τέμνονται στο Δ. Να αποδείξετε ότι το ΑΔΒΜ είναι τετράγωνο.

- ΘΕΜΑ 3** Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) παίρνουμε σημεία Δ , E στις προεκτάσεις των πλευρών BA , ΓA αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta = AE$. Να δείξετε ότι:
- α) $BE = \Gamma\Delta$
 - β) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $ME\Delta$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4

α) Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{\chi+2}{\chi^2-9} - \frac{2\chi+5}{2\chi^2+6\chi} \right) : \frac{\chi^2+10\chi+25}{\chi^2+2\chi-15} =$
 $(\chi \neq 0, \chi \neq 3, \chi \neq -3, \chi \neq -5)$

β) Δίνεται $A = \frac{\chi^3-5\chi^2+6\chi}{\chi-3}$, $\chi \neq 3$

i. Να απλοποιηθεί η παράσταση A.

ii. Να αποδείξετε ότι ισχύει: $A + 1 = (\chi - 1)^2$

ΘΕΜΑ 5 Δοχείο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει πλάτος τριπλάσιο από το μήκος του και ύψος ίσο με το ύψος δοχείου σχήματος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 6 cm και απόστημα 5 cm. Αν τα δυο δοχεία είναι γεμάτα με την ίδια ποσότητα νερού, να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κάθε δοχείου.

ΘΕΜΑ 6 Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1, - 2), Β(3, 0), Γ(2, 3) και Δ(- 2, - 1).

α) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο.

β) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.

δ) Αν η διάμεσος ΚΛ του τραpezίου ΑΒΓΔ έχει εξίσωση $(2\alpha - \alpha^2)x - y = 1$ να βρείτε την τιμή του α.

Οι Εισηγητές

Μερκή Ζωή

Αρσιώτου Ιφιγένεια

Στεφάνου Γεωργία

Ο Διευθυντής

Λοίζου Ιωάννης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ : Γ΄ Γυμνασίου

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2014

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες (8.00 - 10.00)

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Τμήμα:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα : $A = x^2 - 7x + 3$, $B = 3x - 2$ και $\Gamma = x - 4$.

Να βρείτε :

α) $A - 2\Gamma =$

β) $B \cdot \Gamma =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 3)^2 =$

β) $(3x - 5) \cdot (3x + 5) =$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $x^2 - x - 12 =$

β) $2x^2 - 18 =$

4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x + 1 = 0$

α) Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης

β) Να λύσετε την εξίσωση.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο $A(2, -3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $(\varepsilon_1) : \psi = 5x - 7$

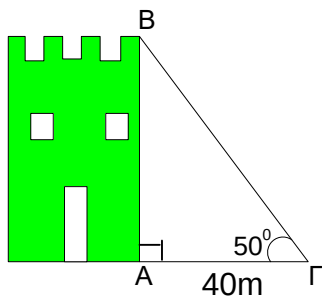
6. Να λύσετε το σύστημα :

$$x + 2\psi = 4$$

$$3x - \psi = 5$$

7. Να κάνετε τη διαίρεση : $(2x^3 - 7x^2 - 3x + 18) : (2x + 3)$

8. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου AB , αν $\hat{\Gamma} = 50^\circ$ και $A\Gamma = 40$ m.



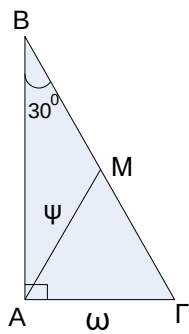
ω	$\eta\mu\omega$	$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\epsilon\phi\omega$
40°	0,6428	0,766	0,8391
50°	0,766	0,6428	1,1918

9. Ένα εργοστάσιο παπουτσιών θέλει να κάνει έρευνα για το μέγεθος των παπουτσιών που φορούν οι Κύπριοι , για να προσαρμόσει την παραγωγή του σύμφωνα με τη ζήτηση. Αποφάσισε να πάρει ως δείγμα 200 άτομα και να εξετάσει το μέγεθος των παπουτσιών τους . Ποιος από τους πιο κάτω τρόπους είναι ο καλύτερος , για να πάρει το δείγμα :
- (να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση)
- α) να πάρει 200 μαθητές από ένα σχολείο ;
 - β) να πάρει 200 υπαλλήλους από μια επιχείρηση ;
 - γ) να πάρει 200 περαστικούς από ένα δρόμο ;
 - δ) να πάρει 200 αθλητές από ένα αθλητικό κέντρο ;

10. Να βρείτε την τιμή των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)



Δεδομένα

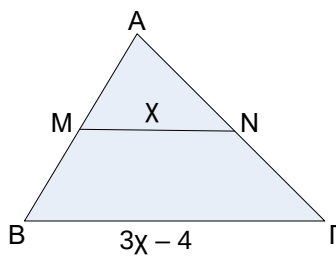
$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 30^\circ$$

$$B\Gamma = 12\text{cm}$$

M μέσο της BΓ

β)



Δεδομένα

M μέσο της AB

N μέσο της AΓ

$$MN = \chi$$

$$B\Gamma = 3\chi - 4$$

11. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ABΓ ($AB < A\Gamma$). Από την κορυφή B φέρουμε την BE κάθετη στην διχοτόμο AΔ του τριγώνου. Όταν προεκταθεί η BE προς το E τέμνει την AΓ στο Z. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές.

12. Κουτί σε σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι γεμάτο σοκολάτες σχήματος κύβου ακμής 2cm . Αν οι διαστάσεις του κουτιού είναι 5cm , 8cm και 12cm να βρείτε πόσες σοκολάτες έχει μέσα το κουτί .

13. Να βρείτε το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) των πιο κάτω συναρτήσεων :

α) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$

β) $g(x) = \sqrt{x-7}$

14. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τη διάμεσο ΑΔ. Αν Ε , Θ και Κ είναι τα μέσα των ΑΔ , ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα, να δείξετε ότι, το ΕΘΔΚ είναι παραλληλόγραμμο.

15. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12 cm και απόστημα 10 cm .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να απλοποιήσετε το σύνθετο κλάσμα :

$$\frac{\psi - 2\chi + \frac{\chi^2}{\psi}}{1 - \frac{\chi^2}{\psi^2}} =$$

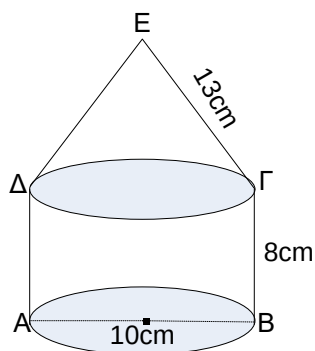
- β) Αν $2\chi + 3\psi = 8$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$(4\chi - 3\psi)^2 + 36\chi\psi - 12\chi^2 =$$

2. Να λύσετε την εξίσωση :

$$\frac{2x}{3x-6} - \frac{x+5}{2x+2} = \frac{4}{x^2-x-2}$$

3. Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύλινδρο με διάμετρο 10cm και ύψος 8cm και ένα κώνο με γενέτειρα 13cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού.



4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-1,3)$, $B(-2,5)$ και $\Gamma(1,4)$.

(α) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου.

(β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$). Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντιστοίχως. Προεκτείνουμε την ΔE κατά τμήμα $EZ=\Delta E$.

Να δείξετε ότι το $AZ\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και E τυχόν σημείο της διχοτόμου AD .
Να αποδείξετε ότι :
- α) Οι αποστάσεις EZ και EH από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα είναι ίσες.
 - β) Το τρίγωνο ZDH είναι ισοσκελές.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χριστοδουλίδης Αντρέας

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/6/2014

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ:

Υπογρ. Καθ. :

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ : ΑΡ.:

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (Tippex).
Για τις απαντήσεις σας να χρησιμοποιήσετε μόνο μπλε μελάνι (στυλό).

Μέρος Α΄: (ΜΟΝΑΔΕΣ 60)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

(1) Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $2\chi(5\chi - 3) =$

(β) $(6\chi^3 - 8\chi^2 + 4\chi) : 2\chi =$

(2) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 3\chi^2 + 5\chi - 2$ και $B = 2\chi^2 - 3\chi - 6$. Να υπολογίσετε :

(α) $A + B =$

(β) $A - B =$

(3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\chi + 2)^3 =$

(β) $(\chi + \psi - 3)^2 =$

(4) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις :

(α) $\chi^2 - 9 =$

(β) $4\chi\psi - 8\chi^2 =$

(γ) $\chi^2 + 7\chi + 12 =$

(δ) $\alpha\chi + \alpha\psi + 3\chi + 3\psi =$

(5) Να υπολογίσετε την τιμή του α ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (\alpha - 3)\chi + 3$ και $\varepsilon_2 : \psi = 2\chi - 1$, $\alpha \in \mathbb{R}$, να είναι παράλληλες.

(6) Δίνεται η παραβολή $\psi = 7\chi^2$. Να βρείτε τα εξής:

(α) το Πεδίο Ορισμού της

(β) το Πεδίο Τιμών της

(γ) την κορυφή της και

(δ) τον άξονα συμμετρίας της

(7) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 + 5x + 2 = 0$.

(8) Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

(9) Να κάνετε τη διαίρεση $(6x^3 - x^2 + 2x + 2) \div (2x + 1)$

(10) Να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις :

	ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ
α) Όταν οι διαγώνιοι τετραπλεύρου είναι κάθετες, τότε είναι πάντα ρόμβος.	
β) Όλα τα τετράγωνα είναι ρόμβοι.	
γ) Όταν ένα τετράπλευρο έχει τρεις ορθές γωνίες, τότε είναι πάντα τετράγωνο.	
δ) Ένα παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία είναι ορθογώνιο.	
ε) Η διάμεσος του τραπεζίου είναι παράλληλη προς τις βάσεις του και ίση με το ημιάθροισμά τους	

(11) Κύλινδρος έχει όγκο ίσο με $175\pi \text{ cm}^3$. Αν το ύψος του είναι 7 cm, να υπολογίσετε την ακτίνα της βάσης του και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

(12) Ένα περιοδικό που ασχολείται με διάφορα συμπληρώματα διατροφής κάλεσε τους αναγνώστες του που λαμβάνουν τακτικά συμπληρώματα διατροφής να εκφράσουν την άποψή τους για αυτά. Με το τέλος της έρευνας το περιοδικό ανακοίνωσε ότι το 90% των πολιτών θεωρεί πολύ ευεργετικά τα συμπληρώματα διατροφής. Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους οι απαντήσεις μπορεί να είναι μεροληπτικές.

(13) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) με υποτείνουσα 13cm και κάθετη πλευρά $AB=12\text{cm}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi\Gamma$.

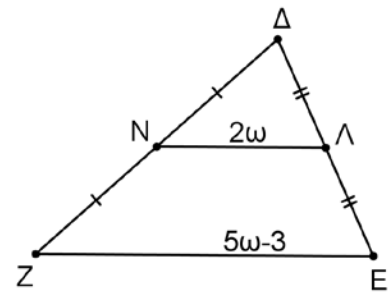
(14) Ένας κώνος έχει γενέτειρα 5cm και η διάμετρος της βάσης του είναι 6cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

(15) Να βρείτε τις τιμές των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα:

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

(α)

(β)



Μέρος Β (ΜΟΝΑΔΕΣ 40)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

(1) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{\chi}{\chi+1} - \frac{2}{3-\chi} = \frac{4}{\chi^2 - 2\chi - 3}$$

(2) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{3}{\cancel{x}} - \frac{2}{2} \right) : \frac{2\cancel{x}}{\cancel{2}20} =$$

(3) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

(α) $f(x) = 5x - 1$

(β) $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

(γ) $f(x) = \frac{1}{x}$

(δ) $f(x) = \sqrt{2x-2}$

(ε) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

(4) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-3, 2)$, $B(-2, 6)$ και $\Gamma(5, 0)$.

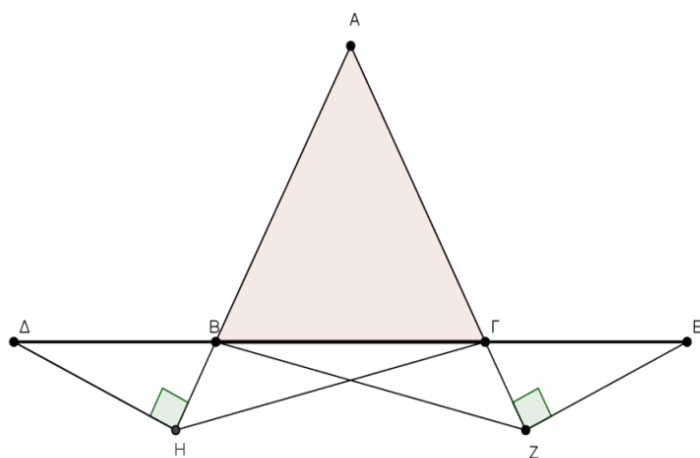
(α) Να βρείτε την κλίση των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

(β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη με την AB .

(δ) Να βρείτε την τιμή του κ αν η ευθεία $\psi = (2\kappa - 3)x + \kappa + 3$ περνά από το σημείο B .

(5)



Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB = A\Gamma$	(α) $B\Delta = \Gamma E$
$BH = \Gamma Z$	$\square$ $\square$
$\Delta H \perp AH$	(β) $\Delta H \Gamma = B Z E$
$EZ \perp AZ$	

(6) Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\hat{\Delta}\Gamma = 30^\circ$ και E το σημείο τομής των διαγωνίων. Από το E να φέρετε παράλληλη προς την $A\Delta$ η οποία τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο σημείο Θ . Στη συνέχεια να προεκτείνετε την $E\Theta$ κατά τμήμα $\Theta H = E\Theta$.

Να δείξετε ότι: (α) $\Delta E\Gamma H$ ρόμβος.

$$(\beta) \quad E\Theta = \frac{B\Delta}{4}$$

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελή Χρυστάλλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 4/6/2014

ΧΡΟΝΟΣ : Δύο (2) ώρες

ΩΡΑ : 07:45-09:45

Βαθμός

Ολογράφως

Υπογραφή

Όνοματεπώνυμο:.....

Τμήμα:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

3. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες στις 100.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = \chi^2 - \chi + 2$ και $B = 3\chi + 4$. Να βρείτε:

α) $A - B =$

β) $A \cdot B =$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 3\psi)^2 =$

β) $(\alpha\beta - 1) \cdot (\alpha\beta + 1) =$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi + 3\psi = 4$$

$$\chi + 2\psi = 1$$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, -1)$ και έχει κλίση $\lambda = 3$.
5. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:
- α) $3\alpha^2 + 6\alpha + 9\alpha\beta =$
- β) $\chi^2 - 25 =$
- γ) $\omega^2 - 6\omega + 8 =$
6. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 5\chi - 2 = 0$.
7. Μια τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12 cm και παράπλευρο ύψος 10 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

8. Να κάνετε τη διαίρεση: $(2\chi^3 - \chi^2 + \chi + 4) \div (\chi + 1)$.

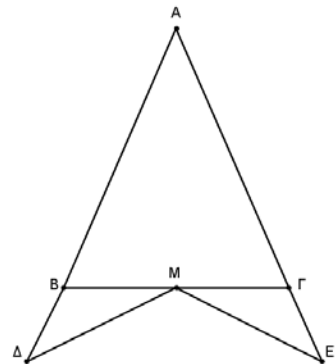
9. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(\chi) = \frac{2\chi}{\chi-5}$

β) $g(\chi) = \sqrt{\chi - 6}$

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΔEZH . Αν K και Λ είναι σημεία στη διαγώνιο EH τέτοια ώστε $EK = \Lambda H$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta KZ\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο. (Σχήμα- Δεδομένα- Ζητούμενα)

11. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το σημείο M είναι το μέσο της $B\Gamma$. Αν $B\Delta$ και ΓE είναι οι προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$ να αποδείξετε ότι $M\Delta = ME$.



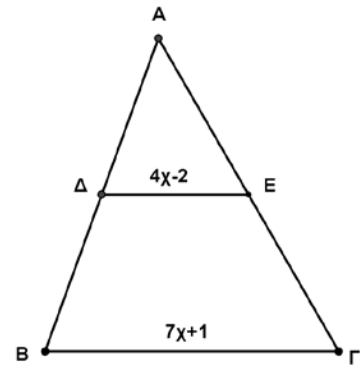
12. Να κάνετε τις πράξεις και να δώσετε την απάντησή σας στην πιο απλή μορφή:

$$\frac{\chi^2 - 4\chi + 4}{\chi^2 - 9} \cdot \frac{\chi - 3}{\chi^2 - 4} =$$

13. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνιά $\hat{\theta}$ το $\text{συν}\hat{\theta} = \frac{5}{13}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu\hat{\theta}$ και $\varepsilon\varphi\hat{\theta}$.

14. Ένα εργοστάσιο παπουτσιών θέλει να κάνει έρευνα για το μέγεθος των παπουτσιών που φορούν οι Κύπριοι, για να προσαρμόσει την παραγωγή του σύμφωνα με τη ζήτηση. Αποφάσισε να πάρει δείγμα 200 άτομα και να εξετάσει το μέγεθος των παπουτσιών τους. Ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος να πάρει το δείγμα του έτσι ώστε να αποφευχθεί η μεροληψία:
- α) να πάρει 200 μαθητές από ένα σχολείο,
 - β) να πάρει 200 αθλητές από ένα αθλητικό κέντρο ή
 - γ) να πάρει 200 περαστικούς όλων των ηλικιών από ένα δρόμο;
- (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

15. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το Δ είναι το μέσο της AB και το E το μέσο της $A\Gamma$. Αν $\Delta E = 4\chi - 2$ και $B\Gamma = 7\chi + 1$, να βρείτε τα μήκη των ΔE και $B\Gamma$. Αν επιπλέον $\hat{\Gamma} = \psi^\circ$, $\hat{B} = \psi^\circ + 20^\circ$ και $\hat{A} = \psi^\circ + 10^\circ$, να βρείτε το μέτρο της $\angle A\hat{\Delta}E$.



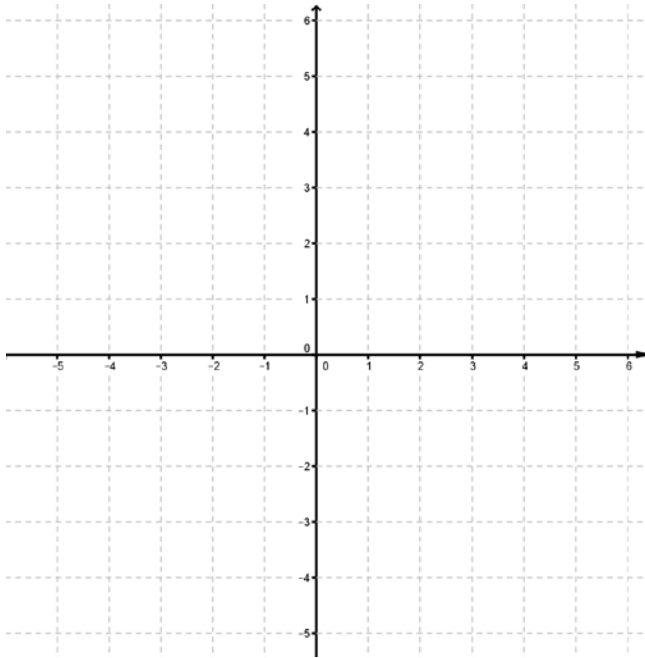
ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες στις 100.

1. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi}{\chi-1} + \frac{2}{\chi+1} = \frac{2}{\chi^2-1}$.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\chi + 2)^3 - 2 = 6(\chi + 1)^2 + \chi^3$.

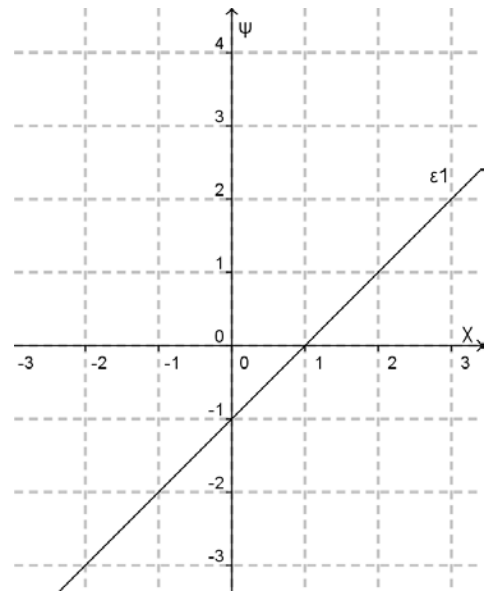
2. Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 2x - 3$.
- α. Σε ποια σημεία η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα των x .
 - β. Να βρείτε το πεδίο τιμών της f .
 - γ. Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας της f .
 - δ. Να βρείτε την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή της $f(x)$ και την αντίστοιχη τιμή του x .



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Αν Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:
- α. το τετράπλευρο $A\Delta EZ$ είναι ορθογώνιο και
 - β. τα τρίγωνα $B\Delta E$ και $EZ\Gamma$ είναι ίσα.
- Αν επιπλέον $A\Delta = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ και $AZ = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$. (Σχήμα- Δεδομένα- Ζητούμενα)

4. Μια πισίνα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος 16 m και πλάτος 4 m . Για να γεμίσει η πισίνα, αδειάζουμε σε αυτήν 24 ντεπόζιτα γεμάτα νερό. Αν τα ντεπόζιτα έχουν σχήμα κύβου ακμής 2 m , να υπολογίσετε το βάθος της πισίνας.

5. Από τη διπλανή γραφική παράσταση να βρείτε:
- α. τα σημεία τομής της ε_1 με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.
 - β. την εξίσωση της ευθείας ε_1 .
 - γ. την τιμή του ω ώστε το σημείο $(100, \omega)$ να ανήκει στην ευθεία ε_1 .
 - δ. την τιμή του κ έτσι ώστε ε_1 και $\varepsilon_2: (3\kappa + 2)\chi + \psi = 10$ να είναι παράλληλες.



6. Ένα οικοτροφείο έχει συνολικά 26 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια στα οποία υπάρχουν 68 κρεβάτια. Πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια;

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Ιωάννου Παντελής

ΤΕΛΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 13/6/2014

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

ΟΔΗΓΙΕΣ : ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΟΥ ΥΓΡΟΥ.

ΜΕΡΟΣ Α :

Να απαντήσετε **μόνο σε 12** από τις 15 ερωτήσεις.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείτε με 1 μονάδα.

1) Να γίνουν οι πράξεις :

α) $2\chi - 3\chi^2 - 1 + \chi + 7\chi^2 =$

β) $(2\chi^3\psi^2) \cdot (-5\chi\psi^3) =$

γ) $(4\omega^6\psi^2) : (2\omega^4\psi^2) =$

δ) $(2\chi - 1)(\chi + 3) =$

2) Να βρεθούν τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 3)^2 =$

β) $(5 - 2\psi)(5 + 2\psi) =$

γ) $(\alpha - 2)^3 =$

3) Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{array}{l} 2\chi + \psi = 3 \\ 3\chi - 2\psi = 8 \end{array}$$

4) Να γίνει η διαίρεση: $(3\chi^3 - 7\chi^2 + 14\chi - 4):(3\chi - 1)$

5) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2\chi^2 - 18 =$

β) $\chi^2 - 5\chi + 6 =$

γ) $\kappa(3\psi - 1) - \lambda(1 - 3\psi) =$

δ) $\alpha^3 + 27 =$

6) Η ευθεία $\psi = \alpha\chi + \beta$ περνά από το σημείο $(1, -5)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\Psi = -2\chi + 1$. Να βρεθούν τα α και β .

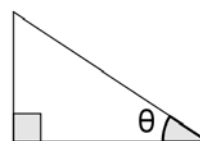
7) Να λυθεί η εξίσωση: $3\chi^2 - 10\chi + 3 = 0$

8) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{x^2 + 10x + 25}{x - 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{2x + 10} =$$

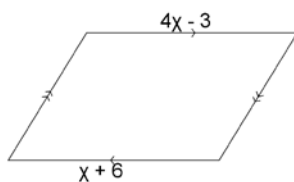
$$\beta) \frac{x}{x - 3} + \frac{2}{x} - \frac{9}{x^2 - 3x} =$$

9) Αν στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης:
 $15(\sigma\upsilon\nu\theta + 2\eta\mu\theta) - 20\epsilon\varphi\theta =$

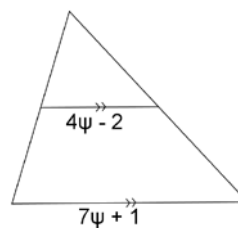


10) Να βρείτε τα χ και ψ στα πιο κάτω σχήματα:

α)



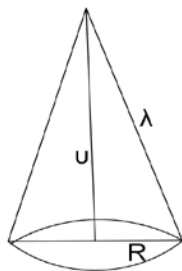
β)



11) Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο BM και την προεκτείνουμε προς το μέρος του M κατά τμήμα $M\Delta = BM$. Να δείξετε ότι $AB = \Delta\Gamma$.

12) Αν $\chi + \psi = 6$ και $\chi - \psi = 4$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $5\chi^2 - 5\psi^2$.

13) Κώνος έχει ύψος $u=8\text{cm}$ και γενέτειρα $\lambda=10\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου και τον όγκο του.



14) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\left(\alpha - \frac{4\alpha\beta}{\alpha+\beta} + \beta \right) \div \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta} + \frac{\beta}{\alpha-\beta} - \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 - \beta^2} \right) = \alpha - \beta$$

15) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\angle A = 90^\circ$). Απο τυχαίο σημείο Δ της ΑΒ φέρουμε παράλληλη προς την ΑΓ που τέμνει την ΒΓ στο Ζ. Απο το Ζ φέρουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΑΓ στο Θ. Να δείξετε ότι το ΑΔΖΘ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β :

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{2x}{x^2 - 3x + 2} - \frac{16}{x^2 - 4} = \frac{x}{x^2 + x - 2}$$

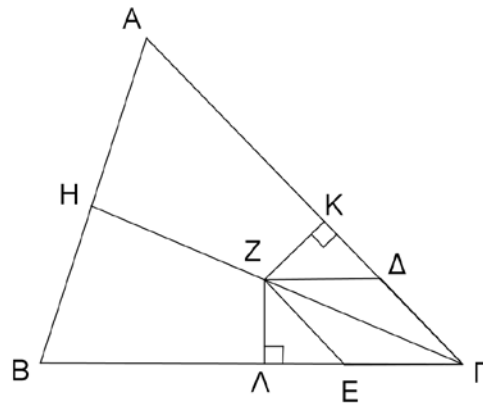
2) α) Αν $2x + 3\psi = 8$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$(4x - 3\psi)^2 + 36x\psi - 12x^2 =$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha(\alpha - 3\beta)^2 + \beta(\beta - 3\alpha)^2$$

- 3) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΓ και ΒΓ παίρνουμε τμήματα ΓΔ και ΓΕ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΓΔ = ΓΕ. Αν Ζ είναι τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΓΗ να δείξετε ότι: α) ΖΔ = ΖΕ
β) οι αποστάσεις του Ζ από τις πλευρές ΑΓ και ΒΓ είναι ίσες.



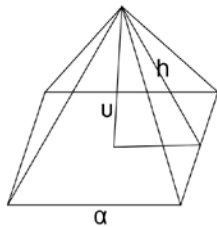
- 4) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{\frac{\chi^2}{\psi} - \frac{\psi^2}{\chi}}{3\chi^2\psi - 3\chi\psi^2} - \chi\psi =$$

$$\frac{\chi^2\psi^2}{\chi^2\psi^2}$$

- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-3,2)$, $B(3,0)$ και $\Gamma(1,4)$.
α) Να βρείτε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου
β) Να δείξετε ότι η γωνία Γ είναι ορθή
γ) Να βρείτε την εξίσωση της υποτείνουσας AB του τριγώνου
δ) Να βρείτε το μέσο M της υποτείνουσας AB του τριγώνου.

- 6) Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης 10cm και όγκο 400cm^3 .
Να υπολογίσετε : α) το ύψος (u) της πυραμίδας
β) το παράπλευρο ύψος (h) της πυραμίδας
γ) το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας.



Η Εισηγήτρια

.....

Χριστίνα Κωνσταντίνου

Ο Διευθυντής

.....

Ανδρέας Αλέξης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Βαθμός:

Χρόνος: 2 ώρες

Υπογραφή:

Ημερομηνία: 04 Ιουνίου 2014

Όνομα μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (τα σχήματα με μολύβι)

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες

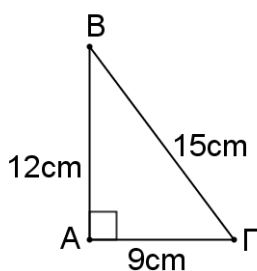
ΜΕΡΟΣ Α:Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**1)** Να βρείτε το πιο κάτω ανάπτυγμα χρησιμοποιώντας ταυτότητα:

$$(\omega + 1)^3 =$$

2) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) 4\beta(\alpha^2 - 3\beta) =$$

$$\beta) (12\chi^4 - 2\chi\psi^3) : (2\chi\psi^3) =$$

3) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi\Gamma$.

4) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 40cm^3 . Αν οι δύο διαστάσεις του είναι 5cm και 2cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.

5) Να λύσετε το σύστημα.

$$2\chi - \psi = 3$$

$$3\chi + 2\psi = 8$$

6) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-4,3)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία $3\chi - 6\psi = 8$.

7) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 15x^3 - 26x^2 + 6x + 20$ και $B = 2 + 3x$

Να υπολογίσετε το πολυώνυμο $A : B$

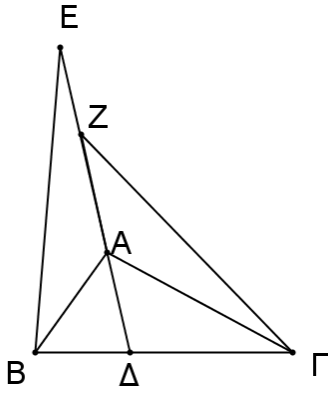
8) Να βρείτε τις πιθανές τιμές του κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = (-\frac{2\kappa}{3} + 6)x^2$ να είναι παραβολή που να παρουσιάζει μέγιστο.

9) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x + 4) \cdot (2x - 1) = 0$

β) $2x^2 - 5x - 7 = 0$

10)



Δεδομένα	Ζητούμενα
AD διχοτόμος της $B\hat{A}\Gamma$ $AE = AG$ $AB = AZ$	$BE = \Gamma Z$

11) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και AM η διάμεσος του. Αν E και Z είναι τα μέσα των κάθετων πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = AM$.

12) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $16\beta - 4\alpha\beta^2 =$

γ) $\chi^3 - 27 =$

β) $\chi^2 - 8\chi + 12 =$

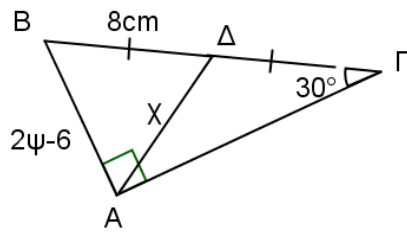
δ) $2\alpha + 4\alpha\beta + 6\beta + 3 =$

13) Να κάνετε τις πράξεις:

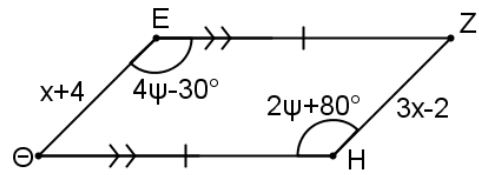
$$\frac{3\chi+3}{\chi^2+2\chi} : \left(\frac{3}{\chi^2-4} + \frac{1}{\chi+2} \right) =$$

14) Στα πιο κάτω σχήματα να βρείτε τα χ , ψ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α)



β)



15) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως το πολυώνυμο:

$$3\chi(\chi-2)^2 - (\chi^2-4)(2\chi-3) =$$

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1) α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x}{x+1} - \frac{2}{x-3} = \frac{x^2 - 11x}{x^2 - 2x - 3}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $2\alpha(2\alpha-1)^2 - (2\alpha-1)^3 - 4\alpha^2 = 1 - 4\alpha$

2) i) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και AG προς το μέρος του A , παίρνουμε αντίστοιχα σημεία Θ και H τέτοια ώστε $A\Theta=AH$. Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, να δείξετε ότι: $\Theta M = HM$

ii) Αν HE και ΘZ είναι αντίστοιχα οι αποστάσεις των σημείων H και Θ από την $B\Gamma$,

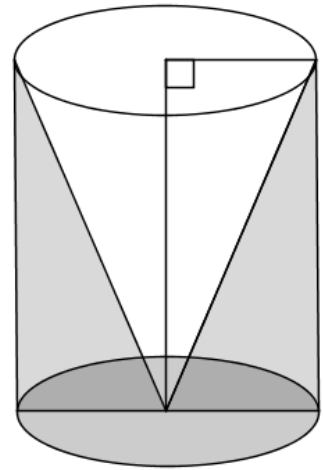
να δείξετε ότι: $HEM = \Theta ZM$

3) α) Στο διπλανό σχήμα, το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $135\pi \text{ cm}^2$ και η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $18\pi \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

- i) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.
- ii) Τον όγκο της σκιασμένης περιοχής του στερεού.

(οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π)

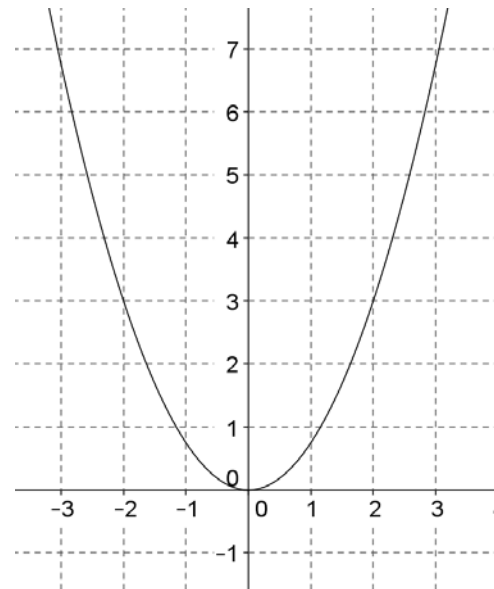


β) Να λύσετε το πρόβλημα με τη χρήση συστήματος εξισώσεων

Σε ένα διαγωνισμό γνώσεων μια ομάδα μαθητών απάντησε συνολικά σε 50 ερωτήσεις και κέρδισε €166. Αν για κάθε ορθή απάντηση κέρδιζε €5 και για κάθε λανθασμένη έχανε €2, να βρείτε σε πόσες ερωτήσεις απάντησε ορθά και σε πόσες λάθος.

4) α) Η παραβολή διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$. Να βρείτε:

- i) Το Π.Ο και το Π.Τ της συνάρτησης.
- ii) Την εξίσωση της παραβολής.
- iii) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- iv) Τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη 12.

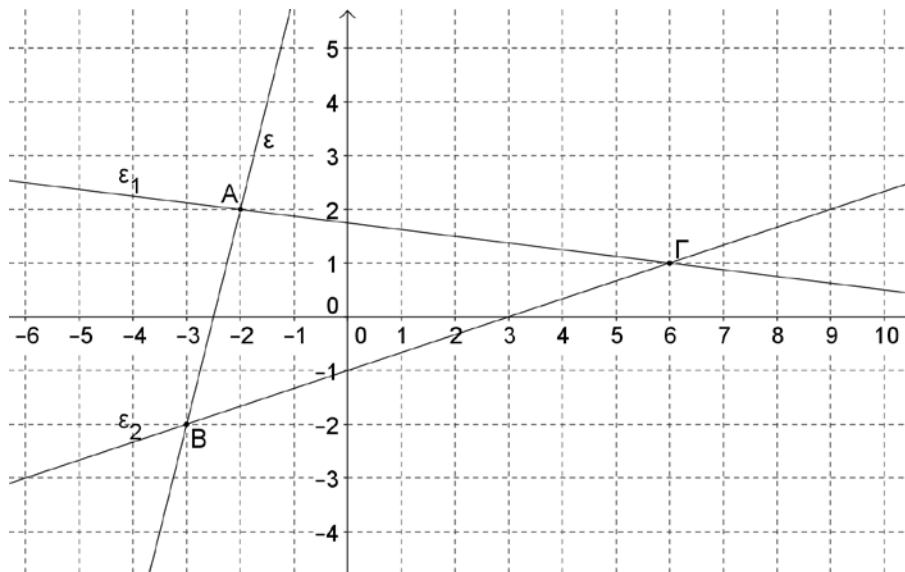


β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων που δίνονται από τον τύπο:

i) $f(x) = \sqrt{3x+12}$

ii) $g(x) = \frac{1}{x^3 - 2x^2 - 8x}$

5) Δίνονται οι ευθείες ε , ε_1 και ε_2 και τα σημεία A, B και Γ που είναι κορυφές του τριγώνου ABΓ.



Να υπολογίσετε:

α) Το μήκος της πλευράς AB του τριγώνου ABΓ.

β) Τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

γ) Την εξίσωση του ύψους ΑΔ του τριγώνου.

δ) Τη γραφική λύση του συστήματος των ευθειών $x=9$ και της ε_2 .

6) Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο οποίο η πλευρά AB είναι διπλάσια από την πλευρά $A\Delta$. Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AEZ\Delta$ είναι ρόμβος

β) Το τετράπλευρο $EHZ\Theta$ είναι ορθογώνιο όπου H το σημείο τομής των $E\Delta$ και AZ και Θ το σημείο τομής των $E\Gamma$ και BZ .

Η Διευθύντρια

Δ. Παπαγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2014

ΤΜΗΜΑ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΑΡ.

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
(β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(γ) Οι λύσεις να γράφονται με μελάνι μπλε ή μαύρο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με **1 μονάδα**.

Θέμα 1^ο: Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 2x^2 + 3x + 4$, $B = 5x - 2$. Να βρείτε:

(α) $A + B =$

(β) $2x \cdot B =$

Θέμα 2^ο: Να υπολογιστούν τα αναπτύγματα:

(α) $(\omega + 3)^2 =$

(β) $(\alpha + 5) \cdot (\alpha - 5) =$

Θέμα 3^ο: Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

(α) $\alpha\gamma + \alpha\beta + 2\gamma + 2\beta =$

(β) $10x^2 + 5x^3 =$

Θέμα 4^ο: Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Θέμα 5^ο: Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x} =$$

Θέμα 6^ο: Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 4x - 12} \div \frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 36} =$$

Θέμα 7^ο: Να κάνετε τη διαίρεση: $(10x^3 + 13x^2 + x + 6) : (2x + 3) =$

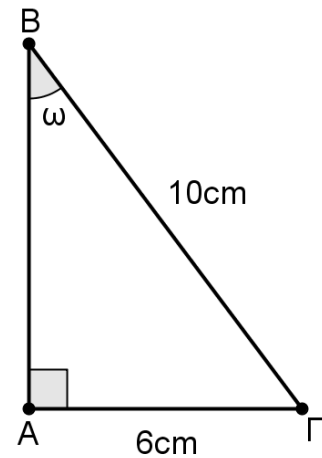
Θέμα 8^ο: Να λύσετε το σύστημα:

$$2x + \psi = 7$$

$$x - \psi = -1$$

Θέμα 9^ο:

Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς $\hat{\omega}$ (ημω, συνω, εφω) στο διπλανό σχήμα:



Θέμα 10^ο: Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο AM και την προεκτείνουμε προς το μέρος του M κατά τμήμα $M\Delta = AM$. Να δείξετε ότι $AB = \Delta\Gamma$. (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

Θέμα 11°: Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

(α) $\psi = \frac{x+3}{x-2}$

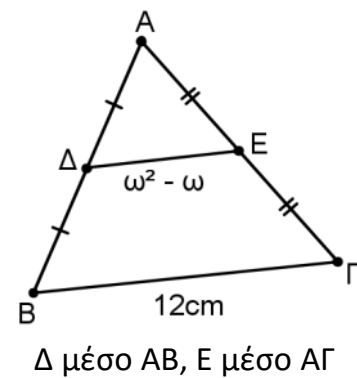
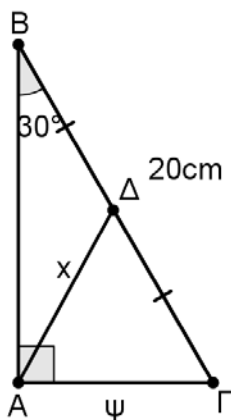
(β) $\psi = \sqrt{x-5}$

Θέμα 12°: Δίνονται τα σημεία $A(2, -3)$ και $B(5, 1)$. Να βρείτε:

(α) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB.

(β) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB.

Θέμα 13°: Στα πιο κάτω σχήματα να βρείτε τα x , ψ και ω (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας):



$\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 30^\circ$ και AD διάμεσος

Θέμα 14^ο: Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 10cm και ύψος 12cm. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

Θέμα 15^ο: Κύλινδρος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi\text{m}^2$. Αν η ακτίνα της βάσης του είναι 5m, να βρείτε:

(α) το ύψος, **(β)** τον όγκο και **(γ)** το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με **2 μονάδες**.

Θέμα 1^ο: Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x^2 - 2x - 3}$$

Θέμα 2^ο: Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2(3x - 5) - 4(x + \psi) = -22 \\ \frac{2\psi - x}{3} - \frac{3x - 10}{4} = \frac{x + \psi}{2} \end{cases}$$

Θέμα 3^ο: Σοκολατένιος κύλινδρος με ακτίνα βάσης $R = 7\text{cm}$ και ύψος $u = 10\text{cm}$, λιώνει και μετατρέπεται σε πλάκες σοκολάτας σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 7cm , 5cm και 2cm . Πόσες τέτοιες πλάκες μπορούν να γίνουν; $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

Θέμα 4^ο: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και K, Λ τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την ΛK κατά τμήμα $KM = K\Lambda$. Να δείξετε ότι:

(α) $A\Gamma\Lambda M$ παραλληλόγραμμο,

(β) $AMBL$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Θέμα 5^ο: Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

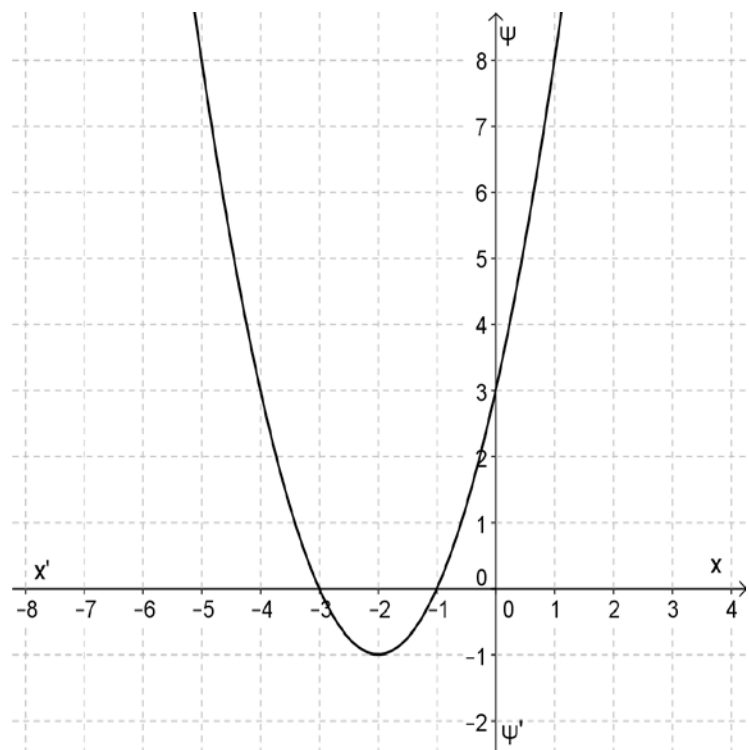
(α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.

(β) Τον άξονα συμμετρίας.

(γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(δ) Τις τιμές των α , β και γ .

(ε) Τις λύσεις της εξίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma = 0$



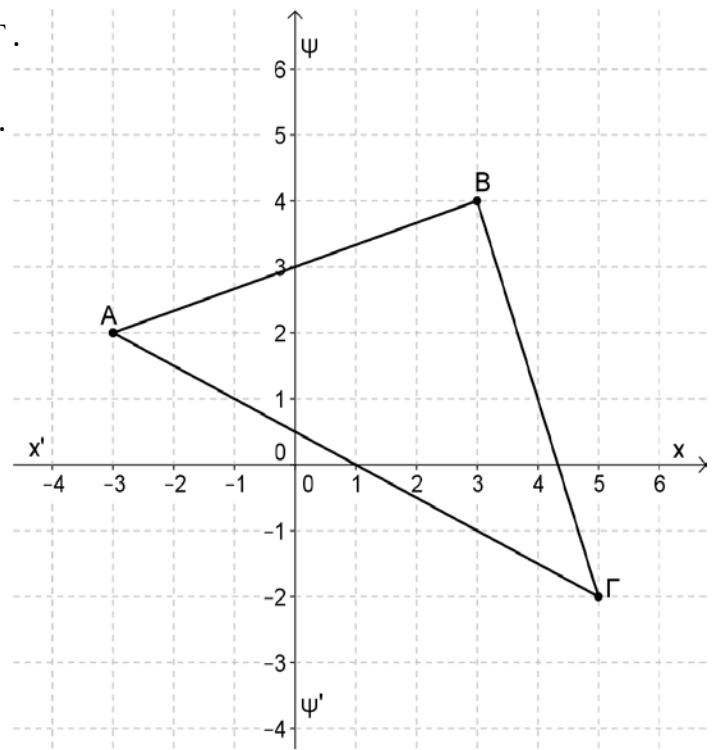
Θέμα 6^ο: Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της υποτείνουσας του.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $B\Delta$.

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ .



ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....

Φιλίππου Γεωργία

.....

Γεωργίου Κλεανθία

.....

Σκορδής Νικόλας

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Νικολάου Δημήτρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/6/2014

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ: _____

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ ΤΜΗΜΑ: _____ ΑΡ: _____

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού (TIP-EX).
 - β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (Τα σχήματα με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - δ) Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.
 - ε) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης εργασίας δε θα βαθμολογούνται πλήρως.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες (60 μονάδες)

1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $3x + 5x - 2x =$

(β) $(2x^3) \cdot (-4x^4) =$

2. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5x + 5y =$

β) $x^2 - 9 =$

3. Δίνεται το πολυώνυμο $\varphi(x) = 2x - x^2 + 3x^3 - 4$. Να το διατάξετε κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x και να βρείτε το $\varphi(2)$.

4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $(x + 2)(x - 5) = 0$

(β) $x^2 + 3x = 0$

5. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$2x + \psi = 8$$

$$x - \psi = 1$$

6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή $a = 4 \text{ cm}$.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 4x + 1 = 0$

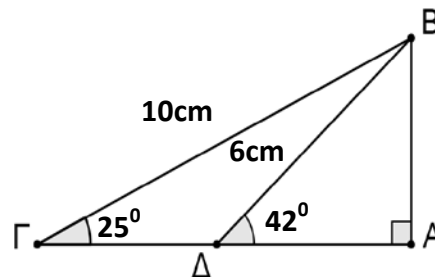
8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2,3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon: \psi = 3\chi + 5$

9. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ στις πιο κάτω περιπτώσεις, ώστε η παραβολή με εξίσωση $\psi = (4\lambda - 3)\chi^2$
(α) να περνά από το σημείο $(-3, 9)$ και
(β) να παρουσιάζει ελάχιστο.

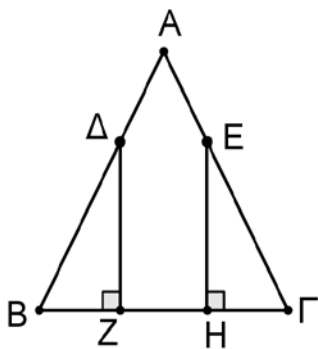
10. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{2}{\chi^2 + \chi} - \frac{\chi - 3}{\chi^3 - \chi} + \frac{1}{\chi} =$

11. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν η γωνιά $B\hat{\Gamma}\Delta = 25^\circ$ και η γωνιά $B\hat{\Delta}A = 42^\circ$, $B\Gamma = 10\text{cm}$ και $B\Delta = 6\text{cm}$ να βρείτε το μήκος της $\Gamma\Delta$. (Η απάντηση να δοθεί με ένα δεκαδικό ψηφίο)

Γωνία σε μοίρες	ημίτονο	συνημίτονο	εφαπτομένη
25	0,4226	0,9063	0,4663
42	0,6691	0,7431	0,9004



12.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\hat{A}B\Gamma (AB = AG)$	α) $B\hat{\Delta}Z = E\hat{H}\Gamma$
$EH \perp B\Gamma$	β) ΔEHZ ορθογώνιο
$\Delta Z \perp B\Gamma$	
$AE = A\Delta$	

13. Το εμβαδόν της βάσης ενός κώνου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδό της ολικής του επιφάνειας είναι ίσο με $96\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)
14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Αν Δ , E , Z μέσα των πλευρών $B\Gamma$, AB , AG αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEAZ είναι ρόμβος.

15. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) και φέρουμε το ύψος AK . Αν Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔKEZ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες (40 μονάδες)

1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{4}{x^2+2x-3} - \frac{x+1}{2-2x} = \frac{x+2}{x+3}$$

2. (α) Αν $A = \frac{x^4 + 8x}{2x^4 - 4x^3 + 8x^2}$ και $B = \frac{3x^2 - 6x}{2x^2 - 8}$, να δείξετε ότι $A \cdot B = \frac{3}{4}$

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(2x + \psi)^3 - 2x(2x + \psi)(2x - \psi) - \psi^3 = 4x\psi(3x + 2\psi)$

3. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ τα M και N είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Οι ΔM και BN τέμνουν την $A\Gamma$ στα E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- (α) το $MBN\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο
(β) $AE = EZ = Z\Gamma$
4. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα με εμβαδόν βάσης 100 cm^2 και παράπλευρο ύψος 13 cm , έχει όγκο ίσο με τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις βάσης 16 cm και 5 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

5. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = (\alpha + 2\beta)x^2$

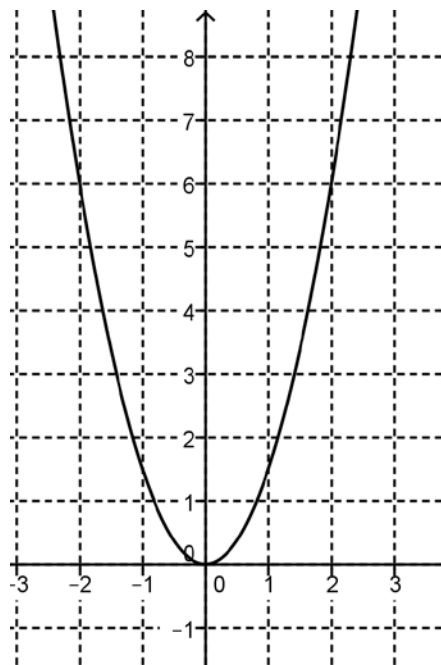
(α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.

(β) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

(γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της παραβολής

(δ) Να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

(ε) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής αν επιπλέον ισχύει $\alpha + 4\beta = 2$.



6. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(3, 6)$, $\Gamma(5, 4)$ και $\Delta(1, 0)$. Να βρείτε:
- (α) την απόσταση των σημείων A και B
 - (β) την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην AB και περνά από το Γ
 - (γ) να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο
 - (δ) να βρείτε το σημείο τομής των διαγωνίων του $AB\Gamma\Delta$.

Εισηγητές

Δήμητρα Χαρή
Αθηνά Λάντου
Μαρία Χαραλάμπους
Δέσπω Πολυκάρπου

Συντονίστρια

Δήμητρα Σκαπούλλарου - Χαρή Β.Δ.

Η Διευθύντρια

Χατζηχαραλάμπους Μελανή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά	ΒΑΘΜΟΣ: (.....)
ΤΑΞΗ: Γ'	Υπογραφή Καθηγητή:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/06/2014	ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ: 8
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:	

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε μόνο 12 από τα 15 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1:

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$A = x - 4$, $B = 5x^3 - 7x^2 + 8x - 9$ και $\Gamma = 6x^2 - 4x + 5$. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $B - \Gamma =$

(β) $A \cdot \Gamma =$

ΘΕΜΑ 2:

Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $4\alpha\beta - 12\alpha\beta^2 =$

γ) $x^2 - 36 =$

β) $\psi^2 - 7\psi + 10 =$

δ) $2x^2 - 2x + 3\psi - 3x\psi =$

ΘΕΜΑ 3:

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπο:

α) $f(x) = \frac{1}{3x-6}$

β) $g(x) = \sqrt{x+5}$

ΘΕΜΑ 4:

Αν για την οξεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$, τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

ΘΕΜΑ 5:

Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2, 4)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $2\chi - 5\psi + 4 = 0$.

ΘΕΜΑ 6:

Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(6\chi^3 + \chi - 8\chi^2 + 6) \div (3\chi + 2) =$$

ΘΕΜΑ 7:

Ένας κώνος έχει ακτίνα 12 cm και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας είναι $324\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της γενέτειρας λ του κώνου.

ΘΕΜΑ 8:

Να λύσετε την εξίσωση: $8\chi^2 - 10\chi + 3 = 0$

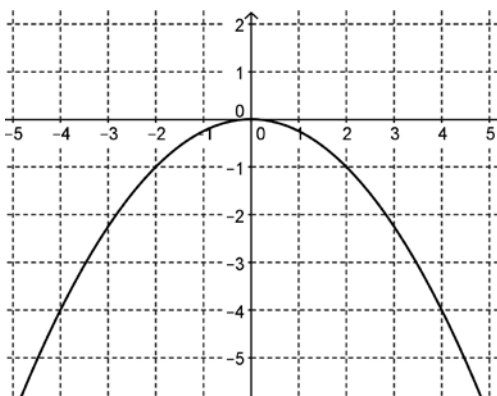
ΘΕΜΑ 9:

Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - 4\psi = 6$$

$$\chi + 3\psi = -7$$

ΘΕΜΑ 10:

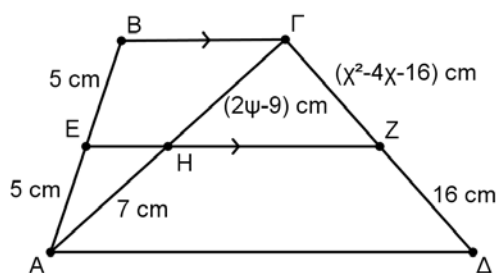


Η παραβολή του διπλανού σχήματος διέρχεται από το σημείο $A(-4, -4)$. Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της παραβολής.

β) Το κ ώστε το σημείο $B(\kappa + 2, -16)$ να ανήκει πάνω στην παραβολή.

ΘΕΜΑ 11:



Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ στο διπλανό σχήμα:
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

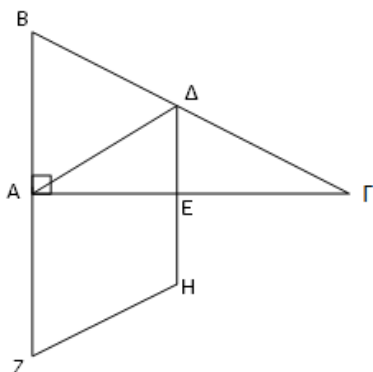
ΘΕΜΑ 12:

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις $(2\chi - 1)cm$ και $(2\chi + 1)cm$ έχει εμβαδόν $63cm^2$. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του χ .

ΘΕΜΑ 13:

Να κατασκευάσετε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να τοποθετήσετε τα σημεία Δ και E πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta = AE$. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων Δ, E από την $B\Gamma$ είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 14:



Στο διπλανό σχήμα το $ABΓ$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με ($\hat{A} = 90^\circ$). Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $BΓ$ και $AΓ$ αντίστοιχα. Αν AZ είναι προέκταση της BA έτσι ώστε $AZ = BA$ και EH είναι προέκταση της DE έτσι ώστε $EH = DE$:

α) Να αποδείξετε ότι το $A\Delta HZ$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν $B\Gamma = 18 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το $Z\text{H}$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 15:

Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\frac{\chi^2 + \psi^2}{\psi} - 2\chi}{\frac{1}{\psi} - \frac{1}{\chi}} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε μόνο 4 από τα 6 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2\chi-19}{\chi^2+\chi-6} - \frac{\chi}{2-\chi} = \frac{5}{\chi+3}$$

β) Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(i) $(2\chi + 1) \cdot (\chi - 1)^2 - 16 \cdot (2\chi + 1) =$

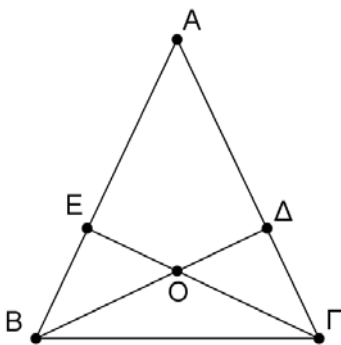
(ii) $(\chi - 3\psi) \cdot \alpha^2 - (7\alpha + 10)(3\psi - \chi) =$

ΘΕΜΑ 2:

Στο πιο κάτω τρίγωνο $AB = AG$ και $B\Delta$, ΓE είναι τα ύψη του τριγώνου που τέμνονται στο O . Να αποδείξετε ότι:

α) $BE = \Gamma\Delta$

β) η AO διχοτομεί τη γωνία A και ότι είναι κάθετη στην $B\Gamma$.



ΘΕΜΑ 3:

α) Να κάνετε τις πράξεις:

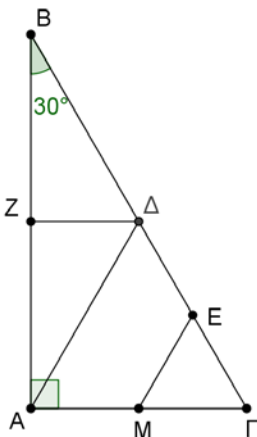
$$\frac{3\chi^2-3}{\chi^3+\chi^2-2\chi} \div \left(\frac{3}{\chi^2-4} + \frac{1}{\chi+2} \right) =$$

β) Αν $\alpha + \beta + \gamma = 8$ και $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 19$ να υπολογίσετε την παράσταση $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$.

ΘΕΜΑ 4:

α) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, E είναι το μέσο της διαμέσου $A\Delta$, Z το μέσο της $B\Delta$ και H το μέσο της πλευράς $A\Gamma$. Να κατασκευάσετε το σχήμα και να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

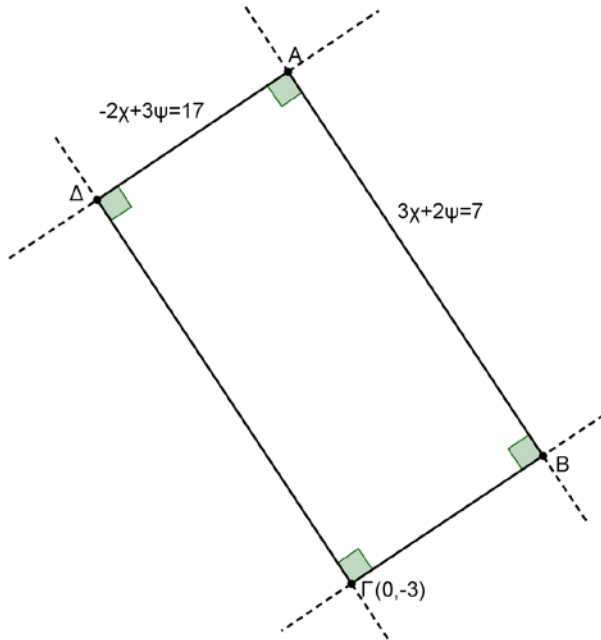
β) Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, ($\hat{A} = 90^\circ$), δίνονται $\hat{B} = 30^\circ$, $A\Delta$ διάμεσος, $Z\Delta \perp AB$, M μέσο του $A\Gamma$ και $ME \parallel A\Delta$. Να αποδείξετε ότι $ME = \Delta Z$.



ΘΕΜΑ 5:

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Η πλευρά $A\Delta$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $-2\chi + 3\psi = 17$ και η πλευρά AB βρίσκεται πάνω στην ευθεία $3\chi + 2\psi = 7$. Να βρείτε:

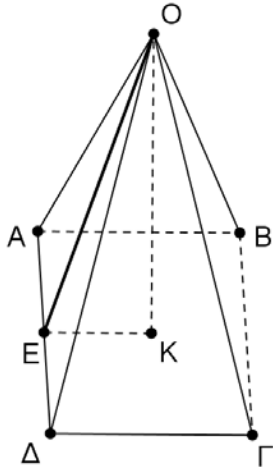
- τις συντεταγμένες του σημείου A .
- την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
- το μήκος των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$.
- το σημείο τομής των διαγωνίων.



ΘΕΜΑ 6:

Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης **48 cm** και το ύψος της είναι $\frac{4}{5}$ του παράπλευρου ύψους της. Να βρείτε:

- α) το ύψος της πυραμίδας.
- β) τον όγκο της πυραμίδας.
- γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.



Η Διευθύντρια

Σταυρινού Ανδρούλα

Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

Ασκήση	Α' ΜΕΡΟΣ															Β' ΜΕΡΟΣ						Σύνολο
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	
Βαθμός																						

- Οδηγίες:**
- α) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε μόνο 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) 4a^2 - 2a + 9a + 8a^2 =$$

$$\gamma) -2x \cdot (x-1) =$$

$$\beta) (2x^2\psi^3) \cdot (5x\psi^2) =$$

$$\delta) (12x^6\psi^2) \div (-2x^3\psi^2) =$$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^3 + 6x^2 - 6$ και $B = 3x^2 - 2x - 1$. Να βρείτε το πολυώνυμο $\Gamma = A - 2 \cdot B$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\alpha) 3\alpha + 6\beta =$$

$$\gamma) x^2 - 5x + 4 =$$

$$\beta) x^2 - 25 =$$

$$\delta) 2\alpha x - x\beta + \psi\beta - 2\alpha\psi =$$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x + 2 = 0$.

5. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις $\alpha = 4m$, $\beta = 3m$, $\gamma = 5m$. Να βρείτε τον όγκο του και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

6. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), δίνεται ότι $\eta\mu B = \frac{3}{5}$.

Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi\Gamma$.

7. Να αναπτύξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

$$\alpha) (x-2)^3 =$$

$$\beta) (x^2 + 2x - 1)^2 =$$

8. Η ευθεία (ε_1) περνά από το σημείο $A(-2, 3)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $(\varepsilon_2): x - 2y = 5$. Να βρείτε την εξίσωση της (ε_1) .

9. α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{\psi^3 + 8}{2\psi^2 - 4\psi + 8} =$

β) Αν $x - \frac{1}{x} = 2$, να αποδείξετε ότι $x^3 - \frac{1}{x^3} = 14$.

10. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Από την κορυφή Β φέρουμε τη διάμεσο ΒΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΜΔ = ΒΜ. Να δείξετε ότι ΑΒ = ΔΓ.
(Να γίνει σχήμα και πίνακας με δεδομένα – ζητούμενα)

11. Να βρείτε την τιμή του a , ώστε η πιο κάτω διαίρεση να είναι τέλεια:

$$(6x^3 - 5x - 14x^2 + a) \div (3x - 1)$$

12. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 48\text{cm}^3$ και ύψος $υ = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- α) την ακμή βάσης της πυραμίδας και
- β) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς της.

13. Σε ένα τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ, παίρνουμε τα μέσα των πλευρών του. Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών του και μια από τις κορυφές του, είναι κορυφές παραλληλογράμμου.

14. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $54\pi\text{m}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

15. Δίνεται το σύνθετο κλάσμα $A = \frac{\frac{8}{x} + \frac{8}{\psi}}{\frac{4}{x^2} - \frac{4}{\psi^2}}$. Αφού το απλοποιήσετε, να δείξετε ότι αν $x = 2\psi$, τότε

$$\frac{1}{\psi} \cdot A = -4.$$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε μόνο 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2}{x-3} + \frac{x-4}{9-x^2} = \frac{x+12}{x^2+3x}$

2. α) Σοκολατένιος κύλινδρος με ακτίνα 8cm και ύψος 20cm , λιώνεται και μετατρέπεται σε σοκολατάκια σχήματος κώνου, με ακτίνα βάσης 2cm και ύψος 3cm . Να βρείτε πόσα σοκολατάκια θα γίνουν.

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{3x}{x+2}$

ii. $g(x) = \sqrt{4-2x}$

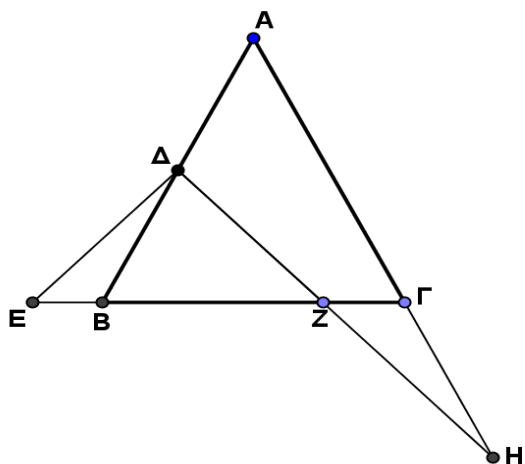
3. α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1,2)$, $B(5,-1)$ και $\Gamma(3,3)$. Να υπολογίσετε:

- i. το μήκος της πλευράς AB ,
ii. την εξίσωση της διαμέσου AM

β) Για ποιες τιμές του κ οι ευθείες $(\varepsilon_1): \psi = (\kappa^2 - 2\kappa)x + 1$ και $(\varepsilon_2): \psi - (\kappa + 10)x = 2$, είναι παράλληλες.

4. Αν $x + \psi = -a\beta$, να δείξετε ότι: $\left(\frac{1}{x + \psi} + \frac{1}{x - \psi} \right) \div \frac{x^2 + x\psi}{a\beta x^2 - a\beta \psi^2} = -2$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=AG$) , $\Delta B=\Gamma H$ και $EB=Z\Gamma$. Να δείξετε ότι:
α) $E\Delta=ZH$ και β) το τρίγωνο $E\Delta Z$ είναι ισοσκελές.



6. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ που έχει $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τη ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι ΔBAZ είναι ρόμβος.
(Να γίνει σχήμα και πίνακας με δεδομένα – ζητούμενα)

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ	ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ.	ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΥ ΕΛΛΗ	ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΥ ΕΛΛΗ	
ΜΙΧΑΗΛ ΜΥΡΙΑ		ΚΚΕΛΗΣ ΜΙΛΤΙΑΔΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2014

ΩΡΑ: 7:45π.μ. – 9:45π.μ.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) δακτυλογραφημένες σελίδες.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).
4. Να χρησιμοποιηθεί μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνο τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1) Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi - \psi = 5$$

$$3\chi - 4\psi = 8$$

2) Δίνονται τα πολυώνυμα: $\rho(\chi) = 2\chi^2 + 4\chi - 1$, $\varphi(\chi) = 5\chi - 2$. Να υπολογίσετε:

(α) $\rho(\chi) - \varphi(\chi) =$

(β) $\varphi(\chi) \cdot \rho(\chi) =$

3) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (\chi + 4)^2 =$$

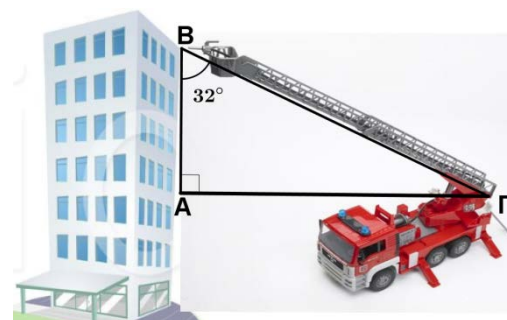
$$(\beta) (3\psi - 7)(3\psi + 7) =$$

4) Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση όπου ισχύει: «Ορθό» ή «Λάθος».

ΠΡΟΤΑΣΗ	Ορθό / Λάθος
(α) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.	
(β) Αν η παραβολή $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma, \alpha \neq 0$ δεν τέμνει τον άξονα χ , τότε η διακρίνουσά της είναι $\Delta=0$.	
(γ) Αν δύο ευθείες είναι κάθετες τότε το γινόμενο των κλίσεων τους ισούται με -1 .	
(δ) Δύο ισοσκελή τρίγωνα που έχουν τις γωνίες των βάσεων τους ίσες, είναι πάντοτε ίσα.	
(ε) Αν $\kappa=2$ τότε τα μονώνυμα $\kappa\chi^7\psi^6$ και $-2\psi^6\chi^7$ είναι αντίθετα.	

5) Να κάνετε την διαίρεση: $(2\chi^2 + \chi - 10) : (\chi - 2)$

6) Στο διπλανό σχήμα η σκάλα του πυροσβεστικού οχήματος έχει μήκος $B\Gamma=25\text{m}$ και σχηματίζει γωνία $B=32^\circ$ με την οροφή του κτηρίου. Να υπολογίσετε την απόσταση $A\Gamma$ του πυροσβεστικού οχήματος από το κτήριο.
(Δίνονται: $\eta\mu 32^\circ \cong 0,53$, $\sigma\upsilon\nu 32^\circ \cong 0,85$, $\epsilon\phi 32^\circ \cong 0,62$).



7) Να αναλύσετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$(\alpha) 5\chi^2 - 10\chi =$$

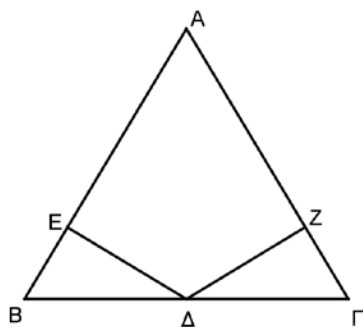
$$(\beta) 16\beta^2 - \alpha^2 =$$

$$(\gamma) \psi^2 - 10\psi + 25 =$$

$$(\delta) \chi^2 - \chi\psi - \omega\chi + \omega\psi =$$

- 8) Να βρείτε: **α)** την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(2, -3)$ και $B(-2, 1)$,
β) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB .

- 9) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Αν $\Delta E \perp AB$, $\Delta Z \perp AG$ και Δ μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι: $\Delta E = Z\Delta$.
(ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ — Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



- 10) Δίνεται η εξίσωση: $\chi(3\chi - 8) = -5$. Να βρείτε:
α) τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και το είδος των ριζών της,
β) τις λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης.

- 11) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Αν Κ τυχαίο σημείο της ΒΓ και Δ μέσο της ΚΓ, να προεκτείνετε την ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΕΚ είναι παραλληλόγραμμο.
(ΣΧΗΜΑ—ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ— Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

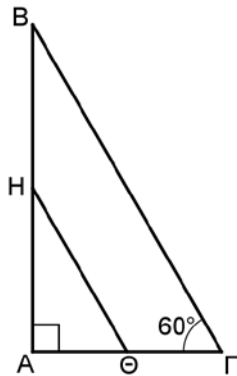
- 12) Να αντιστοιχίσετε την κάθε συνάρτηση της Α΄ στήλης με το αντίστοιχο πεδίο ορισμού της Β΄ στήλης:

Α΄ ΣΤΗΛΗ	Β΄ ΣΤΗΛΗ	
1) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{3}$	$\gamma^{\sigma} x \in (-3, +\infty)$	1) $\rightarrow$
2) $g(x) = \frac{4x}{4x + 12}$	$\gamma^{\beta} x \in \square - \{-3\}$	2) $\rightarrow$
3) $h(x) = \sqrt{9 - 3x}$	$\gamma^{\gamma} x \in [-3, +\infty)$	3) $\rightarrow$
4) $t(x) = \frac{x - 3}{3x}$	$\gamma^{\delta} x \in (-\infty, 3)$	4) $\rightarrow$
5) $p(x) = \frac{3}{\sqrt{x + 3}}$	$\gamma^{\omega} x \in \square - \{0\}$	5) $\rightarrow$
	$\gamma^{\eta} x \in (-\infty, 3]$	
	$\gamma^{\theta} x \in \square - \{3\}$	
	$\gamma^{\varphi} x \in \square$	

- 13) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{5x - x^2}{x^2 - 25} \cdot \frac{x^2 + 7x + 10}{2x + 4} =$$

- 14) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
Αν Η και Θ τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι: $H\Theta = A\Gamma$.
(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



- 15) Στα διπλανά σχήματα δίνονται δοχεία φύλαξης τυριού Α και Β.
Το δοχείο Α έχει σχήμα κύβου και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας είναι 864cm^2 . Το δοχείο Β έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και οι διαστάσεις του είναι 15cm, 10cm και 11cm.
Ποιο δοχείο χωρεί περισσότερο τυρί; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα **(10)** μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi+10}{\chi^2-4} - \frac{\chi}{\chi+2} = \frac{4}{2-\chi}$$

- 2)** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και Ζ τυχαίο σημείο της πλευράς ΑΒ. Προεκτείνετε την ΑΓ κατά τμήμα ΓΔ = ΒΖ. Το τμήμα ΖΔ τέμνει την ΒΓ στο Μ. Προεκτείνετε την ΓΒ κατά τμήμα ΒΕ = ΜΓ. Να αποδείξετε ότι: **(α)** ΖΕ=ΔΜ και (μ. 7)
(β) το τρίγωνο ΕΖΜ είναι ισοσκελές. (μ. 3)
- (ΣΧΗΜΑ—ΔΕΔΟΜΕΝΑ—ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ— Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

3) (α) Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{\chi}{\chi+3} - \frac{2}{\chi-3} \right) : \frac{\chi+\chi^2}{\chi^3-9\chi} =$

(β) Να αποδείξετε ότι: $(2\chi-1)^2 - 4(1+\chi)(\chi-1) - 5 = 2\chi^2 - 2\chi(\chi+2)$

- 4) Κυλινδρικό δοχείο με διάμετρο 8cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $240\pi \text{ cm}^2$, είναι γεμάτο με κρασί. Με το κρασί αυτό θα γεμίσουμε ποτήρια σε σχήμα κώνου που έχουν εμβαδόν βάσης $36\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε πόσα ποτήρια θα γεμίσουν.
(Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν και συναρτήσει του π).



5) Στην διπλανή γραφική παράσταση δίνεται η παραβολή: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

(α) Να κυκλώσετε την ορθή απάντηση:

i) Η πιο πάνω παραβολή έχει: 1) ελάχιστη τιμή, 2) μέγιστη τιμή.

ii) Το είδος των ριζών της πιο πάνω παραβολής:

- 1) δύο ρίζες πραγματικές και ίσες,
- 2) δεν έχει ρίζες στους πραγματικούς αριθμούς,
- 3) δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

iii) 1) $a > 0$, 2) $a < 0$, 3) $a = 0$.

iv) 1) $\Delta > 0$, 2) $\Delta < 0$, 3) $\Delta = 0$.

(β) i) Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω κενά:

$$f(2) = \dots\dots\dots, \quad f(-1) = \dots\dots\dots, \quad f(4) = \dots\dots\dots, \quad f(0) = \dots\dots\dots$$

ii) Να βρείτε τις τιμές του x όταν $f(x) = -5$:

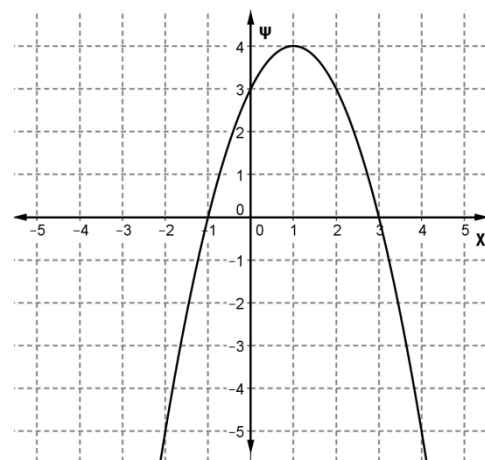
iii) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$

(γ) Να γράψετε: i) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής:

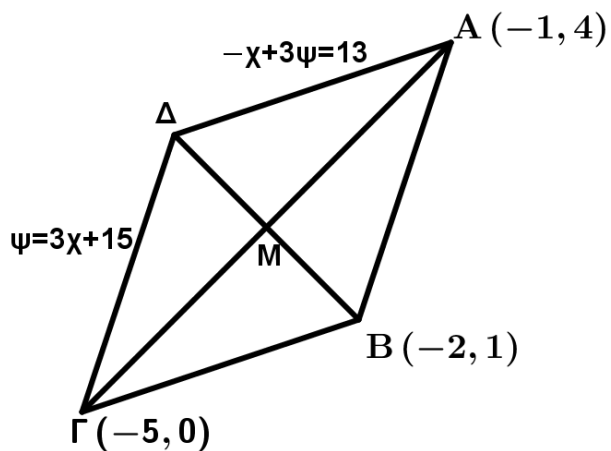
ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής:

(δ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της πιο πάνω συνάρτησης f .

(ε) Αν ο τύπος της εξίσωσης της πιο πάνω παραβολής είναι $f(x) = -x^2 + 2x + 3$,
να βρείτε το k όταν το σημείο $A(k, 4k + 4)$ ανήκει στην παραβολή.



- 6) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $A(-1,4)$, $B(-2,1)$ και $\Gamma(-5,0)$.
Οι εξισώσεις των ευθειών ΑΔ: $-\chi + 3\psi = 13$ και ΔΓ: $\psi = 3\chi + 15$.
Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.
(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ:

Β.Δ. Χρυστάλλα Παπαστυλιανού
Όλγα Ματθαίου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ:

Μαρία Χριστούδια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:.....Αρ:.....

- Οδηγίες:**
- α) Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).**
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.**
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.**
 - δ) Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας.**
 - ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε μόνο 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- 1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = x^2 - 3x + 4$, $B = 5x - 1$, $\Gamma = 4x$.**
Να κάνετε τις πράξεις :

α) $A - B + \Gamma =$

β) $\Gamma \cdot B =$

- 2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :**

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(3x + 1)(3x - 1) =$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις :

α) $5\chi\psi - 10\chi =$

β) $\chi^2 - 16 =$

4. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

α) $\frac{\chi+3}{\chi^2+3\chi} =$

β) $\frac{\chi^2-2\chi}{\chi^2+\chi-6} =$

5. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned}\chi + \psi &= 2 \\ 2\chi - 3\psi &= 24\end{aligned}$$

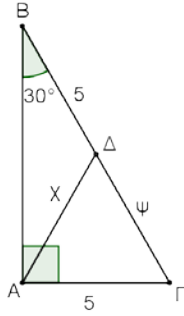
6. Να δείξετε ότι τα μέσα των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) ισαπέχουν από τη βάση $B\Gamma$.

7. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 7 cm.

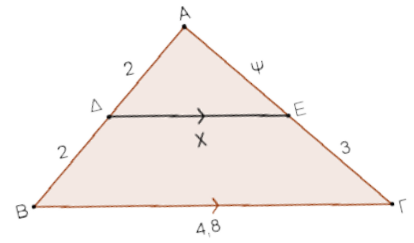
8. Να κάνετε τη διαίρεση: $(2\chi^3 - 5\chi^2 - 6\chi + 9) \div (\chi - 3)$

9. Να υπολογίσετε τα χ , ψ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

α)



β)



10. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - 5\chi + 3 = 0$

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την AB κατά τμήμα $A\Delta = AB$ και την $A\Gamma$ κατά τμήμα $A\epsilon = A\Gamma$. Να δείξετε ότι το $B\Gamma\Delta\epsilon$ είναι ορθογώνιο.

12. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{\chi+3}{\chi^2-9} : \frac{\chi}{\chi^2-2\chi-3} =$

13. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2,-5)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2\chi - 7$.

β) Να υπολογίσετε την τιμή του α , αν οι ευθείες $\psi = (\alpha + 1)\chi - 9$ και $2\chi + \psi = 1$ είναι κάθετες.

14. Από τις κορυφές Β και Γ ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε ευθείες παράλληλες προς τις ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα οι οποίες τέμνονται στο Δ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι ρόμβος

15. Η κυρτή επιφάνεια ενός κώνου είναι $65\pi \text{ cm}^2$ και η γενέτειρα του 13 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε μόνο 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\chi}{\chi-\psi} - \frac{2\chi\psi}{\chi^2-\psi^2} \right) \div \left(\frac{1}{\chi\psi+\psi^2} \right) =$$

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi-4}{\chi^2+2\chi} + \frac{2}{\chi^2-4} = \frac{1}{\chi^2-2\chi}$

3. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

$$f(x) = \frac{7}{x-5}$$

$$g(x) = \sqrt{x-4}$$

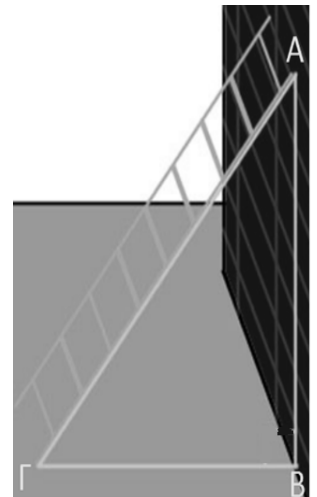
β) Δίνεται συνάρτηση $f: A \rightarrow B$ με $f(x) = 3x - 2$ και πεδίο ορισμού $A = \{-1, 0, 2, 4\}$.
Να βρείτε το πεδίο τιμών $f(A)$ της συνάρτησης f .

4. Με βάση το διπλανό σχήμα το ύψος του τοίχου στον οποίο ακουμπά η σκάλα είναι $AB = 8\sqrt{3}$ m και η γωνία $\Gamma = 60^\circ$. Να βρείτε την απόσταση της βάσης της σκάλας από τον τοίχο και το μήκος της σκάλας, αν γνωρίζετε ότι:

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}$$

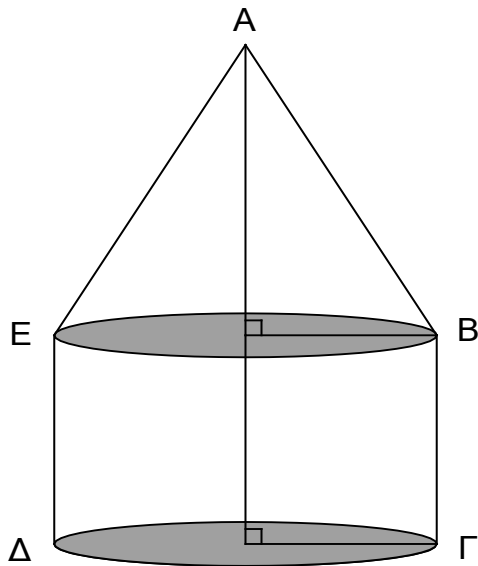


5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(1,1)$ και $B(3,5)$. Να εξετάσετε κατά πόσο τμήμα της ευθείας $2x - y = 3$ και το ευθύγραμμο τμήμα AB μπορεί να είναι πλευρές παραλληλογράμμου.

6. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από ένα κώνο και ένα κύλινδρο. Αν ο κύλινδρος έχει περίμετρο βάσης 12π cm και ύψος $h=4$ m και το E κυρτής κώνου $= 60\pi$ m²

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.

β) Πόσα θα πληρώσουμε αν βάψουμε όλη την επιφάνεια του στερεού (εξωτερικά) πληρώνοντας €14 το τετραγωνικό μέτρο;



Η Διευθύντρια

Καλλεπίτη Ευτυχία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ:

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2014

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡΙΘΜΟΣ:** ..

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- Απαγορεύεται η χρήση όλων των διορθωτικών υλικών και υπολογιστικής μηχανής.

Το δοκίμιο αποτελείται από δώδεκα (12) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα από τις είκοσι (20).

1. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $10\chi^7 + 2\chi^3 =$

β) $\psi^2 - 25 =$

2. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει ύψος 8cm, πλάτος 5cm και μήκος 10cm. Να βρείτε τον όγκο του.

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - 3\psi = 13$$

$$-2\chi + \psi = -7$$

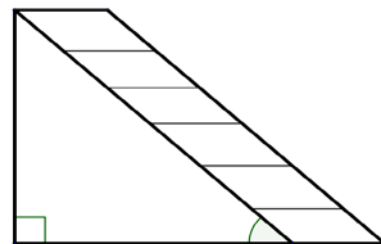
4. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+2)^3 =$

β) $(x+\psi+3)^2 =$

5. Μια κυλιόμενη σκάλα στο εμπορικό κέντρο, μήκους 12m που σχηματίζει γωνία 35° με το έδαφος, συνδέει το ισόγειο με τον πρώτο όροφο του ενός καταστήματος. Να υπολογιστεί το ύψος του πρώτου ορόφου του καταστήματος.

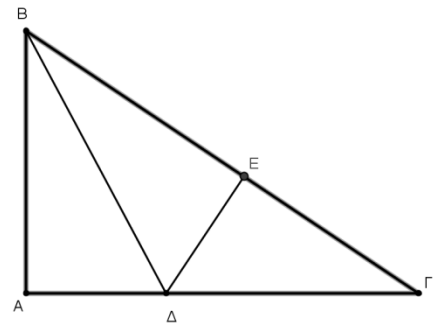
(Δίνεται ότι $\eta\mu 35^\circ = 0,57$ $\sigma\upsilon\nu 35^\circ = 0,82$ $\epsilon\phi 35^\circ = 0,70$)



6. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x + 2 = 0$

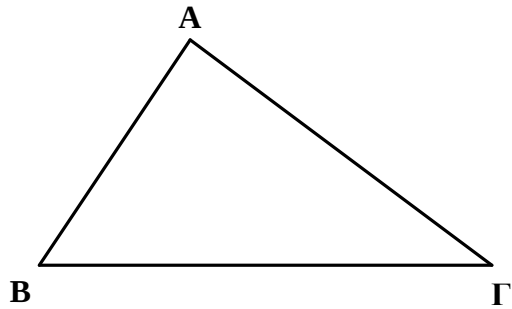
7. Να κάνετε τη διαίρεση: $(3\chi^3 - 5\chi^2 - 2\chi + 4) \div (\chi - 1)$

8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), η $\Delta E \perp B\Gamma$ και $B\Delta$ διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$.
Να αποδείξετε ότι $AB = BE$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Δεδομένα – ζητούμενα)



9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(-1,1)$ και $B(3,4)$.

10. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η $A\Delta$ είναι διάμεσός του. Αν E , Z και H είναι τα μέσα των πλευρών $B\Delta$, $A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEZH είναι παραλληλόγραμμο. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα)



11. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{5}{x^2 - 16}$

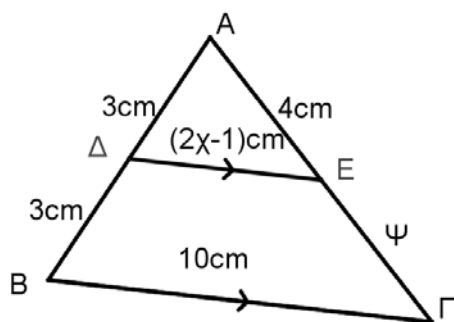
β) $g(x) = \sqrt{x - 3}$

12. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

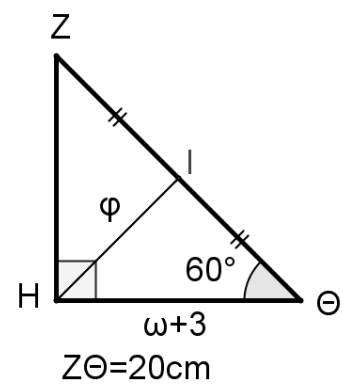
$$\frac{6-\chi}{\chi^2-4} - \frac{\chi}{\chi+2} = 0$$

13. Να υπολογίσετε τα χ , ψ , ω και φ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

α)



β)



14. Να δείξετε ότι η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του ψ .

$$A = \left(\frac{2}{\psi - 1} - \frac{2}{\psi^2 - 1} \right) \cdot \left(-\frac{\psi}{3} - \frac{2}{3\psi} + \psi \right)$$

15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και M το μέσο της $B\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς AB προς το B και στην προέκταση της πλευράς $A\Gamma$ προς το Γ , παίρνουμε ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα ($B\Delta=\Gamma E$). Να δείξετε ότι $M\Delta=ME$. (Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 4.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται **με δύο (2) μονάδες** από τις είκοσι (20).

1. α) Δίνονται τα πολυώνυμα $A(\chi) = 3\chi^3 - 5\chi^2 + 2\chi - 7$, $B(\chi) = 2\chi^2 - \chi + 1$ και $\Gamma(\chi) = \chi + 2$. Να υπολογίσετε:

i) $A(\chi) - 2B(\chi) =$

ii) $B(\chi) \cdot \Gamma(\chi) =$

- β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha^2 + \beta^2)^3 - (\alpha^3 - \beta^3)^2 = (2\alpha\beta)^3 + 3\alpha^2\beta^2(\alpha - \beta)^2$

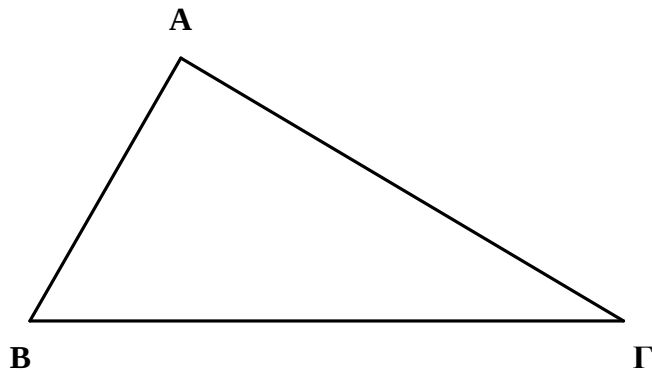
2. Ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει σοκολάτες, θέλει να φτιάξει σοκολατάκια σχήματος κύβου, ακμής 2cm. Για την κατασκευή αυτών θα χρειαστεί να λιώσουν μια σοκολάτα σχήματος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με παράπλευρο ύψος 10cm και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 240cm^2 . Να βρείτε πόσα σοκολατάκια σχήματος κύβου θα κατασκευάσει το εργοστάσιο.

3. α) Η καθηγήτρια των Μαθηματικών πρότεινε στους μαθητές της να λύσουν ορισμένες ασκήσεις για να εμπεδώσουν την ενότητα που διδάχτηκαν. Όταν αυτοί την ρώτησαν σε ποια σελίδα είναι γραμμένες οι ασκήσεις, αυτή απάντησε:
Αν ανοίξετε το βιβλίο σας, το γινόμενο των δυο αντικριστών σελίδων μέσα στις οποίες είναι γραμμένες οι ασκήσεις είναι 506. Να βρείτε σε ποιες σελίδες είναι γραμμένες οι ασκήσεις. (Δίδεται $\sqrt{2025} = 45$)
- β) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$), να φέρετε το ύψος $A\Delta$. Αν ΔE και ΔZ είναι οι αποστάσεις του Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι η $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $E\hat{A}Z$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
(Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα)

4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{3}{2\chi+2} - \frac{2}{3\chi-3} - \frac{5\chi+3}{6-6\chi^2} \right) \div \frac{5\chi^2-45}{\chi^2-2\chi-3} =$$

5. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το σημείο M είναι το μέσο της διχοτόμου $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε παράλληλη προς την $B\Gamma$ που τέμνει την AB στο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z , να αποδείξετε ότι το ΔEBZ είναι ρόμβος. (Σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα)

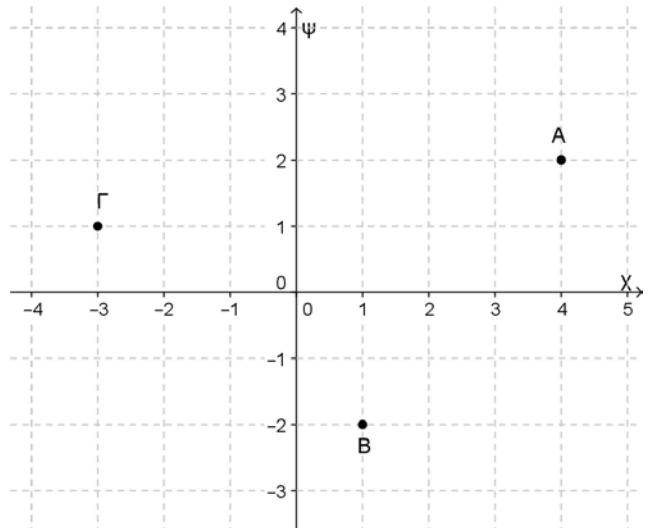


6. Στο πιο κάτω ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνονται τα σημεία A, B και Γ.

α) Να βρείτε:

- i) το μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.
- ii) την απόσταση του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.
- iii) την κλίση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Γ.
- iv) την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνιές του.



Οι Εισηγητές:

Μιχαήλ Π.Κ.(Β.Δ.)

Λαμπρινός Ν.

Ιωάννου Φ.

Η Διευθύντρια:

Παυλά Αντωνία



ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΜΙΤΣΗ ΛΕΜΥΘΟΥ

4844 Λεμύθου,
Τηλ: 25462052, Fax: 25462400, E-mail: gym-lemithou-lem@schools.ac.cy

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμός:

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Υπογραφή Καθ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/06/2014

Διάρκεια: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (60 μονάδες)

Να απαντήσετε τις δώδεκα (12) από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 2x + 4$ και $B = 2x - 3$. Να βρείτε:

α) $A + B =$

β) $A \cdot B =$

2. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

α) $(x + 3)^2 =$

β) $(5 - x)(5 + x) =$

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = 3x + 1$

β) $g(x) = \frac{1}{x-2}$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(1, -1)$ και $B(3, 3)$.

6. Δίνεται η οξεία γωνία θ με $\varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}$. Με τη βοήθεια του ορθογωνίου τριγώνου να υπολογίσετε τις τιμές των $\eta\mu\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta$.

7. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να φέρετε $AE \perp \Gamma\Delta$ και $\Gamma Z \perp AB$. Να αποδείξετε ότι το $A\epsilon\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

8. Να κάνετε τη διαίρεση: $(6x^3 + 5x^2 - 9x + 2) \div (3x - 2)$

9. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\omega^2 - 49 =$

β) $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$

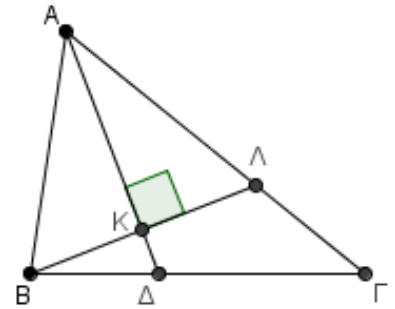
γ) $x^2 - 5x - 6 =$

δ) $2xy - 4x + 3y - 6 =$

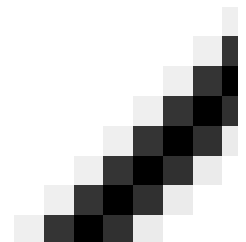
10. Να κάνετε την ακόλουθη διαίρεση:

$$\frac{3x - 9}{2x - 8} \div \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 16} =$$

11. Στο διπλανό σχήμα η AD είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$. Η BL είναι κάθετη πάνω στην AD . Να αποδείξετε ότι το ABL είναι ισοσκελές τρίγωνο.



12. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση της ευθείας ε . Να βρείτε:
- την εξίσωση της ευθείας ε
 - την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία ε και περνά από το σημείο $(0,3)$.



13. Να κάνετε τις πράξεις και στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης για $x = -5$

$$(2x - 1)^2 - (x + 3)(x - 3) - 3x(x - 2) =$$

14. Οι ευθείες ε_1 και ε_2 έχουν εξισώσεις $y = (2\mu - 1)x + 5$ και $y = \frac{3}{\mu - 1}x + 2$ αντίστοιχα. Να βρείτε τις τιμές του μ έτσι ώστε οι δύο ευθείες να είναι παράλληλες.

15. Κύβοι ακμής $1m$ στήνονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να σχηματίζεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο διαστάσεων $6m$, $8m$ και $10m$. Όλη η επιφάνειά του βάφεται κόκκινη. Να βρείτε:

- α) το κόστος αν κάθε τετραγωνικό μέτρο κόκκινης μπογιάς στοιχίζει €5.
- β) τον αριθμό των κύβων που δεν έχουν ούτε μία βαμμένη έδρα.

ΜΕΡΟΣ Β΄: (40 μονάδες)

Να απαντήσετε τις τέσσερις (4) από τις έξι (6) ασκήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+5}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{12}{x^2-1}$

2. Μια ομάδα μαθητών και καθηγητών θα επισκεφθεί ένα μουσείο. Ο υπεύθυνος του μουσείου μόλις μαθαίνει ότι συνολικά είναι 20 άτομα τους ενημερώνει ότι πρέπει να δώσουν συνολικά €55. Αν ο κάθε μαθητής δώσει €2 και κάθε καθηγητής €5 το ποσό συμπληρώνεται ακριβώς. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών και το πλήθος των καθηγητών στην συγκεκριμένη ομάδα.

3. Μια κυλινδρική συσκευασία παγωτού έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $96\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν ολικής επιφάνειας $168\pi \text{ cm}^2$. Μέσα στο παγωτό βανίλιας υπάρχει ένα κομμάτι σοκολάτας κωνικού σχήματος με ακτίνα ίση με το μισό της ακτίνας και ύψος ίσο με το μισό του ύψους της κυλινδρικής συσκευασίας. Να υπολογίσετε:
- α) τον όγκο της συσκευασίας
 - β) τον όγκο του παγωτού βανίλιας (χωρίς τη σοκολάτα).

4. Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+2} \quad \text{και} \quad B = \frac{x^2+6x-7}{x^2+2x}$$

α) Να δείξετε ότι $A = \frac{x+7}{x^2-x-6}$

β) Να κάνετε τη διαίρεση: $\frac{A}{B}$

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Προεκτείνουμε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Από το σημείο E φέρουμε παράλληλη ευθεία με την πλευρά $A\Gamma$ η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι:
- α) $\Gamma\Delta = \frac{A\Gamma}{2}$
 - β) τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και ΔEZ είναι ίσα
 - γ) το $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος

6. Δίνονται τα σημεία $A(-1,1)$, $B(2,3)$ και $\Gamma(3,-5)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
 - β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M έτσι ώστε το τμήμα AM να είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ έτσι ώστε το $AB\Delta\Gamma$ να είναι παραλληλόγραμμο.
 - δ) Το $AB\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο, ρόμβος ή τετράγωνο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ο Διευθυντής

.....

Αλέξανδρος Σπανός

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΤΑΞΗ: Γ	Βαθμός:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/ 06 / 2014	ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ	Υπ. Καθηγ.:
<u>ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:</u>		
<u>ΤΜΗΜΑ:</u>		<u>ΑΡ.:</u>

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
γ) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3\chi^2 + 4\chi - 7\chi^2 - \chi =$

β) $-3\chi^3\psi \cdot (2\chi\psi^2) =$

2. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα :

α) $(\chi + 5)^2 =$

β) $(3\chi - 5)(3\chi + 5) =$

3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα :

$\chi + \psi = 1$

$3\chi - 2\psi = 8$

4. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 5cm , 8cm και 10cm. Να βρείτε :

α) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και

β) τον όγκο του.

5. Να κάνετε τη διαίρεση $(x^3 - 4x^2 + 5x - 8) : (x - 3)$

6. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$3x^2 - 7x = -2$$

7. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $4\chi\psi + 8\chi^2 =$

β) $\alpha^2 - 25 =$

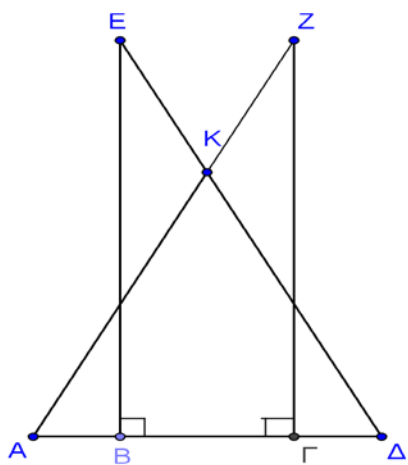
γ) $\chi^2 + 2\chi - 8 =$

δ) $3\chi + 3\psi - \alpha\chi - \alpha\psi =$

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_1 : 2\chi + \psi = 5$ και περνά από το σημείο $A(2, -3)$.

9. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΚΑΔ είναι ισοσκελές με $\text{ΚΑ}=\text{ΚΔ}$.

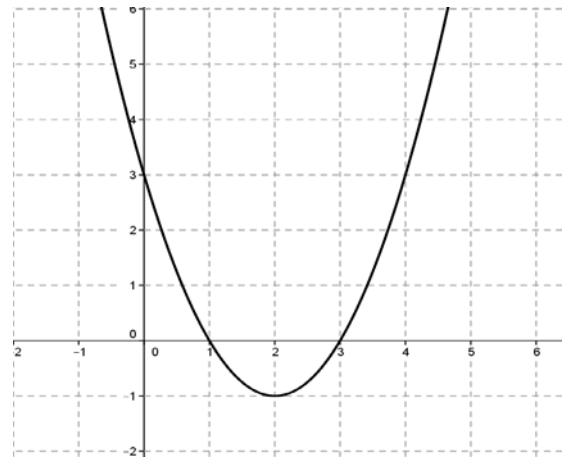
Αν $\text{ΚΕ} = \text{ΚΖ}$, $\text{ΕΒ} \perp \text{ΑΔ}$, $\text{ΖΓ} \perp \text{ΑΔ}$, να δείξετε ότι $\text{ΒΔ}=\text{ΑΓ}$.



10. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = \chi^2 - 3\chi + 4$

Να βρείτε τα πιο κάτω:

- α) Το πεδίο ορισμού της παραβολής
- β) Το πεδίο τιμών της παραβολής
- γ) το σημείο στο οποίο η παραβολή έχει ελάχιστο
- δ) το σημείο της παραβολής με τετμημένη 4.



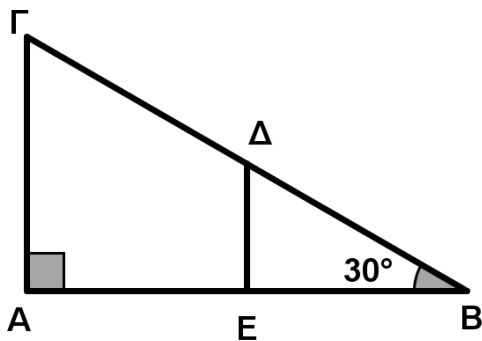
11. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, Z τυχαίο σημείο της πλευράς $B\Gamma$ και Δ το μέσο του $Z\Gamma$.
Να φέρετε το $A\Delta$ και να το προεκτείνετε προς το Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να δείξετε ότι το $A\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

12. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις :

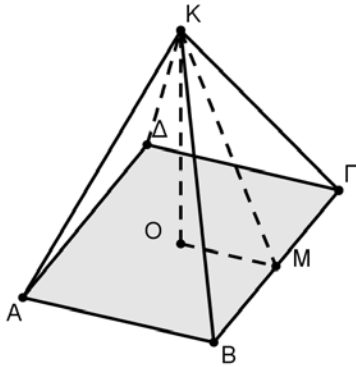
$$\left(\frac{3}{x^2-16} - \frac{3}{x-4} \right) : \frac{x+3}{2x-8} =$$

13. Στο πιο κάτω σχήμα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 30^\circ$,

Ε μέσο του ΑΒ, Δ μέσο του ΒΓ και $ΑΓ = 6 \text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΔΕ, ΒΓ και ΑΔ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



14. Μια βιομηχανία συσκευάζει παγωτά σε χάρτινα κουτιά που έχουν σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η βάση της πυραμίδας έχει ακμή ίση με 6cm και παράπλευρο ύψος $KM=5\text{cm}$. Να υπολογίσετε:
- (α) την επιφάνεια του χαρτιού που χρειάζεται για την κατασκευή 1000 τέτοιων κουτιών.
- (β) πόσο παγωτό χρειάζεται για να γεμίσουν τα 1000 κουτιά.



15. Να βρείτε τις τιμές του α ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha+2 \end{pmatrix} \times 1$ και

$\varepsilon_2 : \begin{pmatrix} \alpha+2 \\ 3 \end{pmatrix} \times 6$ να είναι παράλληλες .

ΜΕΡΟΣ Β: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση :

$$\frac{x^2-17}{x^2-2x-3} = \frac{2x}{x+1} + \frac{2}{3-x}$$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Να φέρετε ευθεία (ε) παράλληλη προς τη ΒΓ η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να δείξετε ότι :
- α) το τετράπλευρο ΒΔΕΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο
 - β) οι αποστάσεις των σημείων Β και Γ από την ευθεία (ε) είναι ίσες
 - γ) οι γωνίες ΕΒΓ και ΔΓΒ είναι ίσες.

3. α) Να κάνετε τις πράξεις στα πιο κάτω πολυώνυμα :

$$\varphi(x) = (2x-3)(2x+3) - 2x(x+1) - 15$$

$$\rho(x) = (x-1)^2 - (x-1)(x+1) - 8$$

β) Να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση:

$$\sigma(x) = \frac{\varphi(x)}{\rho(x)}$$

γ) Να αποδείξετε ότι $2 \cdot \sigma(-1) - \sigma(-2) - 4 = 0$

4.α) Να γράψετε το Πεδίο Ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων :

ii) $\varphi(x) = -2x+3$

ii) $\sigma(x) = x^2$

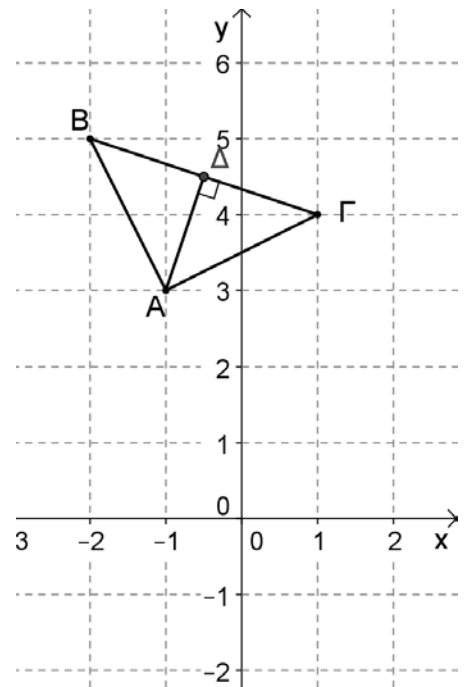
iii) $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9}$

iv) $g(x) = \sqrt{2x-8}$

β) Στο πάρτι των τελειοφοίτων του Ευρυβιάδειου Γυμνασίου πήγαν 124 παιδιά, αγόρια και κορίτσια. Μετά από δύο ώρες έφυγαν 12 αγόρια και 10 κορίτσια και τότε ο αριθμός των κοριτσιών έγινε κατά 24 λιγότερος από το διπλάσιο αριθμό των αγοριών. Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια πήγαν στο πάρτι. (Να λυθεί με σύστημα).

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-1,3)$, $B(-2,5)$ και $\Gamma(1,4)$.
- α) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
- β) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$.
- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
- δ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).



6. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρνουμε τη διάμεσο AD και την προεκτείνουμε κατά τμήμα DE , έτσι ώστε $DE = AD$. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ και προς τα δύο μέρη και παίρνουμε τμήματα $ZB = B\Gamma = \Gamma H$. Να δείξετε ότι:

α) το $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) η διάμεσος $B\Theta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με $\frac{AZ}{2}$.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. (σχήμα, δεδομένα-ζητούμενα, απόδειξη)

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Μαρία Παφίτανή Β.Δ

Σταυρούλα Κλώνη

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ :

Κατερίνα Κυριακίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2014****ΤΑΞΗ: Γ΄****ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες
(07:45 – 09:45)****ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:****ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ:.....****ΒΑΘΜΟΣ:.....****ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑΣ:**

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
γ) Να γράφετε μόνο με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να τα κάνετε με μολύβι).
δ) Στις απαντήσεις σας να φαίνονται όλες οι πράξεις που σας οδήγησαν στη λύση.
ε) Το γραπτό χωρίζεται σε Μέρος Α΄ και σε Μέρος Β΄ και αποτελείται από ΔΕΚΑΤΡΕΙΣ (13) συνολικά ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μόνο στα (δώδεκα) 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε μονάδες (5/100).

Θέμα 1. Δίνονται τα πολυώνυμα Α και Β με: $A = 5x^2 + 3 - 2x$ και $B = 2x - 1$.

(α) Να διατάξετε το πολυώνυμο Α κατά τις αύξουσες δυνάμεις της μεταβλητής x.

(β) Να βρείτε τον βαθμό του πολυώνυμου Β ως προς τη μεταβλητή x.

(γ) Να γράψετε τα πιο κάτω πολυώνυμα στην πιο απλή τους μορφή:

(i) $\Gamma = A - B$

(ii) $\Delta = 2A$

Θέμα 2. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + 5x + 1 = 0$.

Να βρείτε, τεκμηριώνοντας την απάντησή σας, ποια από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι η ορθή:

- Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες
- Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες
- Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

Θέμα 3. Να βρείτε, στην πιο απλή δυνατή μορφή, τα αναπτύγματα των:

(α) $(x + 3)^2$

(β) $(2x - 1)^2$

(γ) $(\omega - 7\kappa)(\omega + 7\kappa)$

Θέμα 4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $x^3 - x^2$

(β) $x^2 + 8x - 9$

(γ) $3x + 3\psi + x^2 - \psi^2$

Θέμα 5. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 20 \end{cases}$$

Θέμα 6. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^0$, $(AB) = 5\text{ cm}$ και $(A\Gamma) = 12\text{ cm}$. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς, αν B και Γ είναι οι οξείες γωνίες του τριγώνου:

(α) $\eta\mu B$

(β) $\sigma\upsilon\nu B$

(γ) $\epsilon\phi\Gamma$

Θέμα 7. Δίνεται ορθός κύλινδρος με ύψος μήκους 2 cm και ακτίνα βάσης μήκους 5 cm . Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου

(β) τον όγκο του κυλίνδρου.

(Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π)

Θέμα 8. Κάποιος εκδοτικός οίκος του εξωτερικού, που ενδιαφέρεται να επεκτείνει τις δραστηριότητές του και στην Κύπρο, θέλησε να κάνει έρευνα για να διαπιστώσει κατά πόσον οι Κύπριοι αγοράζουν λογοτεχνικά βιβλία. Για τον σκοπό αυτό πήρε από τα μεγαλύτερα βιβλιοπωλεία της Κύπρου τον κατάλογο με τα ονόματα των πελατών τους και επικοινωνήσε τηλεφωνικά με πάρα πολλούς από τους πελάτες αυτούς. Ο ερευνητής μάλιστα υπέβαλε στους συνομιλητές του την ερώτησή του με τον εξής τρόπο: *“Στη σημερινή εποχή όλοι οι καλλιεργημένοι άνθρωποι στράφηκαν προς το ποιοτικό βιβλίο. Εσείς, πόσα περίπου λογοτεχνικά βιβλία αγοράζετε σε ένα χρόνο;”*

Πιστεύετε ότι τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν την πραγματική τάση των Κυπρίων όσον αφορά την αγορά λογοτεχνικών βιβλίων; Τεκμηριώστε την απάντησή σας.

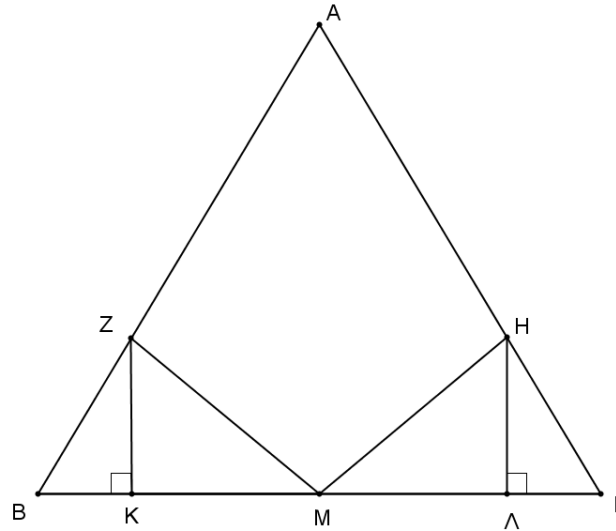
Θέμα 9. Να γράψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα ως απλό στην πιο απλοποιημένη του μορφή, δεδομένου πως $x \neq 0$ και $x \neq \frac{2}{3}$:

$$\frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{3x^2}}{\frac{6-9x}{2x}}$$

Θέμα 10. Στο πιο κάτω σχήμα, τα K και Λ είναι σημεία της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ τέτοια ώστε $(BK) = (\Gamma\Lambda)$, ενώ M είναι το μέσο της πλευράς αυτής. Z και H είναι σημεία των πλευρών του τριγώνου AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $(BZ) = (\Gamma H)$. Αν $ZK \perp B\Gamma$ και $H\Lambda \perp B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

(α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές

(β) $(MZ) = (MH)$.



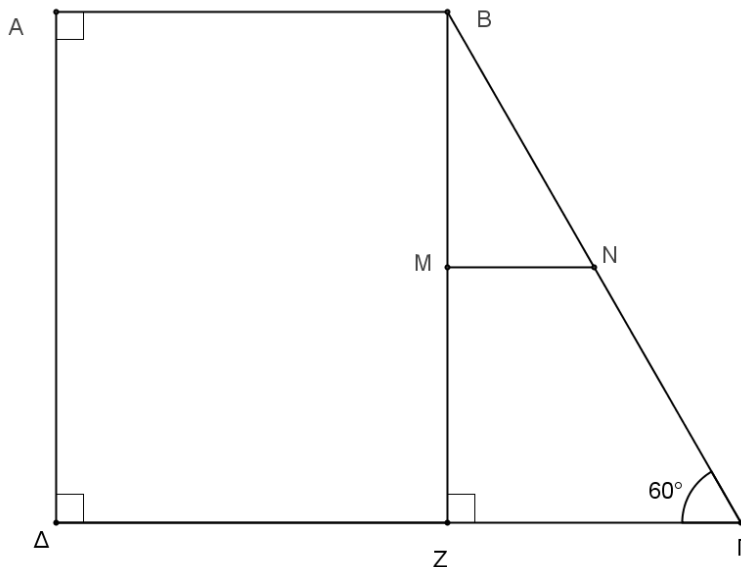
Θέμα 11. Να λύσετε την εξίσωση: $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$.

Θέμα 12. Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $(AB) = 4\text{ cm}$ και $(\Gamma\Delta) = 7\text{ cm}$. Αν BZ είναι ύψος του τραpezίου, M είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος BZ και N είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$, να υπολογίσετε:

(α) το μήκος της διαμέσου του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$

(β) το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$

(γ) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος MN .



Θέμα 13. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων, με ανεξάρτητη μεταβλητή τη x , που ορίζονται από τον τύπο:

(α) $\psi = \sqrt{2x-1}$

(β) $\psi = \frac{8}{(2x-1)(x+3)}$

Θέμα 14. Μ είναι το μέσο της πλευράς AB του τετραγώνου ABΓΔ. Από το σημείο B φέρουμε ευθεία παράλληλη στο ευθύγραμμο τμήμα ΜΔ, η οποία τέμνει την πλευρά ΓΔ του τετραγώνου στο σημείο Ν. Να αποδείξετε ότι:

(α) $(ΜΔ) = (ΒΝ)$

(β) $(ΓΖ) = \frac{(ΜΔ)}{2}$, όπου Ζ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΝ.

Σχήμα:

Θέμα 15. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα της οποίας το παράπλευρο ύψος είναι μήκους 10 cm και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι ίσο με 240 cm^2 .

(α) Να δείξετε ότι η πλευρά της βάσης της πυραμίδας είναι μήκους 12 cm .

(β) Να βρείτε το μήκος του ύψους της πυραμίδας.

(γ) Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μόνο στα (τέσσερα) 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα μονάδες (10/100).

Θέμα 1. Δίνονται τα σημεία $A(-2, -2)$ και $B(4, 6)$, τα οποία είναι τοποθετημένα σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με άξονα τετμημένων τον άξονα των x και άξονα τεταγμένων τον άξονα των y . Όλες οι ευθείες που αναφέρονται στην άσκηση είναι επίσης χαραγμένες στο ίδιο σύστημα αξόνων. Να βρείτε:

(α) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB

(β) τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB

(γ) την κλίση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B

(δ) την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB

(ε) την τιμή του συγκεκριμένου πραγματικού αριθμού μ , αν η ευθεία με εξίσωση $y = -\mu x + 10$ είναι παράλληλη στην ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B .

Θέμα 2. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x^2}{(x+1)(x+2)} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+1}$

(β) Να κάνετε τις πράξεις δίνοντας την απάντησή σας στην πιο απλή δυνατή μορφή, δεδομένου πως $x \neq 0$, $x \neq 5$, $x \neq -5$ και $x \neq -1$:

$$\left(\frac{1}{x^2 - 5x} + \frac{1}{x^2 + 5x} \right) \cdot \left(\frac{x^2 + 25x}{x^3 + 1} - \frac{25}{x^2 - x + 1} \right)$$

Θέμα 3. (α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο $\pi(x)$ είναι τέτοιο ώστε:

$$\pi(x) = (x^3 - 2x^2 + 2x - 1) : (x^2 - x + 1).$$

(i) Να βρείτε το πολυώνυμο $\pi(x)$.

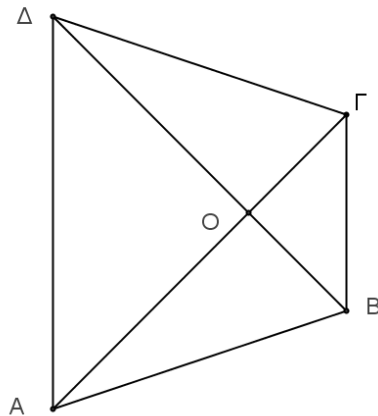
(ii) Να δείξετε ότι η πιο κάτω παράσταση είναι ανεξάρτητη της μεταβλητής x :

$$(x^2 - 2)(x + 1) - (x + 2) \cdot \pi(x) - x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

(β) Αν $x\psi = 1$, να αποδείξετε ότι:

$$(x^3 + \psi^3 + 1)^2 - (x^3 + \psi^3)^2 - 2(x + \psi)^3 + 6(x + \psi) = 1$$

Θέμα 4. Στο πιο κάτω σχήμα ισχύει: $(OA) = (OD)$, $(OB) = (OG)$ και $(OA) \neq (OG)$, όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.



(α) Να αποδείξετε ότι: $(AB) = (\Gamma\Delta)$.

(β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

(γ) Να αποδείξετε ότι: $A\Delta \parallel B\Gamma$.

(δ) Να γράψετε τι είδους τετράπλευρο είναι το $AB\Gamma\Delta$.

Θέμα 5. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου προς τη μεριά του B και σημειώνουμε στην προέκταση αυτή σημείο H τέτοιο ώστε: $(HB) = (B\Gamma)$. Προεκτείνουμε και την πλευρά AB προς τη μεριά του B και σημειώνουμε στην προέκταση σημείο Δ τέτοιο ώστε: $(\Delta B) = (BA)$. Προεκτείνουμε επίσης και την πλευρά $A\Gamma$ προς τη μεριά του Γ και σημειώνουμε στην προέκταση σημείο Z τέτοιο ώστε: $(Z\Gamma) = (\Gamma A)$. Τέλος, προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Gamma$ προς τη μεριά του Γ και σημειώνουμε στην προέκταση σημείο K τέτοιο ώστε: $(K\Gamma) = (\Gamma\Delta)$.

Σχήμα:

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $HA\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta ZK$ είναι ρόμβος.

(γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της οξείας γωνίας KAZ .

Θέμα 6. Δίνεται ορθό πρίσμα με ύψος μήκους 15 cm . Η βάση του πρίσματος είναι ρόμβος, του οποίου το μήκος της μίας διαγωνίου είναι κατά 10 cm μικρότερο από το τριπλάσιο του μήκους της άλλης διαγωνίου του. Το εμβαδόν του ρόμβου αυτού ισούται με 24 cm^2 .

(α) Να αποδείξετε ότι η μικρότερη διαγώνιος του ρόμβου αυτού έχει μήκος 6 cm .

(β) Να υπολογίσετε:

- (i) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος
- (ii) τον όγκο του πρίσματος.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Η Διευθύντρια

Ζωή Οδυσσέως Πολυδώρου

Θέμα 6. Δίνεται ορθό πρίσμα με ύψος μήκους 15 cm . Η βάση του πρίσματος είναι ρόμβος, του οποίου το μήκος της μίας διαγωνίου είναι κατά 10 cm μικρότερο από το τριπλάσιο του μήκους της άλλης διαγωνίου του. Το εμβαδόν του ρόμβου αυτού ισούται με 24 cm^2 .

(α) Να αποδείξετε ότι η μικρότερη διαγώνιος του ρόμβου αυτού έχει μήκος 6 cm .

(β) Να υπολογίσετε:

- (i) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος
- (ii) τον όγκο του πρίσματος.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Η Διευθύντρια

Οι Εισηγήτριες

Ζωή Οδυσσέως Πολυδώρου

Κυριακή Κυριάκου

Έλενα Θρασυβούλου

Παρασκευή Ανδρέου

(αναπλ. Μαριάννας Ορφανού)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 16 / 6 / 2014**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:**Τμήμα:** **Αριθ.:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **9** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

1) $-2y + 5x - 14x + 6y =$

2) $3x \cdot (x^2 + 4) =$

2) Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:

1) $(x - 3)^2 =$

2) $(y + 5x)(y - 5x) =$

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω:

1) $xy - 3y^2 =$

2) $\omega^2 - 36 =$

4) Να λύσετε την εξίσωση:

$2x^2 - 7x + 5 = 0$

5) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$(7x^2 - 12x + 5) : (x - 1) =$$

6) Δίνονται τα σημεία $A(3, -2)$ και $B(2, -3)$. Να βρείτε:

α) Τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB ,

β) Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .

7) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου k , ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: (k - 2)x + y = 7$ και $\varepsilon_2: 3x + 2y = 4$ να είναι κάθετες.

8) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

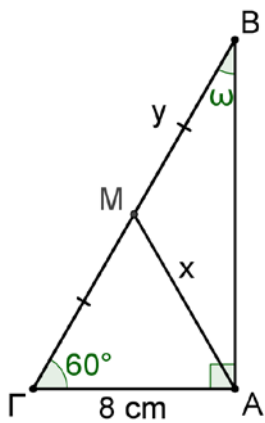
$$x - y = 2$$

$$2x - 3y = 1$$

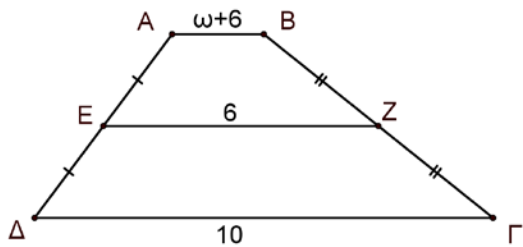
9) Πρίσμα με βάση τετράγωνο έχει ακμή βάσης $8m$ και ύψος $v = 3m$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος.

10) Να υπολογίσετε τα x, y και ω στα πιο κάτω σχήματα:

1)



2)



11) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

1) $f(x) = 5x - 10$

(M. 1)

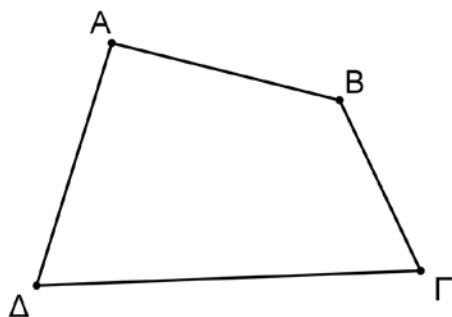
2) $f(x) = \frac{12x-1}{x^2-9}$

(M. 2)

3) $f(x) = \sqrt{-3x+1}$

(M. 2)

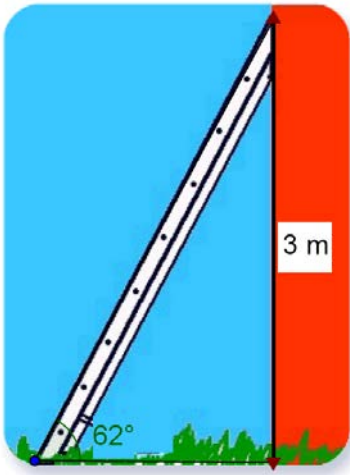
12) Να δείξετε ότι τα μέσα των πλευρών τυχαίου τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, είναι κορυφές παραλληλογράμμου.



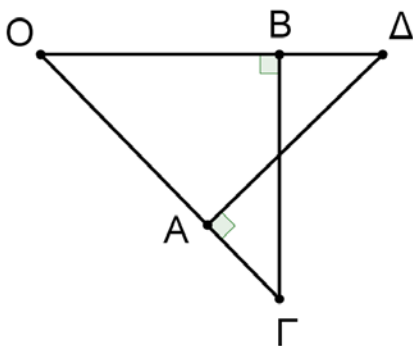
13) Κύλινδρος με ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 3 cm , έχει τον ίδιο όγκο με κώνο του οποίου το ύψος είναι 9 cm . Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του κώνου.

- 14) Μία σκάλα είναι τοποθετημένη στον τοίχο όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα. Το ύψος του τοίχου μέχρι το σημείο που ακουμπά η σκάλα είναι 3 m . Αν η σκάλα σχηματίζει με το έδαφος γωνία 62° να υπολογίσετε το μήκος της σκάλας (κατά προσέγγιση δεκάτου).

(Δίδονται $\eta\mu 62^\circ = 0,88$, $\sigma\upsilon\nu 62^\circ = 0,47$ και $\epsilon\phi 62^\circ = 1,88$)

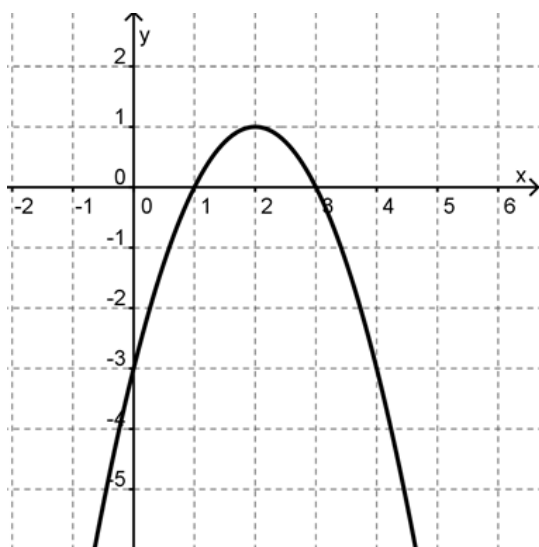


- 15) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ότι $OA = OB$ και $\hat{B} = \hat{A} = 90^\circ$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

- 1) Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από την παράσταση να βρείτε:



- α) το πρόσημο του a : _____.
 β) το πρόσημο της Διακρίνουσας (Δ): _____.
 γ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: _____.
 δ) το πεδίο τιμών της συνάρτησης: _____.
 ε) το σημείο τομής της $f(x)$ με τον άξονα yy' : _____.
 στ) $f(3) =$ _____
 ζ) $f(0) =$ _____
 η) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$:
 $x_1 =$ _____ και $x_2 =$ _____

- 2) Δίνονται τα πολυώνυμα $f(x) = x(x + 3)$ και $g(x) = (x + 1)(x + 2)$.

Να αποδείξετε ότι:

- 1) $g(x) - f(x) = 2$ (Μ. 3)
 2) $f(2) + 3g(-1) = 10$. (Μ. 3)
 3) $f(x) \cdot g(x) + 1 = [f(x) + 1]^2$ (Μ. 4)

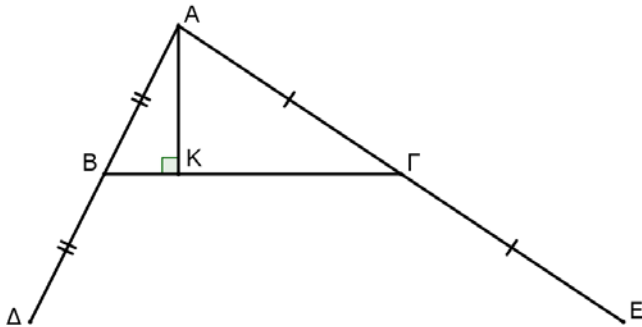
3) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$ και $B = \frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$. (Μ. 4)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $A - B = 0$ (Μ. 3)

γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = (A+B)^2 - (A-B)^2$ (Μ. 3)

4) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με ύψος AK . Αν $AB = B\Delta$ και $A\Gamma = \Gamma E$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ και E , ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.



5) α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(3,7)$ και $B(5,2)$. (Μ. 3)

β) Να εξετάσετε κατά πόσο τμήμα της ευθείας $5x + 2y = 2$ και το ευθύγραμμο τμήμα AB μπορεί να είναι οι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου. (Μ. 3)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1: x + 2y = 3$ και $\varepsilon_2: -x + y = 6$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $5x + 2y = 2$. (Μ. 4)

- 6) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει απόστημα (παράπλευρο ύψος) το οποίο σχηματίζει γωνία 45° με την βάση της πυραμίδας. Το ύψος της πυραμίδας είναι 3 m .

Η πυραμίδα μας είναι τοποθετημένη δίπλα από ένα κουτί παπουτσιών σε σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Το κουτί έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 88 m^2 . Το μήκος του κουτιού είναι διπλάσιο από το πλάτος του και το ύψος του τριπλάσιο από το πλάτος του.

α) Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας

β) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που δημιουργείται αν βάλουμε την πυραμίδα πάνω στο κουτί των παπουτσιών.

Οι εισηγητές:

Κουλέρμου Άντρη

Κοκόλης Σπυρίδων

Κουής Μάρκος

Ματθαίου Κυριάκος

Ο Διευθυντής

Πασχαλής Γεώργιος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12/06/2014
ΩΡΑ:7.45π.μ. – 9.45π.μ.

ΤΑΞΗ : Γ΄
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: **ΑΡ.:**

ΤΜΗΜΑ :

ΒΑΘΜΟΣ : **ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ :**.....

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
γ) Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
δ) Το γραπτό αποτελείται από δύο (2) μέρη και εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ (12 μονάδες)

Από τα 15 θέματα να απαντήσετε μ ό ν ο στα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1: Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2 + 7\chi^2 - 3\chi + \chi^3 - 2\chi + \chi^2 - 5 =$

β) $2\psi^2 (\psi^3 - 3) =$

ΘΕΜΑ 2: Να βρείτε τα αναπτύγματα χωρίς τη χρήση επιμεριστικής ιδιότητας:

α) $(3\omega - 5) \cdot (3\omega + 5) =$

β) $(\chi + \psi - 2)^2 =$

ΘΕΜΑ 3: Να κάνετε τη διαίρεση: $(10\alpha^3 - 17\alpha^2 - 5\alpha + 12) : (2\alpha - 3)$

ΘΕΜΑ 4: Να λύσετε το σύστημα: $\chi + 2\psi = 5$

$$3\chi - \psi = 8$$

ΘΕΜΑ 5: Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 9x + 14}$

β) $f(x) = \sqrt{3x - 9}$

ΘΕΜΑ 6: Να αναλύσετε πλήρως, σε γινόμενο παραγόντων, τα πιο κάτω:

α) $5\alpha^2 - 10\alpha =$

β) $\chi^2\psi^2 - 9 =$

γ) $\chi^2 - 8\chi + 15 =$

δ) $2\alpha\chi - 2\alpha\psi - \chi\beta + \psi\beta =$

ΘΕΜΑ 7: Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

$$\frac{\alpha^2 - 2\alpha - 3}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \cdot \frac{2\alpha + 2}{\alpha^2 - 9} =$$

ΘΕΜΑ 8: Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\chi^2 + 5\chi - 3 = 0$$

ΘΕΜΑ 9: Αν $\varepsilon\varphi \psi = \frac{5}{12}$ και $0^\circ < \psi < 90^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ψ .

ΘΕΜΑ 10: Να αποδείξετε την ταυτότητα:

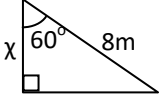
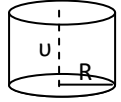
$$(\chi^2 + 1)(\chi - 3) - (\chi - 1)^3 + 2(\chi + 2) = 2$$

ΘΕΜΑ 11: Δίνονται τα σημεία $K(-2, 7)$ και $\Lambda(4, -1)$. Να βρείτε:

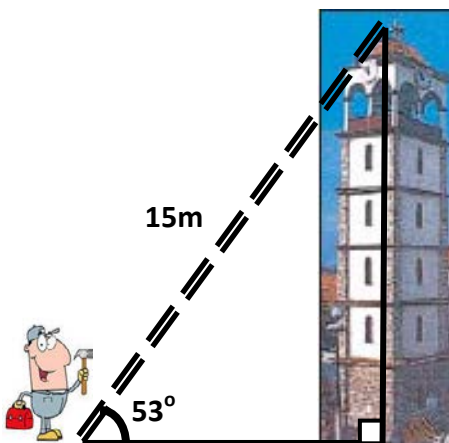
- α) Την απόσταση μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ.
- β) Τις συντεταγμένες του μέσου του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ.

ΘΕΜΑ 12 : Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε το ύψος ΑΔ και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.
Να δείξετε ότι $A\Gamma = \Gamma E$.

ΘΕΜΑ 13: Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Η παραβολή $y = -\frac{3}{5}x^2$ παρουσιάζει ελάχιστο.	Σωστό / Λάθος
 Η πλευρά χ στο διπλανό τρίγωνο είναι: $\chi = 4\text{m}$	Σωστό / Λάθος
 Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι : $E_k = \pi R u$	Σωστό / Λάθος
Η εξίσωση $\chi^2 - 8\chi + 16 = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.	Σωστό / Λάθος
Οι διαγώνιοι ρόμβου διχοτομούνται κάθετα.	Σωστό / Λάθος

ΘΕΜΑ 14: Στο πιο κάτω σχήμα, ο εργάτης για να επισκευάσει το καμπαναριό χρησιμοποιεί σκάλα μήκους 15m. Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι 53° , να υπολογίσετε το ύψος του καμπαναριού.



Γωνία	ημ	συν	εφ
53°	0,80	0,60	1,33
37°	0,60	0,80	0,75

ΘΕΜΑ 15: Ένα κουτί με σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και με διαστάσεις 18cm , 9cm , 6cm, είναι γεμάτο με σοκολατάκια σχήματος κύβου, με ακμή 3cm. Πόσα σοκολατάκια χωρούν στο κουτί;

ΜΕΡΟΣ Β' (8 μονάδες)

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε μόνον στα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x}{x^2-4} = \frac{3}{x^2+2x}$$

ΘΕΜΑ 2: Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{\chi}{5} - \frac{\psi}{2} = -\frac{3}{10}$$
$$4\chi - 3(\psi + 2) = 9$$

ΘΕΜΑ 3: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle EZ$ ($ΔΕ = ΔΖ$). Πάνω στις πλευρές $ΔΕ$ και $ΔΖ$ παίρνουμε σημεία $Η$ και $Θ$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $ΔΗ = ΔΘ$. Αν $Μ$ είναι το μέσον της $ΕΖ$, να αποδείξετε ότι:

α) $ΗΜ = ΘΜ$.

β) Οι αποστάσεις $ΕΑ$ και $ΖΒ$ των κορυφών $Ε$ και $Ζ$ από τις $ΗΜ$ και $ΘΜ$ αντίστοιχα είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 4: α) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ ($\widehat{Κ} = 90^\circ$). Αν Α, Β, Γ είναι τα μέσα των πλευρών ΚΜ, ΛΜ, ΚΛ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΚ είναι ορθογώνιο.

β) Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ. Αν Μ είναι το μέσον της ΒΓ, να δείξετε ότι το $\triangle ΕΜΔ$ είναι ισοσκελές τρίγωνο.

ΘΕΜΑ 5: Για ποιές τιμές του κ η εξίσωση $\kappa^2 \chi^2 + (\kappa - 2)\chi + 1 = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες;

ΘΕΜΑ 6: Η ευθεία ε_1 περνά από τα σημεία $(-3, 1)$ και $(6, 4)$.

Η ευθεία $\varepsilon_2: \psi = (2\alpha - 6)\chi + \beta$ είναι κάθετη με την ευθεία ε_1 και περνά από το σημείο $(0, -4)$.

- α) Να βρείτε την κλίση και την εξίσωση της ευθείας ε_1 .
- β) Να βρείτε τις τιμές των α και β .
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και είναι παράλληλη με την ευθεία ε_2 .

Οι Εισηγήτριες

Μαρία Φιλίππου

Αμαλία Παπαγεωργίου

Αιμιλία Σταύρου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΩΝ

.....

Ανδρέας Γεδεών

Η Συντονίστρια

.....

Ελίτα Παύλου

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΑΣ ΒΑΡΒΑΡΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2013 – 2014

Βαθμός:
Ολογράφως:
Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Ημερομηνία: 16 Ιουνίου 2014

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:	Αριθμός:	Τμήμα:
----------------	----------	--------

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες και είναι χωρισμένο σε δύο (2) μέρη.

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ Να χρησιμοποιήσετε μπλε ή μαύρο μελάνι μόνο.
- ✓ Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- ✗ Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $10\chi - 7\chi^3\psi^5 - 4\chi^3\psi^5 - 8\chi =$

β) $5\psi^2\omega \cdot (3\chi\psi^3\omega^5 - 4) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 3)^2 =$

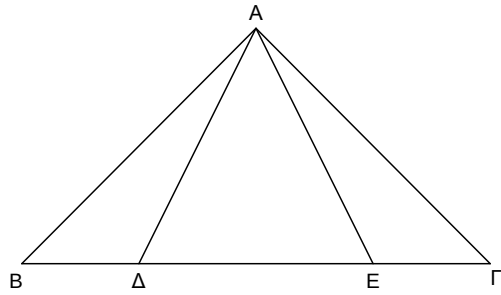
β) $(2\chi + 5)(2\chi - 5) =$

3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(\chi) = \frac{\chi + 4}{\chi - 3}$

β) $g(\chi) = \sqrt{\chi + 5}$

- 4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και $BD = EG$. Να αποδείξετε ότι: $\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}\hat{A}\hat{E}$
(Να γράψετε τα δεδομένα – ζητούμενα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

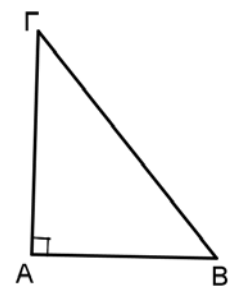


- 5) Να λύσετε το σύστημα:
 $2\chi - 3\psi = 7$
 $3\chi + 4\psi = 2$

- 6) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, 5)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = -3\chi + 7$.

- 7) Δίνεται συνάρτηση $f : A \rightarrow B$ με $f(x) = 3x - 4$ και πεδίο ορισμού $A = \{-3, 0, 2\}$.
Να βρείτε το πεδίο τιμών $f(A)$ της συνάρτησης f .

- 8) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 30^\circ$), $AB = 6$ cm και $B\Gamma = 10$ cm.
Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\epsilon\varphi B$ και $\sigma\upsilon\nu\Gamma$.



- 9) Ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 200 m^3 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του, αν το ύψος του είναι 2m και το μήκος του είναι τετραπλάσιο του πλάτους του.

10) Να λύσετε την εξίσωση $2\chi^2 + 3\chi - 2 = 0$

11) Να κάνετε τη διαίρεση $(\chi^3 - 7\chi^2 + 14\chi - 8) : (\chi - 4)$

12) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις παραστάσεις:

α) $\chi^2 + 17\chi =$

β) $\chi^2 - 10\chi - 11 =$

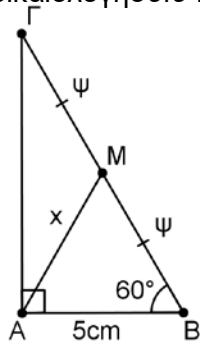
γ) $\chi^3 + 125 =$

δ) $\alpha\chi - \beta\chi + \beta\psi - \alpha\psi =$

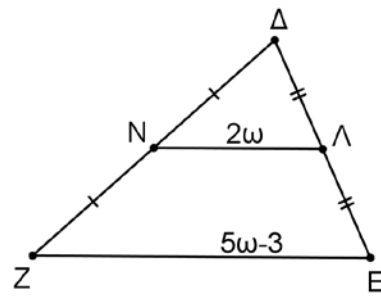
13) Να βρείτε τις τιμές των x , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα:

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

α)



β)



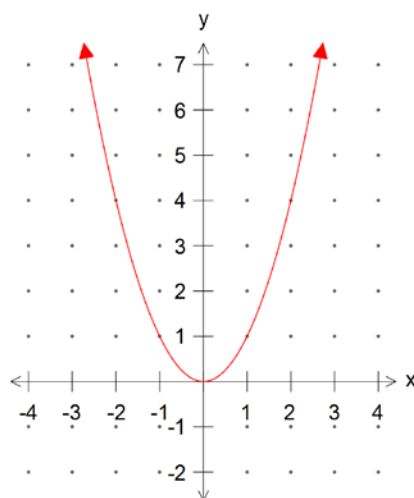
14) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) : \frac{x-5}{x^2-6x+9} =$$

- 15) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, στο οποίο $AB = 3m$, $BΓ = 8x m$, $\Delta A = 16x^2 + 1$ και $AB \perp BΓ$.
 α) να δικαιολογήσετε γιατί το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
 β) να υπολογίσετε την τιμή του x .

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

- 1) Δίνεται η παραβολή, να βρείτε:
- α) την εξίσωση της παραβολής
 - β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - γ) τις συντεταγμένες της κορυφής
 - δ) αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο
 - ε) την τεταγμένη του σημείου με τετμημένη -1
 - στ) τις τετμημένες των σημείων με τεταγμένη 4
 - ζ) το πεδίο ορισμού
 - η) το πεδίο τιμών



2) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi}{\chi^2 - 4} + \frac{1}{2 - \chi} = \frac{1}{\chi^2 + 2\chi}$

3) Αν α, β, γ είναι τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$ και ισχύει η σχέση:

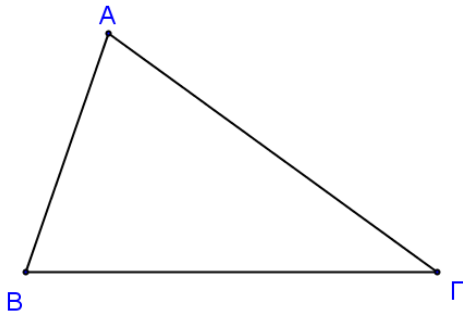
$$(\alpha - \beta - \gamma)^2 + 2\gamma(\alpha - \beta) = \left[(\alpha - \beta)^3 - \alpha^3 + \beta^3 \right] : \frac{3\alpha}{2} \quad \text{να δείξετε ότι το } AB\Gamma \text{ είναι ορθογώνιο.}$$

- 4) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(0, 2)$, $B(4, 0)$ και $\Gamma(2, 6)$.
- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.**
 - β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BN .
 - δ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AM .

- 5) Κύλινδρος έχει όγκο $100\pi \text{ cm}^3$ και το ύψος του είναι ίσο με τα $\frac{4}{5}$ της ακτίνας του. Ένας κώνος έχει ακτίνα 8cm και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του είναι διπλάσιο του εμβαδού της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου. Να βρείτε τον όγκο του κώνου.

- 6) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$). Φέρουμε το ύψος AH και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $H\Delta = HA$. Φέρουμε τη διάμεσο AM και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $MN = MA$.
Να αποδείξετε ότι:
- α) $AB = B\Delta$ (β. 1)
 - β) $ABN\Gamma$ παραλληλόγραμμο (β. 0,5)
 - γ) $B\Gamma N\Delta$ ισοσκελές τραπέζιο. (β. 0,5)

(Να συμπληρώσετε το σχήμα, να γράψετε τα δεδομένα – ζητούμενα και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.)



Η διευθύντρια:

Παντελή Φωτεινή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**Μάθημα: Μαθηματικά****Βαθμός****Τάξη : Γ΄****Αριθμητικός :****Ημερομηνία: 06/06/2014****Ολογράφως:.....****Χρόνος: 2 ώρες****Υπογραφή:****Ονοματεπώνυμο:.....****Τμήμα:, Αρ.:.....****ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

(β) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.

(γ) Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.

(δ) Απαγορεύεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής και διορθωτικού υγρού (tip-ex) .

ΜΕΡΟΣ Α΄(12 Μονάδες):**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.****1) Να κάνετε τις πράξεις :**

α) $3x^2 - x - 2x^2 + 7x =$

γ) $(8y + 4) : (2) =$

β) $-2x^2 \cdot (3x - 4) =$

δ) $(2y + 3) \cdot (2 - y) =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 5\beta)^2 =$

β) $(4x - 3) \cdot (4x + 3) =$

γ) $(x + y + 3)^2 =$

δ) $(x + 2)^3 =$

3) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης.

β) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.

4) Να λύσετε το σύστημα:

$$2x - 3y = 13$$

$$4x + 5y = 15$$

5) α) Ποιες από τις πιο κάτω προτάσεις είναι σωστές (✓) και ποιες λανθασμένες (✗).

i) Η $\varepsilon_1: y = 2x + 3$ είναι παράλληλη προς την $\varepsilon_2: 2x - 4y = 3$.	
ii) Δύο ευθείες με αντίθετη κλίση είναι κάθετες μεταξύ τους.	
iii) Όταν η διακρίνουσα (Δ) δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι αρνητική, τότε η εξίσωση αυτή δεν έχει πραγματικές λύσεις.	
iv) Αν δύο ευθείες έχουν την ίδια κλίση, τότε το σύστημα των εξισώσεών τους δεν έχει λύση.	

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 3 και περνά από το σημείο $A(-2,1)$.

6) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3 = 36x$

β) $x^2 - 3x - 10 = 0$

7) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $3x^4y - 6xy =$

γ) $x^2 - 4x - 12 =$

β) $16a^2 - 9 =$

δ) $a^2b^2 - xyb - a^2b + xy =$

8) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 16} \cdot \frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 - 2x} =$$

9) α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$f(x) = \sqrt{3 - 2x}$$

$$g(x) = \frac{x + 2}{x - 5}$$

β) Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $h(x) = 2x - 1$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της αν το πεδίο τιμών της είναι το $[-2, 3)$.

10) Σ' ένα κυλινδρικό ντεπόζιτο πετρελαίου θα αποθηκεύσουμε καθαρό πετρέλαιο. Το ντεπόζιτο έχει διάμετρο 20 m και ύψος 7 m.

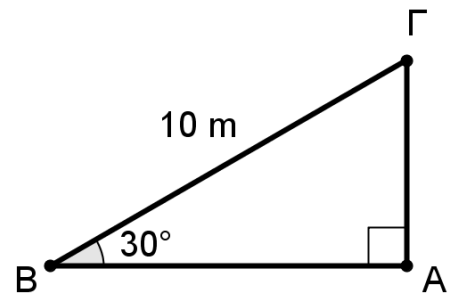
α) Να υπολογίσετε τον όγκο του πετρελαίου που θα χωρέσει.

β) Θέλουμε να βάψουμε την κυρτή επιφάνεια του ντεπόζιτου. Αν κάθε δοχείο μπογιάς είναι αρκετό για να βαφτούν $3,14 \text{ m}^2$, πόσα δοχεία μπογιάς θα χρειαστούμε.



11) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ και $B\Gamma = 10 \text{ m}$. Αν E, Z και M είναι τα μέσα των AB, AΓ και BΓ αντίστοιχα:

α) να αποδείξετε ότι $EZ = AM$



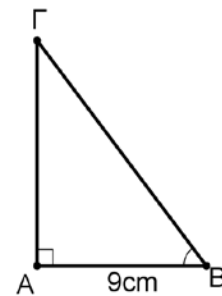
β) να βρείτε το μήκος της AΓ .

- 12) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης 144 cm^2 και ύψος 8 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας **και** τον όγκο της.

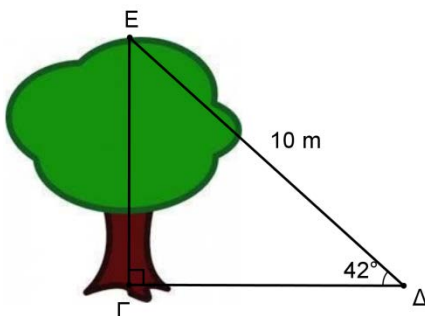
- 13) α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 9 \text{ cm}$ και

$$\sin B = \frac{9}{15}. \text{ Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς}$$

αριθμούς της γωνίας $\hat{\Gamma}$ αφού πρώτα υπολογίσετε τις πλευρές $B\Gamma$ και $A\Gamma$.



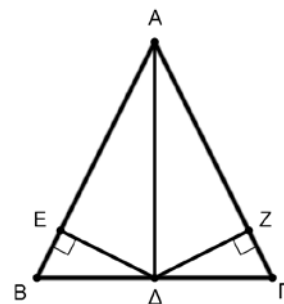
- β) Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου αν γνωρίζουμε ότι $DE = 10 \text{ m}$, $\sin 42^\circ \cong 0,67$, $\cos 42^\circ \cong 0,74$ και $\tan 42^\circ \cong 0,90$.



14) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Αν Δ είναι μέσο της $B\Gamma$, $\Delta E \perp AB$, $\Delta Z \perp A\Gamma$ να δείξετε ότι:

α) $\hat{A}\hat{E}\Delta = \hat{A}\hat{\Delta}Z$

β) $BE = \Gamma Z$



15) Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΔEZ ($\hat{\Delta} = 90^\circ$). Αν H μέσο της EZ και Θ μέσο της ΔZ να προεκτείνετε την $H\Theta$ κατά τμήμα $H\Theta = \Theta K$. Να δείξετε ότι το $KZH\Delta$ είναι τετράγωνο.

Μέρος Β' (8 μονάδες):

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^3 - 5x^2 - 7x + 15$, $B = 2x - 3$ και $\Gamma = 3x^2 - 2x + 1$. Να βρείτε:

α) $A - B \cdot \Gamma =$

β) $A : B =$

γ) $3 \cdot B^2 =$

δ) τις λύσεις της εξίσωσης: $B^2 = 0$

2) α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2\kappa+3}{\kappa+5} + \frac{\kappa}{3-\kappa} = \frac{1-11\kappa}{\kappa^2+2\kappa-15}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(5x - 3)(5x + 3) - (2x + 3)^2 - 18x^2 + 18 = 3x(x - 4)$$

3) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4 - x^2$. Να βρείτε:

α) την ονομασία της συνάρτησης:

β) το πεδίο ορισμού:

γ) το πεδίο τιμών:

δ) αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο:

ε) τις συντεταγμένες της κορυφής:

στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας:

ζ) τα σημεία τομής της καμπύλης f με

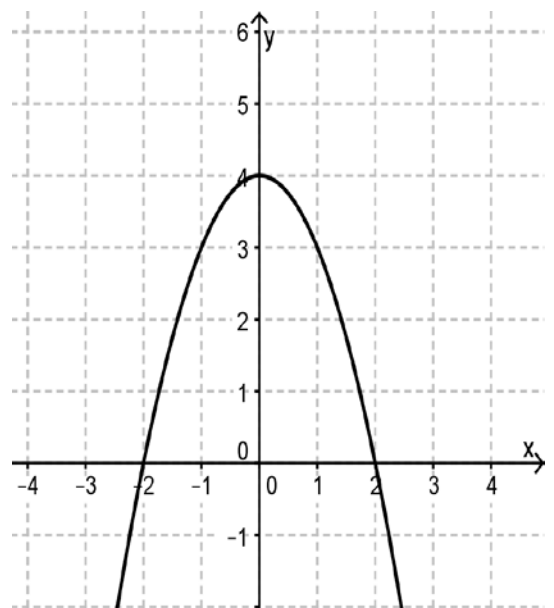
i) τον άξονα xx' :

ii) τον άξονα yy' :

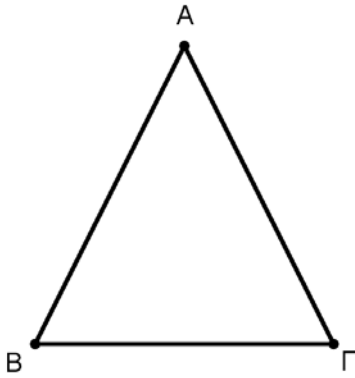
η) τις λύσεις της εξίσωσης $4 - x^2 = 0$

θ) το $f(-1) = \dots\dots$

ι) τις τιμές του x αν $f(x) = 3$



- 4) α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ προς το B και προς το Γ κατά τμήματα $B\Delta = \Gamma E$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. (Δεδομένα – Ζητούμενα – Σχήμα)



- β) Κώνος έχει περίμετρο βάσης 24π cm και όγκο 240π cm³. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

- 5) Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(-3,4)$, $B(-1,0)$, $\Gamma(3,2)$. Να βρείτε:
- α) το μήκος της πλευράς AB ,
 - β) τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$,
 - γ) την εξίσωση του ύψους $B\Delta$,
- και
- δ) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$.

6) α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε , Ζ τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΔ αντίστοιχα. Αν οι ευθείες ΒΖ και ΔΕ τέμνουν τη διαγώνιο ΑΓ στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

i) το τετράπλευρο ΒΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο,

ii) $AM = MN$.

(Δεδομένα – Ζητούμενα – Σχήμα)

β) Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ το πιο κάτω σύστημα είναι αόριστο;

$$y = (3\alpha + 1)x + \beta$$

$$y = (\alpha - 1)x - 3$$

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Χρύσω Κατιρτζή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Βαθμός:

Ημερομηνία: 17/6/2014

Ολογράφως:

Διάρκεια: 2 ώρες

Υπογρ. Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής
2. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
4. Όλες οι ασκήσεις να απαντηθούν στο φυλλάδιο
5. Το Εξεταστικό Δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α: α) Να λύσετε μόνο τις 12 από τις 15 ασκήσεις.
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(2x^2 - 3x) - (x^2 + x - 5) =$

β) $2x\psi \cdot (4x - 3\psi^2) =$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $10\alpha\beta + 15\beta\gamma =$

β) $\kappa^2 - 16 =$

γ) $2\alpha^2 + \alpha\beta - 2\alpha - \beta =$

δ) $x^2 + 10x + 24 =$

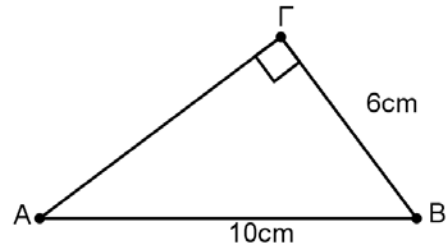
3. Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $B\Gamma = 6\text{cm}$ και $AB = 10\text{cm}$ να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς $A\Gamma$

β) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

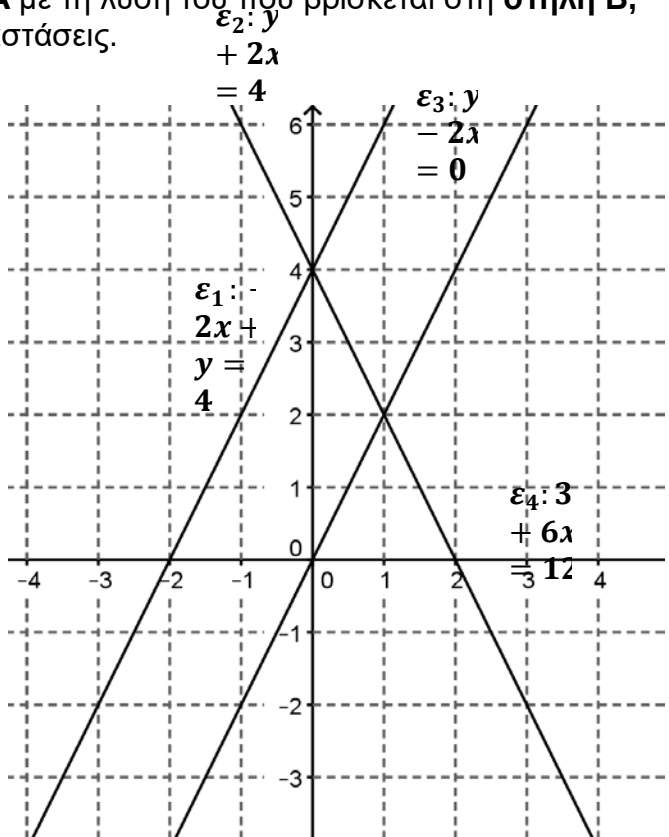
i) $\eta\mu A$

ii) $\epsilon\varphi B$



4. Να αντιστοιχίσετε κάθε σύστημα της **στήλης Α** με τη λύση του που βρίσκεται στη **στήλη Β**, χρησιμοποιώντας τις διπλανές γραφικές παραστάσεις.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $\epsilon_1: -2x + y = 4$ $\epsilon_2: y + 2x = 4$	i) $(1, 2)$
β) $\epsilon_1: -2x + y = 4$ $\epsilon_3: y - 2x = 0$	ii) $(4, 0)$
γ) $\epsilon_3: y - 2x = 0$ $\epsilon_2: y + 2x = 4$	iii) $(0, 4)$
δ) $\epsilon_2: y + 2x = 4$ $\epsilon_4: 3y + 6x = 12$	iv) δεν έχει λύσεις
	v) έχει άπειρες λύσεις



α) $\rightarrow \dots$ β) $\rightarrow \dots$ γ) $\rightarrow \dots$ δ) $\rightarrow \dots$

5. Να βρείτε τα αναπτυγματα:

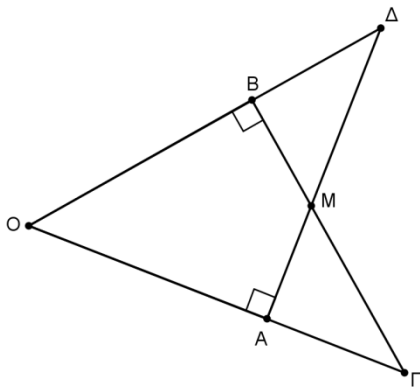
α) $(\chi + 4)^2 =$

β) $(2\alpha - \omega)^2 =$

γ) $(\kappa + 3\lambda)(\kappa - 3\lambda) =$

δ) $(\psi + 1)^3 =$

6. Στο διπλανό σχήμα $OA = OB$. Να δείξετε ότι $OG = OD$.



7. Να κάνετε τη διαίρεση: $(6\chi^3 - 5\chi^2 - 2\chi + 1) : (2\chi + 1)$

8. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $a^2 + 5a = 0$

β) $x^2 - 3x = 28$

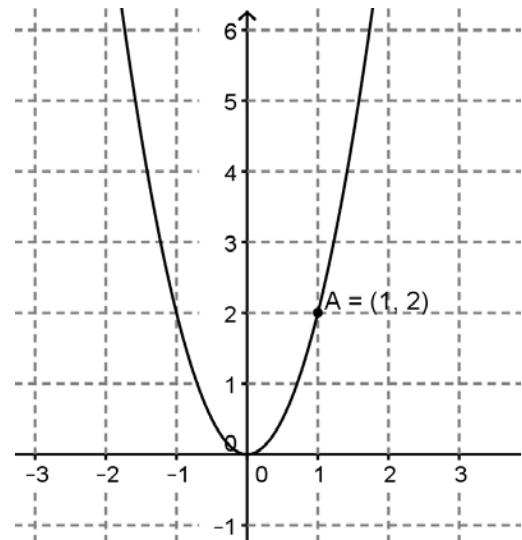
9. Κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης $36\pi \text{ cm}^2$. Η ακτίνα της βάσης και το ύψος έχουν άθροισμα 15 cm . Να υπολογίσετε:
- α) την ακτίνα της βάσης
 - β) τον όγκο του κυλίνδρου
 - γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου

10. Η παραβολή του διπλανού σχήματος διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$.

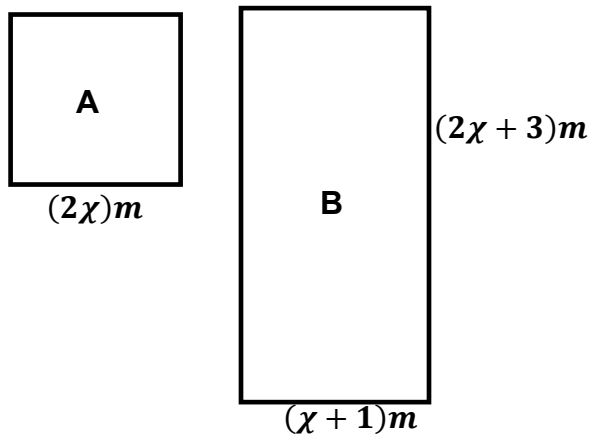
Να βρείτε:

α) την εξίσωση της παραβολής

β) το σημείο της παραβολής με τετμημένη -5



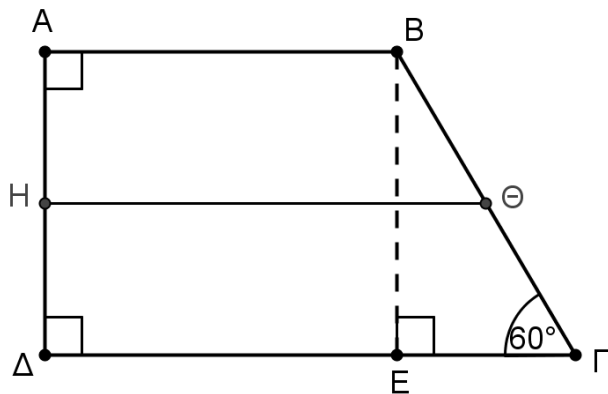
11. Ο κήπος **A** στο παρακάτω σχήμα είναι τετράγωνο με πλευρά $(2\chi)m$ και ο κήπος **B** είναι ορθογώνιο με διαστάσεις $(2\chi + 3)m$ και $(\chi + 1)m$. Αν το εμβαδόν των δύο κήπων είναι ίσο, να υπολογίσετε την τιμή του χ .



12. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 4)$, $B(1, -2)$ και $\Gamma(-6, 5)$. Να βρείτε:

- α) την κλίση της ευθείας (ε_1) που περνά από τα σημεία A και B
 β) την εξίσωση της ευθείας (ε_2) που περνά από το σημείο $\Gamma(-6, 5)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (ε_1)

13. Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Αν $AB = B\Gamma = 8\text{cm}$, να βρείτε το μήκος της διαμέσου $H\Theta$ του τραπέζιου.



14. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\kappa}{\kappa-4} - \frac{8}{\kappa^2-6\kappa+8} \right) : \frac{\kappa+2}{\kappa^2-2\kappa} =$$

15. Δίνεται το πολυώνυμο $\varphi(\chi) = \alpha\chi^3 + \beta\chi^2 - 3\chi + 2$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
Αν $\varphi(2) = 0$ και $\varphi(3) = 20$, να βρείτε την τιμή των α και β .

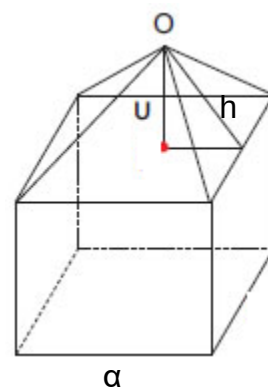
ΜΕΡΟΣ Β: α) Να λύσετε μόνο τις 4 από τις 6 ασκήσεις.

β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **2 μονάδες**.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{5}{\lambda^2 - 5\lambda} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} - \frac{3}{5 - \lambda}$$

2. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από κύβο και από μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα. Αν η πυραμίδα έχει όγκο $V = 48\text{cm}^3$ και ύψος $u = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε:
- α) την ακμή του κύβου
 - β) τον όγκο του στερεού
 - γ) το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας
 - δ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού



3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(2\kappa - 3)^3 - 2\kappa(2\kappa + 3)(2\kappa - 3) + 36\kappa^2 = 9(8\kappa - 3)$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων την παράσταση:

$$(2\psi - 1)(3\chi - 5)^2 + 4(1 - 2\psi) =$$

4. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΚΛΜ (ΚΛ = ΚΜ) το Ν είναι το μέσο της ΛΜ. Να προεκτείνετε τις πλευρές

ΚΛ και ΚΜ κατά τμήματα ΛΑ και ΜΒ αντίστοιχα, έτσι ώστε $ΛΑ = ΜΒ$

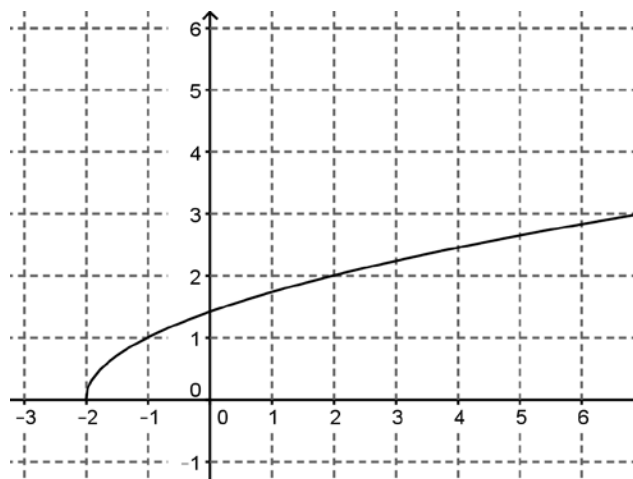
Να δείξετε ότι:

α) $ΝΑ = ΝΒ$

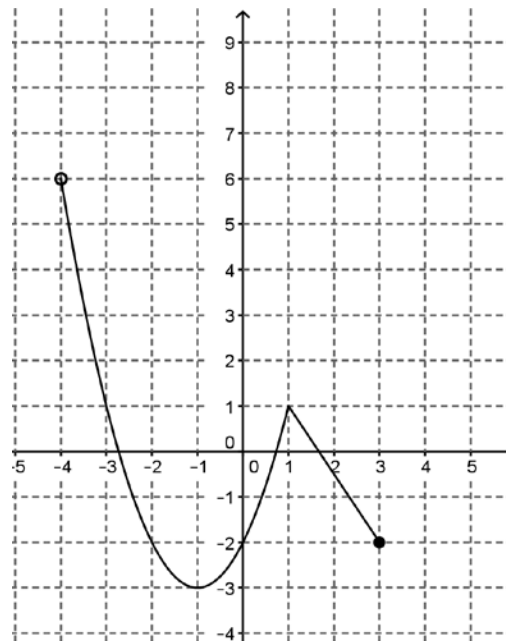
β) οι αποστάσεις των σημείων Α και Β από τη βάση ΛΜ είναι ίσες

5. α) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών των πιο κάτω συναρτήσεων:

i)



ii)



Π. Ο. :

Π. Ο. :

Π. Τ. :

Π. Τ. :

β) Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1: (7\mu - 1)\chi - \psi = 8$$

$$\varepsilon_2: \psi = \left(\frac{6}{5-\kappa}\right)\chi + 9$$

Αν η ευθεία (ε_1) περνά από το σημείο $A(1, -2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2), να βρείτε την τιμή των κ και μ .

6. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) να φέρετε το ύψος $A\Delta$ και τις ΔE , BZ κάθετες πάνω

στην ΑΓ. (Ε, Ζ σημεία της ΑΓ). Αν Η είναι το μέσο της ΒΖ, να δείξετε ότι:

α) το Ε είναι το μέσο της ΖΓ

β) το τετράπλευρο ΔΕΖΗ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

Ο Διευθυντής

Μάριος Αντωνιάδης

6. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($AB = AG$) να φέρετε το ύψος ΑΔ και τις ΔΕ, ΒΖ κάθετες πάνω

στην ΑΓ. (Ε, Ζ σημεία της ΑΓ). Αν Η είναι το μέσο της ΒΖ, να δείξετε ότι:

α) το Ε είναι το μέσο της ΖΓ

β) το τετράπλευρο ΔΕΖΗ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

Οι εισηγήτριες
Αιμιλία Σολωμού
Ελένη Δημητρίου
Στέλλα Χριστοδούλου
Ελένη Τζιονή

Ο Διευθυντής

Μάριος Αντωνιάδης

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΕΥΛΟΤΥΜΠΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2013 – 2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

ΒΑΘΜΟΣ

Τάξη: Γ΄

Αριθμητικώς:.....

Ημερομηνία 12/ 6 / 2014

Ολογράφως:

Χρόνος: 2 ώρες

Υπ. Καθηγητή:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘ:

ΟΔΗΓΙΕΣ	α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής. β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού. γ) Να γράψετε μόνο με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρο . (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 (δώδεκα) σελίδες.
----------------	---

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\chi + 5)^2 =$

(β) $(2\psi - 1) \cdot (2\psi + 1) =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 3\chi^2 - 2\chi + 1$ και $B = 4\chi - 2$. Να βρείτε:

(α) $A - B =$

(β) $2\chi \cdot B =$

- 3.** Να υπολογίσετε το εμβαδό ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 12cm, 5cm και 4cm.

- 4.** Να λύσετε το σύστημα:

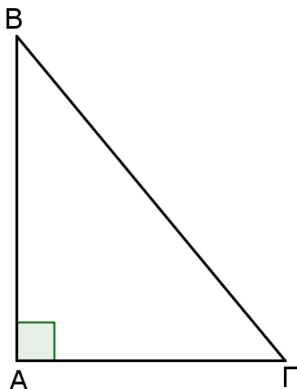
$$2\chi + \psi = 1$$

$$\chi - 3\psi = 11$$

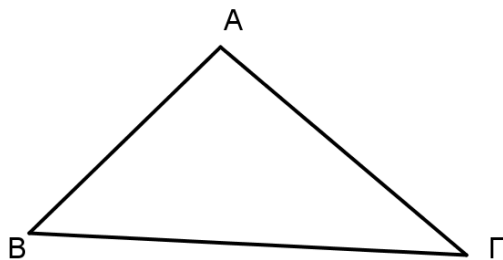
- 5.** Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 + 5\chi - 3 = 0$

6. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) το $\eta\mu B = \frac{6}{10}$.

Να βρείτε $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$ και $\eta\mu\Gamma$.



7. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, φέρουμε το ύψος AD και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $AD = DE$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle ABE$ είναι ισοσκελές.



Δεδομένα	Ζητούμενα

8. Δίνονται τα σημεία $A(5, -2)$ και $B(2, 7)$.

(α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A και B.

(β) Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B.

9. Να κάνετε την διαίρεση: $(\chi^3 - 8\chi^2 + 17\chi - 6) : (\chi - 3)$

10. (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο:

i. $y = \sqrt{4 - 2\chi}$

ii. $y = \frac{\chi}{\chi^2 - 25}$

(β) Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{6}{4 - \chi}$

Να βρείτε το πεδίο τιμών της αν το πεδίο ορισμού είναι το $[-2, 2]$.

11. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

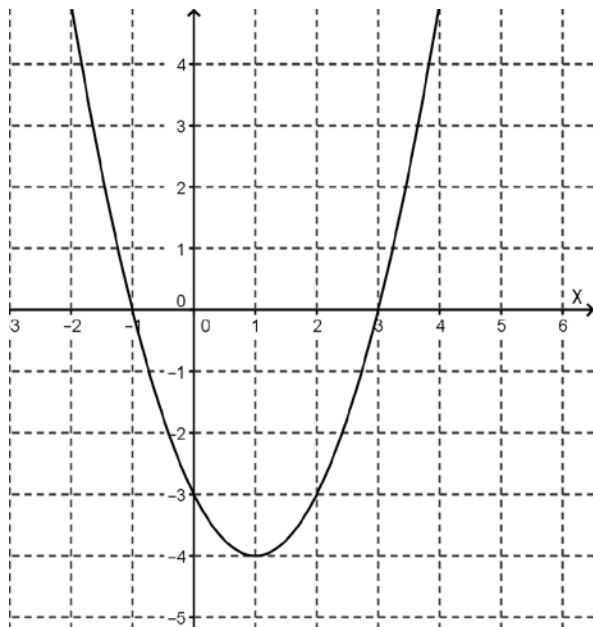
(α) $3\alpha^2\beta - 15\alpha\beta^2 =$

(β) $9 - 4\psi^2 =$

(γ) $\chi^2 - \chi - 6 =$

(δ) $\chi^2 - 2\alpha\chi - \psi^2 - 2\alpha\psi =$

- 12.** Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:



- (α) Το πρόσημο του a
- (β) Το πρόσημο του Δ
- (γ) Το πεδίο τιμών της
(δ) Τον άξονα συμμετρίας
- (ε) Τα $f(0) = \dots\dots\dots$ και $f(3) = \dots\dots\dots$

- 13.** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τις κορυφές Α και Β φέρουμε κάθετες ΑΕ και ΒΖ πάνω στη ΔΓ. Να δείξετε ότι ΑΕΖΒ ορθογώνιο.
(Να κάνετε σχήμα και να γράψετε δεδομένα, ζητούμενα)

14. Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{2}{\chi-1} - \frac{1}{\chi-3} \right) \div \frac{\chi-5}{\chi^2-9}$

15. Να συμπληρώσετε **Σωστό** ή **Λάθος** , ανάλογα αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την πρόταση

(α) Δύο ευθείες που συμπίπτουν ($\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2$) δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.	
(β) Δύο παράλληλες ευθείες ($\varepsilon_1 // \varepsilon_2$) αντιστοιχούν σε ένα αδύνατο σύστημα δυο εξισώσεων.	
(γ) Η εξίσωση $\alpha\chi + \beta\psi + \gamma = 0$ με $\beta \neq 0$ αποτελεί εξίσωση ευθείας.	
(δ) Η ευθεία $3\chi - 6 = 0$ είναι κάθετη στον άξονα $\psi\psi'$.	
(ε) Οι ευθείες $\psi - 2\chi = 6$ και $2\psi + \chi = 8$ είναι κάθετες.	

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε **μόνο** τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi-19}{\chi^2+\chi-6} - \frac{\chi}{2-\chi} = \frac{5}{\chi+3}$

2. (α) Δίνεται η παράσταση: $A = (2\chi - 3)^2 - (\chi - 1)(\chi + 1) + (\chi - 1)^3 - \chi^3$

i . Να αποδείξετε ότι: $A = 9(1 - \chi)$

ii . Αν $B = \chi^2 + \chi + 1$, να αποδείξετε ότι: $A \cdot B = 9 - 9\chi^3$.

(β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

i. $3\alpha\chi + 6\alpha + \chi^2 - 3\chi - 10 =$

ii. $(3\omega + 2\psi)^2 - 6(3\omega + 2\psi) + 8 =$

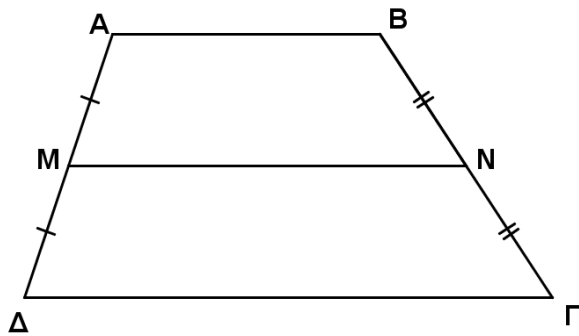
3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\angle A=90^\circ$) και $\angle \Gamma=30^\circ$, M είναι μέσο της πλευράς BΓ και Δ μέσο του BM. Να προεκτείνετε την ΑΔ κατά τμήμα $\Delta E=AD$ και να δείξετε ότι :
- (α) Το τρίγωνο $\triangle ABM$ είναι ισόπλευρο.
(β) Το τετράπλευρο ABEM είναι ρόμβος.
(Να κάνετε σχήμα και να γράψετε δεδομένα ζητούμενα)

4. (α) Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια βάση. Η ολική επιφάνεια του κώνου είναι διπλάσια από την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 4cm και η γενέτειρα του κώνου είναι 10cm, να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
(Οι απαντήσεις να δοθούν σε συνάρτηση του π).

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο: $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3x^2-27}$

5. (α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε τις AB και $A\Gamma$ προς τα B και Γ και παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι τα Δ και E ισαπέχουν από την βάση $B\Gamma$ του τριγώνου. (Να γίνει σχήμα και δεδομένα ζητούμενα)

- (β) Στο πιο κάτω τραπέζιο M και N είναι τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών.
Αν $AB = (\chi + 1)\text{cm}$, $\Delta\Gamma = (\chi^2 + 3)\text{cm}$ και $MN = (\chi + 3)\text{cm}$, να βρείτε το χ .



6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με σημεία $B(1,4)$ και $\Gamma(6,-1)$ και κλίση της AB $\lambda_{AB} = -3$.
- (α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.
- (γ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$.
- (δ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου A .
- (ε) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $\psi = -\chi + 1$ είναι παράλληλη προς την $B\Gamma$ και περνά από το σημείο $A(3,-2)$.

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΧΡΙΣΤΟΣ ΖΑΝΘΡΑΣ

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με σημεία $B(1,4)$ και $\Gamma(6,-1)$ και κλίση της AB $\lambda_{AB} = -3$.
- (α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.
- (γ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$.
- (δ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου A .
- (ε) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $\psi = -\chi + 1$ είναι παράλληλη προς την $B\Gamma$ και περνά από το σημείο $A(3,-2)$.

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΠΑΠΠΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ

ΜΑΡΙΑ ΣΕΝΕΚΗ

ΜΑΡΙΝΑ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΟΥ

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΧΡΙΣΤΟΣ ΖΑΝΤΗΡΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ		ΒΑΘΜΟΣ
ΤΑΞΗ : Γ'	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ :	_____
ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ :	_____
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 13. 06. 2014	ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ :	_____
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : _____		
ΤΜΗΜΑ : _____	ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ : _____	
• Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 δακτυλογραφημένες σελίδες. • Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και υπολογιστικής μηχανής. • Να χρησιμοποιηθεί <u>μπλε ή μαύρο μελάνι</u>. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.)		

**ΜΕΡΟΣ Α' : Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $A = 3\chi + 2$, $B = 2\chi - 3$ και $\Gamma = 3\chi^2 - \chi + 1$. Να βρείτε :

(α) $\Gamma - 2B =$

(β) $A \cdot B =$

2. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα χρησιμοποιώντας ταυτότητες:

(α) $(\chi - 3)^2$

(β) $(2\chi - 7)(2\chi + 7)$

3. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $3\chi - 3\psi$

(β) $\chi^2 - 25\psi^2$

4. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = 5\chi + 3$ και $\varepsilon_2: \psi = (3\kappa - 4)\chi + 8$ είναι παράλληλες, να βρείτε την τιμή του κ .
-

5. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2\chi + 3\psi = 1$$

$$3\chi - 2\psi = 8$$

6. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, προεκτείνουμε τη διάμεσο BM κατά τμήμα $MZ = BM$.
Να δείξετε ότι $AZ = B\Gamma$.
-

7. Να γίνει η διαίρεση $(6\chi^3 + \chi^2 - 2\chi + 15) : (2\chi + 3)$
-

8. Δίνεται ντεπόζιτο σε σχήμα κύβου με διαγώνιο ίση με $4\sqrt{3}$ m.

(α) Να βρείτε την ακμή του ντεποζίτου.

(β) Να βρείτε τον όγκο του ντεποζίτου.

(γ) Να βρείτε το εμβαδόν της εξωτερικής επιφάνειάς του, αν το ντεπόζιτο είναι ανοικτό στο πάνω μέρος του.

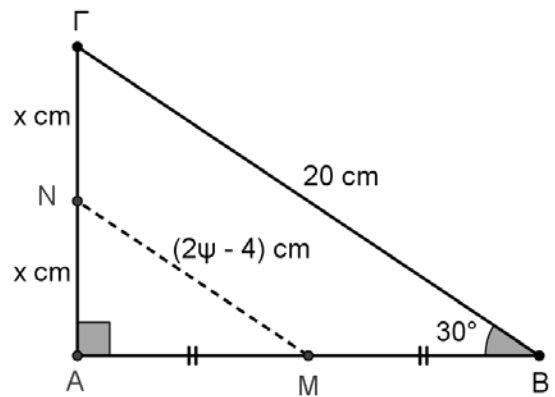
(δ) Να βρείτε πόσα θα πληρώσει ο ιδιοκτήτης του ντεποζίτου για να γεμίσει το ντεπόζιτο με νερό, αν αυτό στοιχίζει 2 ευρώ το 1m^3 .

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\chi^2 + 2\chi = \chi - 9(\chi - 1) + 2$

(β) $2\chi^2 - 5\chi + 2 = 0$

10. Να βρείτε τα x και ψ στο πιο κάτω σχήμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



11. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στα πιο κάτω:

(α) Το Πεδίο Τιμών της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ με Πεδίο Ορισμού το $\{-1, 0, 1\}$ είναι το:

- (A) $\{0, 1, 2\}$ (B) $\{1, 2\}$ (Γ) $[1, 2]$ (Δ) $[0, 2]$

(β) Το Πεδίο Ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ είναι το:

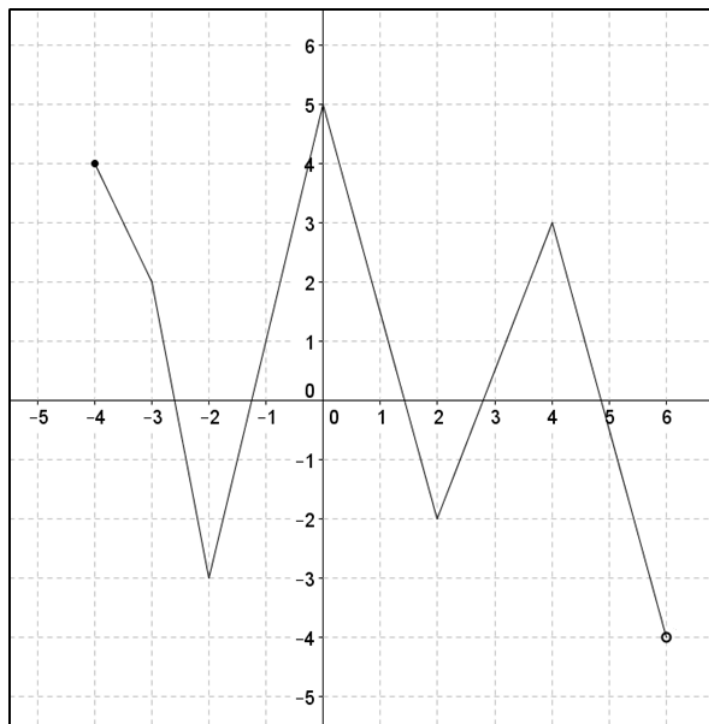
- (A) $[-2, 2]$ (B) $\mathbb{R} - \{2\}$ (Γ) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ (Δ) $\mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

(γ) Το Πεδίο Ορισμού της πιο κάτω συνάρτησης είναι:

- (A) $\mathbb{R}$
 (B) $[-4, 6]$
 (Γ) $(-4, 5]$
 (Δ) $[-4, 6)$

(δ) Το Πεδίο Τιμών της διπλανής συνάρτησης είναι:

- (A) $[-4, 5]$
 (B) $[-4, 4]$
 (Γ) $(-4, 5]$
 (Δ) $[-4, 6)$



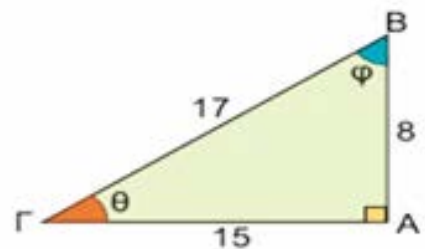
12. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\left(\frac{2}{x-3} + \frac{8}{9-x^2} \right) : \frac{x^2-4x+3}{x^2+3x}$$

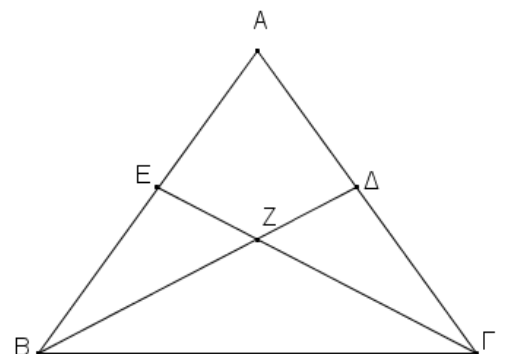
13. (α) Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο, ποιος από τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς

ισούται με $\frac{8}{17}$; (κυκλώστε το σωστό) (βαθμοί 1,5)

(Α) ημφ (Β) συνθ (Γ) ημθ (Δ) εφθ



(β) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές ($AB = AG$) και BΔ και ΓΕ οι διχοτόμοι των γωνιών Β και Γ αντίστοιχα. Αν $AE = AΔ$ να αποδείξετε ότι $EZ = ΔZ$. (βαθμοί 3,5)



14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax - \sqrt{x+3}$ για την οποία ισχύει $f(6) = 9$.

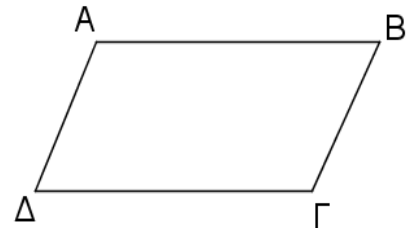
(α) Να βρείτε το a .

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(γ) Να βρείτε τις τιμές $f(-3)$ και $f(13)$.

15. Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ τα E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ
είναι παραλληλόγραμμο.



(β) Να δείξετε ότι $AH = H\Theta = \Theta\Gamma$, όπου H και Θ τα σημεία τομής των ΔE και BZ αντίστοιχα, με την διαγώνιο $A\Gamma$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (\chi - 2)^3 - (\chi + 2)(\chi - 2) - \chi(\chi^2 - 7\chi + 12)$$

$$B = \chi^3 - \chi^2 - \chi + 1$$

$$\Gamma = \frac{2\chi^2 - 2}{2\chi^3 - 14\chi^2 - 16\chi}$$

$$\Delta = \frac{\chi + 2 - \frac{3}{\chi}}{\chi - \frac{9}{\chi}}$$

(α) Να αποδείξετε ότι $A = -4$.

(β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την παράσταση B .

(γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση Γ .

(δ) Να γίνει το σύνθετο κλάσμα Δ απλό και όλες οι δυνατές απλοποιήσεις.

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$.

Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα, σύμφωνα με το πιο κάτω σχήμα:

(α) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το

Πεδίο Τιμών της $f(x)$.

(βαθμοί 2)

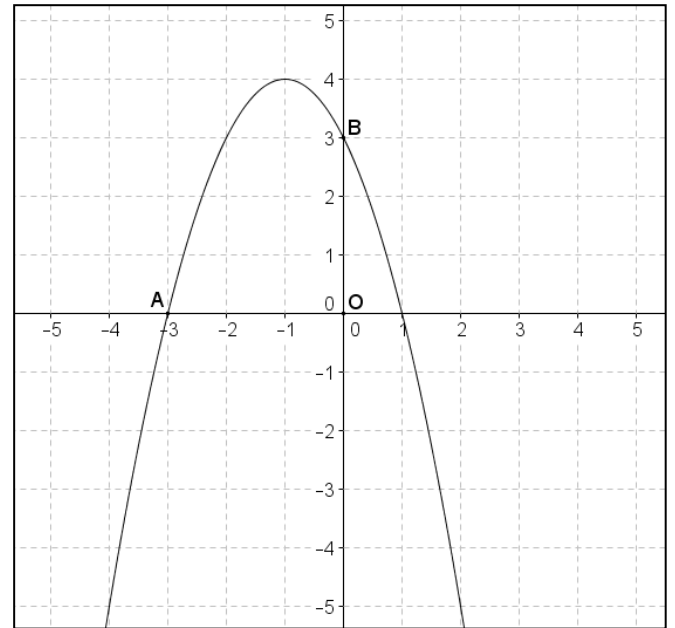
(β) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα

συμμετρίας και το πρόσημο του a .

(βαθμοί 2)

(γ) Να βρείτε τις τιμές $f(-1)$ και $f(2)$.

(βαθμοί 1)



(δ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $f(x) = 3$

(βαθμοί 1)

(ε) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$.

(βαθμοί 2)

(στ) Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x) = 0$, να βρείτε το πρόσημο του Δ .

(βαθμοί 1)

(ζ) Να σχηματίσετε το τρίγωνο ABO , όπου O η αρχή των αξόνων και να βρείτε την εφαπτομένη της γωνιάς A του τριγώνου ABO .

(βαθμοί 1)

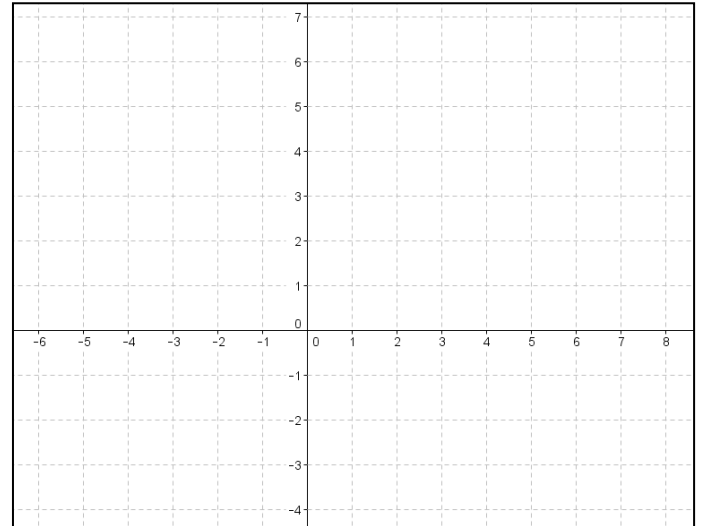
3. (α) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{\chi^2}{\chi^2 - \chi - 2} - \frac{\chi}{2\chi + 2} = \frac{2\chi}{3\chi - 6}$$

(β) Ένας μαθητής στο μάθημα της χημείας έχει στη διάθεσή του έναν κυλινδρικό δοκιμαστικό σωλήνα με διάμετρο 2cm και ύψος 30cm. Ο μαθητής άδειασε το περιεχόμενο του σωλήνα σε δύο ίδια δοχεία σχήματος κώνου με ακτίνα βάσης 3cm ο καθένας, οι οποίοι και γέμισαν χωρίς να περισσέψει υγρό. Να βρείτε το ύψος των κωνικών δοχείων.

4. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$, $\Gamma(7, 2)$ και $\Delta(4, 5)$.

(α) Να τοποθετήσετε τα σημεία A , B , Γ και Δ στο πιο κάτω σύστημα αξόνων και να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $ΑΓ$. (βαθμοί 2)



(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Δ και είναι κάθετη στην $ΑΓ$.

(βαθμοί 2)

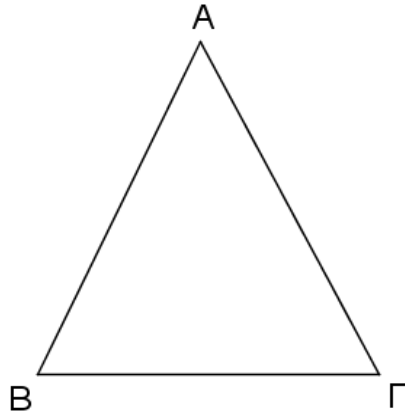
(γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι ορθογώνιο, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

(βαθμοί 4)

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων του $ΑΒΓΔ$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

(βαθμοί 2)

5. Στο πιο κάτω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) να τοποθετήσετε τα σημεία Δ και E στην πλευρά $B\Gamma$ έτσι ώστε $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$.



(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από τις πλευρές $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα.

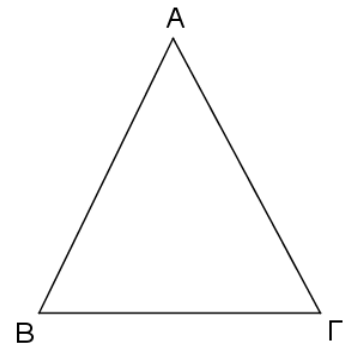
6. (α) Δίνεται η εξίσωση $\kappa\chi^2 + (1-\kappa)\chi - 1 = 0$

Να βρείτε τις τιμές του κ έτσι ώστε η εξίσωση να έχει διακρίνουσα ίση με 4.

(β) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με ύψος $A\Delta$ και E μέσο της AB .

Φέρουμε την ΔE και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.

(i) Να δείξετε ότι το $AZ\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.



(ii) Να δείξετε ότι το $AZB\Delta$ είναι ορθογώνιο.

Ο Διευθυντής

Δαβίδ Δαβίδ

Όνοματεπώνυμο:

Τμήμα:

Αρ:.....

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **6/6/2014**

ΤΑΞΗ: **Γ'**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 15 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου.
 3. Να γράφετε μόνο με μελάνι (μπλε ή μαύρο). Με μολύβι μόνο τα σχήματα.
 4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP – EX).

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

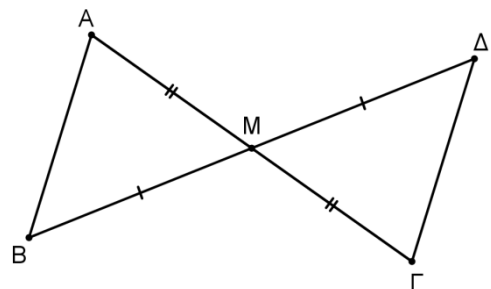
ΘΕΜΑ 1:

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a=2\text{cm}$.

ΘΕΜΑ 2:

Στο διπλανό σχήμα το Μ είναι το μέσο των ΑΓ και ΒΔ.

Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle ABM$ και $\triangle \Gamma \Delta M$ είναι ίσα.



ΘΕΜΑ 3:

Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

(α) $8\alpha - 8\beta =$

(β) $x^2 - 16 =$

(γ) $x^2 - 7x + 12 =$

(δ) $\alpha\kappa - \alpha\lambda + \beta\kappa - \beta\lambda =$

ΘΕΜΑ 4:

Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$2x - 3y = 7$

$5x + 6y = 4$

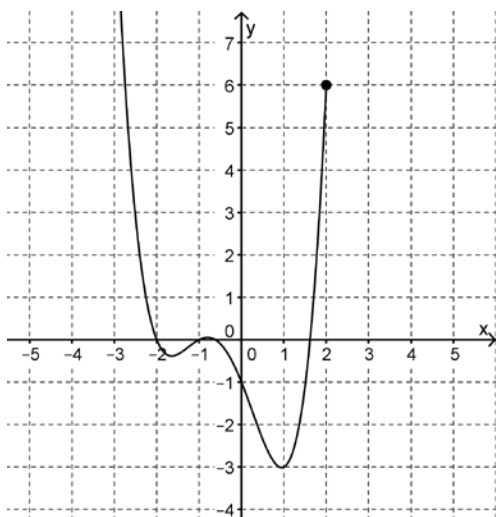
ΘΕΜΑ 5:

(α) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

(i) $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$

(ii) $g(x) = \sqrt{x-4}$

(β) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών της πιο κάτω συνάρτησης.



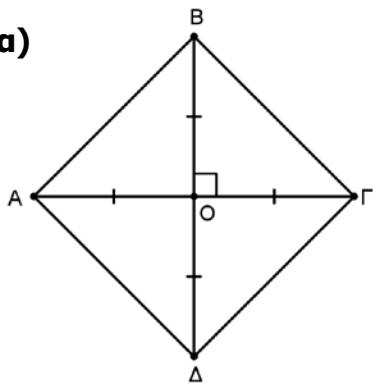
ΘΕΜΑ 6:

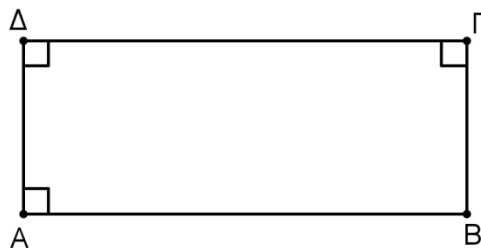
Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

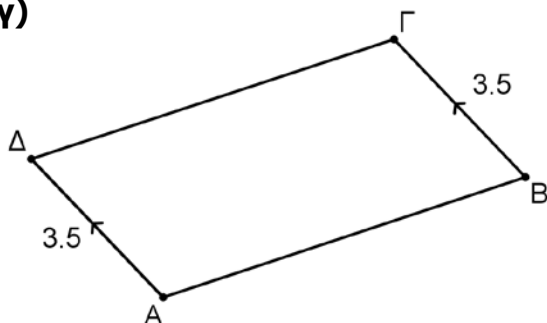
$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

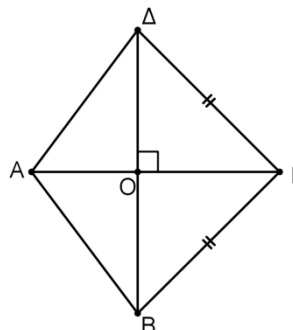
ΘΕΜΑ 7:

Να εξετάσετε τα ακόλουθα τετράπλευρα ως προς το είδος τους (παράλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο, ισοσκελές τραπέζιο) **και να αναφέρετε το κριτήριο** που το εξασφαλίζει. Αν **ΔΕΝ** είναι κάποιο από τα πιο πάνω, να γράψετε “τυχαίο τετράπλευρο”.

(α)

(β)

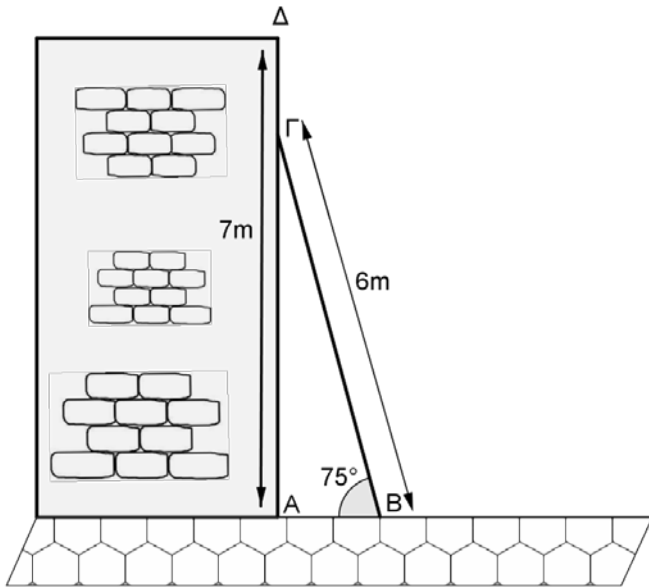
(γ)

(δ)

ΘΕΜΑ 8:

Μια σκάλα ύψους 6m είναι ακουμπισμένη σε τοίχο ύψους 7m. Για λόγους ασφαλείας, η γωνία στο έδαφος πρέπει να είναι 75° . Να βρείτε την απόσταση AB όπου πρέπει να τοποθετηθεί η βάση της σκάλας από τον τοίχο, καθώς και την απόσταση ΓΔ από το πάνω μέρος της σκάλας έως το πάνω μέρος του τοίχου.

(Δίνονται: $\eta\mu 75^\circ = 0,97$, $\sigma\upsilon\nu 75^\circ = 0,26$, $\epsilon\phi 75^\circ = 3,73$)

**ΘΕΜΑ 9:**

Να κάνετε τις πράξεις και να γράψετε το αποτέλεσμα διατεταγμένο κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x:

$$A = (2x + 5)(3x^2 - x + 4) + (x + 1)^3 - (x^2 - 2x + 1)^2$$

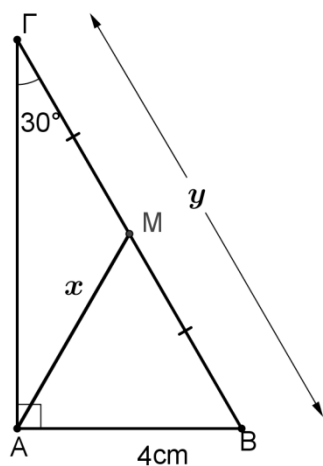
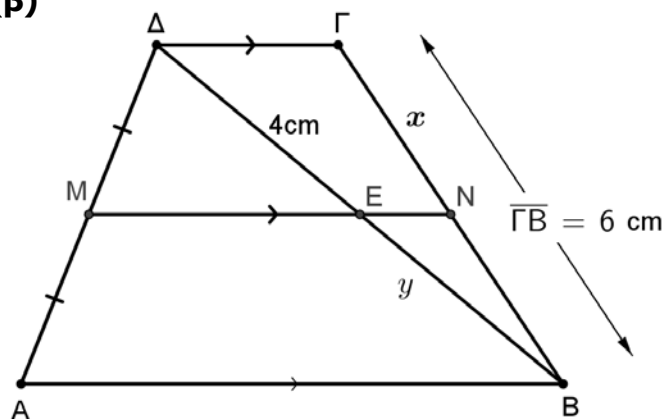
ΘΕΜΑ 10:

Αφού βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση να τη γράψετε στην πιο απλή της μορφή:

$$\frac{2x}{x^2-9} - \frac{x-4}{x^2-x-12} =$$

ΘΕΜΑ 11:

Στα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε τα x και y και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

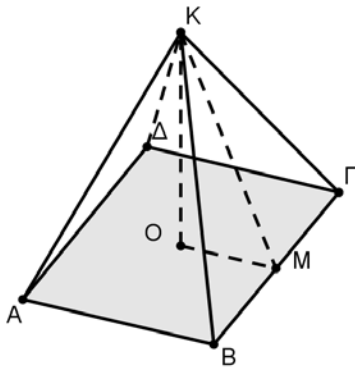
(α)**(β)**

ΘΕΜΑ 12:

Μια βιομηχανία συσκευάζει παγωτά σε χάρτινα κουτιά που έχουν σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η βάση της πυραμίδας έχει ακμή ίση με 8cm και παράπλευρο ύψος $KM=5\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

(α) την επιφάνεια του χαρτιού που χρειάζεται για την κατασκευή 1000 τέτοιων κουτιών.

(β) πόσα λίτρα παγωτό χρειάζεται για να γεμίσουν τα 1000 κουτιά ($1 \text{ λίτρο} = 1000\text{cm}^3$).



ΘΕΜΑ 13:

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = (5\lambda + 2\mu)x + (\lambda + \mu)$ και $\varepsilon_2: y = \left(\frac{-2\lambda + \mu}{2}\right)x + 6$. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων λ και μ , ώστε οι δύο ευθείες να συμπίπτουν.

ΘΕΜΑ 14:

Αφού βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση να τη γράψετε στην πιο απλή της μορφή:

$$\frac{\frac{x^2 - 3x}{x^2}}{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}} : \frac{x^2 - 10x + 25}{x} =$$

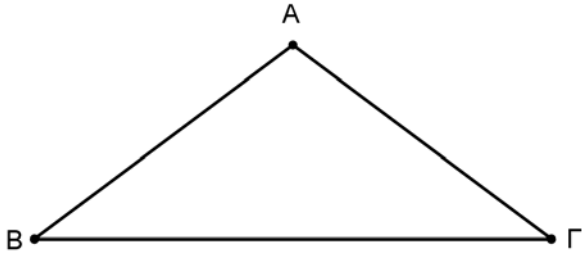
ΘΕΜΑ 15:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και στη $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ, E , έτσι ώστε να είναι $B\Delta = \Gamma E$. Αν $BK \perp A\Delta$ και $\Gamma\Lambda \perp AE$, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $\triangle AB\Delta$ και $\triangle A\Gamma E$ είναι ίσα,

(β) $BK = \Gamma\Lambda$.

(Δεδομένα-Ζητούμενα-Σχήμα. Πλήρης αιτιολόγηση)



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

(α) Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (x - 2)^3 - (x + y - 5)^2 + (y - 5)^2 + 2xy$$

(i) Να αποδείξετε ότι $P(x) = x^3 - 7x^2 + 22x - 8$

(ii) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x - 5)$

(β) Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

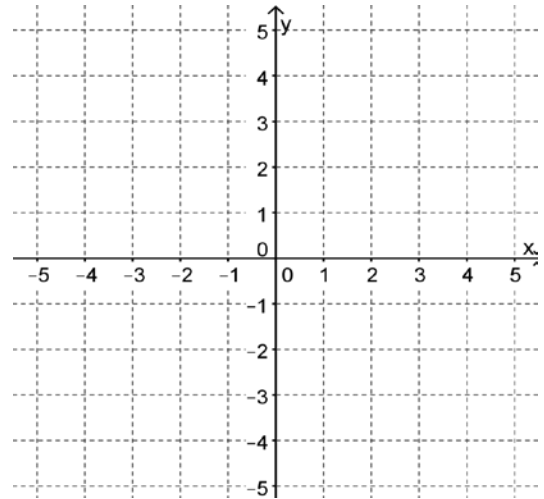
(i) $\alpha^2(x^3 - 8) - \beta^2(x^3 - 8) =$

(ii) $x^2 - 6xy + 9y^2 - 2x + 6y =$

ΘΕΜΑ 2:

Δίνονται τα σημεία $A(-1, -3)$, $B(2, -1)$, $\Gamma(0, 2)$ και $\Delta(-3, 0)$.

(α) Αφού κατασκευάσετε το τετράπλευρο στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, να βρείτε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων (AB) και (ΓΔ) **χωρίς τη χρήση χάρακα.** **(0,5μ.)**



(β) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται:

(0,6μ.)

- (i)** Από τα σημεία Γ και Δ .
- (ii)** Από τα σημεία A και B.
- (iii)** Ποια η θέση των πιο πάνω ευθειών και γιατί;

(Το θέμα 2 συνεχίζεται στην επόμενη σελίδα)

(γ) Να δείξετε ότι $ΑΔ \perp ΓΔ$.

(0,3μ.)

(δ) Να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου του.

(0,6μ.)

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $y = \left(\frac{3\alpha - 3}{\alpha^2 - 1} - \frac{13}{\alpha + 1} \right) x^2$.

(α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου **α** για τις οποίες η παραβολή περνά από το σημείο $\Sigma(1, -2)$.

(β) Για $\alpha=4$,

(i) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.

(ii) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(iii) Να εξετάσετε κατά πόσο η παραβολή παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο, να δικαιολογήσετε την απάντησή σας και να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση.

(iv) Να γράψετε το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) και το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της.

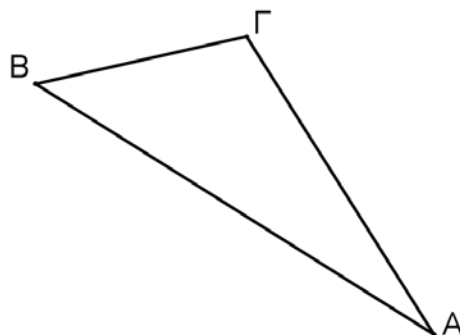
ΘΕΜΑ 4:

(α) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Να φέρετε τη διάμεσο $A\Delta$ και να την προεκτείνετε κατά τμήμα ΔE , έτσι ώστε $\Delta E = A\Delta$. Προεκτείνοντας τη $B\Gamma$ και προς τα δύο μέρη, να πάρετε τμήματα $ZB = B\Gamma = \Gamma H$. Να δείξετε ότι:

(i) το $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο.

(ii) η διάμεσος $B\Theta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με $\frac{AZ}{2}$.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας (Σχήμα, δεδομένα-ζητούμενα, απόδειξη).

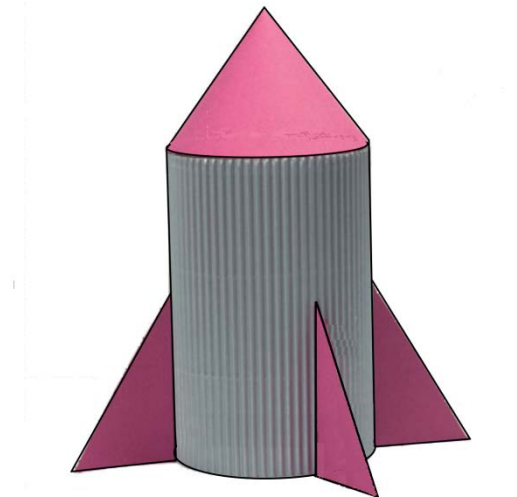


(β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν η πλευρά AB ισούται με x να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\Gamma}$ ($\eta\mu\hat{\Gamma}$, $\sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma}$, $\epsilon\phi\hat{\Gamma}$).

ΘΕΜΑ 5:

Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει παιδικό παιχνίδι σε σχήμα πυραύλου όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το κάτω μέρος της κατασκευής έχει σχήμα κυλίνδρου με ύψος 12 cm και το πάνω μέρος έχει σχήμα κώνου με ύψος 6 cm. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι ίσο με $192\pi \text{ cm}^2$.

(α) Να υπολογίσετε τον όγκο της κατασκευής.



(β) Ο πύραυλος στηρίζεται περιμετρικά από 3 στηρίγματα σχήματος ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm. Στο εργοστάσιο βάφεται ο κύλινδρος και η στέγη με ασημί μπογιά, ενώ τα τρία τριγωνικά στηρίγματα με κόκκινη μπογιά. Να υπολογίσετε τη συνολική επιφάνεια που θα πρέπει να βαφτεί (θεωρείστε ότι θα βαφτεί και η βάση του πυραύλου, ενώ τα στηρίγματα θα βαφτούν και από τις δύο τους όψεις).

(Οι πιο πάνω απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π)

ΘΕΜΑ 6:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και Σ ένα τυχαίο σημείο της πλευράς AB . Προεκτείνουμε την $A\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = \Sigma B$. Το τμήμα $\Sigma\Delta$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο M . Προεκτείνουμε τη ΓB κατά τμήμα $BE = \Gamma M$. Να αποδείξετε ότι:

(α) $\Sigma E = M\Delta$

(β) το $\triangle \Sigma EM$ είναι ισοσκελές

(Δεδομένα-Ζητούμενα-Σχήμα. Πλήρης αιτιολόγηση)

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ

Χαρίκλεια Ολυμπίου Σάββα

Ελένη Κωστή

Άρτεμις Ορφανού

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Νίκος Πρόξενος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 06-06-2014

Σελίδες : 12

Τάξη : Γ΄

Διάρκεια : 2 ώρες

Ώρα: 07:45-09:45

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής ή διορθωτικού υγρού.
 2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με ΠΕΝΤΕ (5) μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να κάνετε τις πράξεις:

$$2xy(5x^2 + xy^3 - 1) =$$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

ΘΕΜΑ 3

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i) $(y - 3)^2 =$

ii) $(7 - x)(7 + x) =$

ΘΕΜΑ 4

Να επιλύσετε το σύστημα εξισώσεων:

$$x + 4y = -8$$

$$5x + 2y = 14$$

ΘΕΜΑ 5

Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$ και $B(-3,7)$. Να βρείτε:

i) Την απόσταση AB .

ii) Τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB .

ΘΕΜΑ 6

i) Να αναφέρετε μια μέθοδο δειγματοληψίας.

ii) Να αναφέρετε μια πιθανή αιτία μεροληψίας κατά τη δειγματοληψία.

ΘΕΜΑ 7

Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{1 + \frac{2}{y}}{\frac{y}{y+2}} : \frac{y^2 + 4y + 4}{y^2 - 5y} =$$

ΘΕΜΑ 8

Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε η ευθεία $\varepsilon_1: (\kappa - 2)x + 3y = 5$ να είναι κάθετη με την ευθεία $\varepsilon_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$.

ΘΕΜΑ 9

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ φέρουμε AE διχοτόμο της $\hat{A}$ και $ΓZ$ διχοτόμο της $\hat{Γ}$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZΓE$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 10

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ φέρουμε AE κάθετη στην $BΓ$ και $ΓZ$ κάθετη στην AD . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZΓE$ είναι ορθογώνιο.

ΘΕΜΑ 11

Να αναλύσετε τα πιο κάτω πολυώνυμα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

i) $y^2 - 16 =$

ii) $x^2 - 4x - 12 =$

iii) $5x^3 - 20x =$

iv) $25y^2 - 20yx + 4x^2 =$

ΘΕΜΑ 12

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, κυκλώνοντας κατάλληλα:

i) Τραπεζίο του οποίου οι διαγώνιοι είναι ίσες, είναι ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii) Όλοι οι ρόμβοι είναι τετράγωνα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii) Τετράπλευρο με ίσες διαγωνίους είναι παραλληλόγραμμο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv) Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 60° , τότε η προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας αυτής είναι το μισό της υποτείνουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

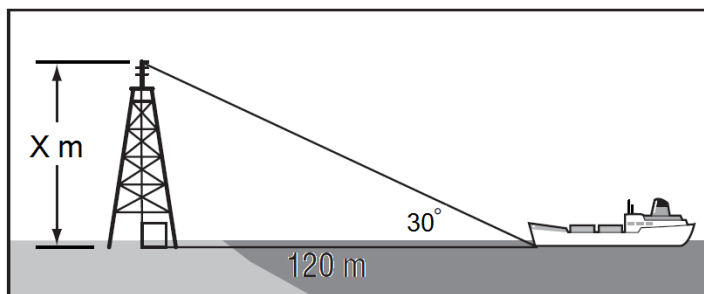
ΘΕΜΑ 13

Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο $V = 210 \text{ cm}^3$. Οι διαστάσεις της βάσης του είναι 7 cm και 6 cm . Να υπολογίσετε το ύψος και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.

ΘΕΜΑ 14

Πλοίο απέχει 120 m από πύργο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου, εάν δίνεται ότι:

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,50 \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87 \quad \epsilon\varphi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58.$$



ΘΕΜΑ 15

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στις προεκτάσεις της $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία E και Z , έτσι ώστε $BE = \Gamma Z$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με ΔΕΚΑ (10) μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x^3 - 3x + 8}{x^3 - 2x^2 - 3x} + \frac{2}{x^2 + x} = \frac{x - 2}{3x - x^2}$$

OEMA 2

- ii) Η χρέωση y σε ευρώ για τις συμβουλευτικές υπηρεσίες μιας εταιρείας για h ώρες εργασίας δίνεται από τον τύπο $y = 30(h - 1) + 40$. Αν θεωρήσουμε ότι ο μέγιστος χρόνος για συμβουλευτικές υπηρεσίες είναι 80 ώρες, να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών της συνάρτησης αυτής.

ΘΕΜΑ 3

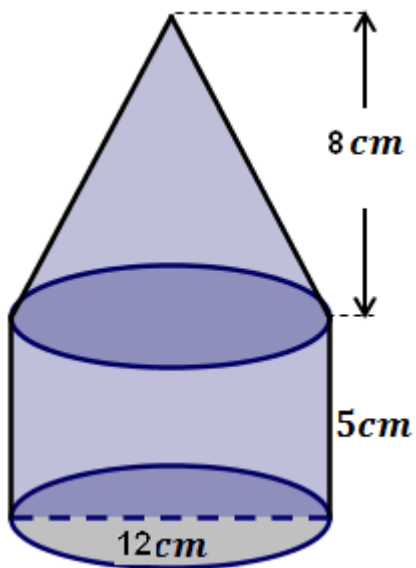
- i) Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = (2x - 3)^2 - (x + 5)(5 - x) - 3(x^2 - 3x - 4)$. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$.

- ii) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\left(\frac{1}{\alpha} + \alpha\right)^3 - \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)^3 = 2\left(\frac{3}{\alpha} + \alpha^3\right)$$

ΘΕΜΑ 4

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ένας κύλινδρος και ένας κώνος. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που δημιουργείται.



ΘΕΜΑ 5

- i) Δίνονται τα σημεία $A(-5,0)$, $B(0,5)$ και $\Gamma(5,0)$.
- a) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- b) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $B\Gamma$.
- ii) Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ να φέρετε τα ύψη BE και $\Gamma\Delta$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔME είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 6

- i) Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$, με $ΒΔ$ διχοτόμο της $A\hat{B}Γ$ και M το μέσο της $ΒΔ$. Από το σημείο $Δ$ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη $ΒΓ$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E . Αν η EM τέμνει τη $ΒΓ$ στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΔEBZ$ είναι ρόμβος.

- ii) Να αναλύσετε το πιο κάτω πολυώνυμο σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$\alpha^5 - \alpha^2\beta^3 - 25\alpha^3 + 25\beta^3 =$$

Οι Εισηγητές:

Αντρέας Παύλου

Αντρούλα Γιάννη

Ηρακλής Αριστείδου

Η Διευθύντρια

Πάμελα Στόρεϋ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**ΤΑΞΗ Γ΄****ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΒΑΘΜΟΣ:**.....**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 16 Ιουνίου 2014**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες**ΥΠΟΓΡΑΦΗ:**.....**ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:** **ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:**

-
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **9 σελίδες**.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
δ) Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α:Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5/100 μονάδες**.**ΘΕΜΑ 1:**

Να κάνετε τις πράξεις.

α) $2x\omega + 4x\omega - 3x\omega =$

β) $(4x^2\psi^3)(-2x^3\psi^4) =$

ΘΕΜΑ 2:

Να γράψετε τα αναπτύγματα.

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(\psi - 3)(\psi + 3) =$

ΘΕΜΑ 3:

Να βρείτε τις κλίσεις των πιο κάτω ευθειών.

α) $\psi = 3x - 5$

β) $\psi = -x$

ΘΕΜΑ 4:

Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις.

α) $2x - 2\psi =$

β) $9x^2 - 25 =$

ΘΕΜΑ 5:

Να βρείτε τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $\alpha = 5\text{cm}$, $\beta = 2\text{cm}$ και $\gamma = 4\text{cm}$.

ΘΕΜΑ 6:

Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 5x - 3 = 0$

ΘΕΜΑ 7:

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

α) Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν τις αντίστοιχες πλευρές τους ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Ένα παραλληλόγραμμο με ίσες διαγωνίους είναι ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Όλα τα τετράγωνα είναι ρόμβοι.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει τις διαγωνίους του κάθετες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Το τετράπλευρο που έχει τρεις ορθές γωνίες είναι παραλληλόγραμμο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 8:

Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AD προς το μέρος του Δ και στην προέκταση της AD παίρνουμε τμήμα $DE = AD$. Να δείξετε ότι $AB = \Gamma E$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

ΘΕΜΑ 9:

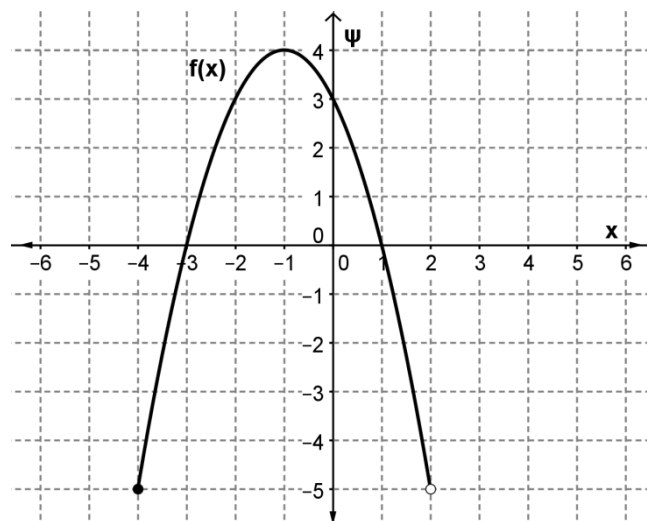
Να κάνετε τη διαίρεση $(2x^3 + 5x^2 - 7x + 2) : (2x - 1)$

ΘΕΜΑ 10:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

Από το διπλανό σχήμα να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης,
- β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- γ) το πρόσημο του a ,
- δ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
- ε) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



ΘΕΜΑ 11:

Να αποδείξετε ότι

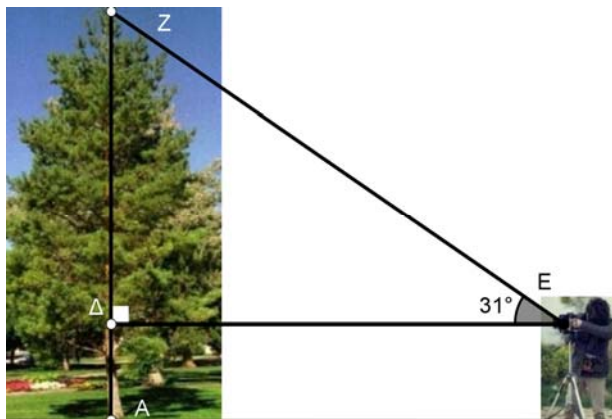
$$\left(\alpha + \frac{2}{\alpha}\right)^2 - \left(\alpha - \frac{2}{\alpha}\right)^2 = 8$$

ΘΕΜΑ 12:

Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ και Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν Ε είναι το μέσο της ΟΑ και Ζ το μέσο της ΟΓ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι ρόμβος.

ΘΕΜΑ 13:

Ένας φωτογράφος φωτογραφίζει ένα δέντρο που έχει ύψος $AZ = 5,3\text{m}$. Ο φακός βρίσκεται σε ύψος $1,7\text{m}$ από το έδαφος. Αν $\widehat{Z\hat{E}\Delta} = 31^\circ$ και $\widehat{\Delta} = 90^\circ$, να υπολογίσετε την απόσταση ΔΕ του φακού από το δέντρο. (Δίνονται $\eta\mu 31^\circ = 0,515$, $\sigma\upsilon\nu 31^\circ = 0,857$, $\epsilon\varphi 31^\circ = 0,600$)



ΘΕΜΑ 14:

Σ' ένα τηλεοπτικό παιχνίδι ο κάθε παίκτης απαντά σε 10 ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση κερδίζει βαθμούς, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση χάνει βαθμούς. Ένας παίκτης έδωσε 7 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 64 βαθμούς, ενώ ένας άλλος παίκτης έδωσε 4 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 28 βαθμούς. Πόσους βαθμούς κερδίζει ένας παίκτης για κάθε σωστή απάντηση και πόσους βαθμούς χάνει για κάθε λανθασμένη απάντηση;

(Το πρόβλημα να λυθεί με τη βοήθεια συστήματος.)

ΘΕΜΑ 15:

Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

$$\left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{x}{3 - x} + \frac{4}{x - 2} \right) : \frac{x - 4}{x^2 - 4} =$$

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10/100 μονάδες**.

ΘΕΜΑ 1:

Να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{8}{x^2 + 2x - 3} + \frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{x + 1}{3 + x}$$

ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ , το ύψος ΑΗ και τα μέσα Δ, Ε, Ζ των πλευρών ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα .

Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΗ=ΕΖ

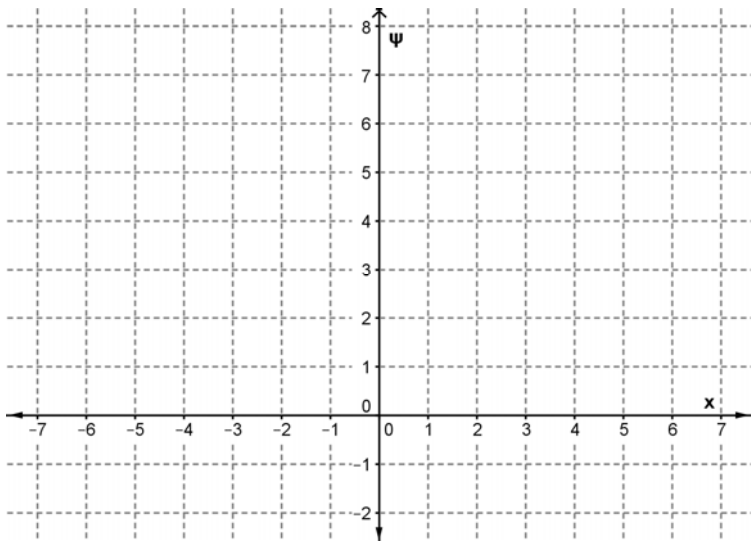
β) Το ΔΗΕΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-4, 2)$, $B(4, 6)$ και $\Gamma(6, 2)$.

- α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών AB και $B\Gamma$.
- β) Αν Z σημείο τέτοιο ώστε $AB\Gamma Z$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AZ .
- γ) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου Z είναι $(-2, -2)$.
- δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της διαγωνίου BZ του ορθογωνίου.
- ε) Να επαληθεύσετε ότι οι διαγώνιοι του ορθογωνίου $AB\Gamma Z$ είναι ίσες.



ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το B κατά τμήμα BD και την $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα ΓE έτσι ώστε $BD = \Gamma E$. Αν O είναι το σημείο τομής των BE και ΓD , να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα $AD\Gamma$ και AEB είναι ίσα,
- β) το τρίγωνο ΔOE είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 5 :

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -2x^2 + 2x + 800$.

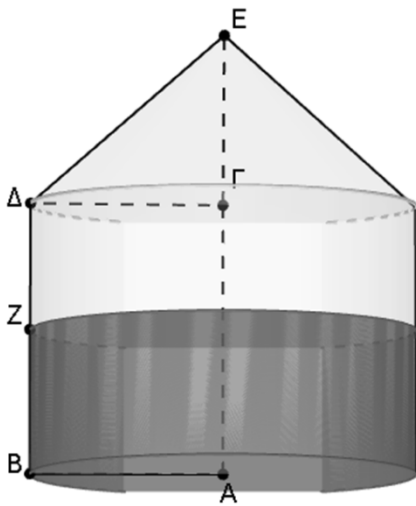
α) Να αποδείξετε ότι $P(1 - x) = P(x)$.

β) Με τη βοήθεια του πιο πάνω να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή $P(-99)$.

ΘΕΜΑ 6:

Το πιο κάτω σχήμα δείχνει μια κυλινδρική δεξαμενή νερού της οποίας η στέγη είναι κώνος. Η ακτίνα της βάσης της δεξαμενής είναι $8m$. Η δεξαμενή περιέχει νερό που φτάνει σε ύψος $BZ = 5m$. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι $BD = 10m$ και η γενέτειρα του κώνου $DE = 10m$, να υπολογίσετε:

- α) Πόσα κυβικά μέτρα νερού πρέπει να προσθέσουμε έτσι ώστε να γεμίσει η δεξαμενή μέχρι την κορυφή E ;
- β) Θέλουμε να βάψουμε την εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής (όχι το δάπεδο) με μπογιά που κοστίζει €2 το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα κοστίσει συνολικά το βάψιμο της δεξαμενής; (Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π .)

**ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ**

Αφροδίτη Κετεσίδου

Ευαγγελία Μούκουρου

Μάριος Γεωργίου

Χριστίνα Νικολαΐδου

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Γεώργιος Λούβαρης Β.Δ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Γεωργούλα Φλουρή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα : Μαθηματικά

Ημερομηνία : 16/06/2014

Τάξη : Γ'

Ώρα : 7:45-9:45

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα : Αρ:

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε πένα.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $-3\chi^2 + 5\psi + 8\chi^2 - 7\psi =$

(β) $3\psi(2\chi^3 - 5\psi) =$

ΘΕΜΑ 2:

Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $2\chi^2 - 10\chi =$

(β) $\omega^2 - 9 =$

ΘΕΜΑ 3:

Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση : $\chi^2 + 5\chi + 6 = 0$

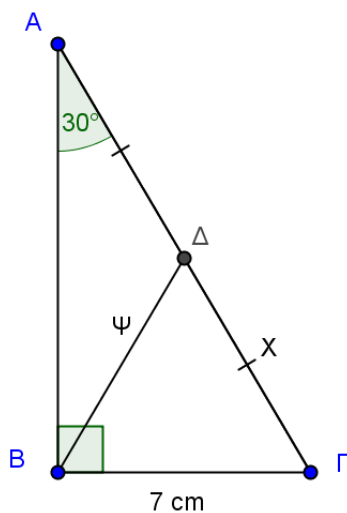
ΘΕΜΑ 4:

Να εξετάσετε αν οι ευθείες και $\varepsilon_1 : \psi = 3\chi + 9$ και $\varepsilon_2 : 3\chi - \psi = 17$ είναι παράλληλες.

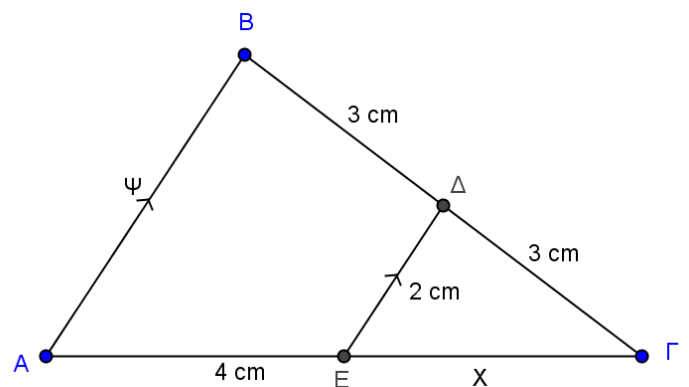
ΘΕΜΑ 5:

Να υπολογίσετε το χ και το ψ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

α)



β)

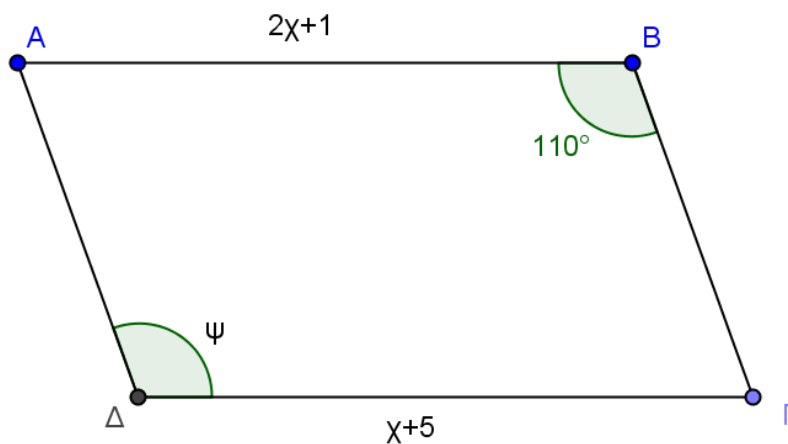


ΘΕΜΑ 6:

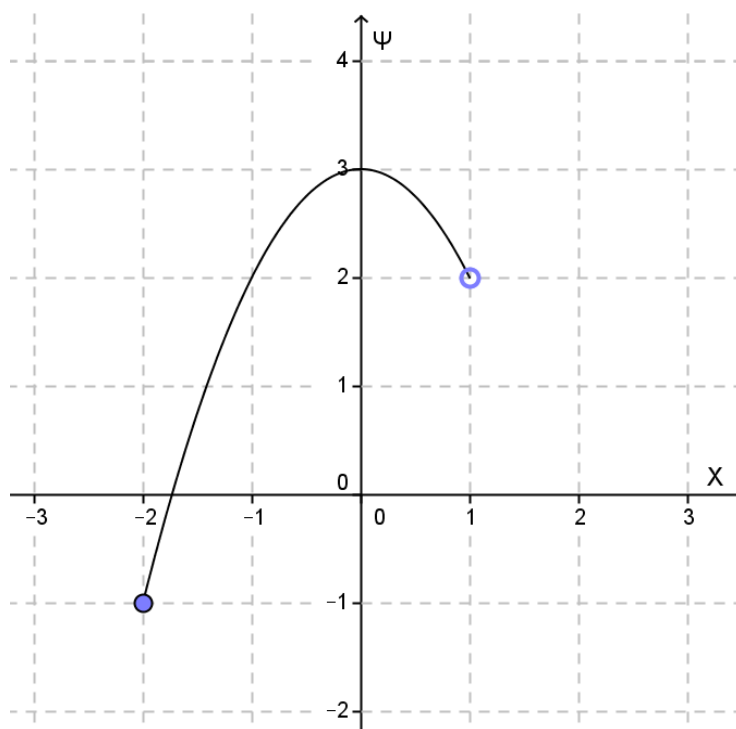
Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου ακμής 3 cm.

ΘΕΜΑ 7 :

Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να βρείτε τα χ και ψ .

**ΘΕΜΑ 8:**

Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της πιο κάτω συνάρτησης:

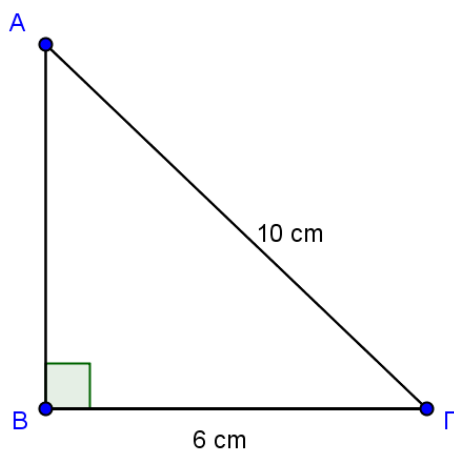


ΘΕΜΑ 9:

Να κάνετε τη διαίρεση: $(6\psi^3 + 3\psi^2 - 23\psi - 55) : (2\psi - 5)$

ΘΕΜΑ 10 :

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς Α.

**ΘΕΜΑ 11:**

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Από την κορυφή Β φέρουμε κάθετη ΒΕ στη διχοτόμο ΑΔ του τριγώνου. Η προέκταση της ΒΕ τέμνει την πλευρά ΑΓ του τριγώνου στο σημείο Ζ. Να δείξετε ότι $AB = AZ$.

ΘΕΜΑ 12:

Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}4\chi - \psi &= 9 \\ \chi + 3\psi &= -1\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 13:

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Από το μέσο K της AB φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την $A\Gamma$ που τέμνει την $B\Gamma$ στο Λ . Από το Λ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο M . Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Lambda M$ είναι ορθογώνιο.

ΘΕΜΑ 14:

Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\frac{\chi^2+2\chi}{4\chi-5} \div \frac{4\chi^2+2\chi^3}{16\chi-20} =$$

ΘΕΜΑ 15:

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\left(\chi + \frac{1}{\chi}\right)^2 - \left(\chi - \frac{1}{\chi}\right)^2 = 4$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\left(2014 + \frac{1}{2014}\right)^2 - \left(2014 - \frac{1}{2014}\right)^2$

ΜΕΡΟΣ Β

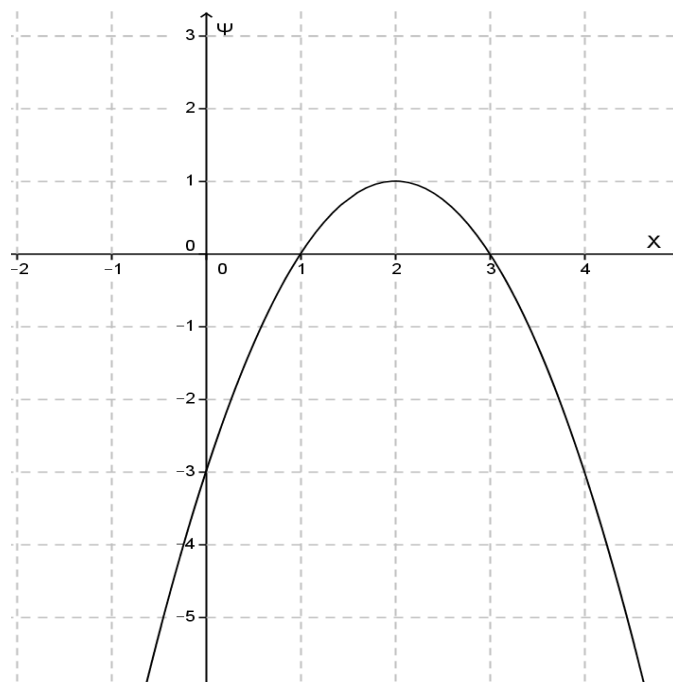
Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

α) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση
να βρείτε :

- i) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της
- ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- iii) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- iv) τα σημεία τομής της συνάρτησης με τους άξονες.



β) Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε ο αριθμός 2 να είναι ρίζα της εξίσωσης $\kappa^2 x^2 + 2(2\kappa - 5)x + 8 = 0$

ΘΕΜΑ 2:

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $54\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του και τον όγκο του κυλίνδρου (η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

ΘΕΜΑ 3:

Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{\chi+1}{2\chi+4} + \frac{1}{\chi+1} = \frac{1}{\chi^2+3\chi+2}$

ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(5,12)$, $B(2,5)$, $\Gamma(1,7)$. Να βρείτε :

- (α) Την κλίση της πλευράς $B\Gamma$
- (β) Την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$
- (γ) Την εξίσωση του ύψους του τριγώνου $A\Delta$
- (δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ

ΘΕΜΑ 5:

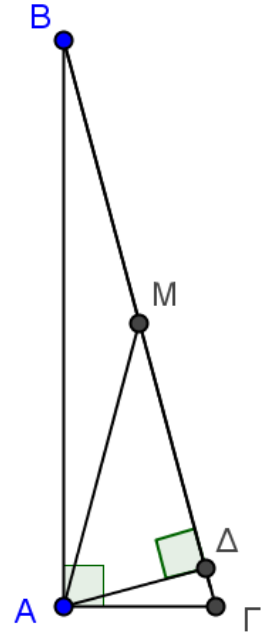
(α) Αν $\chi - \psi = -5$ να δείξετε ότι:

$$(\chi^2 - 3)(\psi^2 + 1) - (\chi\psi + 1)^2 + 4(\psi^2 + 1) = 25$$

(β) Αν $A = \frac{3\chi}{\chi+1}$, $B = \frac{3\chi}{1-\chi}$ να δείξετε ότι $(A-B) : (A+B) = -\chi$.

ΘΕΜΑ 6:

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD και τη διάμεσο AM . Αν $\hat{B} = 15^\circ$ να δείξετε ότι $AD = \frac{B\Gamma}{4}$.

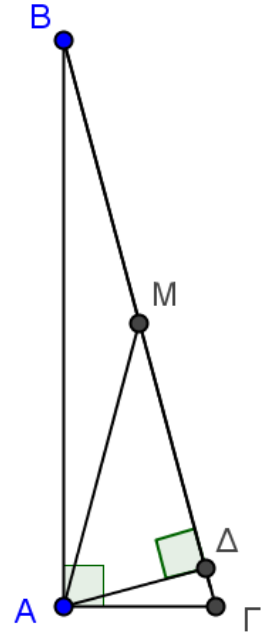


Ο Διευθυντής

Ευάγγελος Χριστοδούλου

ΘΕΜΑ 6:

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD και τη διάμεσο AM . Αν $\hat{B} = 15^\circ$ να δείξετε ότι $AD = \frac{B\Gamma}{4}$.



Εισηγητές

Μικελίνα Παпасυμεού

Ρολάνδος Αγαθοκλέους

Ο Συντονιστής

Σπύρος Ευσταθίου

Ο Διευθυντής

Ευάγγελος Χριστοδούλου