

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΦΑΝΕΡΩΜΕΝΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ : 2014 – 2015

Βαθμός:.....

Ολογρ.:.....

Υπογρ.:.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10 /06/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:.....Αρ.:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- δ) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
- ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi+3)^2 =$

β) $(2\chi+\psi)(2\chi-\psi)=$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $5\chi+10 =$

β) $\chi^2-25 =$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$3\chi - \psi = -11$

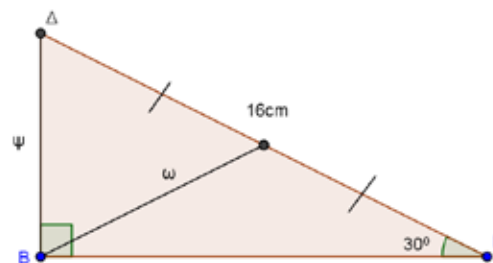
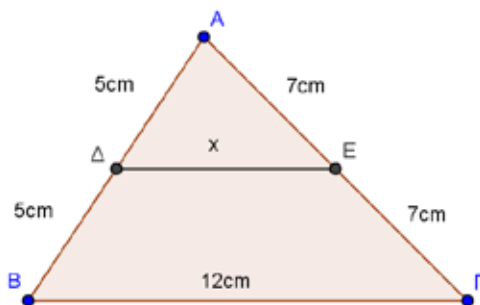
$4\chi + 3\psi = 7$

4. Να λύσετε την εξίσωση:

$$3\chi^2 + 8\chi - 3 = 0$$

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου με ακτίνα $R=3\text{cm}$ και γενέτειρα $\lambda=5\text{cm}$.

6. Να υπολογίσετε τα χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



7. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{3\alpha^2 - 3}{\alpha^2 - 3\alpha + 2} =$$

8. Να σχηματίσετε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία

$\psi = -3\chi + 2$ και περνά από το σημείο $(-2, 1)$.

9. Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $60\pi \text{ cm}^2$. Αν η ακτίνα του είναι 10cm , να βρείτε τον όγκο του.

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Μ μέσο της ΑΒ, και Ν μέσο της ΔΓ να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΔΜ, και ΓΒΝ είναι ίσα

β) το ΜΒΝΔ είναι παραλληλόγραμμο

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

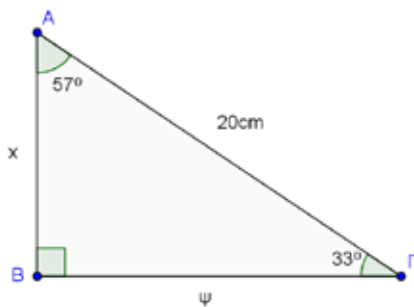
$$\frac{\chi}{\chi+1} + \frac{2}{\chi-3} = \frac{4}{\chi^2-2\chi-3}$$

2. α) Δίνονται τα σημεία A(1,3), B(4, 1), Γ(2,-2), Δ(- 1,0)

i) Να αποδείξετε ότι το ABΓΔ είναι ρόμβος

ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες του Ο, όπου Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{B}=90^0$) ,να βρείτε τα μήκη των πλευρών χ και ψ.



$$\eta\mu 33^0 = 0,545 \quad \sigma\upsilon\nu 33^0 = 0,839 \quad \epsilon\phi 33^0 = 0,649$$

$$\eta\mu 57^0 = 0,839 \quad \sigma\upsilon\nu 57^0 = 0,545 \quad \epsilon\phi 57^0 = 1,540$$

3.α) Σε μια συναυλία πωλήθηκαν 500 εισιτήρια .Πωλήθηκαν εισιτήρια των 4 ευρώ το ένα και των 3 ευρώ το ένα. Από την πώληση των εισιτηρίων πήραν 1600 ευρώ. Πόσα εισιτήρια των 4 ευρώ και πόσα των 3 ευρώ πωλήθηκαν;

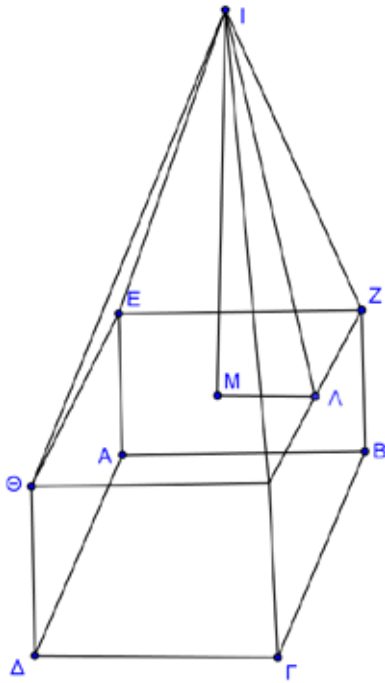
β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{x-2}{x+4} - \frac{x-1}{x^2+3x-4} \right) : \frac{x-2}{x^2-16} =$$

4. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από έναν κύβο με ακμή 10cm, και από μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα, που έχει απόστημα $ΙΛ=13\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο και

β) την επιφάνεια του στερεού.



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) με $\hat{\Gamma}=30^\circ$ και Δ, E μέσα των $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα $EZ = E\Delta$. Να δείξετε ότι:

α) το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και

β) το AEB είναι ισόπλευρο τρίγωνο.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 Ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΤΜΗΜΑ:

ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα .
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(c+5)^2$

β) $(c-3)(c+3)$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5x+5\omega-5\varphi$

β) α^2-9

γ) $x^2+11x+18$

δ) $\alpha^2-4\alpha\beta-2\alpha+8\beta$

3. α) Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{2c+4}{c^2+5c-6} \cdot \frac{c^2-4}{c+6}$

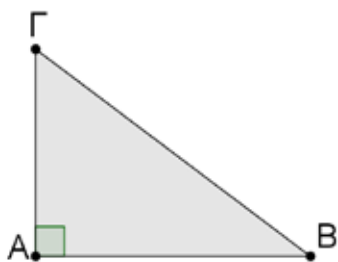
4. Δίνονται οι πιο κάτω εξισώσεις των ευθειών:

$$\psi = (3\alpha^2 - 10\alpha)\chi + 8 \quad \text{και} \quad \psi = (-3\alpha - 2)\chi - 4, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν οι ευθείες είναι παράλληλες να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου α .

5. Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\frac{\sin B}{\sin \Gamma} = \frac{3}{5}$. Να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης: $\frac{16\sin B - 5\sin \Gamma}{15\sin \Gamma}$



6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών

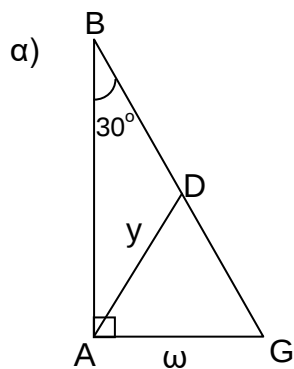
$$\varepsilon_1: 3\chi + \psi = 18$$

$$\varepsilon_2: 2\chi - 5\psi = -22$$

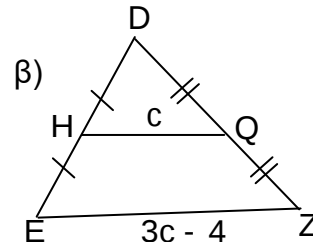
και είναι παράλληλη προς τον άξονα των τετμημένων (άξονα $\chi'\chi''$).

7. Να βρείτε την τιμή των C , y και ω στα πιο κάτω σχήματα.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Δεδομένα
 $\hat{A} = 90^\circ$
 $\hat{B} = 30^\circ$
 $BG = 12\text{cm}$
 D μέσο της BG .



Δεδομένα
 H μέσο της DE
 Q μέσο της DZ
 $HQ = c$
 $EZ = 3c - 4$

8.. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ. Αν $AE \perp GD$ και $AZ \perp BG$, να αποδείξετε ότι $DE = BZ$.

9. (α) Αν ισχύει $2c + \frac{3}{c} = 4$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $4c^2 + \frac{9}{c^2}$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(c - 2)^2 - 5(c - 1)(c + 1) + (2c + 1)^2 = 10$

10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 384\text{cm}^3$ και πλευρά βάσης 12cm . Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα .
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{7x}{x^2 - x - 12} - \frac{x - 2}{4 - x} = \frac{3}{x + 3}$$

2. Ανταλλάζουμε ένα χαρτονόμισμα των €200 με δεκατρία χαρτονομίσματα των €10 και των €20. Να βρείτε πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των €10 και πόσα των €20.

3. α) Η περίμετρος βάσης συμπαγούς μεταλλικού κώνου είναι ίση με 24π cm και το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας ίσο με 300π cm². Να υπολογίσετε τον όγκο του.
- β) Λειώνουμε τον κώνο και με το μέταλλο κατασκευάζουμε σφαίρες ακτίνας ίσης με 1cm. Πόσες τέτοιες σφαίρες θα κατασκευάσουμε;

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και M μέσο της $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB προς το μέρος του B και AG προς το μέρος του Γ κατά τμήματα $BD=\frac{AB}{2}$ και

$$GE=\frac{AG}{2} \text{ αντίστοιχα.}$$

Να δείξετε ότι:

α) $DM = ME$

β) Το σημείο M ισαπέχει από τις πλευρές AB και AG .

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-1,3)$, $B(-2,5)$ και $\Gamma(1,4)$.

(α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.

(β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

(γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου AM του τριγώνου $AB\Gamma$.

(δ) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15/06/2015

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ(8)

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ:ΑΡ. :

ΒΑΘΜΟΣ :

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ :

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+3)^2 =$

β) $(a-4)(a+4) =$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 8cm , 5cm και 4cm.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

4. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 5\chi + 3\psi &= 1 \\ 3\chi - 4\psi &= 18 \end{aligned}$$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $\alpha\chi + \alpha\psi =$

β) $25\psi^2 - 9 =$

γ) $\chi^2 + 5\chi + 6 =$

δ) $\chi^2 - \chi + 3\chi\psi - 3\psi =$

6. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2\chi^2 - 4\chi}{6\chi^2} \cdot \frac{\chi^2 - 6\chi + 8}{\chi^2 - 16} =$$

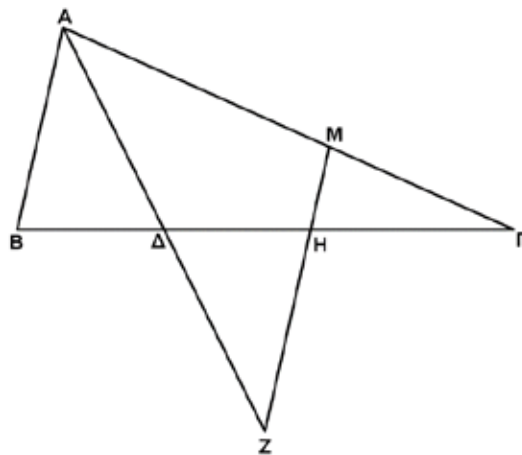
7. Να χαρακτηρίσετε με **ΟΡΘΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις:

Οι διαγώνιοι ισοσκελούς τραπεζίου είναι άνισες.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνιές τους μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Η ευθεία με εξίσωση $y = -3x + 5$ περνά από το σημείο $(1, 2)$.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Το σύστημα $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$ δεν έχει λύσεις.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Το τετράγωνο είναι και ρόμβος.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

8. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ και Δ διχοτόμος της $\angle B\hat{A}\Gamma$. Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = A\Delta$. Αν το Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και η ευθεία $Z\Gamma$ τέμνει την AB στο σημείο M να δείξετε ότι:

α) $\angle B\Delta A = \angle Z\Delta H$

β) Το τρίγωνο $\triangle AMZ$ είναι ισοσκελές.



9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\eta\mu\hat{\Gamma} = \frac{3}{5}$.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $8 \times \epsilon\phi\hat{\Gamma} - 10 \times \sigma\upsilon\nu\hat{B}$

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και K, Λ τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την ΛK προς το μέρος του K κατά τμήμα $KM = K\Lambda$.

Να δείξετε ότι:

α) $A\Gamma\Lambda M$ παραλληλόγραμμο.

β) $AMB\Lambda$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

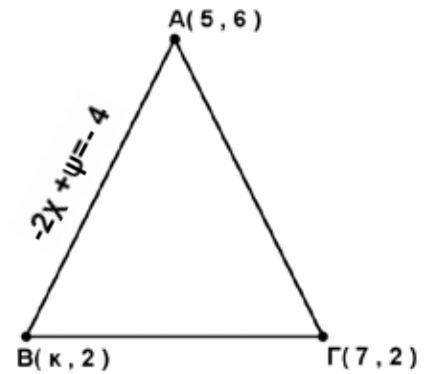
1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{5x}{x^2 - x - 12} + \frac{2}{4 - x} = \frac{2x}{x^2 + 3x}$$

2. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης ίσο με 100 m^2 και εμβαδό παράπλευρης επιφάνειας ίσο με 260 m^2 . Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.



3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(5, 6)$, $B(\kappa, 2)$ και $\Gamma(7, 2)$.
Η εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται η AB είναι $-2\chi + \psi = -4$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 3$. (μον. 2)
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. (μον. 3)
γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM . (μον. 3)
δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου. (μον. 2)



4. Δίνονται οι παραστάσεις $A = 3(x-2)^2 - 2(2x+1)(1-2x) - 8x^2 - 5(2-3x)$
 $B = (x-2)^3 + x^2(5-x) + 9 - 12x$

α) Να δείξετε ότι $A = 3x^2 + 3x$ και $B = 1 - x^2$ (μον.5)

β) Να λύσετε την εξίσωση $A=0$ (μον.2)

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A}{B}$ και στη συνέχεια να το απλοποιήσετε. (μον.3)

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Έστω M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ το μέσο της BM . Προεκτείνουμε την $A\Delta$ προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να δείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο AMB είναι ισόπλευρο.

β) Το τετράπλευρο $ABEM$ είναι ρόμβος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 5/6/2015

ΩΡΑ : 8:00΄ - 10:00΄ π.μ.

Βαθμός :

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο : **Τμήμα :** **Αριθμός:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ **Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(c + 3)^2 =$

β) $(y - 4)(y + 4) =$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5c - 5y =$

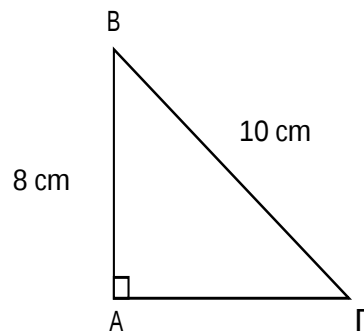
β) $49a^2 - 16 =$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 10\text{cm}$.
Να βρείτε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

α) $\sin \Gamma =$

β) $\tan \Gamma =$

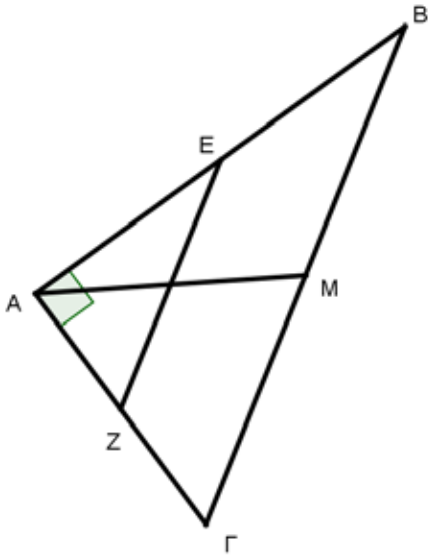
γ) $\hat{B} =$



4. Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 4cm και ύψος 9cm . Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας.
 - Τον όγκο του κυλίνδρου.

5. Δίνεται η ευθεία $e_1 : 2y + 6x - 3 = 0$.
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία e_1 και περνά από το σημείο $(-1, 4)$.

6. Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) και η AM είναι η διάμεσος του. Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = AM$.



7. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{c^2 - 4}{c^2 - 8c + 12} : \frac{c^2 + 2c}{c^2 - 2c - 24} =$$

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και K το μέσο της $B\Gamma$. Αν $K\Delta$ και KE είναι οι αποστάσεις του K από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $K\Delta = KE$.

9. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** και τον **όγκο** ορθού πρίσματος του οποίου το ύψος είναι 9cm και οι βάσεις του είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές $AG=12\text{cm}$ και $AB=5\text{cm}$.
(μον.3/μον.2)

10. α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(2c + y)^3 - 8c^3 - y^3 = 6cy(2c + y)$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$a^2 - b^2 - 10a - 16 - 8b + 25$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{7+7c}{c^2 - c - 12} + \frac{2c - 3}{4 - c} = \frac{1 - 3c}{c + 3}$$

2. α) Να λύσετε την εξίσωση:

(μον. 4)

$$3c^2 - 5c - 8 = 0$$

β) Ένα ξενοδοχείο διαθέτει δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Τα δίκλινα δωμάτια είναι 8 περισσότερα από τα τρίκλινα. Συνολικά στα δωμάτια υπάρχουν 106 κρεβάτια.

Να βρείτε πόσα δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια διαθέτει.

(μον. 6)

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα σημεία Α,Β,Γ είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.

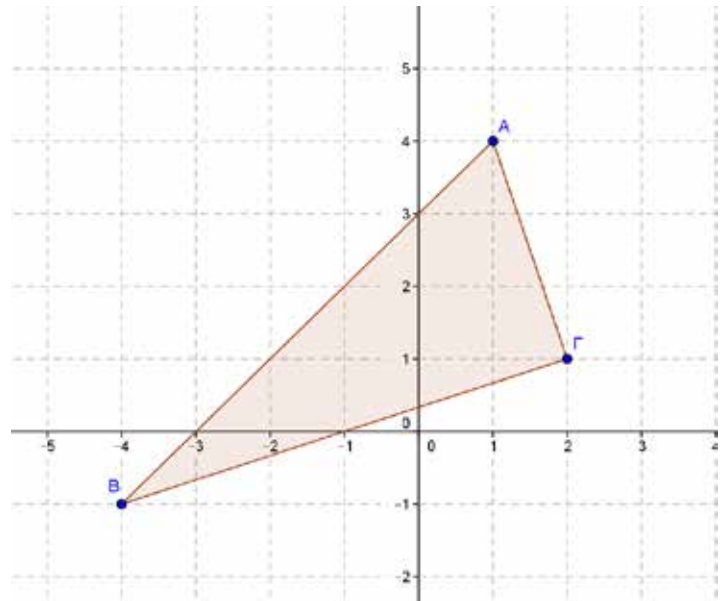
(μον. 4)

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(μον. 2)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ .

(μον. 4)



4. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και ΔZ διχοτόμος της γωνίας Δ (Z σημείο της AB).
Φέρουμε AK κάθετη στη ΔZ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την $\Gamma\Delta$ στο E .

Να δείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές. (μον. 2)
- β) Τα τρίγωνα AKZ και ΔKE είναι ίσα. (μον. 4)
- γ) Το τετράπλευρο $AZE\Delta$ είναι ρόμβος. (μον. 4)

5. Η πιο κάτω κατασκευή αποτελείται από ένα κύβο και μια τετραγωνική πυραμίδα. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας είναι 240m^2 και το παράπλευρο ύψος της 10m .
Να υπολογίσετε:
- α) Τον όγκο της κατασκευής. (μον. 6)
- β) Το κόστος της εξωτερικής επένδυσης της κατασκευής (εκτός του δαπέδου) αν χρησιμοποιηθεί πέτρα που πωλείται €6,5 το τετραγωνικό μέτρο. (μον. 4)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12-06-2015

ΩΡΑ : 07:45 – 09:45

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ :** **ΑΡ :**

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : **ΒΑΘΜΟΣ :**

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (2) ΜΕΡΗ ΚΑΙ ΕΠΤΑ (7) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Να γράψετε με μπλε μελάνι. (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής .
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

ΜΕΡΟΣ Α : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπtyγματα:

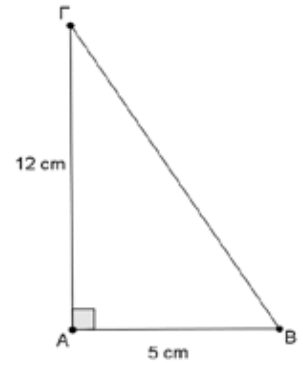
α) $(\alpha + 3)^2 =$

β) $(\alpha + 4) \times (\alpha - 4) =$

2) Να λύσετε το σύστημα : $x + 3y = -1$
 $2x - 3y = 7$

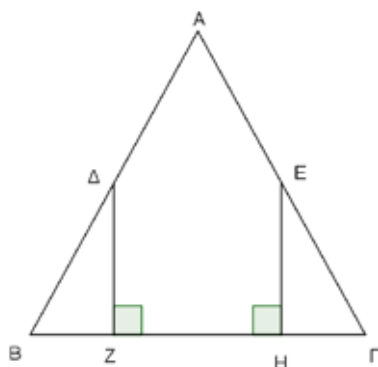
3) Να υπολογίσετε τον όγκο και την ολική επιφάνεια ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 7m, 6m, 5m .

- 4) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 5 \text{ cm}$, $A\Gamma = 12 \text{ cm}$
να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ .



- 5) Να λύσετε την εξίσωση: $4x^2 - 5x - 6 = 0$

6)



Δεδομένα

$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές
 $AB = A\Gamma$
 Δ μέσο της AB
 E μέσο της $A\Gamma$
 $\Delta Z \perp B\Gamma$
 $E\Gamma \perp B\Gamma$

Ζητούμενα

$\Delta Z = E\Gamma$

7) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $5x^2 + 5xy =$

β) $x^2 - 9 =$

γ) $2x^2 + 2y^2 + ax^2 + ay^2 =$

δ) $x^2 + 5x + 4 =$

8) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{a}{b}c + \frac{1}{c} \frac{b^2}{a} - \frac{a}{b}c - \frac{1}{c} \frac{b^2}{a} = 4$

9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) . Να προεκτείνετε τις ίσες πλευρές ΑΒ και ΑΓ προς το μέρος της κορυφής Α και να πάρετε αντίστοιχα σημεία Δ και Ε, ώστε ΑΔ = ΑΕ. Αν Μ το μέσο της ΒΓ, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ισοσκελές. (Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

10) Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα με τη βοήθεια συστήματος :

Στο ποδοσφαιρικό πρωτάθλημα μιας χώρας η ομάδα που βγήκε πρωταθλήτρια έδωσε 20 αγώνες και έμεινε αήττητη συγκεντρώνοντας 54 βαθμούς. Πόσες νίκες και πόσες ισοπαλίες σημείωσε, αν για κάθε νίκη παίρνει 3 βαθμούς και για κάθε ισοπαλία 1 βαθμό.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{35}{x^2 + x - 6} - \frac{x - 4}{2 - x} = \frac{2x - 1}{x + 3}$$

2) α) Να γίνουν οι πράξεις :

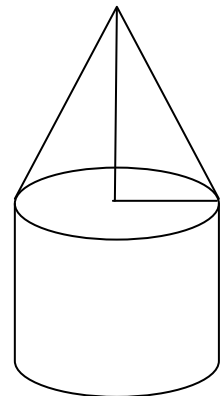
(μονάδες 8)

$$\Gamma = \frac{\partial x}{\partial y} + 3 \frac{\partial}{\partial x} \frac{y^2}{x^2 - 9y^2} =$$

$$\Delta = \frac{\partial y}{\partial x} - 1 \frac{\partial}{\partial x} \frac{y^2}{x^2} - \frac{6y}{x} + 1 \frac{\partial}{\partial x} =$$

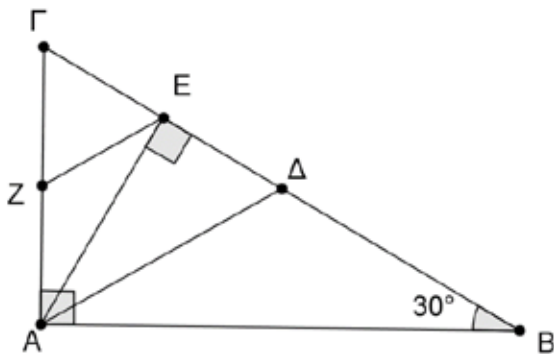
β) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω αποτελέσματα, να δείξετε ότι $\Delta + 3\Gamma = -1$. (μονάδες 2)

- 3) Το διπλανό σχήμα αποτελείται από ένα κύλινδρο και έναν κώνο.
 Το εμβαδόν της βάσης του κυλίνδρου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $60\pi \text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με το ύψος του κώνου να υπολογίσετε:
- τον όγκο του στερεού και
 - το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



- 4α) Σε τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διχοτόμο του BE . Από το σημείο E φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την $B\Gamma$, η οποία τέμνει την AB στο σημείο K . Έστω M το μέσο της BE . Προεκτείνουμε την KM προς το μέρος του M και ονομάζουμε Λ το σημείο τομής της KM και της $B\Gamma$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $KE\Lambda B$ είναι ρόμβος.
(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

- β) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 30^\circ$ και $A\Gamma = 4\text{cm}$. Αν $AE \perp B\Gamma$ και Z, Δ είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας τα πιο κάτω: $ZE, B\Gamma, A\Delta, \Gamma E$.



- 5 α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(7, 5), Β(-1, 1) και Γ(4, -2). Αν ΓΜ διάμεσος του τριγώνου, να βρείτε:
- i) τις συντεταγμένες του σημείου Μ,
 - ii) την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ .
 - iii) το μήκος της πλευράς ΒΓ.
 - iv) την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Β και είναι παράλληλη με την ευθεία $3y - 2x + 4 = 0$.

(μονάδες 8)

β) Για ποιες τιμές του α το πιο κάτω σύστημα είναι αδύνατο :

$$\left. \begin{array}{l} y = (\alpha^2 - 3\alpha)x + 12 \\ (\alpha - 3)x + y = 15 \end{array} \right\}$$

(μονάδες 2)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

Χρόνος: 2 ώρες

Βαθμός:

Ημερομηνία: Δευτέρα, 15 Ιουνίου 2015

Υπογραφή καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

δ) Μόνο τα σχήματα μπορούν να γίνουν με τη χρήση μολυβιού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από οκτώ (8) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$a) (a - 8)(a + 8) =$$

$$b) (y + 6)^2 =$$

2. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων.

$$4c + 5y = 70$$

$$3c - y = 5$$

3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 5m, 2m και 3m. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

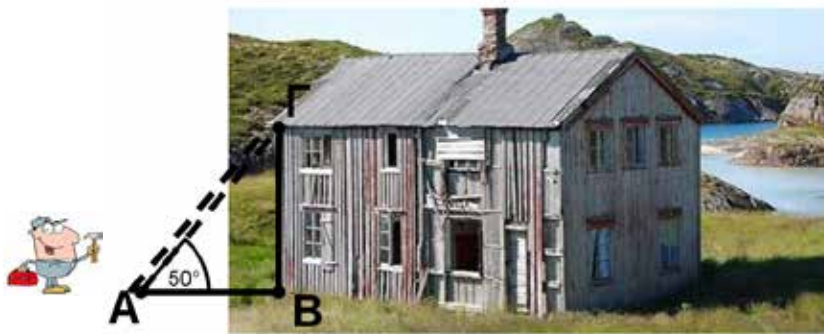
4. Στο πιο κάτω σχήμα, ο εργάτης για να επισκευάσει το σπίτι χρησιμοποιεί σκάλα μήκους 4m. Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι 50° , να υπολογίσετε το ύψος του τοίχου.

Δίνονται:

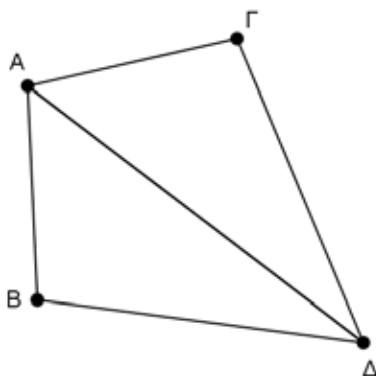
$$\sin 50^\circ \approx 0,766$$

$$\cos 50^\circ \approx 0,643$$

$$\tan 50^\circ \approx 1,19$$



5. Στο πιο κάτω σχήμα, ΑΔ είναι η διχοτόμος της $\angle BAC$ και $AB=AC$. Να δείξετε ότι $BD=CD$.



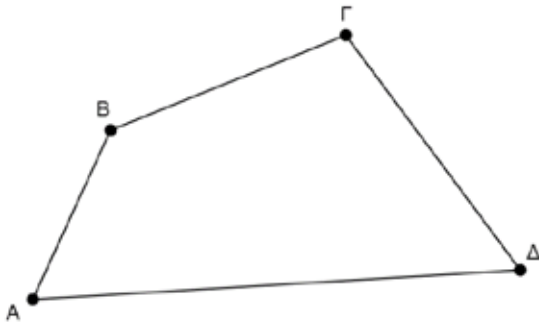
6. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

a) $8c^3 + c =$ (Μον.1,5)

b) $25 - 16c^2 =$ (Μον.1,5)

g) $2c^2 + ac - 2cy - ay =$ (Μον.2)

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τυχαίο τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Αν τα σημεία Κ, Λ, Μ και Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΑΔ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι παραλληλόγραμμο.



8. Να λύσετε την εξίσωση.

$$(2c - 1)^2 - (c - 3)(c + 3) = 14$$

9. Δίνονται τα σημεία $A(6, -2)$, $B(-2, 4)$ και $\Gamma(0, 5)$. Να βρείτε:
- α) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB ,
 - β) την απόσταση των σημείων A και B ,
 - γ) την κλίση του AB ,
 - δ) την εξίσωση της ευθείας ε_1 , η οποία περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη προς το AB .

10. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\frac{c}{4} - \frac{4}{c}}{\frac{c}{4} - 1}$, όπου $c \neq 0$ και $c \neq 4$.

α) Να δείξετε ότι $A = \frac{c+4}{c}$.

β) Να βρείτε το ανάπτυγμα A^3 .

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση.

$$\frac{c+8}{c^2-4c-21} - \frac{1}{c+3} = \frac{c}{2c+6}$$

2. Να γράψετε ένα σύστημα εξισώσεων σύμφωνα με τα πιο κάτω δεδομένα και ακολουθώντας να το λύσετε.
Στο παιχνίδι «Κυνήγι κρυμμένου θησαυρού» που διοργάνωσε ο δήμος Αγλαντζιάς, κάθε διαγωνιζόμενη ομάδα έπρεπε να λύσει κάποιους γρίφους και να ολοκληρώσει με επιτυχία κάποιες αποστολές. Η ομάδα «ΑΝΩΤΕΡΟΙ» έλυσε 6 γρίφους και ολοκλήρωσε με επιτυχία 5 αποστολές, μαζεύοντας συνολικά 57 βαθμούς. Η ομάδα «ΒΡΑΧΟΙ» έλυσε 2 γρίφους και ολοκλήρωσε με επιτυχία 4 αποστολές, μαζεύοντας συνολικά 33 βαθμούς. Να βρείτε πόσους βαθμούς κέρδιζε μία ομάδα για κάθε λύση ενός γρίφου και πόσους για κάθε επιτυχημένη αποστολή.

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$. Το σημείο Δ είναι το μέσο της ΒΓ, $DE \parallel A\Gamma$ και $DE \perp AB$. Αν τα μήκη των πλευρών ΒΓ και ΑΓ δίνονται από τις ακόλουθες αλγεβρικές παραστάσεις $B\Gamma = (c^2 + 2c)m$ και $A\Gamma = c^2m$.

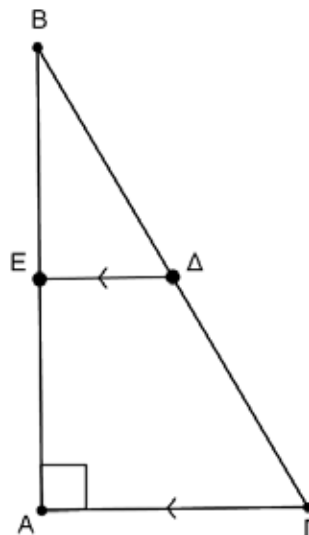
α) Να δείξετε ότι $\triangle ADE \sim \triangle AB\Gamma$. (Μον. 0,5)

β) Να βρείτε την τιμή της μεταβλητής x και το μήκος του ΕΔ. (Μον. 4,5)

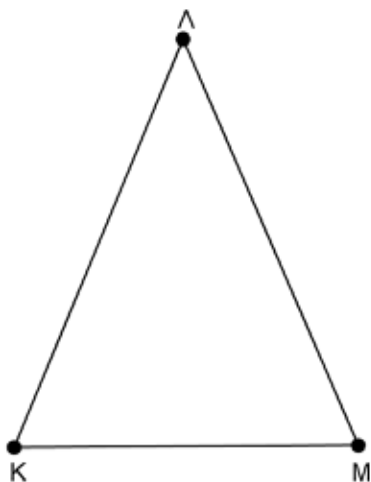
γ) Να προεκτείνετε τις πλευρές ΑΓ και ΒΓ προς το σημείο Γ κατά τμήματα $\Gamma Z = A\Gamma$ και

$\Gamma H = \frac{B\Gamma}{2}$ αντίστοιχα και να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΔΖΗ είναι ορθογώνιο. (Μον. 5)

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΚΛΜ ($ΚΛ=ΛΜ$). Αν Ν είναι το μέσο της ΚΜ, να φέρετε τις αποστάσεις ΝΕ και ΝΖ του σημείου Ν από τις πλευρές ΚΛ και ΜΛ αντίστοιχα. Στη συνέχεια να προεκτείνετε τις αποστάσεις ΝΕ και ΝΖ κατά τμήματα ΕΗ=ΝΕ και ΖΘ=ΝΖ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:
- α) $ΝΕ=ΝΖ$ και (Μον. 4)
- β) το τρίγωνο ΗΛΘ είναι ισοσκελές. (Μον. 6)



5. Οι μαθητές ενός τμήματος της Γ΄ τάξης του Γυμνασίου Αγλαντζιάς στα πλαίσια ενός διαγωνισμού έφτιαξαν δύο μεταλλικές κατασκευές, σε σχήμα κώνου και κυλίνδρου. Ο κώνος έχει όγκο $324\pi \text{ cm}^3$ και ύψος 12 cm . Ο κύλινδρος έχει ύψος δωδεκαπλάσιο της ακτίνας της βάσης του και όγκο ίσο με τον όγκο του κώνου.
- α) Να βρείτε:
- i) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου, (Μον. 4)
 - ii) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου. (Μον. 3,5)
- β) Αν οι δύο κατασκευές βαφτούν εξωτερικά με το ίδιο υλικό, να βρείτε ποιας κατασκευής θα στοιχίσει περισσότερο το βάψιμο. (Μον. 2,5)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 12/06/2015

Σελίδες: 7

Τάξη: Γ'

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (c+4)^2 =$$

$$(\beta) (c-5)(c+5) =$$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων:

$$3c - 2y = 5$$

$$5c + y = 17$$

ΘΕΜΑ 3

Να βρείτε την εξίσωση ευθείας e_1 που περνά από το σημείο $A(0,3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $e_2: y = 5c - 2$.

ΘΕΜΑ 4

Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $kc + ky =$

(β) $c^2 + 8c + 15 =$

(γ) $9c^2 - 1 =$

(δ) $2ac - a - 6c + 3 =$

ΘΕΜΑ 5

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $3cm$, $5cm$ και $10cm$.

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $ABΓ$. Να πάρετε σημεία E και Z πάνω στις πλευρές AB και $AΓ$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $AE = AZ$. Αν M τυχαίο σημείο της διχοτόμου AD , να αποδείξετε ότι $ME = MZ$.

ΘΕΜΑ 7

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και ΑΜ ύψος. Να προεκτείνετε το ΑΜ προς το μέρος του Μ κατά τμήμα ΜΔ=ΑΜ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι ρόμβος.

ΘΕΜΑ 8

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{a-1}{a^2+a} + \frac{4}{a^2-1}$ και $B = \frac{a^2-2a-3}{a-a^2}$ με $a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1, a \neq 3$.

Να δείξετε ότι $\frac{A}{B} = -\frac{1}{a-3}$.

ΘΕΜΑ 9

Η εσωτερική επιφάνεια πισίνας σε σχήμα κυλίνδρου πρέπει να στεγανοποιηθεί ώστε να μην υπάρχει διαρροή νερού. Να υπολογίσετε το κόστος στεγανοποίησής της, αν γνωρίζετε ότι το υλικό πωλείται €50 η συσκευασία (κάθε συσκευασία καλύπτει $44m^2$). Η εσωτερική ακτίνα της πισίνας είναι $10m$ και το εσωτερικό ύψος της $2m$.

ΘΕΜΑ 10

Να λύσετε την εξίσωση:

$$(c+2)^3 - (c+5)^2 - c^3 = 2(3c - 8)$$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε την εξίσωση:

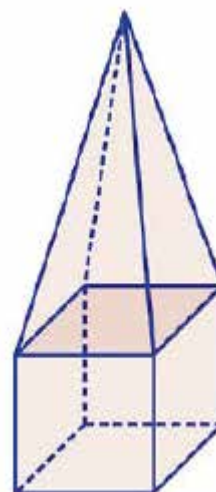
$$\frac{c}{c-4} + \frac{5}{2-c} = \frac{8}{c^2 - 6c + 8}$$

ΘΕΜΑ 2

Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύβο με εμβαδόν βάσης 100 cm^2 και μια πυραμίδα με παράπλευρο ύψος 13 cm .

(α) Να υπολογίσετε την εξωτερική επιφάνεια του στερεού.

(β) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.



ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα σημεία $A(0,0)$, $B(2,2)$, $G(4,2)$ και $D(6,0)$.

(α) Να αποδείξετε ότι $AB = GD$.

(β) Να αποδείξετε ότι $BG \parallel AD$.

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του BG .

(δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που περνά από το M και είναι παράλληλη με την ευθεία $ΓΔ$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Προεκτείνουμε τις πλευρές AB προς το B και AG προς το Γ κατά τμήματα BM και ΓE αντίστοιχα έτσι ώστε $BM=\Gamma E$. Από τα σημεία M και E φέρω τις αποστάσεις $M\Delta$ και EZ από την ευθεία $B\Gamma$.

(α) Να αποδείξετε ότι $M\Delta=EZ$.

(μον. 6)

(β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔZEM είναι ορθογώνιο.

(μον. 4)

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) με κάθετες πλευρές $AB=(c+4)cm$ και $AG=2c\,cm$.

(α) Αν το εμβαδόν του τριγώνου είναι $12\,cm^2$, να υπολογίσετε την τιμή του c .

(β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sin B$ και θ $\hat{G}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2015

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή Καθηγ.:

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:.....Τμήμα:..... Αρ.:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10 (δέκα)** δακτυλογραφημένες σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις **δέκα (10)** ασκήσεις του **ΜΕΡΟΥΣ Α΄**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.

- 1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(x + 3)^2 =$$

$$(2x + \varnothing)(\quad - \quad)$$

- 2) Να υπολογίσετε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου του οποίου οι διαστάσεις είναι 5 cm , 8 cm και 12 cm.

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$)^\sigma 6x + 3$$

$$)^\sigma x^2 + 4x - 12 =$$

$$\frac{\vartheta}{=}$$

$$)^\sigma x^3 - 9x =$$

$$)^\sigma \vartheta$$

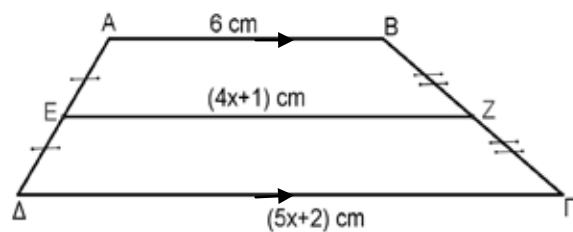
4) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 6x - \vartheta = \\ 3x + 2 = 9 \end{cases}$$

5) Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε τα x . **(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).**

α)

β)



6) Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

7) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ABC$ με υποτείνουσα $AB = 10$. Αν η κάθετη πλευρά $AC = 6$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{1}{\sin A} \times \frac{1}{\cos A} - \frac{1}{\tan A} \times \frac{1}{\cot A}$$

8) Κώνος έχει ύψος 8 cm και εμβαδό βάσης ίσο με $36\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

β) Τον όγκο του κώνου.

(Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π)

9) Στο τρίγωνο ABΓ δίνονται: $(B\Gamma)=2(AB)$ και

$\angle A = 60^\circ$, BΔ διχοτόμος της $\hat{A}$ και M μέσο της BΓ.

Να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ABΔ και ΔBM είναι ίσα.

β) Το τρίγωνο BΔΓ είναι ισοσκελές.

γ) Η γωνία $\hat{B} \cong 90^\circ$.

- 10) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και E, Δ τα μέσα των AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την ΔE προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta Z = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma ZE$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις **5 (πέντε)** ασκήσεις του **ΜΕΡΟΥΣ Β΄**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 (δέκα) μονάδες**.

1) Να λύσετε την εξίσωση:
$$1 + \frac{x+2}{2-x} = \frac{x-10}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x}$$

2) α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1+x)^3 - (2x-1)^2 - x(7-x) = x^3$

β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^3 - x}{2x} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{\frac{2}{x} + 1}{1 - \frac{1}{x}} =$$

$$(x^{-1} 0, x^{-1} \pm 2, x^{-1} 1)$$

3) Δίνονται τα σημεία $A(8,3)$, $B(0,-3)$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB .

γ) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας AB είναι $\Leftrightarrow \frac{3}{4}x - y = 3$.

δ) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε οι ευθείες AB και

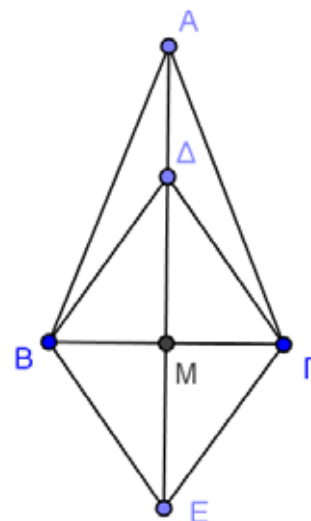
$(\lambda)x - \frac{3}{4}y = 4$ να είναι παράλληλες.

4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle ABC$ ($AB = AC$) και οι γωνίες $\angle ABD = \angle ACD$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο BDC είναι ισοσκελές.

β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABD και ACD είναι ίσα.

γ) Αν $DM = ME$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $BDCD$ είναι ρόμβος.



- 5) Σ' ένα εργαστήριο χρυσοχοΐας έλιωσαν 9 κύβους από χρυσάφι για να φτιάξουν κοσμήματα σχήματος τετραγωνικής πυραμίδας. Αν κάθε κύβος είχε ολική επιφάνεια 384 cm^2 και κάθε πυραμίδα έχει $U = 4 \text{ cm}$ και παράπλευρο ύψος $h=5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε πόσα κοσμήματα θα φτιάξουν.
(Οι κύβοι και οι πυραμίδες είναι συμπαγείς)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2015
ΤΑΞΗ: Γ'
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ:.....
Ολογράφως:.....
Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ: Αρ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με στυλό χρώματος μπλε ή μαύρου.
(Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες .

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 5)^2 =$

(β) $(3x - 2)(3x + 2) =$

2. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση :

(α) Αν ω είναι μία οξεία γωνία σε ορθογώνιο τρίγωνο τότε:

i. $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}{\text{υποτείνουσα}}$

ii. $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}{\text{προσκειμένη κάθετη της } \hat{\omega}}$

iii. $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}{\text{υποτείνουσα}}$

iv. $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}$

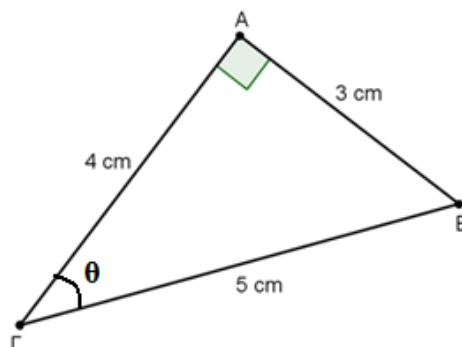
(β) Το ημίτονο της γωνίας θ στο διπλανό σχήμα ισούται με:

i. $\eta\mu\theta = \frac{3}{4}$

ii. $\eta\mu\theta = \frac{5}{3}$

iii. $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$

iv. $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$

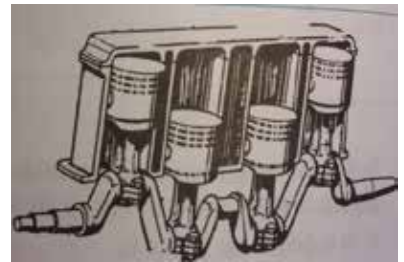


3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2\chi - 3\psi = 9$$

$$3\chi + 4\psi = 5$$

-
4. Ένα αυτοκίνητο έχει τετρακύλινδρη μηχανή όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ακτίνα της βάσης κάθε κυλίνδρου είναι 4cm και το ύψος του 10cm. Να βρείτε τον κυβισμό του αυτοκινήτου, που ισούται με τον όγκο των τεσσάρων κυλίνδρων μαζί.
Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π .

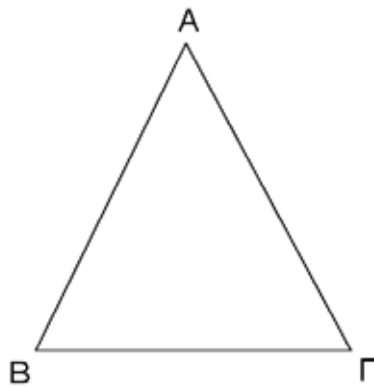


-
5. Να βρείτε τις τιμές των κ και μ ώστε οι ευθείες $\epsilon_1 : \psi = (3\kappa + 1)\chi - 10$ και $\epsilon_2 : \psi = -2\chi - 5\mu$ να συμπίπτουν.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x + 1 = 0$

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την $B\Gamma$ προς το μέρος του B κατά τμήμα $B\Delta$ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓE , έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.



8. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $3\chi\psi - 3\chi\omega =$

(β) $\chi^2 - 16\psi^2 =$

(γ) $\chi^3 + 8 =$

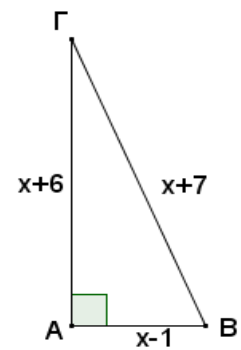
(δ) $\chi^2 + 5\chi + 6 =$

(ε) $\lambda\chi - \lambda\psi - 2\chi + 2\psi =$

9. Ορθό πρίσμα ύψους 8cm έχει βάση ορθογώνιο τρίγωνο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

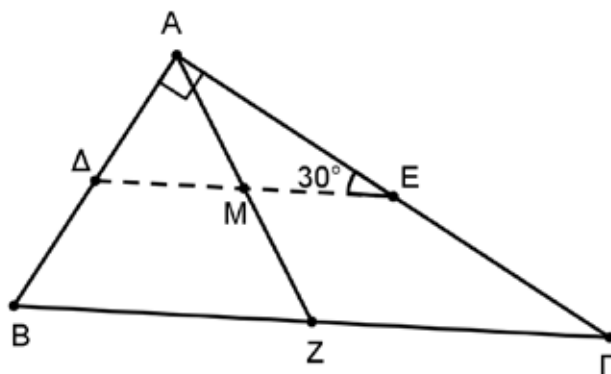
(α) Να υπολογίσετε την τιμή του x .

βάση πρίσματος



(β) Αν $x = 6\text{cm}$ να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος.

10. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$. Τα σημεία Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.



(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta ZE$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(β) Αν $AZ = 10\text{ cm}$ και $\hat{AΕΔ} = 30^\circ$, να δείξετε ότι $A\Delta = 5\text{ cm}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα .

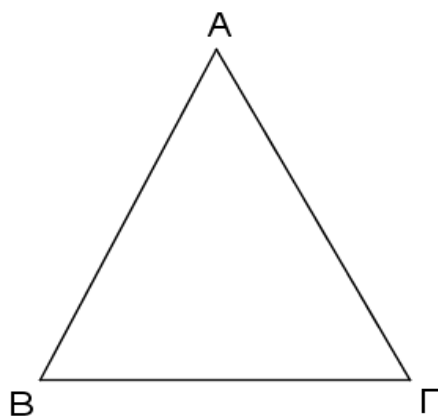
Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η παράσταση : $A = \frac{3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - 2x} : \frac{x+1}{x+2} - \frac{3}{4-x^2}$

(α) Να αποδείξετε ότι : $A = \frac{3(x-2)}{x}$

(β) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{4x+5}{x-2} = \frac{3(x-2)}{x} + \frac{15x-4}{x^2-2x}$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις ίσες πλευρές AB και $A\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ και E , τέτοια ώστε $A\Delta = AE$.

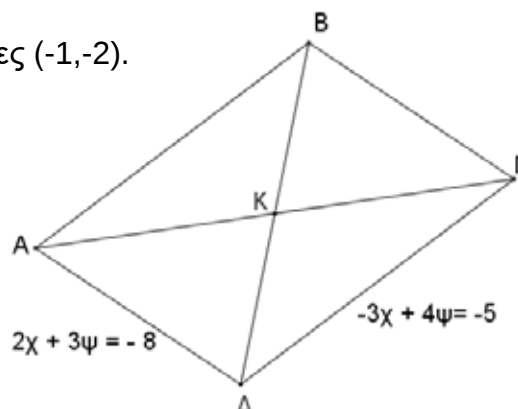


- (α) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις ΔZ και $E\text{H}$ των σημείων Δ και E από τη $B\Gamma$ είναι ίσες.

- (β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta E\text{H}Z$ είναι ορθογώνιο.

3. Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ με A(-4,0) και B(0,3) και Γ(3,1). Η πλευρά ΓΔ έχει εξίσωση $\Gamma\Delta : -3\chi + 4\psi = -5$ και η πλευρά ΑΔ έχει εξίσωση $A\Delta : 2\chi + 3\psi = -8$

(α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Δ έχει συντεταγμένες (-1,-2).

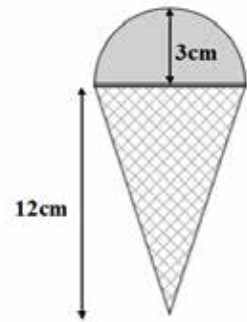
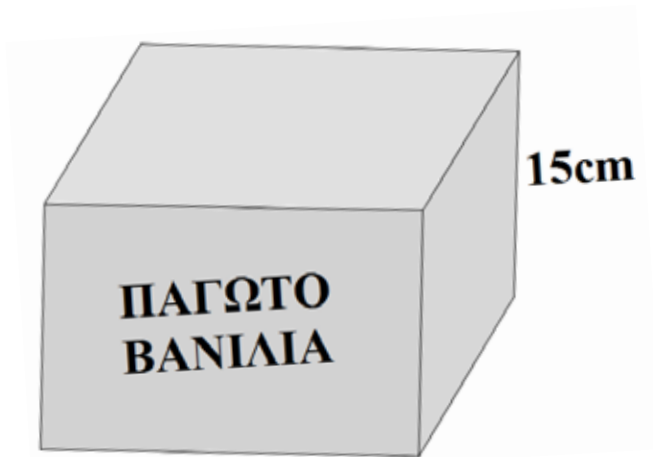


(β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB.

(γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

(δ) Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής Κ των διαγωνίων του ABΓΔ είναι το $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

4. Ο κύριος Κώστας αγοράζει παγωτό σε δοχεία σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Το κάθε δοχείο στοιχίζει €35. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του ισούται με 1350cm^2 . Το ύψος του ισούται με 15cm και το μήκος της βάσης του είναι διπλάσιο από το πλάτος της βάσης του. Γεμίζει χωνάκια με παγωτό (όπως φαίνεται στο σχήμα), τα οποία αγοράζει 5 σεντ το ένα.



- (α) Να βρείτε πόσα το πολύ τέτοια χωνάκια με παγωτό μπορεί να γεμίσει ο κύριος Κώστας με ένα τέτοιο δοχείο παγωτού. [Μον.8]

- (β) Αν πωλεί τα χωνάκια με παγωτό €1,50 το ένα, να βρείτε πόσα θα κερδίσει συνολικά από την πώληση του παγωτού. [Μον.2]

5. Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(x-1)^3 - (2x+5)(2x-5) = 4x^3 - 3x(x+1)^2 - x(x-6) + 24$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....ΤΜΗΜΑ: ΑΡ. : ...

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΩΡΑ: 8:00 π.μ. – 10:00 π.μ.

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 04/06/15

ΒΑΘΜΟΣ:

--

Οδηγίες: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράφετε μόνο με μπλε πέννα (Με μολύβι μπορείτε να κάνετε μόνο τα σχήματα).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού(Tirrrex)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:(10 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(2c - 5)^2 =$

β) $(c + \sqrt{3})(c - \sqrt{3}) =$

2. Σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να κυκλώσετε το γράμμα **Σ**, αν ο ισχυρισμός είναι σωστός και το γράμμα **Λ**, αν ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.

Τετράπλευρο με απέναντι γωνίες ίσες και διαγώνιους που τέμνονται κάθετα είναι ρόμβος .	Σ	Λ
Κάθε ορθογώνιο είναι τετράγωνο	Σ	Λ
Οι διαγώνιοι του τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες του .	Σ	Λ
Οι διαγώνιοι κάθε τραπεζίου ισούνται μεταξύ τους.	Σ	Λ
Τετράπλευρο που έχει ίσες τις πλευρές του και ίσες τις διαγωνίους του είναι τετράγωνο.	Σ	Λ

3. Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 - 36 =$

β) $x^3 + 27 =$

γ) $\alpha^2 + 5\alpha + 5\beta - \beta^2 =$

δ) $x^2 - 9x + 20 =$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$3x - 2y = 2$$

$$-6x + 5y = 7$$

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (8,-3) και είναι παράλληλη με την ευθεία $3x + 6y = 4$.

6. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $5x^2 - 10x = 0$

β) $2x^2 - x - 6 = 0$

7. Ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 162 cm^3 . Αν το μήκος του είναι διπλάσιο του ύψους του και το πλάτος τριπλάσιο του ύψους του, να υπολογίσετε:

α) τις διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

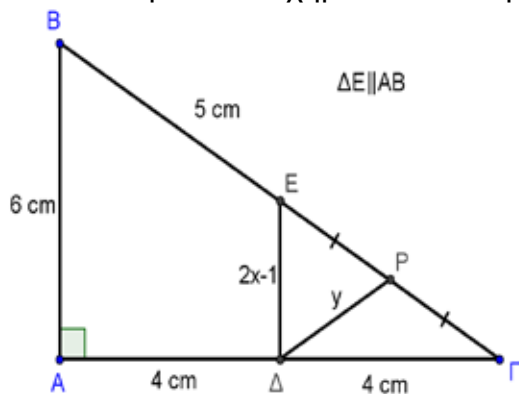
β) την ολική επιφάνεια του.

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΚΛΜ ($ΚΛ=ΚΜ$), Δ μέσο της πλευράς ΚΛ και Ε μέσο της πλευράς ΚΜ.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΕΚΔ είναι ισοσκελές.

β) Αν ΚΖ είναι το ύψος του τριγώνου ΚΛΜ, να δείξετε ότι $ΖΔ=ΖΕ$.

9. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τα x και y . (Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας)



10. Να κάνετε τις πράξεις και να δώσετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή:

$$\alpha) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} \cdot \frac{x+2}{x+3} =$$

$$\beta) \frac{x}{x-2} + \frac{x}{3x+3} - \frac{x}{x^2 - x - 2} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄:(10 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{3x-1}{x+3} + \frac{2x-3}{4-x} = \frac{33-17x}{x^2-x-12}$

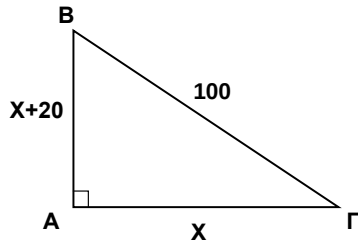
2. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ. Αν Μ και Ν τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

α) ΜΒΝΔ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Προεκτείνετε την πλευρά ΒΑ κατά τμήμα ΑΕ=ΑΜ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΕΜΔ είναι ισοσκελές.

3. α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του πιο κάτω ορθογωνίου τριγώνου.

(μον.0,8)

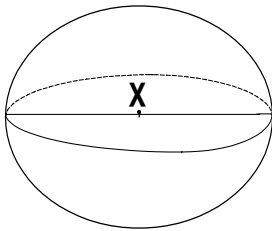


β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημB και εφΓ.

(μον.0,5)

γ) Αν ο όγκος της πιο κάτω σφαίρας είναι $36\pi\text{cm}^3$, να βρείτε την τιμή της διαμέτρου χ .

(μον.0,7)



4. α) Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα:

Σε αγώνα καλαθόσφαιρας πουλήθηκαν 1000 εισιτήρια και εισπράχθηκαν €12000 .

Τα εισιτήρια της πρώτης θέσης κόστιζαν €15 το ένα και της δεύτερης θέσης €10 το ένα.

Πόσα εισιτήρια της πρώτης θέσης πουλήθηκαν και πόσα της δεύτερης;

(μον.1,2)

β) Ένα ανοικτό ντεπόζιτο νερού έχει σχήμα κύβου ακμής 4m.Θέλουμε να βάψουμε το εσωτερικό του με μπογιά. Βαφή και μπογιά στοιχίζουν €11 το m^2 .Ποσα θα στοιχίσει συνολικά η βαφή και η μπογιά του ντεπόζιτου; (μον.0,8)

5. α) Σε κύλινδρο όπου το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας βάσης του, το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του είναι ίσο με $54\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
i) την ακτίνα του
ii) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειάς (μον.1)

β) Δίνεται ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Το σημείο Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και το σημείο E είναι το μέσο της $A\Gamma$. Φέρουμε τη ΔE και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta E = EZ$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma Z$ είναι τετράγωνο. (μον.1)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Ελένη Παπαστεφάνου

β) Ένα ανοικτό ντεπόζιτο νερού έχει σχήμα κύβου ακμής 4m.Θέλουμε να βάψουμε το εσωτερικό του με μπογιά. Βαφή και μπογιά στοιχίζουν €11 το m^2 .Ποσα θα στοιχίσει συνολικά η βαφή και η μπογιά του ντεπόζιτου; (μον.0,8)

5. α) Σε κύλινδρο όπου το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας βάσης του, το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του είναι ίσο με $54\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
i) την ακτίνα του
ii) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειάς

β) Δίνεται ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Το σημείο Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και το σημείο E είναι το μέσο της $A\Gamma$. Φέρουμε τη ΔE και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta E = EZ$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma Z$ είναι τετράγωνο.

Βαθμός αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή Εισηγητή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ'

Ημερομηνία: 15 Ιουνίου 2015

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός:

Τμήμα:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες και είναι χωρισμένο σε δύο (2) μέρη.

Γενικές Οδηγίες:

• Να χρησιμοποιήσετε μπλε στυλό μόνο.

• Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

• Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

• Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο, στον κενό χώρο μετά από κάθε ερώτηση.

✗ Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $4k + 4kl =$

β) $3y^2 - by + 6y - 2b =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2a + 3b)^2 =$

β) $(x^2 - 2)^3 =$

- 3) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 3x + 2y = 6$ και $\varepsilon_2: 2x - y = 11$. Να εξετάσετε κατά πόσο οι ευθείες είναι παράλληλες, συμπίπτουν ή τέμνονται. Αν τέμνονται, να βρείτε το σημείο τομής τους.

-
- 4) Να γράψετε την παράσταση ως ένα κλάσμα και να κάνετε όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + 5x - 14} - 1 =$$

-
- 5) Να λύσετε την εξίσωση: $x(6x - 1) = 2$

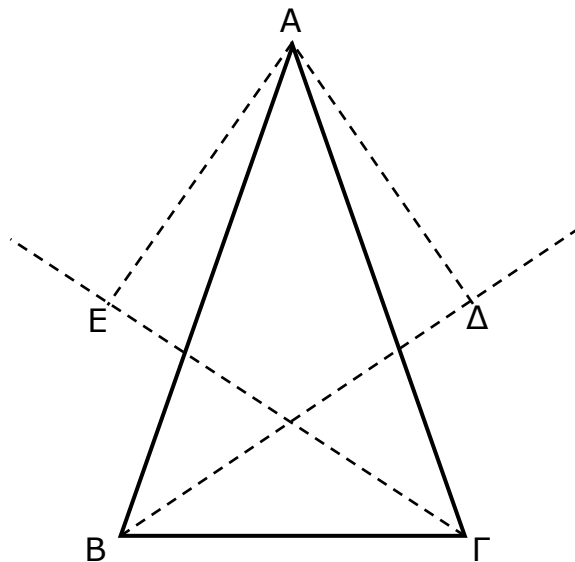
- 6) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=10 cm ΒΓ=14 cm και ΑΓ=12 cm. Αν Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔΕΖ.

-
- 7) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με Δ και Ε σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΑΔ=ΑΕ. Φέρουμε τη διχοτόμο ΑΗ. Να δείξετε ότι ΔΗ=ΕΗ.

-
- 8) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-2}{x} - \frac{4}{2-x} = \frac{8}{x^2-2x}$$

- 9) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=AG$). Οι ευθείες ΓE και $B\Delta$ διχοτομούν της γωνίες Γ και B αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις της κορυφής του τριγώνου A από τις ευθείες ΓE και $B\Delta$ είναι ίσες.

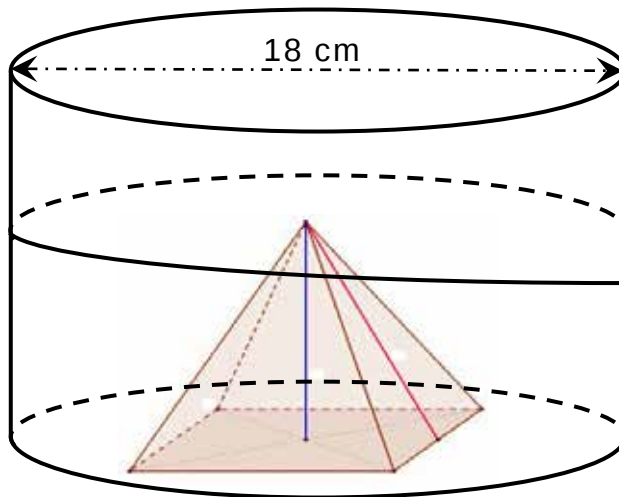


10) Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται μια μεταλλική κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης 6 cm και παράπλευρο ύψος 5 cm, να βρίσκεται στον πάτο ενός δοχείου σχήματος κυλίνδρου με διάμετρο 18 cm. Γεμίζουμε το δοχείο με νερό μέχρι να καλυφθεί η πυραμίδα.

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του νερού που χρησιμοποιήθηκε.

β) Να βρείτε το ύψος της στάθμης του νερού όταν η πυραμίδα αφαιρεθεί από τον κύλινδρο.

Οι απαντήσεις σας να δοθούν κατά προσέγγιση εκατοστού.

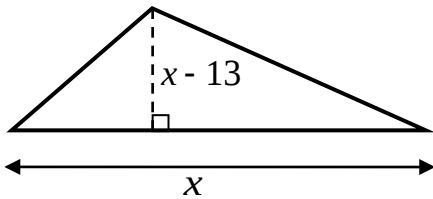


ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) α) Να αποδείξετε την ισότητα:

$$(4x + 3y)^2 - (3x + 4y)^2 = 7(x + y)(x - y)$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή του x , αν το ακόλουθο τρίγωνο έχει εμβαδόν 15 cm^2 , μία πλευρά ίση με $x \text{ cm}$ και το αντίστοιχο σε αυτή ύψος να ισούται με $(x - 13) \text{ cm}$:



- 2) Σε ένα θερμοκήπιο καλλιεργούνται δύο σπάνιες και ευαίσθητες ποικιλίες ορχιδέων, η «ορχιδέα-μαϊμού» και η «ορχιδέα-φάντασμα». Ένας βοτανολόγος φύτεψε την περσινή χρονιά συνολικά 220 ορχιδέες και από τις δύο ποικιλίες. Δυστυχώς τα φυτά χτυπήθηκαν από ένα μύκητα στη ρίζα με αποτέλεσμα να μααραθούν 40 από τις «ορχιδέες-μαϊμού» και 60 από τις «ορχιδέες-φάντασμα». Οι «ορχιδέες-μαϊμού» που έμειναν είναι διπλάσιες από τις «ορχιδέες-φάντασμα». Πόσες ήταν οι «ορχιδέες-μαϊμού» που φύτεψε ο βοτανολόγος;

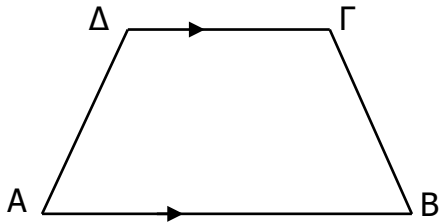


- 3) Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο, με $AB \parallel \Gamma\Delta$. Έστω E, Z τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Το ευθύγραμμο τμήμα ZH είναι προέκταση του ευθύγραμμου τμήματος ΔZ και τέμνει την προέκταση της AB στο H .

α) Να δείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα $\Delta\Gamma$ και BH είναι ίσα. (6 μονάδες)

β) Να αποδείξετε ότι τετράπλευρο $\Delta\Gamma H B$ είναι παραλληλόγραμμο. (2 μονάδες)

γ) Αν $\Delta\Gamma = 6 \text{ cm}$ και $EZ = 10 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του AB . (2 μονάδες)

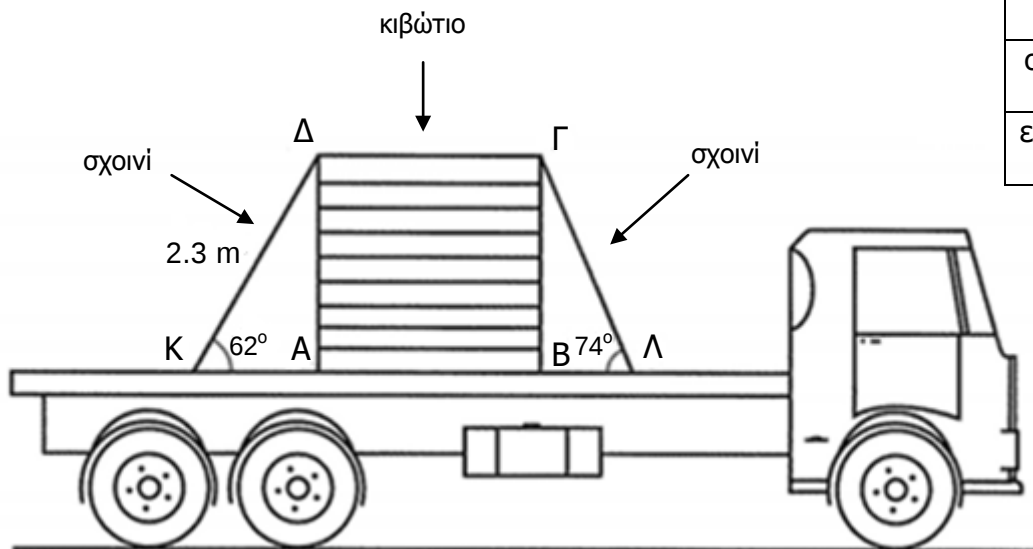


- 4) Το παρακάτω φορτηγό μεταφέρει ένα κιβώτιο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Το κιβώτιο είναι στερεωμένο με σχοινιά στην καρότσα του φορτηγού στα σημεία Κ και Λ. Αν $K\Delta = 2.3 \text{ m}$, $K\Lambda = 4 \text{ m}$, $\angle \Delta K A = 62^\circ$ και $\angle \Lambda B \Gamma = 74^\circ$, να υπολογίσετε:

- α) το ύψος $A\Delta$ και το μήκος AB του κιβωτίου, (7 μονάδες)
 β) το ολικό εμβαδόν του κιβωτίου, αν το πλάτος του ισούται με 3 m . (3 μονάδες)

Οι απαντήσεις σας να δοθούν κατά προσέγγιση δεκάτου.

	62°	74°
ημίτονο (sin)	0.883	0.961
συνημίτονο (cos)	0.469	0.276
εφαπτομένη (tan)	1.881	3.487



5) Δίνονται τα σημεία A(-3,4), B(1,6), Γ(4,0) και Δ(0,-2).

i)

α) Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΔ και ΒΓ έχουν μήκος $\sqrt{45}$ και κλίση $\lambda = -2$. (3 μονάδες)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(3 μονάδες)

γ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του.

(1,5 μονάδες)

ii) Να υπολογίσετε την τιμή του θετικού αριθμού r , αν η ευθεία $y = (r^2 - 27)x + 5$ είναι παράλληλη με την πλευρά ΒΓ. (2,5 μονάδες)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**Μάθημα: Μαθηματικά****Βαθμός****Τάξη : Γ΄****Αριθμητικώς :****Ημερομηνία: 12/06/2015****Ολογράφως:.....****Χρόνος:2 ώρες****Υπογραφή:****Ονοματεπώνυμο:.....****Τμήμα:.....Αρ.:.....****ΟΔΗΓΙΕΣ:****α) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι)****β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής****γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού****δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες****ΜΕΡΟΣ Α΄****Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις .****Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.****1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:**

α) $(4κ + 1)^2 =$

β) $(5χ - ψ)(5χ + ψ) =$

2) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις $α = 2\text{cm}$, $β = 3\text{cm}$ και $γ = 5\text{cm}$.**Να υπολογίσετε:****α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας****β) τον όγκο**

3) Να λύσετε την εξίσωση:

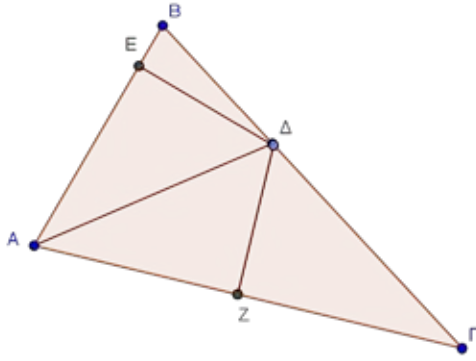
$$3\chi^2 - 10\chi + 3 = 0$$

4) Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi + 8\psi = -13$$

$$5\chi + \psi = 3$$

- 5) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, όπου AD είναι η διχοτόμος της γωνίας A . Αν $DE \perp AB$ και $DZ \perp A\Gamma$, να αποδείξετε ότι $DE = DZ$.



-
- 6) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\psi^2 - 5\psi =$

β) $9\chi^2 - \beta^2 =$

γ) $\alpha^2 - 6\alpha + 5 =$

δ) $\alpha^2 + 4\alpha - \beta^2 - 4\beta =$

- 7) Κώνος έχει εμβαδόν βάσης $25\pi \text{ cm}^2$ και ύψος 12 cm . Να υπολογίσετε:
- α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας
 - β) τον όγκο

8) Δίνεται η παράσταση $A = (\psi - 2)^3 - \psi(\psi^2 - 7\psi + 3) + 16$

α) να αποδείξετε ότι $A = (\psi + 8)(\psi + 1)$

β) αν $B = \psi^2 + 3\psi - 40$, να αποδείξετε ότι $\frac{A-B}{6} = \psi + 8$

- 9) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), το Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και E το μέσο της AG . Να προεκτείνετε τη ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι:
- α) η γωνία $AZ\Gamma = 90^\circ$ και
- β) το τετράπλευρο $AZ\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο

10) Δίνονται τα πολυώνυμα $P(\chi) = \frac{1}{\chi} + \frac{\chi+4}{3}$ και $Q(\chi) = 1 - \frac{8\chi+3\chi^2-1}{3\chi(\chi+3)}$

α) να αποδείξετε ότι $\frac{P(\chi)}{Q(\chi)} = (\chi + 3)^2$

β) να βρείτε το αποτέλεσμα $\frac{P(\chi+1)}{Q(\chi+1)} =$

γ) με τη βοήθεια του ερωτήματος (β) ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$\frac{P(101)}{Q(101)} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις .

Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{y^2 + 4y} - \frac{y + 2}{y} = \frac{y + 3}{y + 4}$$

2) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 126cm^2 και παράπλευρο ύψος 9cm . Να υπολογίσετε:

α) την ακμή της βάσης

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας

γ) το ύψος

δ) τον όγκο

3) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(3,4)$, $B(5,1)$ και $\Gamma(5,7)$.

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές

β) να βρείτε το μήκος του ύψους AD

γ) να υπολογίσετε την $\varepsilon\phi B$ και το $\sigma\upsilon\nu\Gamma$

4) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΔEZ ($\hat{D} = 90^\circ$), $\hat{Z} = 30^\circ$, M τομέσο της EZ και H το μέσο της EM .

Να προεκτείνετε την ΔH προς το μέρος του H κατά τμήμα $H\Theta = \Delta H$. Να δείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο $\Delta E\Theta M$ είναι ρόμβος και

β) το τρίγωνο ΔEM είναι ισόπλευρο.

5) Οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (\kappa - 5)\chi + 6$ και $\varepsilon_2: \psi = \frac{4-\mu}{4}\chi$ είναι παράλληλες. Να βρείτε την τιμή των κ και μ αν ισχύει η σχέση:

$$\mu^2 + (\kappa - 1)^2 - (3 + \kappa)^2 = \mu(\mu + 1)$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά ΤΑΞΗ : Γ΄ ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10.06.2015	ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ: ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ : ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:	
· Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 δακτυλογραφημένες σελίδες. · Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι) · Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού. · Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.	

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

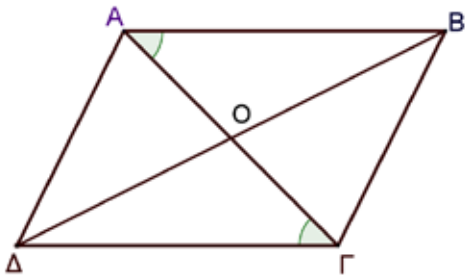
1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 7)^2 =$

β) $(2x - 5)(2x + 5) =$

2. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 8m, 4m και 2m.

3. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται $AO=O\Gamma$ και $\angle A = \angle \Gamma$. Να δείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα ABO και $O\Delta\Gamma$ είναι ίσα. (3μ.)
 - Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (2μ.)



4. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στη θέση A, 100 m από την ακτή B και 150 m από το δέντρο Γ. Θέλει να υπολογίσει την απόσταση ΒΔ. Με ένα γωνιόμετρο σκοπεύει το πλοίο και το δέντρο και βρίσκει τη γωνία $\angle A\hat{B}\Gamma = 70^\circ$. Αν $\angle A\hat{\Gamma}B = 40^\circ$, να υπολογίσετε την απόσταση ΒΔ.



5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3 - 9x = 0$

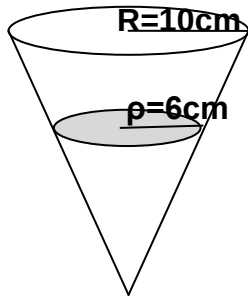
β) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $2(2y+1)^3 - (y+2)(4y-1)^2 = 27y$

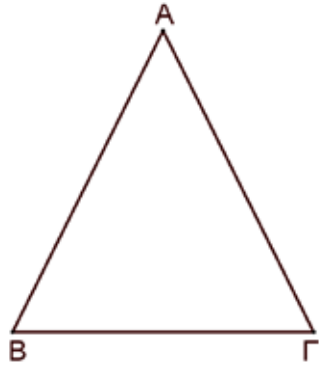
7. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{5x^2+4}{x^2-4} - \frac{3x}{x+2} - \frac{2}{x-2} =$

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\omega_1: 2x - 3y = 5$ και $\omega_2: x + y = 1$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\omega_3: 3x - 2y = 4$.

9. Το κωνικό δοχείο του σχήματος περιέχει νερό όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το ύψος του δοχείου είναι 20 cm και η στάθμη του νερού φθάνει σε ύψος 12 cm. Η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι $R=10$ cm και η ακτίνα του μικρού κύκλου είναι $\rho=6$ cm.
- α) Να βρείτε τον όγκο του νερού που υπολείπεται για να γεμίσει το δοχείο. (3μ.)
- β) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του δοχείου. (2μ.)
- (Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π)



10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και AG παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta$ και ΓE έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Να δείξετε ότι:
- α) $BE=\Gamma\Delta$
 - β) Οι αποστάσεις των σημείων Δ και E από την ευθεία $B\Gamma$ είναι ίσες.



ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-7}{x^2-5x+4} - \frac{x-3}{x^2-x} = \frac{1}{4-x}$$

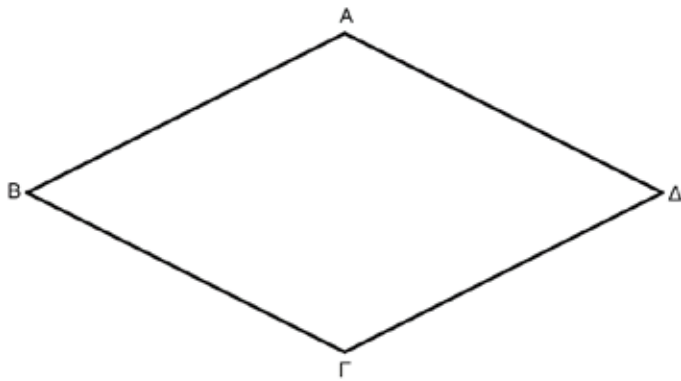
2. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και οι συντεταγμένες των κορυφών $A(\quad)$,
 $B(\quad)$ και $\Gamma(\quad)$.

α) Αν K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε τις συντεταγμένες του.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

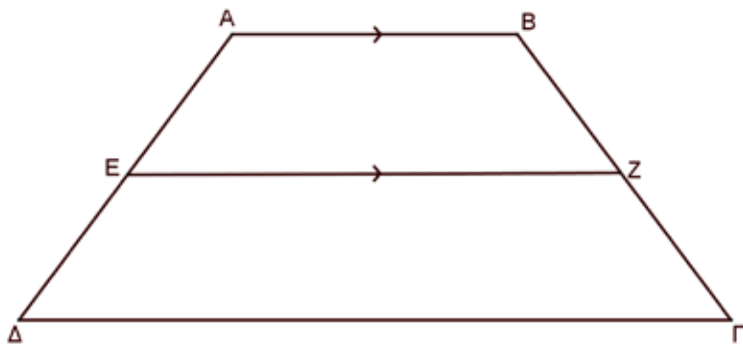
γ) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .

δ) Να δείξετε ότι το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.



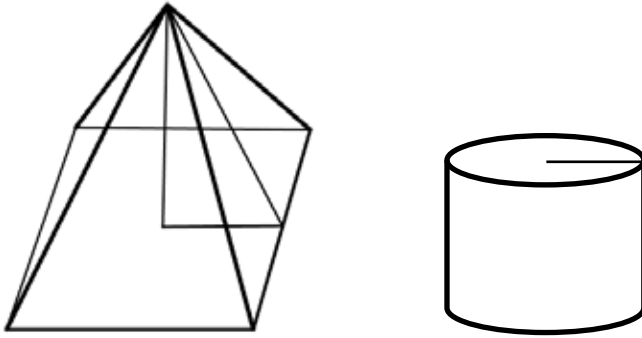
3. α) Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4x + 4} \div \frac{x^3 - 8x^2 + 7x}{x^2 - 5x - 14} =$

β) Στο ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($\angle A = \angle B$), είναι $\angle A = (\quad)^\circ$, $\angle B = (\quad)^\circ$, $\angle C = (\quad)^\circ$ και $\angle D = (\quad)^\circ$. Αν ΕΖ είναι η διάμεσος του τραπέζιου και $\angle E = (\quad)^\circ$, να υπολογίσετε το μήκος των βάσεων του τραπέζιου.



4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\alpha}=90^\circ$ και $\hat{\omega}=60^\circ$, Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε το ΔE και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι:
- α) το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
 - β) το $AE\Gamma$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο.
- (Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)

5. Ένα γυναικείο άρωμα έχει την ίδια τιμή ανά cm^3 , με το αντίστοιχο ανδρικό άρωμα. Η συσκευασία του γυναικείου αρώματος είναι σε μπουκαλάκι σχήματος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας που έχει ύψος 8 cm, παράπλευρο ύψος 10 cm και στοιχίζει €96. Η συσκευασία του ανδρικού αρώματος είναι σε μπουκαλάκι σχήματος κυλίνδρου με ύψος 5 cm και ακτίνα βάσης 4 cm.
- α) Να βρείτε πόσο στοιχίζει το ανδρικό άρωμα. (8μ.)
- β) Να βρείτε: i. το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της τετραγωνικής πυραμίδας.
ii. το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου. (2μ.)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/06/2015****ΒΑΘΜΟΣ: _____****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ****ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: _____****ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____****ΤΜΗΜΑ: _____****ΑΡΙΘΜΟΣ: _____****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ.
- Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (c + 5)^2 =$$

$$(\beta) (3a - 2)(3a + 2) =$$

2. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$(\alpha) 5c^3 - 10c^2 =$$

$$(\beta) 25c^2 - 9a^2 =$$

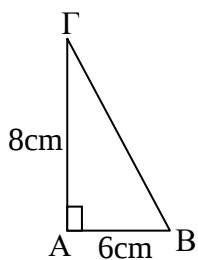
$$(\gamma) c^2 + 2c - 15 =$$

$$(\delta) 3c - 3w + bw - bc =$$

3. Να λύσετε την εξίσωση:

$$4\chi^2 - 12\chi + 5 = 0$$

-
4. Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\epsilon\phi\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\eta\mu\Gamma$.



-
5. Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$(2a + b)^2 - (a + 2b)^2 = 3(b + a)(a - b)$$

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να αποδείξετε ότι τα ύψη $B\Delta$ και ΓE είναι ίσα.

7. Κώνος έχει ακτίνα βάσης 12cm και όγκο $432\pi \text{ cm}^3$.

Να υπολογίσετε :

(α) το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας και

(μον. 4)

(β) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

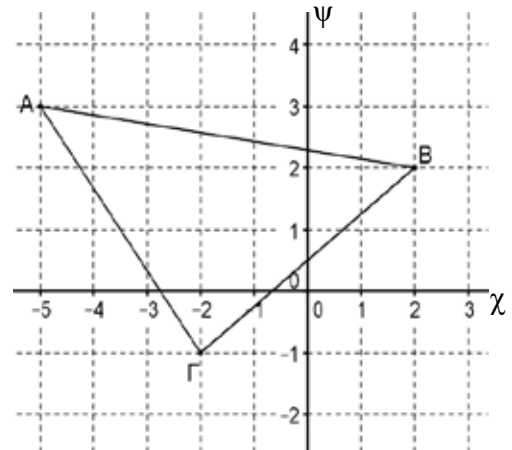
(μον. 1)

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{c^2 - 2c + 1}{c^2 + 2c - 3} \times \frac{2c^2 + 6c}{c^2 - 1} =$$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ABΓ:

- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος AB. (μον. 1)
- (β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. (μον. 4)



10. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ABΓ. Φέρουμε τη διάμεσο ΑΔ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ. Επίσης προεκτείνουμε την ΒΓ προς τα δύο μέρη έτσι ώστε ΖΒ=ΒΓ=ΓΗ. Να

δείξετε ότι:

(α) το τετράπλευρο $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο και

(μον. 3)

(β) η διάμεσος $B\Theta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με $\frac{EH}{2}$.

(μον. 2)

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.

· Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3a^2 - 95}{a^2 - 25} - \frac{3}{5 - a} = \frac{2}{a + 5} + 2$$

2. Μεταλλική ράβδος σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με μήκος ίσο με 4m, πλάτος 2m και εμβαδόν ολικής επιφάνειας 148m² λιώνεται και από το υλικό της κατασκευάζονται κύλινδροι με διάμετρο 2m και ύψος 7m. Να βρείτε το μεγαλύτερο δυνατό αριθμό τέτοιων κυλίνδρων που μπορεί να κατασκευαστούν. ($\pi = 3,14$).

3. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ παίρνουμε δύο σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, έτσι ώστε ΒΔ=ΒΕ. Αν Ζ τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΒΗ να δείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα $B\Delta Z$ και BEZ είναι ίσα, (μον. 4)
(β) το τρίγωνο ΔEZ είναι ισοσκελές και (μον. 2)
(γ) οι αποστάσεις του Z από τις πλευρές AB και $B\Gamma$ είναι ίσες. (μον. 4)

4. (α) Να λύσετε το σύστημα: (μον. 7)

$$2(2c - y) + y - c = 4$$

$$\frac{y + c}{3} - \frac{2y - c}{2} = -\frac{5}{6}$$

- (β) Αν το σημείο τομής των πιο πάνω ευθειών είναι το (3,5), να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο αυτό και είναι παράλληλη με την ευθεία $2y - 4c = 5$. (μον. 3)

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Το M είναι το μέσο της $B\Gamma$ και E το μέσο της $M\Gamma$. Στην προέκταση της AE παίρνουμε σημείο K έτσι

ώστε $EΚ=ΕΑ$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΜΚΓ$ είναι ρόμβος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΤΑΞΗ : Γ΄ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 8/6/2015ΩΡΑ : 7.45΄ - 9.45΄ π.μ.ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :Τμήμα :Βαθμός :

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
 3. Να γράφετε με μελάνι μπλε . (Με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 4. Το δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄ .**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 5)^2 =$

β) $(2\alpha - 3) \cdot (2\alpha + 3) =$

2) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $6x + 7\alpha x =$

β) $x^2 + x\psi - x - \psi =$

3) Να κάνετε τη διαίρεση:

$$\frac{\chi^2-8\chi+12}{\chi^2-36} : \frac{3\chi-6}{\chi^2+5\chi-6} =$$

4) Να λύσετε την εξίσωση: $4\chi^2 + 4\chi - 3 = 0$

5) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 12cm , πλάτος 5cm και όγκο 240 cm³. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

6) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ. Αν Ε είναι το μέσο της ΑΒ και Ζ το μέσο της ΑΓ , να δείξετε ότι ΕΖ = ΑΜ.

- 7) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ , αν $\epsilon\phi\Gamma = \frac{3}{5}$.
- 8) Κώνος έχει ακτίνα βάσης 8cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $251,2 \text{ cm}^2$. Να βρείτε :
α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
β) Τον όγκο του.
- 9) Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 42 . Αν από το τριπλάσιο του ενός αφαιρέσουμε το διπλάσιο του άλλου δίνει αποτέλεσμα 6. Να βρείτε τους δύο αριθμούς.
- 10) Δίνεται η παράσταση $A = (\chi - 1)^3 - \chi(\chi^2 - 4\chi - 2) + 7$
α) Να αποδείξετε ότι $A = \chi^2 + 5\chi + 6$
β) Αν $B = 5\chi + 7$, να αποδείξετε ότι $A - B = (\chi - 1)(\chi + 1)$

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1)** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(-2,4) Β (2,0) και Γ(3,5) .
- α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.
 - β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του.
 - γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΒΜ.
 - δ) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η ευθεία $\psi = (\kappa + 1) \chi - 9$ να είναι παράλληλη με τη διάμεσο ΒΜ.
- 2)** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($AB = AG$) .Στη προέκταση της πλευράς ΒΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν Ζ και Η είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα να δείξετε ότι:
- α) Τα τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΓΗ είναι ίσα.
 - β) Οι αποστάσεις των σημείων Β και Γ από τις πλευρές ΔΖ και ΕΗ αντίστοιχα είναι ίσες.

3) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4\chi + 4}{\chi^2 + 2\chi - 15} - \frac{2}{\chi - 3} = \frac{\chi + 4}{\chi^2 + 5\chi}$$

4) Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{\chi+3}{4} - \frac{\psi-2}{3} = 1$$

$$3(\psi - 2) = 4 - 2(\chi + 1)$$

- 5) Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ και E σημείο στην προέκταση της διαμέσου AD τέτοιο ώστε $DE = AD$. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ και προς τα δύο μέρη και παίρνουμε τμήματα $ZB = B\Gamma = \Gamma H$.
Να δείξετε ότι:
- α) Το τετράπλευρο $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - β) Η διάμεσος BO του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με το μισό της AZ .

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 / 6 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ : 2 Ώρες

Ονοματεπώνυμο : **Τμήμα :** **Αριθμός :**

Βαθμός :

Ολογράφως :

Υπογραφή :

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις παραστάσεις:

I. $3\alpha\chi + 3\alpha\psi =$

II. $64 - \omega^2 =$

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

I. $(\alpha + 3)^2 =$

II. $(\chi + 4)(\chi - 4) =$

3) Να λύσετε την εξίσωση $2\chi^2 - \chi - 3 = 0$

4) Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 3cm.

- 5) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

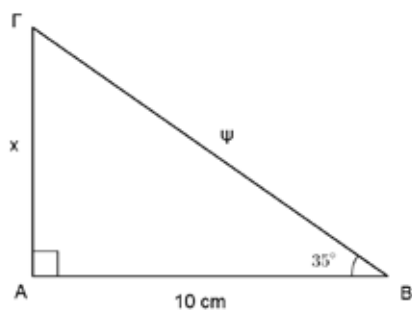
I.	Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες των πλευρών αυτών ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
II.	Οι διαγώνιες του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα.	Σ ΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
III.	Ένα τετράπλευρο που έχει όλες του τις πλευρές ίσες είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
IV.	Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία πλευρά και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
V.	Οι διαγώνιες ισοσκελούς τραπεζίου είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

- 6) Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2\chi - 3\psi = 7 \\ 5\chi + \psi = 9 \end{array} \right\}$$

- 7) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Αν Δ, Ε σημεία στη ΒΓ τέτοια ώστε ΒΔ = ΓΕ.
Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές .

- 8) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A}=90^\circ$, $\hat{B}=35^\circ$ και $AB=10$ cm. Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ .
 Δίνονται $\eta\mu 35^\circ=0,574$ $\sigma\upsilon\nu 35^\circ=0,819$ και $\epsilon\phi 35^\circ=0,700$.



- 9) Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{4x^2-1}{x^3-3x^2+2x} \div \left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) =$$

- 10) Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$, $A\Delta=B\Gamma$. Αν E, Z, H, Θ είναι τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε την κλασματική εξίσωση:

$$\frac{4x+4}{x^2+2x-15} + \frac{2}{3-x} = \frac{x+4}{x^2+5x}$$

2) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με συντεταγμένες κορυφών $A(-1,1)$, $B(-1,3)$ και $\Gamma(3,1)$. Το σημείο M είναι το μέσο της $A\Gamma$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M . (Μον. 3)

β) Αν $M(1,1)$, να βρείτε το μήκος της διαμέσου BM . (Μον. 3)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που περνά από το μέσο M της $A\Gamma$ και είναι παράλληλη με τη $B\Gamma$. (Μον. 4)

3) α) Να λύσετε την εξίσωση $(2\chi - 1)^2 - (\chi - 2)(\chi + 2) = 2\chi(\chi - 5)$.

3) β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την παράσταση:

$$A = (x - 3)(x - 1)^2 + 4(3 - x)$$

4) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 cm , πλάτος 12 cm και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του είναι 352 cm^2 . Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει τον ίδιο όγκο με το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και το ύψος της είναι ίσο με το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου.
Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας.

5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$. Το σημείο M είναι το μέσο της $B\Gamma$. Από το σημείο M φέρουμε κάθετη στην $B\Gamma$ που τέμνει την AB στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι:

α) $M\Delta = A\Delta$

β) $M\Delta = \frac{AB}{3}$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05/06/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αρ. Κατ.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ε) Να παρουσιάσετε τα στάδια επίλυσης και να δικαιολογήσετε όλες σας τις απαντήσεις.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε ΚΑΙ τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

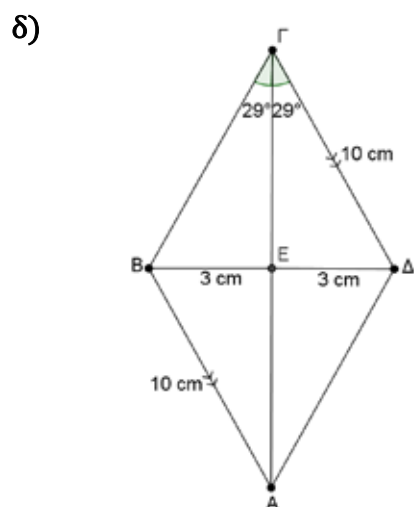
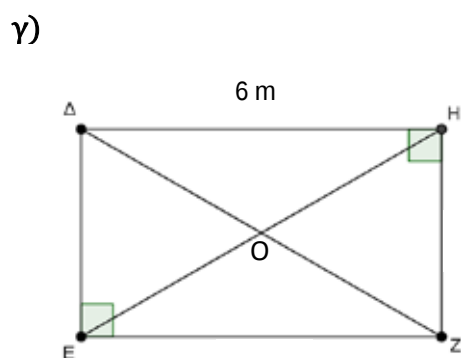
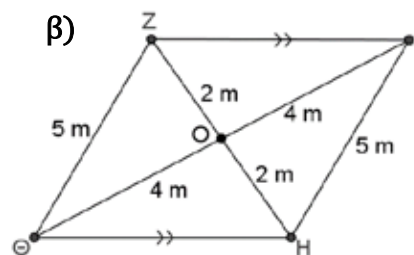
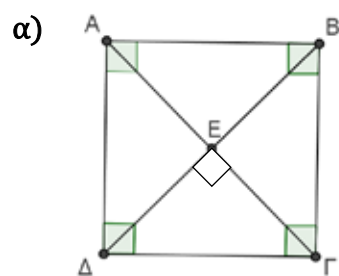
1. Να βρείτε τα αναπτύγματα.

α) $(x + 3)^2 =$

β) $(7 + 6\alpha)(7 - 6\alpha) =$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και τον εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 5 m , 10 m και 3 m.

3. Να χαρακτηρίσετε τα πιο κάτω τετράπλευρα ως προς το είδος τους και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



4. Να υπολογίσετε το μήκος και το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα σημεία $A(8, -1)$ και $B(-3, 4)$.

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις.

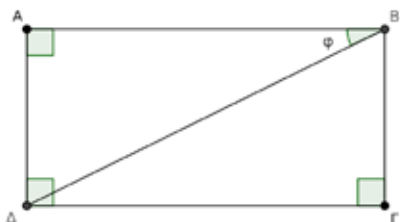
α) $7x - 21x\psi =$

β) $\alpha^2 - 2\alpha - 8 =$

γ) $25x^2 - 1 =$

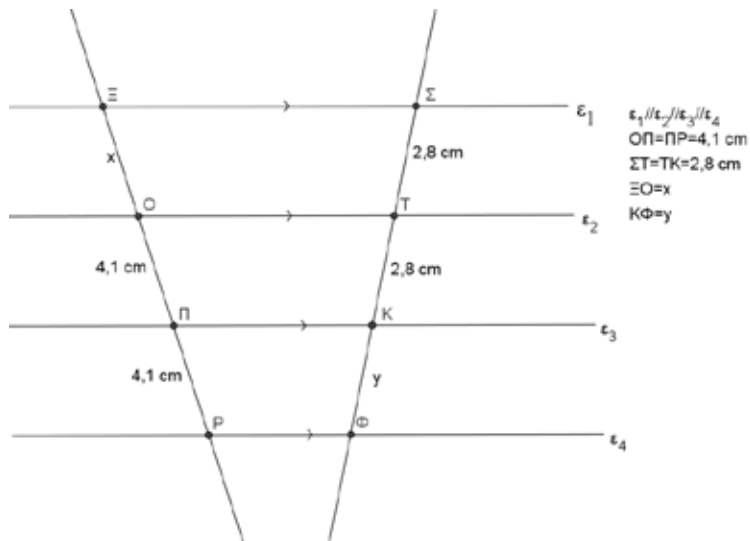
δ) $x^2 + 4x\psi + 4\psi^2 - x - 2\psi =$

6. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ , αν γνωρίζετε ότι $B\Gamma = 8 \text{ cm}$ και $\Delta\Gamma = 15 \text{ cm}$.

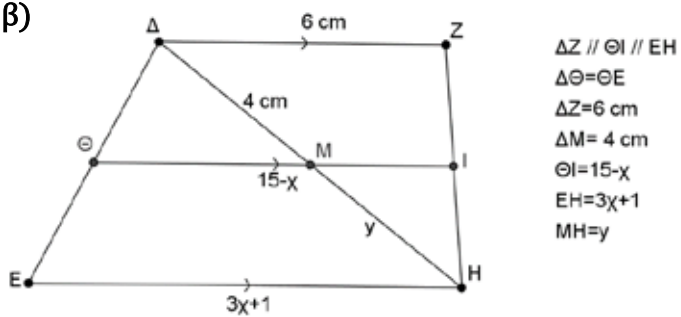


Για
επίσημη
χρήση

7. Να υπολογίσετε την τιμή των x και y σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

 $\alpha)$ 

β)



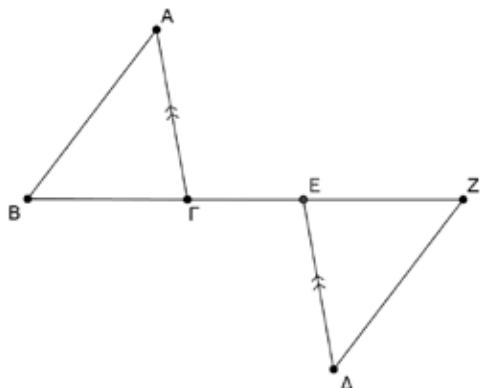
8. Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = (x - 7)^2 - 4(x + 3)(3 - x) - 3(x + 1)^2$.
α) Να αποδείξετε ότι: $P(x) = 2x^2 - 20x + 10$.
β) Να λύσετε την εξίσωση: $P(x) = 0$.

Για
επίσημη
χρήση

9. α) Να εξετάσετε κατά πόσο είναι δυνατόν να κατασκευαστεί τρίγωνο με μήκη πλευρών 4 m, 6 m , 10 m, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας. (β.2)

Για
επίσημη
χρήση

- β) Στο πιο κάτω σχήμα ισχύει ότι: $AG \parallel ED$, $BE = Z\Gamma$ και $AG = DE$.
Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔEZ και $AB\Gamma$ είναι ίσα. (β.3)



10. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\frac{\chi^3 + \psi^3}{\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2}}{\frac{\chi}{\chi^2 - \psi^2} - \frac{\psi}{\chi^2 + \chi\psi}} = \chi(\chi - \psi)$$

Για
επίσημη
χρήση

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε ΚΑΙ τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

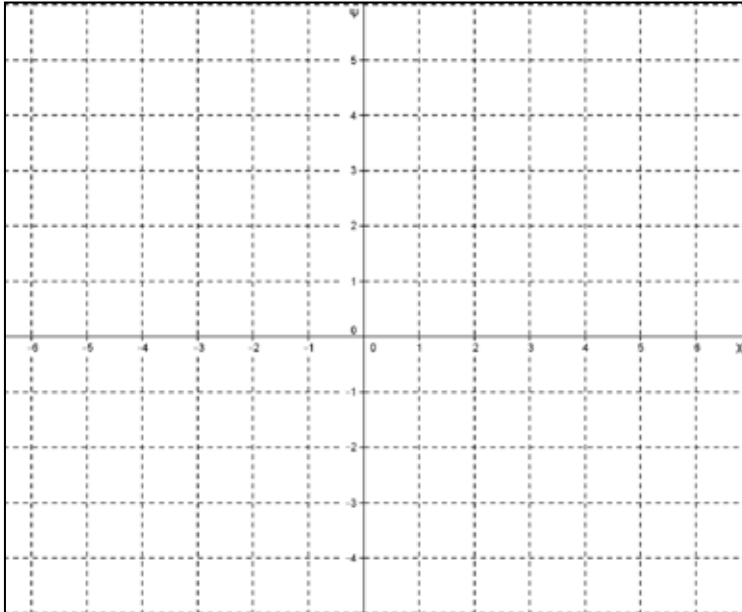
1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi+12}{\chi^2+3\chi-10} + \frac{2}{2-\chi} = \frac{1}{\chi^2+5\chi}$

Για
επίσημη
χρήση

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Από το μέσο Δ της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε ευθεία ΔE όπου E είναι το μέσο της AG . Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα ΔZ έτσι ώστε $\Delta Z=E\Delta$. Να αποδείξετε ότι:
- α) τα τρίγωνα $E\Delta\Gamma$ και $B\Delta Z$ είναι ίσα (β.4)
- β) το τετράπλευρο $A\epsilon ZB$ είναι παραλληλόγραμμο (β.3)
- γ) το τρίγωνο $\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές (β.3)

Για
επίσημη
χρήση

3. Τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφές $A(-3,1)$, $B(-1,3)$ και $\Delta(0,-2)$.
- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από τα σημεία A και B και να την παραστήσετε γραφικά.
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο Δ και να την παραστήσετε γραφικά.
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Γ της ευθείας ε_2 με τον άξονα $x'x$.
- δ) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.



4. Οι ατομικοί χυμοί με φρούτα του δάσους πωλούνται σε συσκευασίες των 6 και οι ατομικοί χυμοί με πορτοκάλι πωλούνται σε συσκευασίες των 9. Σε μία υπεραγορά υπάρχουν 37 συσκευασίες που έχουν συνολικά 258 χυμούς.
- α) Να υπολογίσετε πόσες συσκευασίες από κάθε είδος υπάρχουν στην υπεραγορά. (β.5)
- β) Να υπολογίσετε πόσοι χυμοί με φρούτα του δάσους και πόσοι με πορτοκάλι υπάρχουν. (β.2)
- γ) Η συσκευασία των 6 πωλείται προς €2,35 και η συσκευασία των 9 προς €3,35. Ο ιδιοκτήτης αποφάσισε να πουλήσει τον κάθε ατομικό χυμό προς €0,70. Πόσο επιπλέον κέρδος θα έχει; (β.3)

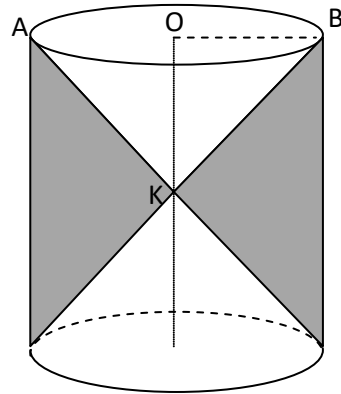
5. Από ένα κύλινδρο έχουν αφαιρεθεί δύο ίσοι κώνοι με κοινή κορυφή το Κ. Η βάση τους συμπίπτει με την κάθε βάση του κυλίνδρου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι ίση με 16 cm και η γενέτειρα του κώνου σχηματίζει με τη βάση γωνία 58° . Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο του στερεού που απομένει. (β.4)

β) το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που απομένει. (β.4)

γ) το ποσοστό του όγκου του στερεού που απομένει. (β.2)

Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π .



ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΡΧΑΓΓΕΛΟΥ ΛΑΚΑΤΑΜΕΙΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2014 – 2015

ΒΑΘΜΟΣ

Αρ.:

Ολογρ.:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15.6.2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Να ελέγξετε ότι το γραπτό αποτελείται από 11 σελίδες.
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
(δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 3)^2 =$

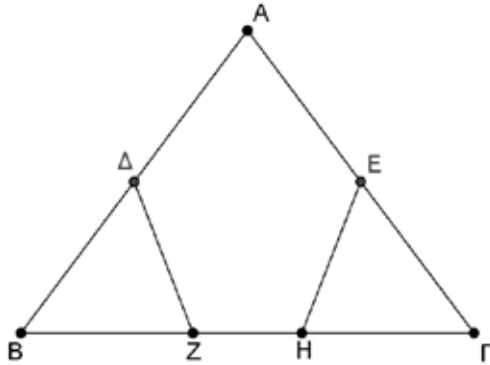
β) $(x + 4)(x - 4) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 2\psi = -7$$

$$3x + 2\psi = 3$$

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Τα σημεία Z και H είναι πάνω στην πλευρά $B\Gamma$ έτσι ώστε $BZ=H\Gamma$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta Z$ και $E\Gamma H$ είναι ίσα.



-
4. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $5\chi^2 - 10\chi =$

β) $y^2 - 9 =$

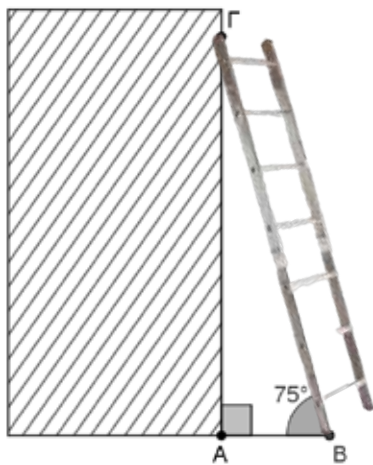
γ) $\chi^2 - 7\chi + 12 =$

δ) $2\alpha\chi - \alpha\omega + 2\beta\chi - \beta\omega =$

5. Να λύσετε την εξίσωση:

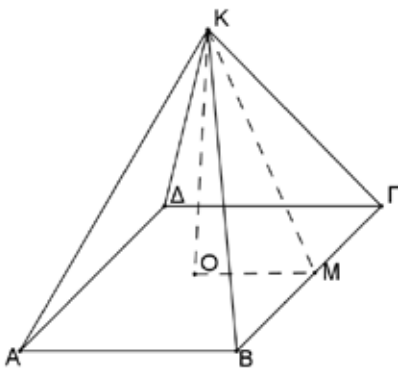
$$2x^2 + 7x - 4 = 0$$

-
6. Μια σκάλα με μήκος 6 m είναι ακουμπισμένη σε έναν τοίχο. Για λόγους ασφαλείας, η γωνία στο έδαφος πρέπει να είναι 75° . Πόσο μακριά από τη βάση του τοίχου πρέπει να τοποθετηθεί η βάση της σκάλας;
($\eta\mu 75^\circ @ 0,97$, $\epsilon\phi 75^\circ @ 0,73$, $\sigma\upsilon\nu 75^\circ @ 0,26$)



7. Σε μια κατασκήνωση διαμένουν 160 παιδιά σε 33 σκηνές των 4 και των 6 ατόμων (οι σκηνές είναι όλες γεμάτες). Να υπολογίσετε πόσες είναι οι σκηνές των 4 ατόμων και πόσες των 6 ατόμων **(Να λύσετε το πιο πάνω πρόβλημα με σύστημα δύο εξισώσεων)**.

-
8. Ο όγκος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας ισούται με 1296 cm^3 και η πλευρά της βάσης της είναι 18 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας.



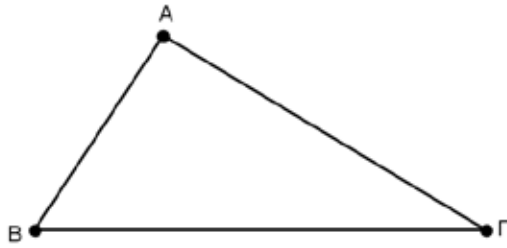
9. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 - \alpha(\alpha - 3\beta)^2 + 6\alpha\beta^2 = \beta(9\alpha^2 + \beta^2)$$

β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x^3}{x^2 - 4} + \frac{1}{x+2} \cdot \frac{x^2 + x}{x^3 - 4x} =$$

10. Δίνεται το τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν AH είναι ύψος του τριγώνου και Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $H\Delta ZE$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



Μέρος Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να παραγοντοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

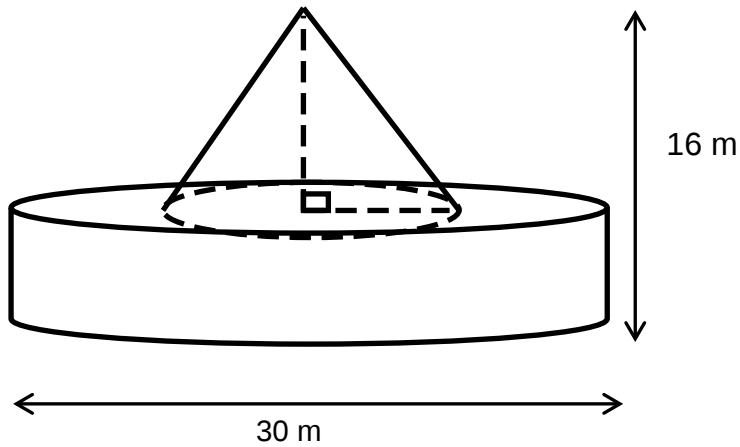
$$\alpha^2 + 2\alpha + 1 - 16\beta^2 = \quad (\beta. 3)$$

β) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

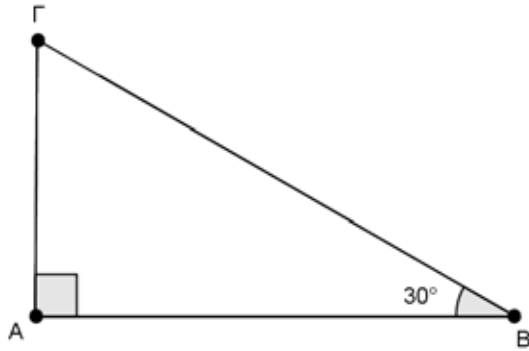
$$\frac{2y - 1}{y^2 - y - 12} + \frac{5 - y}{4 - y} = \frac{6}{y + 3} \quad (\beta. 7)$$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Τα τυχαία σημεία Δ και E είναι πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta=AE$.
Να δείξετε ότι:
- α) οι αποστάσεις ΔZ και $E\text{H}$ από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες,
 - β) το τρίγωνο AZH είναι ισοσκελές.

3. Στο πιο κάτω σχήμα, η κατασκευή αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $65\pi \text{ m}^2$ και η γενέτειρα του κώνου είναι 13 m . Αν το άθροισμα των υψών των δύο στερεών είναι 16 m και η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι 30 m , να υπολογίσετε τον όγκο της κατασκευής (Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π).



4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και η AM διάμεσος του. Από το σημείο M να φέρετε κάθετη στην AB την οποία τέμνει στο σημείο Δ . Να προεκτείνετε την $M\Delta$ κατά τμήμα ΔE έτσι ώστε $M\Delta = \Delta E$.
Να αποδείξετε ότι:
- α) το τρίγωνο ABM είναι ισοσκελές, (β. 3)
β) το τετράπλευρο $AEM\Gamma$ είναι ρόμβος. (β. 7)



5. Δίνονται τα σημεία $A(-3, -3)$, $B(4, -6)$, $\Gamma(5, -9)$ και $\Delta(-2, -6)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο B και είναι παράλληλη με τη διαγώνιο $A\Gamma$.
 - δ) Να υπολογίσετε την τιμή του κ αν η ευθεία $\varepsilon_2 : (2\kappa + 1)x + 4y = 7$ είναι παράλληλη με την ευθεία ε_1 .

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: 16/06/2015

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Διάρκεια: 2 ώρες

Υπ. Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα:

Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 5)^2$

β) $(x + 1)^3$

2. Οι διαστάσεις ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου είναι 3m , 8m και 5m. Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο του στερεού.

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας.

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2ax + 2ay$

β) $9x^2 - 25$

4. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 + x - 15 = 0$

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ το $\eta\mu\Gamma = \frac{4}{5}$. Να υπολογίσετε το $\eta\mu B$ και την $\epsilon\phi B$.

□

6. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$ με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

7. Να βρείτε τα x , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα: (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)

$$B\Gamma = 12\text{cm}$$

β)

$$\begin{array}{ccc} & x & \\ & \gg & \\ - & 2x-1 & // \\ - & 2x+1 & // \\ & \gg & \end{array}$$

8. Να κάνετε τις πράξεις $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4} : \frac{x^3 - 4x^2}{x(x^2 + 3x - 10)}$

9. Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι ισοσκελή ($AB = A\Gamma$, $A\Delta = AE$) με $\hat{B}AG = \hat{D}AE$. Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$.

10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου $\Gamma\Delta$ και BE διάμεσοι. Τα σημεία H και Θ είναι τα μέσα των BZ και ΓZ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το $\Delta E\Theta H$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση.

$$\frac{2(x+2)}{x^2-9} + \frac{1}{3-x} = \frac{2}{x^2-3x}$$

2. α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Οι εξισώσεις των πλευρών ΑΔ και ΒΓ είναι

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad 3x - (m - 5)y = 9 \quad \text{αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την τιμή του } m.$$

β) Αν οι συντεταγμένες των κορυφών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι Α(3, 5), Β(7, 6) και Γ(5, 3) να υπολογίσετε:

- i) το μήκος της πλευράς ΑΒ.
- ii) τις συντεταγμένες του μέσου της διαγωνίου ΑΓ.
- iii) τις συντεταγμένες της κορυφής Δ.

3. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης και η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι ίση με την ολική επιφάνεια του κώνου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 9cm και η γενέτειρα του κώνου είναι 13cm , να βρείτε τον όγκο του κώνου.

$$4. \quad \alpha) \text{ Αν } L = \frac{a^2 b - ab^2 - ab}{a^2 - b^2 - a - b} \times (a + b) \quad \text{και} \quad K = \frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{2 - \frac{a^2 + b^2}{ab}} \times (a - b) \quad ,$$

να δείξετε ότι $L = ab$ και $K = b + a$.

β) Αν $K = -3$ και $L = 4$ να υπολογίσετε το $b^2 + a^2$.

5. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και BZ διχοτόμος της γωνίας B (Z σημείο της $\Delta\Gamma$). Φέρουμε $\Gamma O \perp BZ$ και προεκτείνουμε το ΓO έτσι ώστε να τέμνει την AB στο E . Να δείξετε ότι :
- i) το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 - ii) τα τρίγωνα $OZ\Gamma$ και OEB είναι ίσα.
 - iii) το τετράπλευρο $EB\Gamma Z$ είναι ρόμβος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Γ'

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Όλες οι ασκήσεις να απαντηθούν στο φυλλάδιο.

Το γραπτό αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **και τις 10 ασκήσεις** του μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 2)^2 =$

β) $(x - 1) \cdot (x + 1) =$

2. Η εταιρεία Ανάλυση αποφάσισε να διενεργήσει μια έρευνα, όσον αφορά την άποψη των Κυπρίων πολιτών, για τους χειρισμούς της Κυβέρνησης σχετικά με την οικονομική κρίση. Για τους σκοπούς της έρευνας μοίρασε ερωτηματολόγια μέσω διαδικτύου σε πολίτες των επαρχιών Λευκωσίας και Λάρνακας. Οι απαντήσεις είναι αντιπροσωπευτικές για όλους τους Κύπριους πολίτες; Να δώσετε 2 επιχειρήματα που να τεκμηριώνουν την άποψή σας.

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $x^2 + 5x + 4 =$

β) $x^2 - 16 =$

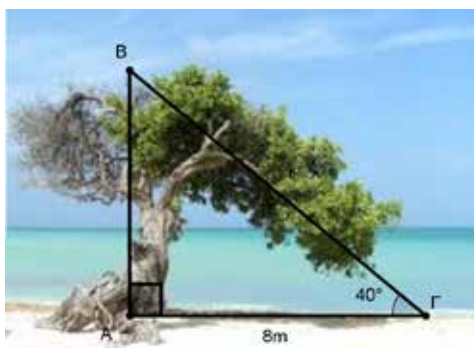
4. Στο πιο κάτω σχήμα να βρείτε το ύψος του δέντρου, αν το μήκος της σκιάς του είναι 8m και η γωνία $\Gamma = 40^\circ$.

Δίνονται:

$$\eta\mu 40^\circ \cong 0,64$$

$$\sigma\upsilon\nu 40^\circ \cong 0,77$$

$$\epsilon\phi 40^\circ \cong 0,84$$



5. Μια εταιρεία κατασκευάζει παιδικά καπέλα γενεθλίων σε σχήμα κώνου με διάμετρο βάσης 12cm και ύψος 8cm. Πόσο χαρτόνι χρειάζεται για την κατασκευή 100 καπέλων;

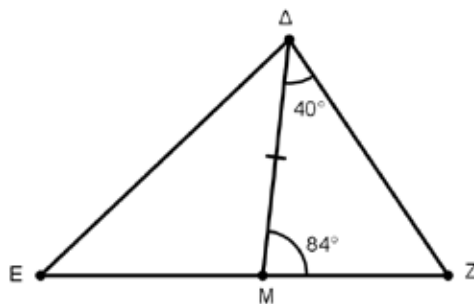
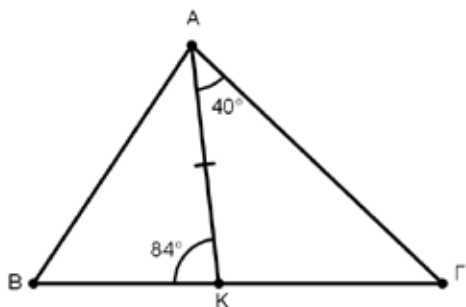


6. Να λύσετε το σύστημα:

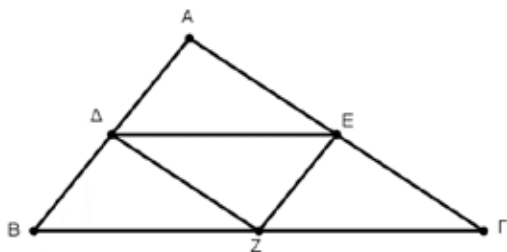
$$\varepsilon_1 : 3\chi + 2\psi = 7$$

$$\varepsilon_2 : 2\chi - 3\psi = 9$$

7. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ έχουν τις διχοτόμους τους AK και ΔM ίσες και τις γωνίες $\widehat{K\hat{A}\Gamma} = 40^\circ$, $\widehat{M\hat{\Delta}Z} = 40^\circ$, $\widehat{A\hat{K}B} = 84^\circ$ και $\widehat{\Delta\hat{M}Z} = 84^\circ$. Να αποδείξετε ότι :
- α) $K\Gamma = ME$
β) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.



8. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔΕΖ του οποίου οι κορυφές είναι τα μέσα των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, είναι η μισή της περιμέτρου του τριγώνου ΑΒΓ.



9. Αν $A(x) = \frac{x^2-9}{3x-6}$, $B(x) = \frac{x^2+3x-10}{x^2+5x}$ και $\Gamma(x) = \frac{x^2-4}{x-1}$ να βρείτε

α) $A(x) \cdot B(x) =$

β) $A(x+1) : \Gamma(x) =$

10. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα:

$$(\chi - 2)^3 - \chi(\chi - 5)^2 + \chi + 17 = (2\chi - 3)^2$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

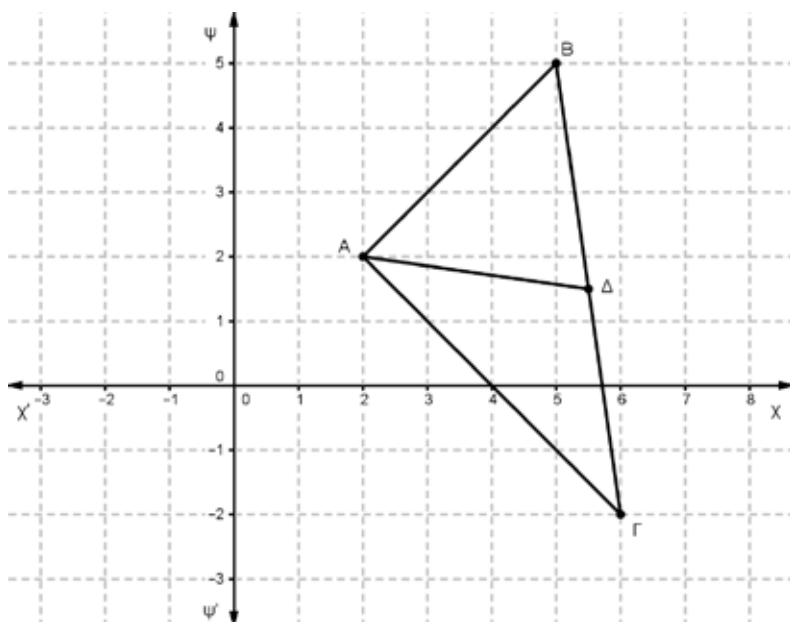
1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και το ύψος του ΑΔ. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα ώστε ΒΕ = ΓΖ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΕΔΖ είναι ισοσκελές.

2. Αν $A = \frac{\frac{(\chi-2)}{(\chi+2)} \div \frac{1}{\chi^2-4}}{\chi^3-4\chi^2+4\chi}$ να δείξετε ότι $A = \frac{1}{\chi}$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση

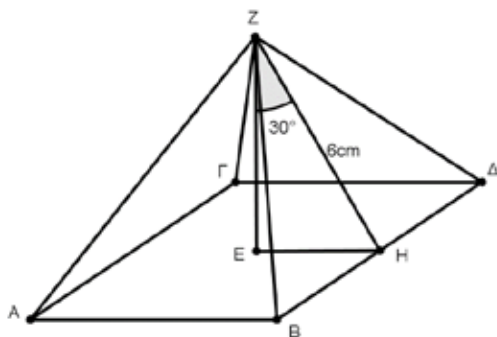
$$\frac{1}{\chi^2-4} - \frac{2}{2-\chi} = A$$

3. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τις κορυφές Α και Γ φέρουμε κάθετες ΑΕ και ΓΖ στη διαγώνιο ΒΔ. Να δείξετε ότι:
- α) $AE = GZ$
 - β) Το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

4. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2, 2)$, $B(5, 5)$ και $\Gamma(6, -2)$
- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μ.4)
- β) Αν AD διάμεσος του τριγώνου να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου D . (Μ.2)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $B\Gamma$. (Μ.4)



5. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει απόστημα ίσο με 6cm. Αν το απόστημα σχηματίζει με το ύψος γωνία 30° να βρείτε:
- α. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας. (M.7)
- β. Τον όγκο της πυραμίδας. (M.3)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: **15 / 6 /2015**

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Διάρκεια: **2 ώρες**

Υπογραφή Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣα) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

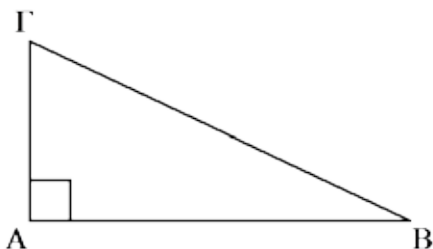
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες
--

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

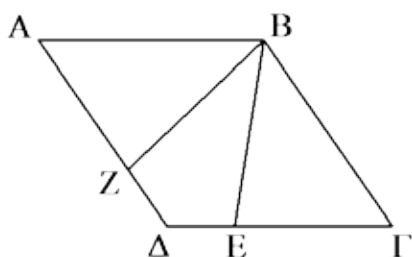
1. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a = 3\text{ cm}$.

2. Στο πιο κάτω τρίγωνο δίνονται $\hat{A} = 90^\circ$ και $\text{hm}B = \frac{5}{13}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\text{sin} B$, $\text{csc} B$ και $\text{hm}G$.



3. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 4x - 4 = 0$.

4. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος. Αν $ΕΔ = ΔΖ$ να αποδείξετε ότι $ΒΕ = ΒΖ$.



5. Να λύσετε το σύστημα:

$$2x - 5y = 9$$

$$3x + 2y = 4$$

6. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (y - 6)^2 =$$

$$(\beta) (3x - 5b) \times (3c + 5b) =$$

$$(\gamma) (x^2 + 3a)^2 =$$

$$(\delta) (x - 2)^3 =$$

7. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$(\alpha) x^3y - xy^3 =$$

$$(\beta) x^2 - 5x + 6 =$$

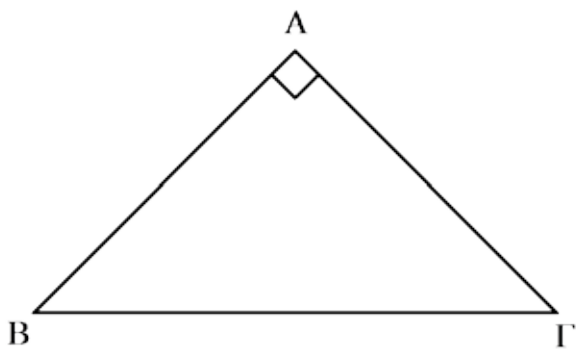
$$(\gamma) b^3 + 27 =$$

$$(\delta) ax - 3a - xy + 3y =$$

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{2a - 3b}{2a + 3b} - \frac{2a}{2a - 3b} \cdot \frac{6a^2 - 3ab}{4a^2 + 9b^2 - 12ab} =$$

9. Δίνεται **ορθογώνιο** και **ισοσκελές** τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν Κ, Μ, Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα να δείξετε ότι το ΚΝΜΑ είναι τετράγωνο.



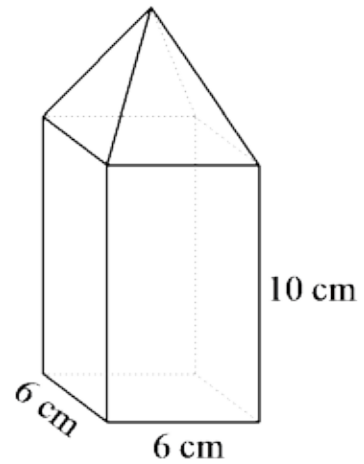
10. Το διπλανό στερεό αποτελείται από ένα ορθό τετραγωνικό πρίσμα και μια τετραγωνική πυραμίδα.

(α) Να βρείτε πόσες έδρες, πόσες ακμές και πόσες κορυφές έχει το στερεό. **(μον. 1)**

Έδρες: Ακμές: Κορυφές:

(β) Αν το πρίσμα έχει ύψος 10 cm και πλευρά βάσης 6 cm και το ύψος της πυραμίδας είναι 4 cm να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού.

(μον. 4)



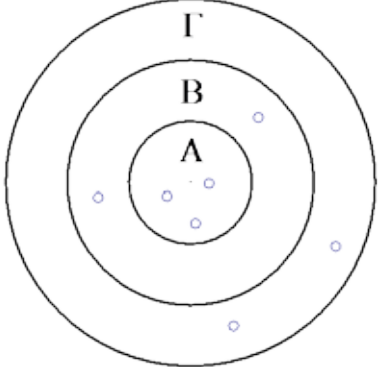
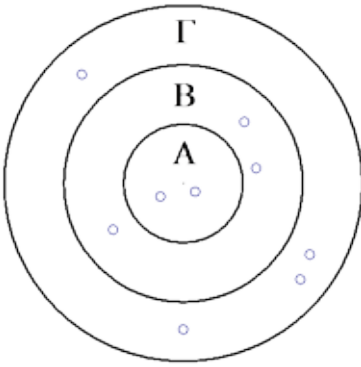
ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10** μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1-x}{2x-4} + \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x^2-3x+2}$$

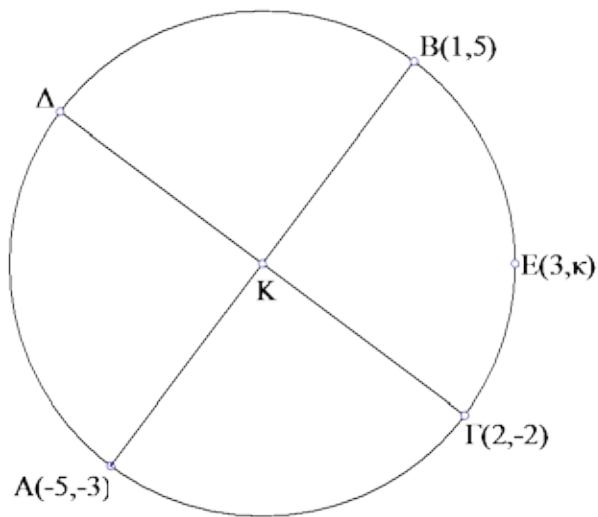
2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και E τυχόν σημείο της διαμέσου AD . Αν H, Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
- (α) $EH = EZ$ (μον. 4)
- (β) οι αποστάσεις HK και $Z\Lambda$ από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες (μον. 3)
- (γ) το $HZ\Lambda K$ είναι ορθογώνιο. (μον. 3)

3. Ο Κώστας και ο Αντρέας λαμβάνουν μέρος σε ένα διαγωνισμό σκοποβολής. Οι σκοπευτές παίρνουν βαθμούς ανάλογα με τους στόχους που πέτυχαν τα βλήματα τους. Το κάθε βλήμα στον στόχο Α παίρνει κάποιους βαθμούς, το κάθε βλήμα στο στόχο Β παίρνει κάποιους άλλους βαθμούς και το κάθε βλήμα στο στόχο Γ παίρνει ένα βαθμό. Τα βλήματα που δεν πέτυχαν κανένα στόχο δεν παίρνουν βαθμό. Ποιο κάτω δίνεται το αποτέλεσμα της σκοποβολής των δύο σκοπευτών μαζί με την βαθμολογία τους.

Κώστας: 21 βαθμοί				Αντρέας: 20 βαθμοί			
							
Στόχος	A	B	Γ	Στόχος	A	B	Γ
Βλήματα	3	2	2	Βλήματα	2	3	4

- (α) Να βρείτε πόσους βαθμούς παίρνει το κάθε βλήμα στο στόχο Α και πόσους στον στόχο Β. (Να λυθεί με σύστημα) (**μον. 8**)
- (β) Ένας άλλος διαγωνιζόμενος πέτυχε στον στόχο Α πέντε βλήματα, στο στόχο Β τέσσερα και στο στόχο Γ ένα βλήμα. Να βρείτε πόσους βαθμούς πήρε. (**μον. 2**)

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και διαμέτρους AB και $\Gamma\Delta$.



(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου K του κύκλου.

(β) Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

(δ) Αν το $E(3, \kappa)$ είναι σημείο του κύκλου να υπολογίσετε την τιμή του κ .

(ε) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $6x + 3y = 8$.

5. Ένα βαράκι γυμναστικής αποτελείται από ένα κύλινδρο ο οποίος έχει στην κάθε του βάση ένα κώνο όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα 3 cm και ύψος 20 cm ενώ ο κώνος έχει ύψος 8 cm. Αν η ακτίνα του κώνου είναι διπλάσια από την ακτίνα του κυλίνδρου να υπολογίσετε τον **όγκο** και το **εμβαδόν ολικής επιφάνειας** που έχει το βαράκι.



ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Γ΄
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05/06/2015
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ώρες
ΩΡΑ: 10:15 – 12:15

Όνομα Μαθητή/τριας: **Τμήμα:** **Αρ.:**

Οδηγίες:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 .

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(c + 2)^2 =$

β) $(a - 4)(a + 4) =$

2. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} \chi + 2\psi &= 3 \\ 3\chi - \psi &= -5 \end{aligned}$$

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ= 4 cm, ΒΓ= 5 cm και ΑΓ= 3 cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

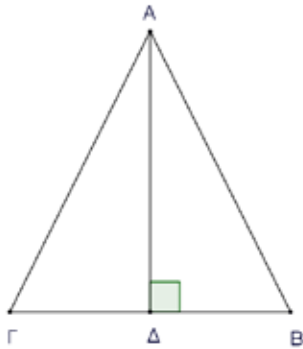
α) $4x^3 - 16x =$

β) $x^2 - 5x + 4 =$

5. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 - 3x + 1 = 0$

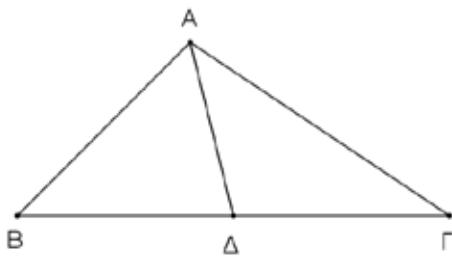
6. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12 cm και ύψος 8 cm.
Να βρείτε : α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και
β) τον όγκο της.

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Αν AD είναι το ύψος του τριγώνου, να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου D από τις πλευρές AB και AG είναι ίσες.



8. Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{\chi+1}{\chi+2} - \frac{\chi^2-\chi}{\chi^2-2\chi-8}\right) : \frac{\chi+2}{\chi-4} =$

9. Δίνεται $AB\Gamma$ τυχαίο τρίγωνο. Αν E μέσο της διαμέσου AD , Z μέσο $B\Delta$ και H μέσο της $A\Gamma$ να δείξετε ότι EZH είναι παραλληλόγραμμο.



10. Αν $A = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} - 2$ και $B = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}$ με $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ και $\alpha \neq \beta$, να αποδείξετε ότι το πηλίκο

$$\frac{A}{B} = \beta - \alpha.$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: (Μονάδες 50)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4\chi+4}{\chi^2+2\chi-15} - \frac{2}{\chi-3} = \frac{\chi+4}{\chi^2+5\chi}$

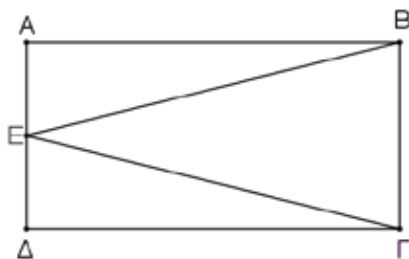
2. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1: y = (2\kappa + \mu)x + \mu$. Αν η ευθεία αυτή περνά από τα σημεία A(0,1) και B(1,-2) να βρείτε:
- α) τις τιμές των κ και m .
- β) την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο Γ (−3,5).

3. Κώνος βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο και η κορυφή του κώνου είναι το κέντρο της πάνω βάσης του κυλίνδρου. Αν $R=4\text{ cm}$ και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $20\pi\text{ cm}^2$, να βρείτε : Τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού που προκύπτει αν από τον κύλινδρο αφαιρέσουμε τον κώνο.

4. α) Σ' ένα τηλεοπτικό παιχνίδι υποβάλλονται σε κάθε παίκτη συνολικά 10 ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση προστίθενται βαθμοί, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρούνται βαθμοί. Ένας παίκτης έδωσε 7 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 64 βαθμούς ενώ ένας άλλος έδωσε 4 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 28 βαθμούς. Πόσους βαθμούς παίρνει ένας παίκτης για κάθε σωστή απάντηση και πόσοι βαθμοί αφαιρούνται για κάθε λανθασμένη απάντηση;

- β) Αν $\chi + \psi = 7$ και $\chi\psi = 10$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \chi^2 + \psi^2$
(Να χρησιμοποιήσετε ταυτότητες).

5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E μέσο της AD . Αν Z, H , είναι τα μέσα των EB και $ΕΓ$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $AZH\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

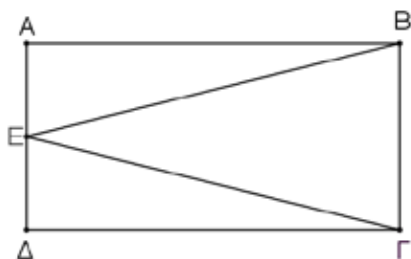


ΤΕΛΟΣ ΓΡΑΠΤΟΥ

Η Διευθύντρια

Μαρία Συμεωνίδου

5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E μέσο της $A\Delta$. Αν Z, H , είναι τα μέσα των EB και $E\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $AZH\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: 08 / 06 / 2015

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Χρόνος: **2 ώρες**

Υπογραφή Καθηγητή:.....

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 7 (επτά) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $\left(\frac{x}{+3} \right)^2 =$

β) $\left(\frac{x}{-2} \right) \left(\quad \right)$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{array}{r} 3x \\ +2 \\ \hline x \\ -9 \end{array}$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 + x =$

β) $xy - 2y + 3x - 6 =$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2,1)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\ell_1 : y = 3x - 5$

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{\angle} \Gamma = 90^\circ$), $AB=5$ cm και $B\Gamma=13$ cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\epsilon\phi B$ και $\sigma\upsilon\nu\Gamma$.

6. Να υπολογίσετε τον όγκο και το ολικό εμβαδόν κυλίνδρου με ακτίνα $R= 3\text{cm}$ και ύψος $u=10\text{cm}$.

7. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Οι διαγώνιοι ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Όταν δυο τρίγωνα είναι ίσα ,τότε απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Όλες οι πλευρές ενός ορθογώνιου παραλληλογράμμου είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το ύψος το οποίο φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας, είναι ίσο με το μισό της υποτείνουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Δύο ορθογώνια τρίγωνα, τα οποία έχουν τις δυο οξείες γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

8. Δίνεται η παράσταση $A = (c - 2)^3 - c(c^2 - 7c + 1) + 5$

α) Να αποδείξετε ότι $A = c^2 + 11c - 3$

β) Αν $B = 21c - 28$ να αποδείξετε ότι $A - B = (c - 5)^2$

9. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε την απάντησή σας:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x} =$$

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), όπου Κ, Λ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Πάνω στην προέκταση της ΚΛ παίρνουμε τμήματα ΚΙ και ΛΗ έτσι ώστε ΚΙ=ΛΗ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΒΙ και ΛΗΓ είναι ίσα. **Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. (σχήμα, δεδομένα- ζητούμενα, απόδειξη)**

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει βάση τετράγωνο πλευράς 6m και εμβαδόν ολικής επιφάνειας 96m^2 .

α) Να υπολογίσετε το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας.

β) Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.

2. α) Αν $x^2 - \frac{3}{x} = 4$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = \frac{x^2}{x^2} + \frac{3}{x} - 12x$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

i) $(x+3)(x-1)^2 - 4(x+3) =$

ii) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} =$

3. α) Αν $A = \frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-3x}}{\frac{x-1}{x-3}}$ να δείξετε ότι $A = \frac{x-1}{x(x+1)}$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} = 2A$$

4. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 4)$, $B(-3, 1)$ και $\Gamma(-5, 5)$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν Δ , E και Z τα μέσα των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, M το σημείο τομής των διαγωνίων του $A\Delta EZ$, να αποδείξετε ότι:

α) $A\Delta EZ$ ορθογώνιο

β) $AM = \frac{BG}{4}$

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. (σχήμα, δεδομένα- ζητούμενα, απόδειξη)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩ ΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (c + 4) \times (c - 4) =$$

$$(\beta) (c + 3)^2 =$$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδό κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου ακτίνας 3cm και ύψους 5cm .

3. Να λύσετε την εξίσωση $3c^2 + 7c - 6 = 0$

4. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} c - 3y = 5 \\ 3c + 2y = 26 \end{cases}$$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $y^2 - 4y =$

(β) $c^2 - 4c - 5 =$

(γ) $w^2 - 4y^2 =$

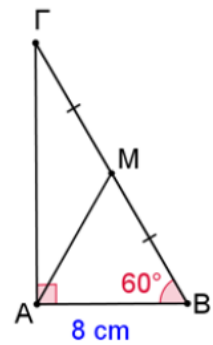
(δ) $a^2 - b^2 + 4a - 4b =$

6. Στο διπλανό σχήμα η AD είναι η διχοτόμος της γωνίας BAG .

Αν $AB = AG$, να δείξετε ότι $BD = DG$.

7. Δίνεται ορθό τετραγωνικό πρίσμα με περίμετρο βάσης $32cm$ και κώνος ακτίνας $6cm$. Αν τα δύο στερεά έχουν το ίδιο ύψος και ο όγκος του κώνου είναι $60\pi cm^3$, να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του πρίσματος.

8. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$)
το M είναι το μέσο της $B\Gamma$. Αν $AB = 8\text{cm}$
να υπολογίσετε: **(δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας)**



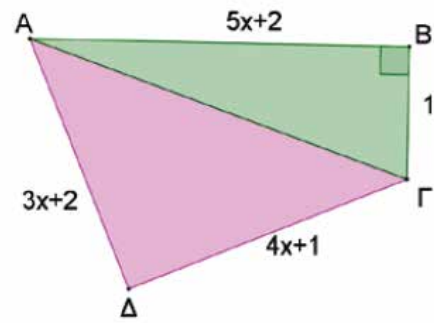
- (α) Το μήκος της διαμέσου AM . (μον. 2)
(β) Την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$. (μον. 1,5)
(γ) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sin B$ και $\cos G$. (μον. 1,5)

9. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{c^2 - 1}{2c + 2} \times \frac{2}{c^2 - c}$ και $B = 1 - \frac{2}{x}$ με $x \neq 0, x \neq -1, x \neq 1$

(α) Να δείξετε ότι $\frac{B}{A} = c - 2$.

(β) Να βρείτε το ανάπτυγμα $\frac{B}{A} \div \frac{c^3}{c^2 - c}$.

10. Αν στο σχήμα, το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο, να αποδείξετε ότι και το τρίγωνο AΓΔ είναι ορθογώνιο.



ΜΕΡΟΣ Β Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{c-1}{c^2-5c+4} - \frac{c}{c-1} = \frac{5}{c-4}$

2. Δίνεται τετραγωνική πυραμίδα με όγκο $V = 400m^3$ και ύψος $u = 12m$. Να υπολογίσετε:
- (α) Την ακμή της βάσης. (μον. 4)
 - (β) Το παράπλευρο ύψος της. (μον. 3)
 - (γ) Το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της. (μον. 3)

3. Σ' ένα ταξίδι με πλοίο, το εισιτήριο της Α' θέσης κοστίζει 18€ και της Β' θέσης κοστίζει 6€ λιγότερα. Αν σ' ένα ταξίδι κόπηκαν 350 εισιτήρια συνολικής αξίας 4500€, να βρείτε πόσα εισιτήρια κόπηκαν από κάθε κατηγορία.

4. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές $A(-1, 3)$, $B(3, 4)$, $C(4, 2)$ και $D(0, 1)$.
- (α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (μον. 5)
- (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων του. (μον. 2)
- (γ) Να βρείτε το τύπο της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των διαγωνίων και είναι παράλληλη με τις πλευρές ΑΔ και ΒΓ. (μον. 3)

5. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z, H και Θ είναι τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΤΑΞΗ: Γ	Βαθμός:.....
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/ 06 / 2015	ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ	Υπ. Καθηγ.:
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:		
ΤΜΗΜΑ:		ΑΡ.:

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 7 ΣΕΛΙΔΕΣ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

$$\alpha) (\chi + 3)^2 =$$

$$\beta) (5\chi - 1)(5\chi + 1) =$$

2. Να λύσετε το σύστημα :

$$2\chi + \psi = 1$$

$$3\chi - 2\psi = -9$$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\alpha) (\chi + 2)(\chi - 5) = 0$$

$$\beta) \chi^2 + 3\chi = 0$$

4. Κύβος έχει ακμή $a = 4\text{cm}$. Να βρείτε :

α) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας

β) Τον όγκο του κύβου.

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) η $\varepsilon\phi B = \frac{3}{4}$. Να υπολογίσετε :

α) το $\eta\mu B$

β) το $\sigma\upsilon\nu B$

6. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $5\chi - 15\psi =$

β) $9\chi^2 - 1 =$

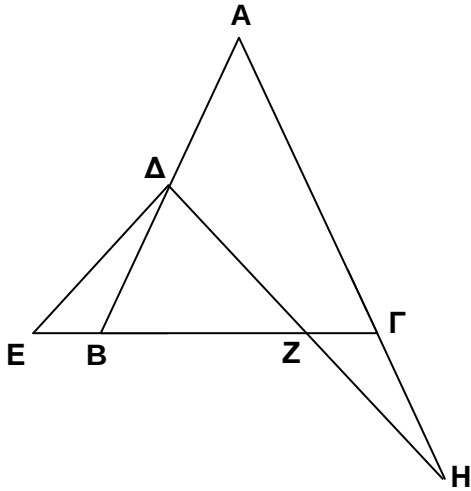
γ) $\chi^2 - 7\chi + 12 =$

δ) $\alpha\chi - \rho\chi + 7\alpha - 7\rho =$

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία περνά από το σημείο $A(3,2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_1 : 2\chi + \psi = 3$

8. Στο πιο κάτω σχήμα , το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB=AG$, $\Delta B=\Gamma H$ και $EB=Z\Gamma$.

Να δείξετε ότι : α) $E\Delta = ZH$, β) Το τρίγωνο $E\Delta Z$ είναι ισοσκελές.



9. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις :

$$\frac{c}{c+3} - \frac{2}{c-3} \cdot \frac{c+c^2}{c^3-9c} =$$

10. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ να φέρετε το ύψος AD . Στο τρίγωνο $AD\Gamma$ να φέρετε τη διάμεσο DM και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $DM=ME$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AE\Gamma D$ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται το πολυώνυμο $K(x) = (x + 2)^3 - (2x + 3)^2 - x(x^2 - x - 2)$

α) Να αποδείξετε ότι $K(x) = 3x^2 + 2x - 1$

β) Να λύσετε την εξίσωση $K(x) = 0$

2. α) Αν α, β είναι αντίστροφοι αριθμοί, δηλαδή ισχύει $\alpha \cdot \beta = 1$, να δείξετε ότι:

$$\frac{\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a}}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} \cdot \frac{1}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}} + 1 = (\alpha + \beta)^2$$

β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

i) $2\alpha + \alpha^2 + 2\beta - \beta^2 =$

ii) $x^2 - 2x + 1 - \psi^2 =$

3. Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύλινδρο και δύο ίσους κώνους ενωμένους στις βάσεις του. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι ίσος με $640\pi \text{ m}^3$ και το ύψος του είναι 10m . Αν η γενέτειρα του κώνου ισούται με το ύψος του κυλίνδρου, να βρείτε :

α) Τον όγκο του στερεού

β) Πόσα θα πληρώσουμε αν βάψουμε όλη την εξωτερική επιφάνεια του στερεού πληρώνοντας €14 το τετραγωνικό μέτρο;

4. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1,2) , Β(5,-1) , Γ(3,3) , Δ(-1,6).

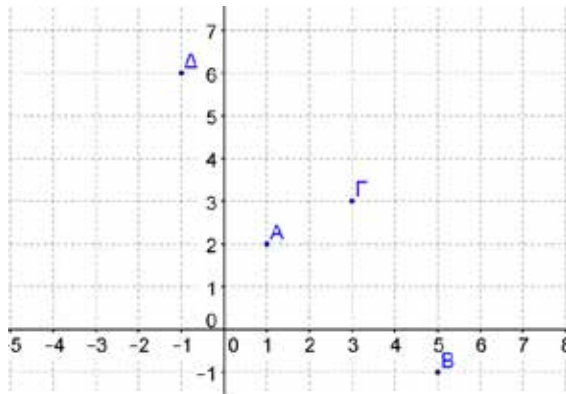
Να βρείτε :

α) Το μήκος της πλευράς ΑΒ (β.2)

β) Τις συντεταγμένες του μέσου Μ της πλευράς ΒΓ (β.2)

γ) Την εξίσωση της ευθείας ΓΔ (β.3)

δ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (β.3)



5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\hat{B\hat{D}G} = 30^\circ$ και Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του. Από το Ε να φέρετε παράλληλη προς την ΑΔ η οποία τέμνει την ΔΓ στο σημείο Θ. Στη συνέχεια να προεκτείνετε την ΕΘ κατά τμήμα ΘΗ=ΕΘ. Να δείξετε ότι : α) Το τετράπλευρο ΔΕΓΗ είναι ρόμβος

$$\beta) ΕΘ = \frac{BD}{4}$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Γ'

ΒΑΘΜΟΣ:

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2015

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση οποιουδήποτε διορθωτικού υλικού.
 - γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

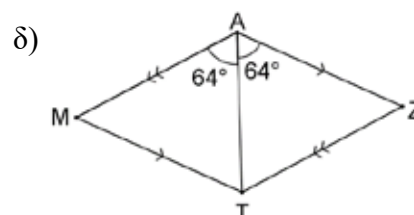
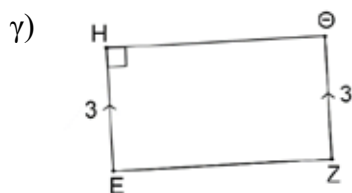
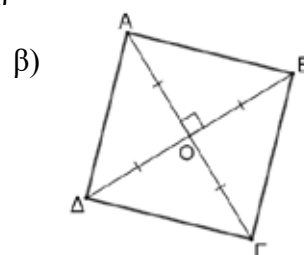
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια μονάδα.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα με τη χρήση ταυτοτήτων:

α) $(c+4)^2 =$

β) $(a-5)(a+5) =$

2. Να γράψετε το είδος των πιο κάτω τετραπλεύρων (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο), αναφέροντας το αντίστοιχο κριτήριο.



3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2ab^5 - 6b^3a^2 =$

β) $4c^2 - 9y^2 =$

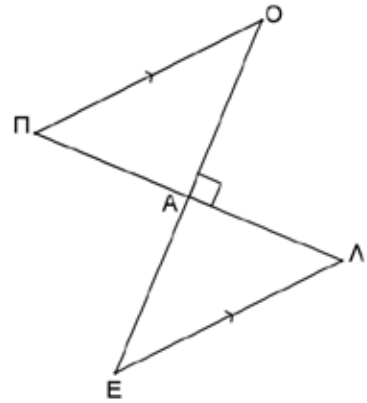
4. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$c - y = -5$$

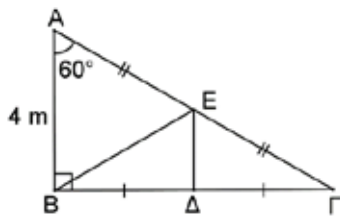
$$5c + 2y = -4$$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $2c^2 + 3c - 9 = 0$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $ΠΟ // ΕΛ$, $ΠΛ \perp ΟΕ$ και Α μέσο του ΟΕ. Να αποδείξετε ότι $\overset{D}{A} \overset{D}{P} O = \overset{D}{A} \overset{D}{E} L$.



7. α) Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ να υπολογίσετε το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΔΕ και ΒΕ.



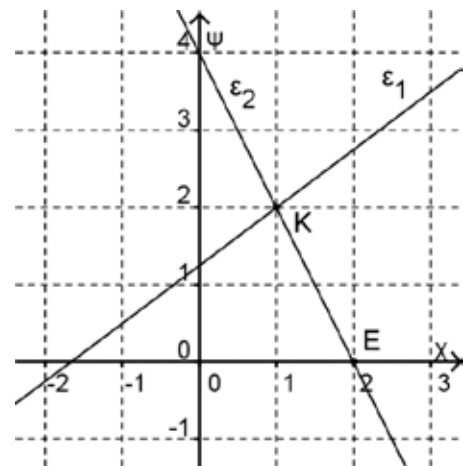
- β) Ο όγκος ενός κύβου είναι 27 m^3 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου.

8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{a+1}{a+2} - \frac{a^2 - a}{a^2 - 2a - 8} =$$

9. α) Να βρείτε από το διπλανό σχήμα τη λύση του γραμμικού συστήματος των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_3 που περνά από το σημείο $(-3, 2)$ και είναι παράλληλη με την ϵ_2 .

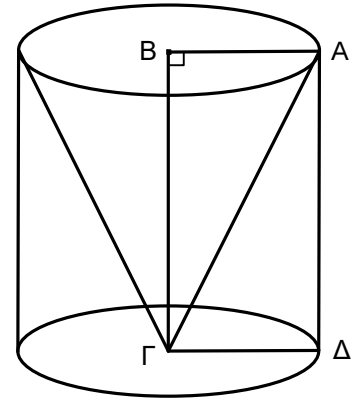


γ) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των σημείων K και E.

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος KE.

10. Στο διπλανό σχήμα ο κύλινδρος έχει ύψος 4 cm και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειάς του είναι $24\pi \text{ cm}^2$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.



β) Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου που βρίσκεται μέσα στο κύλινδρο, αν ο κώνος και ο κύλινδρος έχουν το ίδιο ύψος και ίση ακτίνα βάσης.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε **και τις 5 ασκήσεις** του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται **με δύο μονάδες**.

1. α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

i) $c^2 + 3c - 18 =$

ii) $c^2 - 6c + 9 - a^2 =$

β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{6a^2}{c^2 - \chi^2} \times \frac{3a}{a + \chi} \div \frac{3a^2\chi}{c^2 + 2a\chi + \chi^2} =$$

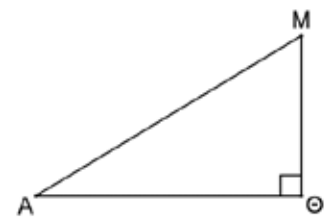
2. α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3c - 1}{c + 3} + \frac{2c - 3}{4 - c} = \frac{33 - 17c}{c^2 - c - 12}$$

- β) Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε η ευθεία $e_1 : y = (2\kappa - 3)c - 5$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $e_2 : 2y - c = 8$.

3. α) Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $MA\Theta$, το $\eta\mu M = \frac{12}{13}$.
Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

i) $\sigma\upsilon\nu M =$



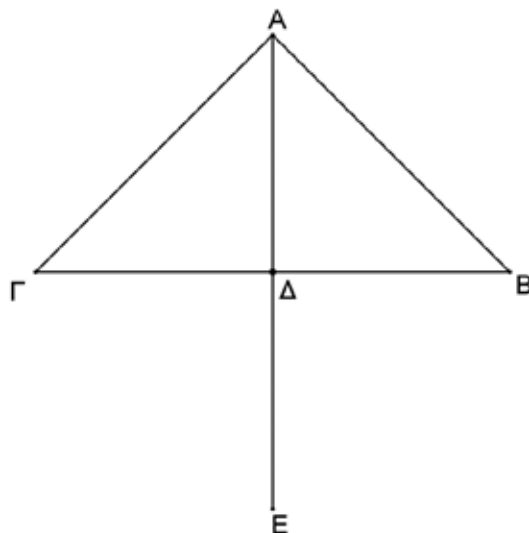
ii) $\epsilon\phi A =$

- β) Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος 6 cm και απόστημα 10 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

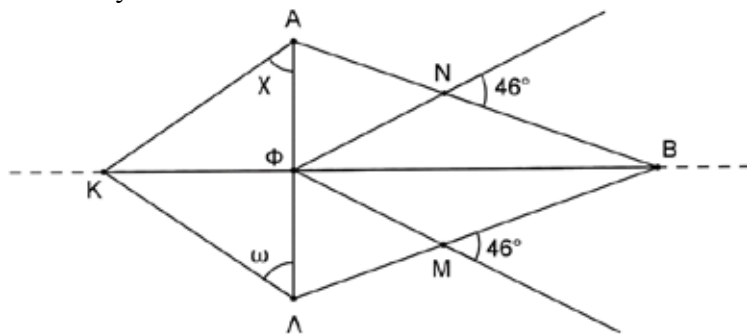
4. α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ισότητα:

$$\frac{a}{c} - \frac{1}{\chi} = \frac{a^2}{c\chi^2} + \frac{1}{\chi} - \frac{a}{c} - \chi^2 - 1 = \chi^4 - \frac{2}{\chi}$$

β) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές ($\hat{A} = 90^\circ$, $AG = AB$) και η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α. Προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ προς το Δ κατά τμήμα $DE = AD$. Να αποδείξετε ότι το ABEΓ είναι τετράγωνο, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB=BL$, Φ μέσο του AL και τα σημεία K, Φ, B είναι συνευθειακά. Να αποδείξετε ότι:



α) το τρίγωνο ΦNM είναι ισοσκελές.

β) $NB = MB$

γ) οι γωνίες χ και ω είναι ίσες.

(μον. 1 – 0,5 – 0,5)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Τάξη: Γ΄

Μάθημα: Μαθηματικά

Βαθμός:

Χρόνος: 2 ώρες

Ημερομηνία: 5/6/2015

Υπογραφή:

Όνομα μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε με στυλό μπλε ή μαύρο (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από οχτώ σελίδες.

Μέρος Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(c - 2)^2 =$

β) $(c - 9)(c + 9) =$

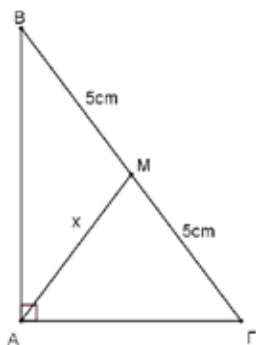
2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $c^2 - 25 =$

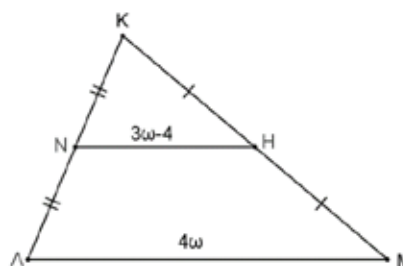
β) $y^2 - 16y =$

3. Να βρείτε τις τιμές των x και ω στα πιο κάτω σχήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

α)



β)

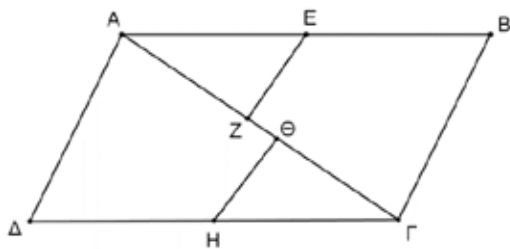


4. Να λύσετε την εξίσωση: $2c^2 + 11c + 15 = 0$

5. Ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{D}{A}\overset{\cup}{B}G$ ($\overset{\cup}{A} = 90^\circ$) έχει $\epsilon\phi B = \frac{5}{12}$. Να υπολογίσετε:

- α) Το $\eta\mu B$
- β) Το $\sigma\upsilon\nu B$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Τα σημεία E και H είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα. Αν οι EZ και $H\Theta$ είναι κάθετες στην διαγώνιο $A\Gamma$ να δείξετε ότι $EZ = H\Theta$.



7. Να λύσετε το σύστημα:

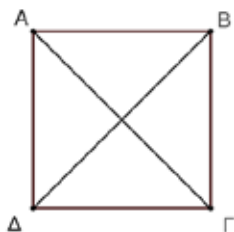
$$2c - y = -7$$

$$3c + 4y = 6$$

8. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κυλίνδρου είναι $256\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας του. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

9. α) Να εξετάσετε αν οι ευθείες $e_1: y = 5c - 1$ και $e_2: -10c + 2y = -2$ τέμνονται, είναι παράλληλες ή ταυτίζονται δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- β) Χωρίς να λύσετε το σύστημα να βρείτε το πλήθος των λύσεων του.

10. Το πιο κάτω τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει διαγώνιους $BD = (c+1)^3 \text{ cm}$ και $AG = (c^3 + 2c^2 + 2c + 7) \text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος των διαγωνίων του.



ΜΕΡΟΣ Β´ **Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β´.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4c}{c-2} - \frac{2c}{c-3} = \frac{c^2 - 2c - 8}{c^2 - 5c + 6}$$

2. α) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:

$$\frac{a^2 + 2b^2}{2} + \frac{a^2 - 2b^2}{2} = \frac{a^2 + 4b^2}{2}$$

β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$(2c - 3)^3 + (3 - 2x) =$$

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και E το μέσο της $B\Delta$ να προεκτείνετε την AE κατά τμήμα $EZ=AE$. Να δείξετε ότι:

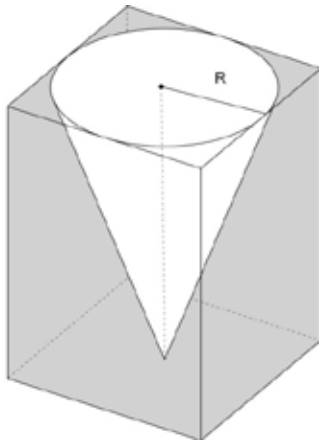
- α) $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο
- β) $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος

4. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(0,4)$ $B(4,0)$ και $\Gamma(4,8)$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (β. 2,5)

β) Να βρείτε: i) Τις συντεταγμένες του σημείου M , όπου M το μέσο της πλευράς $A\Gamma$.
ii) Την κλίση της διαμέσου BM .
iii) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη με τη διάμεσο BM . (β. 7,5)

5. Σε τετραγωνικό πρίσμα αφαιρέθηκε από μέσα του κώνος όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το εμβαδόν της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι 144cm^2 και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου $60\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που απέμεινε.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 7:45 – 9:45πμ

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΠΤΑ (7) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (x + 4)^2 =$$

$$(\beta) (w - 9)(w + 9) =$$

ΘΕΜΑ 2: Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 10cm, 5cm και 4cm.
Να βρείτε τον όγκο του.

Βαθμός Αριθμ.:.....

Ολογρ.:

Υπογραφή:

ΘΕΜΑ 3: Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $6x - 6y =$

(β) $x^2 + 14x + 49 =$

(γ) $bx^2 + by^2 - ax^2 - ay^2 =$

(δ) $2a^3 + 54 =$

ΘΕΜΑ 4: Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $AB = 6\text{cm}$ και $AG = 8\text{cm}$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B.

ΘΕΜΑ 5: Να εξετάσετε κατά πόσο το $x + 3$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου
 $- 20x - 2x^2 + x^3 - 15$

ΘΕΜΑ 6: Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 - x - 10 = 0$

ΘΕΜΑ 7: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB = AG$). Φέρουμε τη διάμεσο AD του τριγώνου ABG και παίρνουμε τυχαίο σημείο M σε αυτή. Να δείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα ABM και AGM είναι ίσα
- (β) το τρίγωνο BMG είναι ισοσκελές

ΘΕΜΑ 8: Να χαρακτηρίσετε **ΟΡΘΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές, βρίσκονται ίσες γωνίες.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

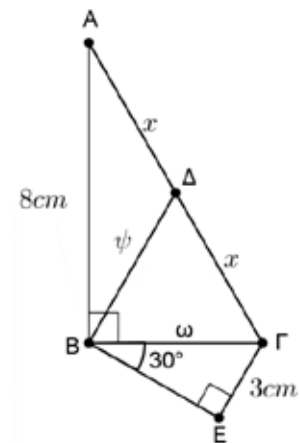
ΘΕΜΑ 9: Σε ένα αγώνα καλαθόσφαιρας πουλήθηκαν 2000 εισιτήρια και εισπράχθηκαν €4500. Το εισιτήριο της πρώτης θέσης ήταν €3 και της δεύτερης θέσης €2. Πόσα εισιτήρια της πρώτης θέσης και πόσα της δεύτερης θέσης πουλήθηκαν;

ΘΕΜΑ 10: Δίνονται τα σημεία $A(-2, 2)$, $B(0, 6)$ και $G(5, 1)$

- (α) να δείξετε ότι το τρίγωνο ABG είναι ισοσκελές,
- (β) να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου GD .

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

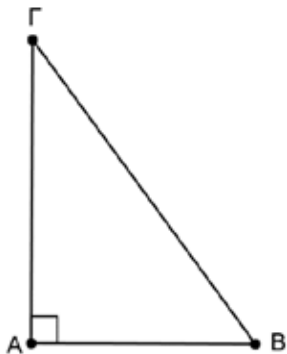
ΘΕΜΑ 1: Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τα x , y και w ,
δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ 2: Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2}{x-3} - \frac{4}{x^2-9} = \frac{x+1}{x^2+3x}$

ΘΕΜΑ 3: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Από το μέσο D της AG φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την AB που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Προεκτείνουμε το DE κατά τμήμα $EZ = DE$. Να αποδειχθεί ότι:

(α) το τετράπλευρο $DBZG$ είναι παραλληλόγραμμο,
(β) το τετράπλευρο $ABZD$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



ΘΕΜΑ 4: Κώνος έχει εμβαδό ολικής επιφάνειας $480\pi\text{cm}^2$ και εμβαδό κυρτής $255\pi\text{cm}^2$.
Να υπολογίσετε τον όγκο του.

ΘΕΜΑ 5: Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A(x) = (3x - 2)^2 + 3(5x - 4) - 2x(4x + 1) - 4 \text{ και } B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$$

(α) Να κάνετε τις πράξεις στο πολυώνυμο $A(x)$ (μον.4)

(β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως το πολυώνυμο $B(x)$ (μον.4)

(γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A(x)}{B(x)}$ και στη συνέχεια να το απλοποιήσετε. (μον.2)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10/6/2015

ΧΡΟΝΟΣ : Δύο (2) ώρες

ΒΑΘΜΟΣ

Ολογράφως

Υπογραφή

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αρ. Καταλόγου:...

- ΟΔΗΓΙΕΣ:
1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Να απαντήσετε σε όλα τα μέρη.
 5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο, στον κενό χώρο ανάλογα με τις οδηγίες των ασκήσεων.
 6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Το μέρος αυτό αποτελείται από **δέκα (10)** ασκήσεις. Να λύσετε **και τις δέκα (10)**. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5)** μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 2)^2 =$

β) $(2x - 5)(2x + 5) =$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $\alpha = 8 \text{ cm}$, $\beta = 6 \text{ cm}$ και $\gamma = 5 \text{ cm}$.

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\omega^2 + 5\omega =$

β) $\chi^2 - 36 =$

γ) $\alpha^2 + 3\alpha - 10 =$

δ) $\chi^2 + 4\chi + 4 - \psi^2 =$

4. Να λύσετε την εξίσωση : $3\chi^2 - 7\chi + 2 = 0$

5. Να λύσετε το σύστημα:

$$5\chi + 3\psi = 7$$

$$\chi - 2\psi = 4$$

6. Στο διπλανό σχήμα το ABΓ είναι τυχαίο τρίγωνο και η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β.
Αν $\Delta E \wedge AB$ και $\Delta H \wedge B\Gamma$ να αποδείξετε ότι $\Delta E = \Delta H$.

7. Η ευθεία ε_1 : $\psi = (\mu + 1)\chi + 5\kappa$ περνά από το σημείο $A(-1, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία ε_2 : $6\chi - 2\psi = 11$. Να βρείτε τις τιμές των μ και κ .

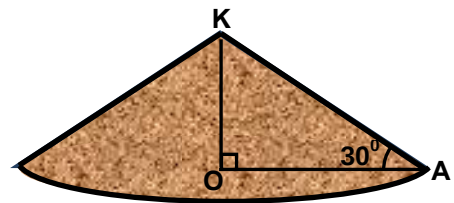
8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η κωνική σκεπή μιας κυλινδρικής αποθήκης. Το ύψος της σκεπής $KO = 2$ m και η γενέτειρα της $KA = (\chi^2 - 3\chi)$ m. Αν η γενέτειρα KA σχηματίζει με τη βάση γωνία 30° να βρείτε:

α) τις τιμές του χ

(3 μον.)

β) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας της σκεπής. (2 μον.)

(το αποτέλεσμα σας μπορείτε να το δώσετε συναρτήσει του π)



9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Αν Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να προεκτείνετε το ΔE κατά τμήμα EZ έτσι ώστε $\Delta E = EZ$. Να αποδείξετε ότι το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

10. Δίνονται τα πολυώνυμα $F(x) = x^3 + 3x - 4$ και $Q(x) = x - 2$

α) Να βρείτε το $F(x - 1)$

β) Να αποδείξετε ότι το $\frac{F(x - 1)}{Q(x)} = x^2 - x + 4$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Το μέρος αυτό αποτελείται από **πέντε (5)** ασκήσεις. Να λύσετε **και** τις **πέντε (5)**. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10)** μονάδες.

1. α) Να κάνετε τις πράξεις:

i. $(3\chi - 1)^2 - 4(\chi + 2)(\chi - 2) =$ (2 μον.)

ii. $\frac{\alpha}{\alpha - 5} - \frac{2\alpha - 2}{\alpha^2 - 25} \cdot \frac{\alpha^2 - 4}{\alpha^2 - 10\alpha + 25} =$ (3 μον.)

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi}{\chi - 2} - \frac{2 - 3\chi}{2\chi - \chi^2} = \frac{4}{\chi}$$
(5 μον.)

2. α) Να κατασκευάσετε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και να φέρετε το ύψος AD . Προεκτείνετε την πλευρά AB κατά τμήμα BE , έτσι ώστε $BE=AB$. Αν $E\hat{K}\Gamma B$, να αποδείξετε ότι το $ADEK$ είναι παραλληλόγραμμο. (5 μον.)

- β) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 100 cm^2 και παράπλευρο ύψος 13 cm . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας. (5 μον.)

3. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(0,-1), B(6,2), Γ(8,-2).

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$. (4 μον.)

β) i) Χρησιμοποιώντας το πιο πάνω τρίγωνο να επαληθεύσετε την ταυτότητα: (3 μον.)

$$\eta\mu^2 A + \sigma\upsilon\nu^2 A = 1$$

ii) Να βρείτε κατά προσέγγιση δεκάτου το μέτρο των γωνιών A και Γ. (3 μον.)

4. Στο πιο κάτω σύστημα αξόνων η ευθεία ε_1 έχει εξίσωση $2\psi - \chi = 8$, η ευθεία ε_2 έχει κλίση -1 και $A(\alpha - 6, \alpha)$ είναι το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 . Να βρείτε:

α) Την τιμή του α και τις συντεταγμένες του σημείου A . (2 μον.)

β) Την εξίσωση της ευθείας ε_2 . (2 μον.)

γ) Τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ που οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνουν τον άξονα των ψ αντίστοιχα. (2 μον.)

δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το $AB\Delta\Gamma$ να είναι παραλληλόγραμμο. (4 μον.)

ψ

ε_1

$\xrightarrow{\quad}$
 χ

ε_2

5. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας Κυλινδρικού δοχείου με ακτίνα βάσης 7 cm είναι ίσο με $350\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

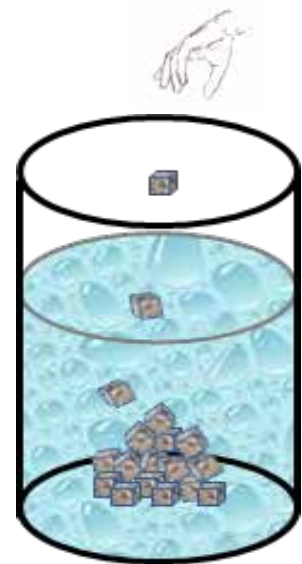
α) τον όγκο του κυλίνδρου. (3 μον.)

Στο δοχείο ρίχνουμε νερό ίσο με το 60% της χωρητικότητας του κυλίνδρου και στη συνέχεια ρίχνουμε μεταλλικούς κύβους ακμής 2 cm ώστε να καλύπτονται πλήρως από το νερό και έτσι ώστε η στάθμη του νερού να ανεβεί κατά 8 cm.

Να βρείτε:

β) πόσους κύβους ρίξαμε στο δοχείο. (7 μον.)

$$\frac{\pi}{6} = \frac{22}{7} \div \frac{1}{8}$$



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ '

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12/ 06 /2015

Βαθμός :

ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες

Ολογράφως :

(07:45 – 09:45)

Υπογραφή Καθηγητή/τριας :

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα:Αρ.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Σε όλες τις ασκήσεις να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε μονάδες(5/100).

Θέμα 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(x - 5)^2 =$

β) $(x - 7)(x + 7) =$

Θέμα 2: Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 3 = 0$ (Να λυθεί με τη χρήση του τύπου)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ '

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12/ 06 /2015

Βαθμός :

ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες

Ολογράφως :

(07:45 – 09:45)

Υπογραφή Καθηγητή/τριας :

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα:Αρ.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Σε όλες τις ασκήσεις να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε μονάδες(5/100).

Θέμα 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(x - 5)^2 =$

β) $(x - 7)(x + 7) =$

Θέμα 2: Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 3 = 0$ (Να λυθεί με τη χρήση του τύπου)

Θέμα 3: Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Να φέρετε το ύψος ΑΔ και να το προεκτείνεται προς το Δ, κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΕΔΓ είναι ίσα (να γίνει σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα) (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

Θέμα 4: Να βρείτε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες : (ε₁): $\psi = 5\chi - 3$ και (ε₂): $\psi = (\kappa - 3)\chi + 7$ να είναι παράλληλες .

Θέμα 5: Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $\chi^2 - 25 =$

β) $5\chi^2 + 10\chi =$

γ) $\chi^2 - 6\chi + 8 =$

δ) $\chi^2 - \psi^2 + 5\chi - 5\psi =$

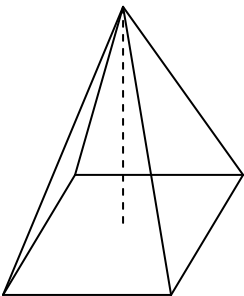
Θέμα 6: Να λύσετε το σύστημα: $4\chi + 2\psi = 14$

$$2\chi - \psi = 5$$

Θέμα 7: Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος 5 cm και πλευρά βάσης 8 cm.

Να υπολογίσετε : α) Το εμβαδόν ολικής επιφάνειάς της (M 3/100)

β) Τον όγκο της πυραμίδας. (M 2/100)



Θέμα 8: Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB με άκρα τα σημεία $A(-2, 4)$ και $B(2, 0)$.

α) Να βρείτε το μήκος του AB (Μ 3/100)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του AB . (Μ 2/100)

Θέμα 9: Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), η $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, το σημείο M είναι το μέσο της $B\Gamma$ και το N μέσο της MG . Να φέρετε την AN και να την προεκτείνετε προς το N κατά τμήμα $NE = AN$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AME\Gamma$ είναι ρόμβος (να γίνει σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα) (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

Θέμα 10: Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x+3}{x-1} - \frac{4}{x-2} \div \frac{x+2}{x^2-3x+2} =$$

(όπου $x \neq 1$, $x \neq 2$ και $x \neq -2$)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα μονάδες(10/100).

Θέμα 1: Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{3-x} = \frac{4}{x^2-2x-3}$

Θέμα 2: α) Ένας ξυλουργός θέλει να κατασκευάσει 23 τραπέζια, κάποια με 3 πόδια και κάποια με 4 πόδια. Υπολογίζει ότι θα χρειαστεί συνολικά 85 πόδια. Να βρείτε πόσα τραπέζια με 3 και πόσα με 4 πόδια θα κατασκευάσει (Να λυθεί με σύστημα).

β) Δίνεται το πολυώνυμο $A(x) = (x + 2)^3 - 2(x + 3)^2 - x(x^2 - x - 5)$. Να δείξετε ότι $A(x) = 5x^2 + 5x - 10$ και να λύσετε την εξίσωση $A(x) = 0$.

Θέμα 3: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν Δ , E είναι τα μέσα των πλευρών

AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα και ΔZ , EH οι αποστάσεις των Δ , E από την $B\Gamma$, να δείξετε ότι:

α) $\Delta Z = EH$

β) το ΔEHZ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

(να γίνει σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα) (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

Θέμα 4: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κλειστό δοχείο, που αποτελείται από κύλινδρο και κώνο.

Ο κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 5cm και ύψος 8cm και ο κώνος έχει ύψος 12cm.

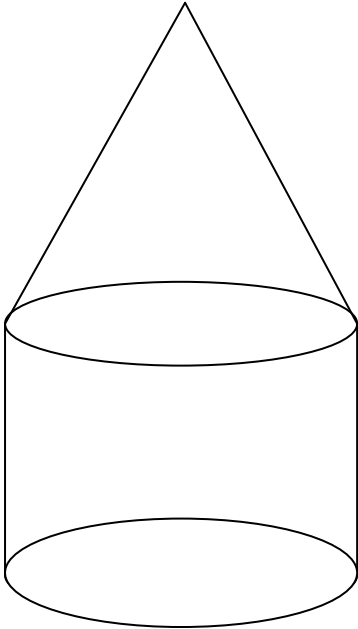
Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο του στερεού

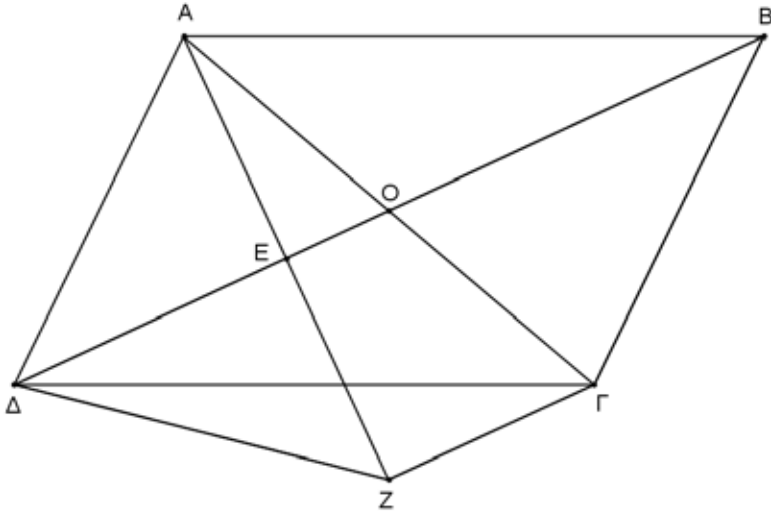
(M 4/100)

β) το εμβαδό της ολικής εξωτερικής επιφάνειας του στερεού .

(M 6/100)



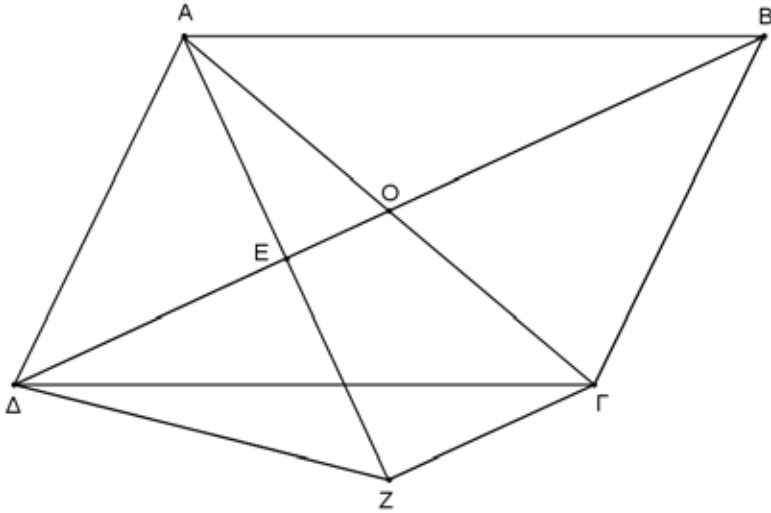
Θέμα 5 : Από την κορυφή A του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε την AE κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$. Προεκτείνουμε την AE και παίρνουμε στην προέκταση της τμήμα EZ , τέτοιο ώστε $AE = EZ$. Αν O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$ του παραλληλογράμμου, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



Η Διευθύντρια

Αθηνά Ονουφρίου

Θέμα 5 : Από την κορυφή A του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε την AE κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$. Προεκτείνουμε την AE και παίρνουμε στην προέκταση της τμήμα EZ , τέτοιο ώστε $AE = EZ$. Αν O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$ του παραλληλογράμμου, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΤΑΞΗ: **Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: **2 ΩΡΕΣ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ: ΑΡ: Υπογραφή καθηγήτριας:

ΒΑΘΜΟΣ

Ολογράφως:

Αριθμητικά:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (\chi - 3) \cdot (\chi + 3) =$$

$$(\beta) (\alpha + 2)^2 =$$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ύψος 3 cm, πλάτος 6 cm και μήκος 5 cm.

3. Να λύσετε την εξίσωση $2\chi^2 - 3\chi - 2 = 0$.

4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $\alpha^2 - 8\alpha =$

(β) $\chi^2 - 25\psi^2 =$

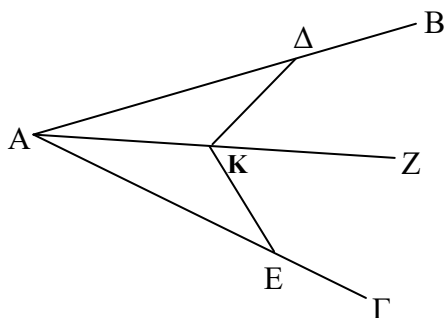
(γ) $\chi^2 - 6\chi - 16 =$

(δ) $\chi^2 - 4\chi + 4 =$

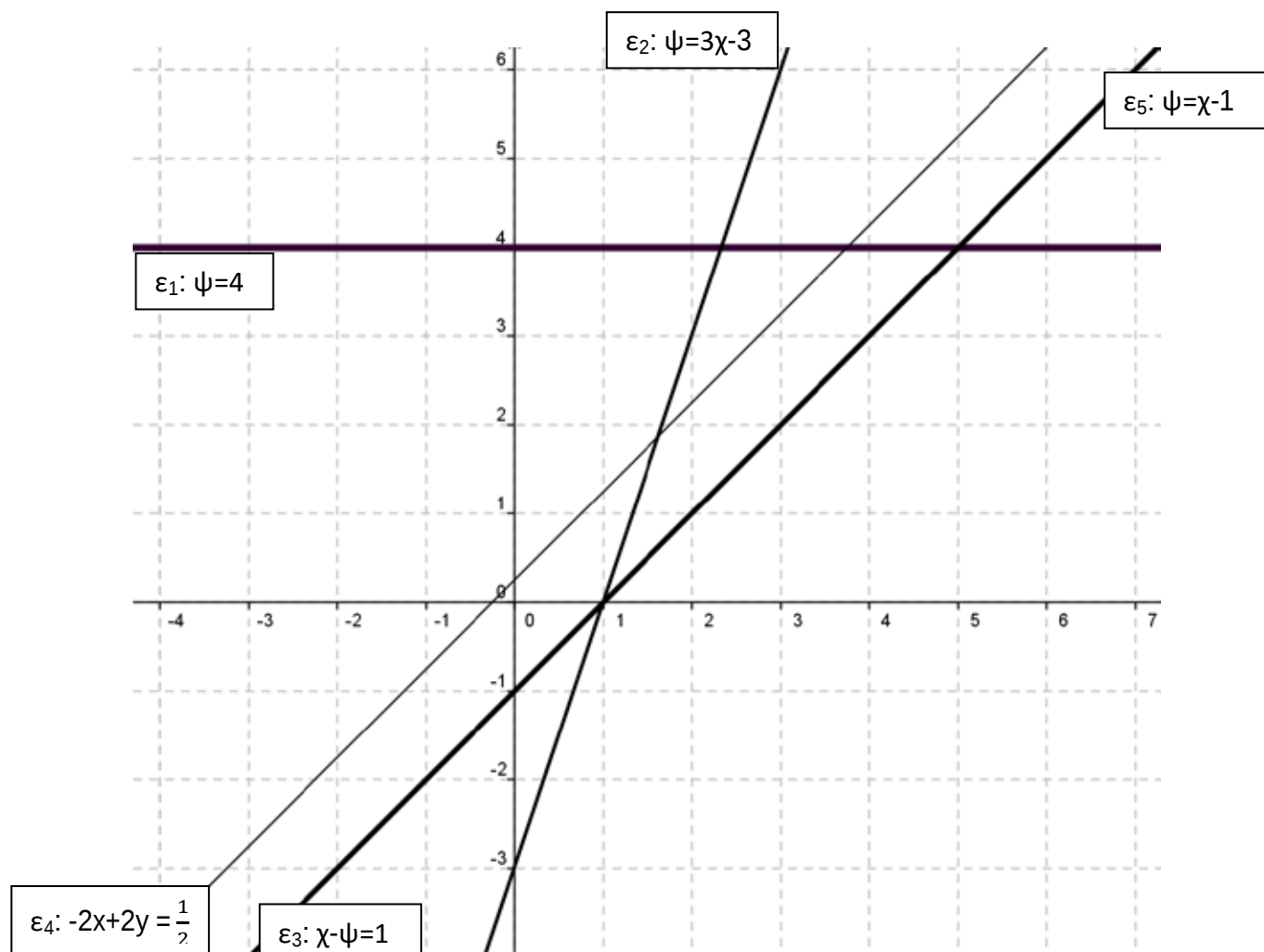
5. Να χαρακτηρίσετε τις πιο κάτω προτάσεις με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ βάζοντας σε κύκλο τον κατάλληλο χαρακτηρισμό:

(α)	Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο εάν οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(β)	Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο εάν έχει δύο ορθές γωνίες.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(γ)	Ένα παραλληλόγραμμο του οποίου οι διαγώνιοι είναι κάθετες, είναι και ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(δ)	Για να αποδείξω ότι ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο, αρκεί να αποδείξω ότι είναι ορθογώνιο και ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(ε)	Ένα τετράπλευρο του οποίου η μία διαγώνιος διχοτομεί μία γωνία του, είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ

6. Στο πιο κάτω σχήμα η ΑΖ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΑΓ και ΑΔ = ΑΕ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΚ και ΑΚΕ είναι ίσα.



7. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνονται οι γραφικές παραστάσεις πέντε εξισώσεων. Να εξετάσετε κατά πόσο τα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων έχουν λύση χρησιμοποιώντας τις γραφικές παραστάσεις που δίνονται. Για το καθένα να βρείτε τη λύση ή τις λύσεις (αν υπάρχουν).



(α) $\varepsilon_1: \psi = 4$
 $\varepsilon_3: \chi - \psi = 1$

(β) $\varepsilon_3: \chi - \psi = 1$
 $\varepsilon_4: -2\chi + 2\psi = \frac{1}{2}$

(γ) $\varepsilon_4: -2\chi + 2\psi = \frac{1}{2}$
 $\varepsilon_5: \psi = \chi - 1$

(δ) $\varepsilon_3: \chi - \psi = 1$
 $\varepsilon_5: \psi = \chi - 1$

8. Το εμβαδόν της βάσης κώνου είναι $9\pi \text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κώνου ισούται με 4 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

9. Να βρείτε τη λύση του πιο κάτω συστήματος:

$$\left. \begin{array}{l} 2\alpha - 3\beta = 12 \\ 4(\alpha - 1) - 3(3 - \beta) = -7 \end{array} \right\}$$

10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\chi^2+3\chi}{4\chi^2+4\chi} \div \frac{\chi^2-9}{\chi^2+2\chi+1} \right) \cdot \left(\frac{\chi-3}{\chi-1} \right) =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο BEΓ με $\hat{E} = 90^\circ$ και $hm\omega = \frac{9}{15}$. Να βρείτε :

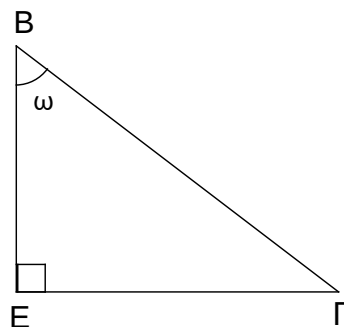
(α) ποια είναι η υποτείνουσα του τριγώνου BEΓ

(β) τα μήκη των πλευρών του τριγώνου BEΓ

(γ) $\sin\omega =$

(δ) $\varepsilon\varphi\Gamma =$

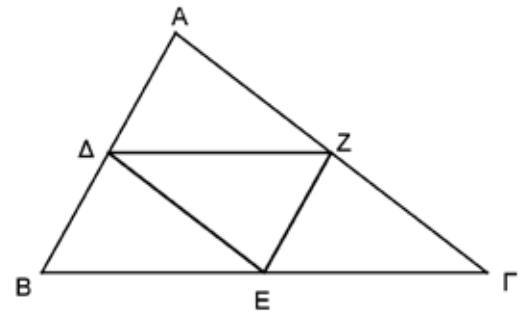
(ε) $\eta\mu\Gamma =$



2. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4}{x^2-x-2} = \frac{2x}{3x-6} - \frac{x+5}{2x+2}$

3. Εργοστάσιο σοκολάτας θέλει να φτιάξει σοκολατάκια σχήματος κύβου με ακμή 2cm. Για την κατασκευή αυτών θα χρειαστεί να λιώσουν σοκολάτα σχήματος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με παράπλευρο ύψος 10cm και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 240 cm^2 . Να βρείτε πόσα σοκολατάκια θα κατασκευαστούν.

4. Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta Z \parallel B\Gamma$, $\Delta E \parallel A\Gamma$ και $EZ \parallel AB$. Να αποδείξετε ότι:
- (α) Το $B\Delta ZE$ είναι παραλληλόγραμμο
- (β) Το E είναι το μέσο της $B\Gamma$.



5. Δίνονται οι ευθείες ε_1 : $c + 2y = -6$ και ε_2 : $y = -2c + 1$.

(α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 .

(β) Να βρείτε σε ποια ευθεία ανήκει το σημείο $A(4, -5)$.

(γ) Αν $B(1, -1)$ να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(ε) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_2 και περνά από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB .



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Χρόνος: 2 ώρες

Ημερομηνία: 17 Ιουνίου 2015

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα:

Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ

α) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (μολύβι μόνο για τα σχήματα).

β) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2\omega-5)\times(2\omega+5)=$ (μον. 2)

β) $(\kappa+6)^2=$ (μον. 3)

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 4 cm.

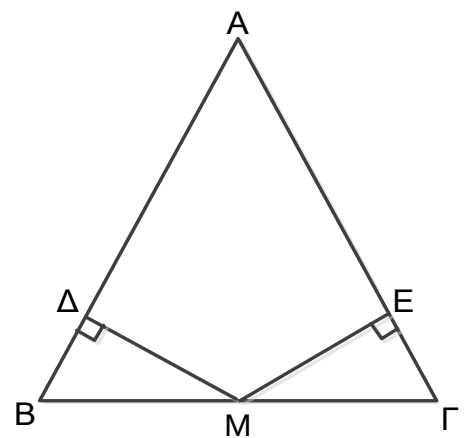
3. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$3x + \psi = 6$$

$$x - 2\psi = 9$$

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε κάθετα τμήματα $M\Delta$ και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $M\Delta = ME$.



6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα :

α) $5\alpha + 10\alpha^2 =$ (μον. 2)

β) $16\chi^2 - 9 =$ (μον. 1)

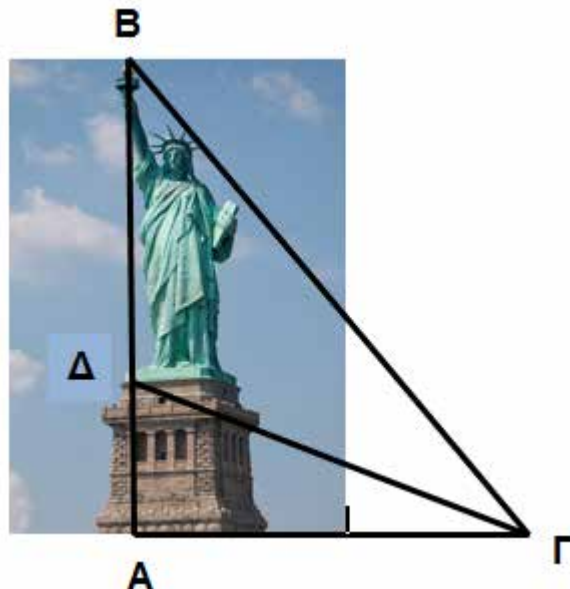
γ) $\chi^2 - 3\chi - 10 =$ (μον. 2)

7. Στο διπλανό σχήμα το ABΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{G} = 25^\circ$ και AG=52 m. Να βρείτε το ύψος του αγάλματος της Ελευθερίας, με προσέγγιση δυο δεκαδικών ψηφίων.

($\eta\mu 30^\circ = 0,5$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,866$, $\epsilon\phi 30^\circ = 0,577$

$\eta\mu 25^\circ = 0,423$, $\sigma\upsilon\nu 25^\circ = 0,906$, $\epsilon\phi 25^\circ = 0,466$

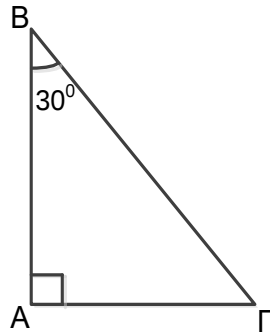
$\eta\mu 55^\circ = 0,819$, $\sigma\upsilon\nu 55^\circ = 0,574$, $\epsilon\phi 55^\circ = 1,428$)



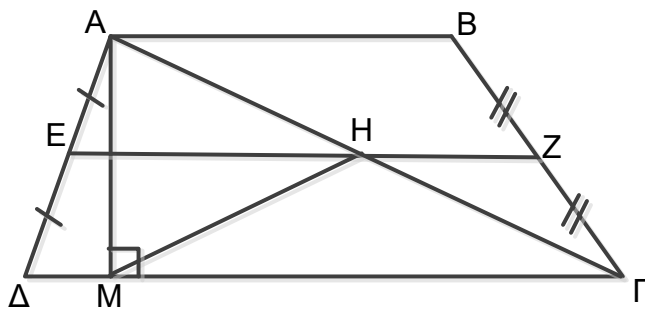
8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^2 - 4}{2\chi^2} \times \frac{\chi + 1}{\chi - 2} \cdot \frac{\chi^2 + 3\chi + 2}{\chi} =$$

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$ και Δ, E τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = E\Delta$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma E Z$ είναι ρόμβος.



10. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο ($AB \parallel \Delta\Gamma$), η EZ είναι η διάμεσός του τραπέζιου και $AM \perp \Gamma\Delta$. Αν $AB = 6 \text{ cm}$, $\Delta\Gamma = (4\chi - 2) \text{ cm}$, $EZ = (\chi + 5) \text{ cm}$ και $AH = 5,3 \text{ cm}$ να βρείτε:
- Την τιμή του χ .
 - Το μήκος του MH .
- (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(2\alpha-1)^2 - (2\alpha-1)(2\alpha+1) = 2(1-2\alpha)$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x-3} - \frac{x+1}{1-x} = \frac{x+2}{x+3}$.

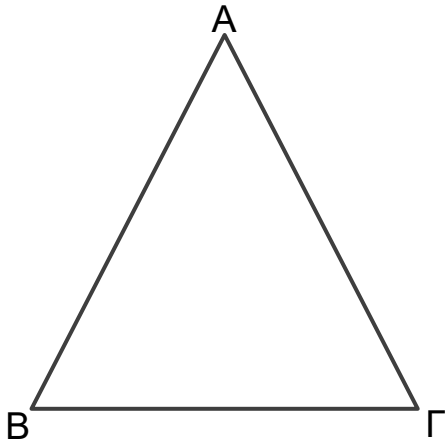
2. Μια εταιρεία παρασκευής αρωμάτων, παράγει ένα άρωμα σε δύο διαφορετικές συσκευασίες και το πωλεί στην ίδια τιμή. Η μια συσκευασία έχει σχήμα κώνου με γενέτειρα $\lambda=5$ cm. Η άλλη συσκευασία έχει σχήμα κυλίνδρου με ακτίνα βάσης 2 cm και ύψος διπλάσιο από το ύψος του κώνου. Αν το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι 24π cm², να βρείτε ποια συσκευασία συμφέρει να αγοράσουμε.

3. α) Να γίνουν οι πράξεις : $\frac{x}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \times \frac{x^4 - x^3}{x^4 - 1} =$

β) Ένα ζαχαροπλαστείο πωλεί ένα κουτί σοκολατάκια προς €4 και ένα κουτί τάρτες προς €3. Σήμερα πώλησε 10 κουτιά τάρτες λιγότερα από το διπλάσιο των κουτιών με σοκολατάκια και είσπραξε €90. Να βρείτε πόσα κουτιά από το κάθε είδος πούλησε.

4. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(0,3) , Β(-3,-1) , Γ(0,-7) , Δ(3,-3). Η πλευρά ΑΒ έχει εξίσωση $4x-3y+9=0$ και η ΔΓ έχει εξίσωση $3y-4x+21=0$.
- α) Να δείξετε ότι οι πλευρές ΑΒ και ΔΓ είναι παράλληλες. (μον. 3)
- β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (μον. 5)
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Ο των διαγωνίων του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ. (μον. 2)

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Παίρνουμε τα μέσα Z και H των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε τις αποστάσεις $Z\Delta$ και $H\Delta$ προς τη $B\Gamma$.
- α) Να δείξετε ότι τα σημεία Z και H ισαπέχουν από τη $B\Gamma$. (μον. 3)
- β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές. (μον. 4)
- γ) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ZHE\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (μον. 3)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Γ' ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2015	<table border="1"> <tr> <td> ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ: ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: ΥΠΟΓΡΑΦΗ: </td> </tr> </table>	ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ: ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: ΥΠΟΓΡΑΦΗ:
ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ: ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: ΥΠΟΓΡΑΦΗ:		
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:		
ΟΔΗΓΙΕΣ: Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 δακτυλογραφημένες σελίδες. 1) Να χρησιμοποιήσετε μελάνι μπλε ή μαύρο. 2) Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι. 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής. 4) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.		

ΜΕΡΟΣ Α:

(Μονάδες 50)

Να λύσετε και τις **10** ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x + 8)^2 =$

ii. $(x - 5)(x + 5) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$3x + \psi = 7$$

$$2x - 3\psi = 1$$

3. Να αναλύσετε **πλήρως** σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

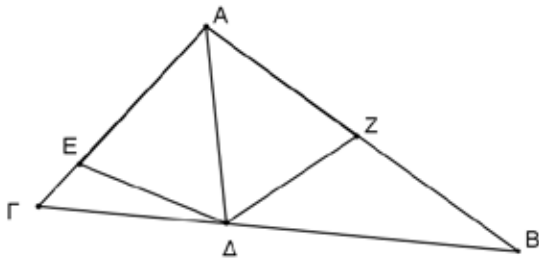
i. $2\chi - 2\psi =$

ii. $\chi^2 + 10\chi + 24 =$

iii. $\alpha\chi + 2\chi + 3\alpha + 6 =$

iv. $25x^2 - 10\chi + 1 =$

4. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma$ είναι τυχαίο τρίγωνο και $A\Delta$ είναι διχοτόμος του τριγώνου.
Αν $AE=AZ$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $A\Delta Z$ είναι ίσα.



5. Να λύσετε την εξίσωση:

$$3\chi^2 - 2\chi - 1 = 0$$

6. Πρίσμα με βάση τετράγωνο έχει ύψος 5 m και πλευρά βάσης 8 m. Να υπολογίσετε τον όγκο του και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

-
7. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

i. $(x - 5)(x + 8) = 0$

ii. $2x^3 - 32x = 0$

-
8. Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών υπάρχουν συνολικά 18 ασκήσεις. Το γραπτό αποτελείται από ασκήσεις των 5 μονάδων και από ασκήσεις των 7 μονάδων. Η συνολική βαθμολογία του γραπτού είναι 100 μονάδες. Πόσες ασκήσεις των 5 μονάδων και πόσες ασκήσεις των 7 μονάδων περιέχει το γραπτό; (Να λυθεί με σύστημα εξισώσεων α' βαθμού)

9. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{9\chi - 4}{\chi^2 + 3\chi - 10} - \frac{4 - \chi}{\chi + 5} = \frac{2}{\chi - 2}$$

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (ΑΓ<ΒΔ) και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων. Στα ευθύγραμμα τμήματα ΟΔ και ΟΒ παίρνουμε σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΟΕ=ΟΑ και ΟΖ=ΟΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΖΓΕ ορθογώνιο

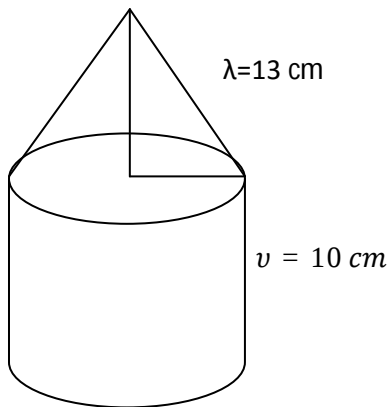
β) Τα σημεία Ε και Ζ απέχουν ίσες αποστάσεις από τη διαγώνιο ΑΓ.

ΜΕΡΟΣ Β:**(Μονάδες 50)**

Να λύσετε και τις **5 ασκήσεις**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. Η πιο κάτω ξύλινη κατασκευή αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο. Η γενέτειρα του κώνου είναι $\lambda=13$ cm και το ύψος του κυλίνδρου είναι $v=10$ cm. Αν ο κύλινδρος έχει όγκο $V = 250\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε:
- i. την ακτίνα βάσης του κυλίνδρου (μονάδες 3)
 - ii. το ύψος του κώνου (μονάδες 2)
 - iii. το συνολικό εμβαδόν της ξύλινης κατασκευής (μονάδες 5)

Δίνονται οι τύποι: $E_{\text{κύκλου}}=\pi R^2$, $\text{Περίμετρος κύκλου}=2\pi R$, $E_{\text{κυρτής κώνου}}=\pi R\lambda$



2. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2,3)$, $B(4,5)$ και $\Gamma(5,2)$.
- i. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο (μονάδες 4)
 - ii. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο M (όπου M μέσο της AB) και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2\chi - 5$ (μονάδες 4)
 - iii. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\Gamma$ και $\epsilon\phi A$ (μονάδες 2)

3. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{3\chi}{\chi^2-5\chi} - \frac{\chi-2}{\chi-5} \quad \text{και} \quad B = \left(\frac{\chi}{\psi} + 1 + \frac{\psi}{\chi}\right) \cdot \frac{\chi^3\psi^2 - \chi^2\psi^3}{\chi^3 - \psi^3}$$

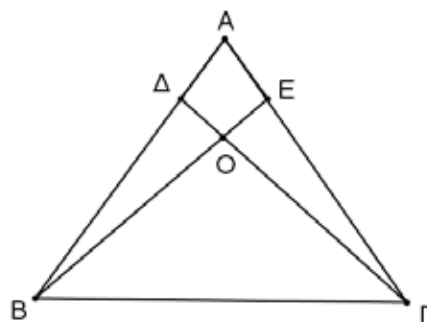
με $\chi \neq 0, \chi \neq 5, \chi \neq \psi, \psi \neq 0$

- i. Να αποδείξετε ότι $A = -1$ και $B = \chi\psi$
- ii. Να αποδείξετε ότι $(B + A)^2 - (B - 2A)^2 = -3(2B + 1)$

4. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) παίρνουμε σημεία Δ και E πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $A\Delta = AE$.

Να αποδείξετε ότι:

- i. $BE = \Gamma\Delta$
- ii. $\Delta O = OE$



-
5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Το K είναι μέσο της πλευράς $A\Gamma$ και Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Από το Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη με την $A\Gamma$ που τέμνει την AB στο E και προεκτείνουμε το ΔE κατά τμήμα EZ , έτσι ώστε $EZ = \Delta E$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta BZ$ είναι ρόμβος. (μονάδες 6)

β) Αν η γωνιά $\widehat{B\Delta E} = 30^\circ$ και $BE=5\text{ cm}$, να υπολογίσετε: (μονάδες 4)

- i. το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$
- ii. το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $K\Delta$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 7:45π.μ. – 9:45π.μ.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:..... Αριθμός:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (x + 5)(x - 5) =$$

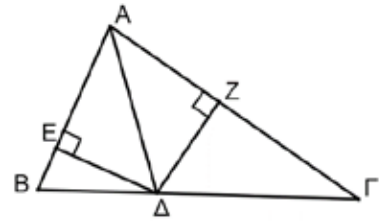
$$(\beta) (x - 3)^2 =$$

2) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$(\alpha) \alpha^2 - 3\alpha =$$

$$(\beta) \beta^2 + 6\beta + 8 =$$

- 3) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD διχοτόμος της γωνίας A . Οι DE και DZ είναι κάθετες στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $DE=DZ$.

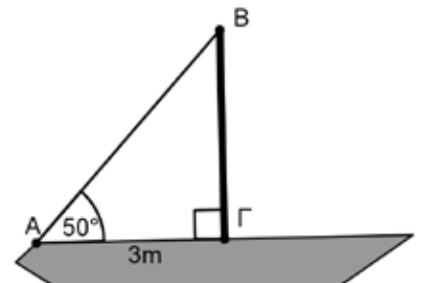


- 4) Να λύσετε το σύστημα:

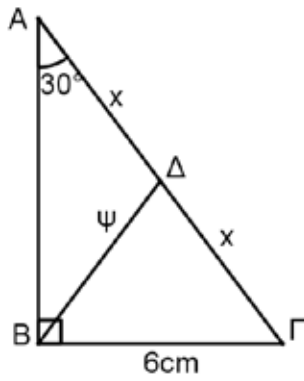
$$2x - 5y = -3$$

$$x + 3y = 15$$

- 5) Στο διπλανό ιστιοπλοϊκό σκάφος, το κατάρτι $B\Gamma$ απέχει από το σημείο A απόσταση $3m$. Να υπολογίσετε το μήκος του καταρτιού $B\Gamma$, αν η γωνία $BA\Gamma$ είναι 50° . (Δίνονται: $\eta\mu 50^\circ = 0,77$, $\sigma\upsilon\nu 50^\circ = 0,64$, $\epsilon\varphi 50^\circ = 1,19$)



6) Να βρείτε τα x και ψ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



7) Να κάνετε τις πράξεις, αν $\alpha \neq 0$, $\chi \neq 0$ και $\chi \neq -\alpha$

$$\frac{\alpha\chi}{\alpha+\chi} \cdot \left(\frac{\chi}{\alpha} - \frac{\alpha}{\chi} \right) =$$

- 8) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος $h=13\text{cm}$ και εμβαδόν βάσης 100cm^2 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο της.

- 9) (α) Αν $\alpha \neq -\beta$, να δείξετε ότι:

$$\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha + \beta} - \alpha\beta = (\alpha - \beta)^2$$

(μονάδες 3)

- (β) Χρησιμοποιώντας το 9(α), να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{2015^3 + 2000^3}{4015} - 2015 \cdot 2000$$

(μονάδες 2)

10) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^3 + 8x^2 = -16x$

(β) $2x^2 + 13x - 7 = 0$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

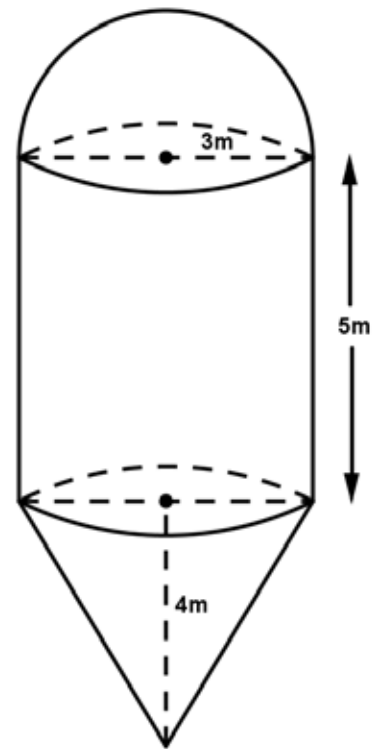
1) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-2}{x^2+x} - \frac{7}{1-x^2} = \frac{2}{x^2-x}$.

- 2) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και E το μέσο της AG . Να προεκτείνετε την $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z=\Delta E$. Να δείξετε ότι:
- (α) τα τρίγωνα $E\Delta\Gamma$ και $B\Delta Z$ είναι ίσα
 - (β) οι αποστάσεις ZH και $E\Theta$ από τη $B\Gamma$ είναι ίσες.

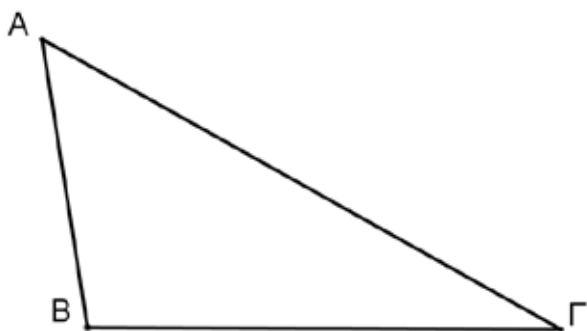
3) Η διπλανή κατασκευή έχει για οροφή ημισφαίριο ακτίνας 3m και στο κάτω μέρος του κυλίνδρου έχει προσκολληθεί κωνικό κομμάτι ύψους 4m.

(α) Να βρείτε τον όγκο της κατασκευής.

(β) Η κατασκευή θα βαφτεί σε όλη της την επιφάνεια με ειδική μεταλλική μπογιά. Αν το βάψιμο κάθε τετραγωνικού μέτρου θα στοιχίσει €3, να βρείτε το συνολικό κόστος. ($\pi \cong 3,14$)



- 4) Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ να φέρετε το ύψος BE . Αν Δ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, Z το μέσο της $E\Gamma$ και M το μέσο της BE , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZ\Delta M$ είναι ορθογώνιο.



- 5) Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, η πλευρά ΑΒ έχει εξίσωση $y = -2x + 6$, η πλευρά ΑΔ έχει εξίσωση $y = 3x + 1$, οι συντεταγμένες του σημείου Γ είναι (3,5) και οι συντεταγμένες του σημείου Β είναι (2,2).
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.
- (β) Αν Ο είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου, να βρείτε τις συντεταγμένες του.
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΔΓ.
- (δ) Αν Α(1,4) να βρείτε το μήκος των πλευρών ΑΒ και ΒΓ.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Βαθμός:

Ημερομηνία: 17/6/2015

Ολογράφως.....

Διάρκεια: 2 ώρες

Υπογρ. Καθηγητή

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi + 2\psi)^2 =$

β) $(\alpha + 5\beta)(5\beta - \alpha) =$

γ) $(\chi - 2)^3 =$

δ) $(3\chi + 1)^3 =$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $5\chi - 10\psi =$

β) $2\alpha\chi + 3\alpha - 2\beta\chi - 3\beta =$

γ) $4\chi^2 - 9 =$

δ) $16\alpha^2 - 40\alpha\beta + 25\beta^2 =$

3. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $\frac{x+3}{x-3} - \frac{5}{x} + \frac{18}{3x-x^2} =$ (μ. 3)

β) $\frac{x^2+4x}{x(x^2+6x+8)} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} =$ (μ. 2)

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 - 7x + 12 = 0$ (μ. 1,5)

β) $3x^2 + 13x = 10$ (μ. 3,5)

5. α) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, $\hat{A} = 90^\circ$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β, αν $AB = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 17\text{cm}$.

β) Να λύσετε το σύστημα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$3\chi + \psi = 3$$

$$-4\chi + 2\psi = -14$$

6. Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) φέρουμε τις διχοτόμους του. Αν Κ είναι το σημείο τομής των διχοτόμων:

α) να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΑΒ και ΚΑΓ είναι ίσα

(μ. 4)

β) να βρείτε το είδος του τριγώνου ΚΒΓ ως προς τις πλευρές του.

(μ. 1)

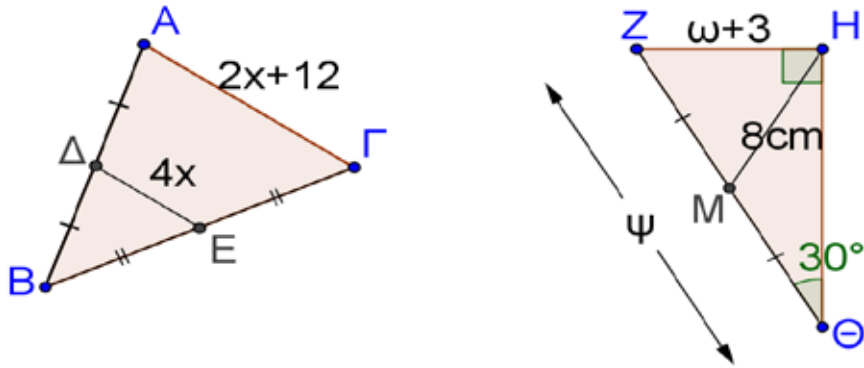
Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.

7. α) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB, αν A (10,-2) και B (2,4). (μ. 2)

β) Αν το σύστημα των ευθειών $\varepsilon_1 : 2\chi + (\kappa + 1)\psi = 5$ και $\varepsilon_2 : \psi = \frac{-\kappa\chi + 7}{3}$ είναι αδύνατο, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει το κ . (μ. 3)

8. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ABΓ, Δ τυχαίο σημείο της ΑΓ και Μ το μέσο της ΒΓ. Από το Μ φέρουμε παράλληλη προς τη ΒΔ, η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε. Προεκτείνουμε το ΜΕ προς το Ε έτσι ώστε ΜΖ=ΒΔ. Να δείξετε ότι το ΜΔΖΓ είναι παραλληλόγραμμο.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).

9. Να υπολογίσετε τα χ , ψ και ω . Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.



10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 144cm^2 και το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει γωνία 60° με το επίπεδο της βάσης. Να υπολογίσετε:
 α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της
 β) τον όγκο της.

ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας κώνου ισούται με $65\pi \text{ cm}^2$ και ισχύει $R + \lambda = 18\text{cm}$, $R < \lambda$.
Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

2. α) Να μετατρέψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα σε απλό:

(μ. 4)

$$\frac{2 - \frac{\chi+1}{\chi-1}}{\frac{\chi+1}{2} - \frac{4}{\chi-1}} =$$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

(μ. 6)

$$\frac{3x}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x^2-2x}$$

3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(x-2)(x+2) + (x-2)^2 + 2 = 2(x-1)^2$.

β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την παράσταση $a^3 + 8 - 2a^2 - 4a$.

4. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Α(-1,2) και Ο(4,4), όπου Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν οι πλευρές ΑΒ και ΒΓ έχουν εξισώσεις $\chi + 3\psi = 5$ και $5\chi - 7\psi = 3$ αντίστοιχα, να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες των κορυφών του

(μ. 7)

β) την εξίσωση της πλευράς ΑΔ.

(μ. 3)

5. Στις ασκήσεις που ακολουθούν να γίνουν τα σχήματα και πίνακας με δεδομένα και ζητούμενα. Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

α) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$), φέρουμε τη διάμεσο AM . Αν E είναι το μέσο της AB και Z το μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZME$ είναι ορθογώνιο. (μ. 4)

β) Δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$). Φέρουμε τη διάμεσο $K\Lambda$ η οποία τέμνει τις διαγωνίους $A\Gamma$ και $B\Delta$ στα σημεία M και N αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- i. M είναι το μέσο της $A\Gamma$ και N το μέσο $B\Delta$
- ii. $KN=ML$

(μ. 6)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 6 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Όνοματεπώνυμο: Τμήμα :..... Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - (β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 - (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - (δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να απαντήσετε και στις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

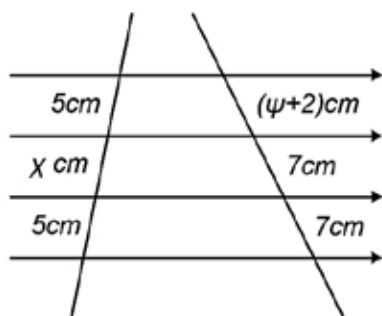
1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 4)^2 =$

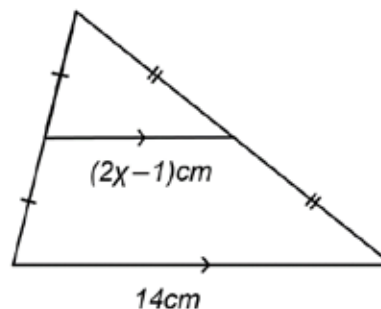
(β) $(2x - 3\psi)(2x + 3\psi) =$

2. Να υπολογίσετε την τιμή του x και του ψ στο καθένα από τα πιο κάτω σχήματα:

(α)



(β)



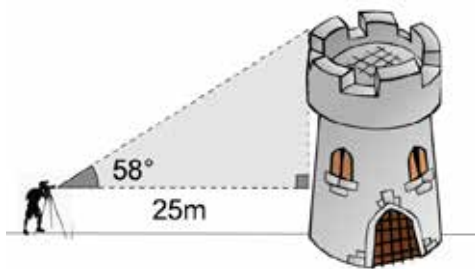
3. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $7x^2 - 14x =$

(β) $5x + 5\psi + \alpha x + \alpha\psi =$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 3 = 0$

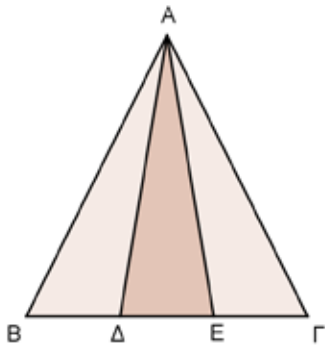
5. Ένας φωτογράφος στέκεται σε απόσταση $25m$ από έναν πύργο και τον φωτογραφίζει, έχοντας τη φωτογραφική μηχανή του στερεωμένη σε τρίποδα ύψους $170cm$. Αν το μέτρο της γωνίας υπό την οποία βλέπει την κορυφή του πύργου είναι 58° , να υπολογίσετε το ύψος του πύργου.



Δίνονται: $\eta\mu 58^\circ \approx 0,85$
 $\sigma\upsilon\nu 58^\circ \approx 0,53$
 $\epsilon\varphi 58^\circ \approx 1,6$

6. Να λύσετε το σύστημα: $3\chi - \psi = 5$
 $\chi + 2\psi = 4$

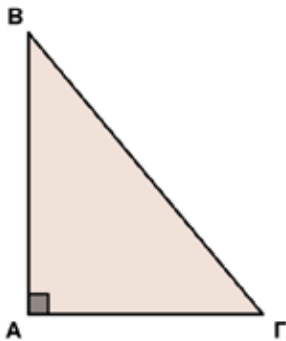
7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Πάνω στη βάση $B\Gamma$ είναι σημειωμένα τα σημεία Δ και E έτσι ώστε $B\Delta = E\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.



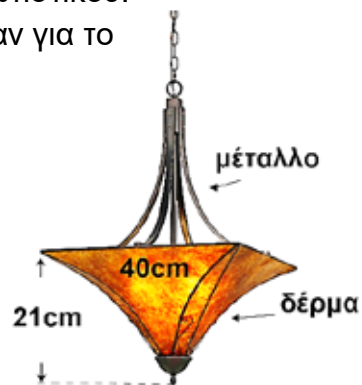
8. Ένα κυλινδρικό ποτήρι με διάμετρο βάσης 6cm , περιέχει νερό που φτάνει σε ύψος τα 14cm . Αν αδειάσουμε το νερό του ποτηριού σε παγοθήκες, πόσα το πολύ κυβικά παγάκια με ακμή 2cm μπορούμε να φτιάξουμε;
(Να θέσετε $\pi = \frac{22}{7}$)



9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε την ME κάθετη στην πλευρά AG και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $ME = EZ$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AM\Gamma Z$ είναι ρόμβος.



10. Μια βιοτεχνία κατασκευάζει φωτιστικά οροφής χρησιμοποιώντας μέταλλο και επεξεργασμένο δέρμα. Το δέρμα σχηματίζει κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης 40cm και ύψος 21cm , και η αγορά του στοιχίζει €85 το τετραγωνικό μέτρο.
- (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της δερμάτινης επιφάνειας του φωτιστικού.
- (β) Να βρείτε πόσα ευρώ κοστίζει η κατασκευή κάθε φωτιστικού, αν για το μεταλλικό του μέρος η βιοτεχνία δαπανεί €5,28.
- (Δίνεται: $1\text{m}^2 = 10000\text{cm}^2$)



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να απαντήσετε και στις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

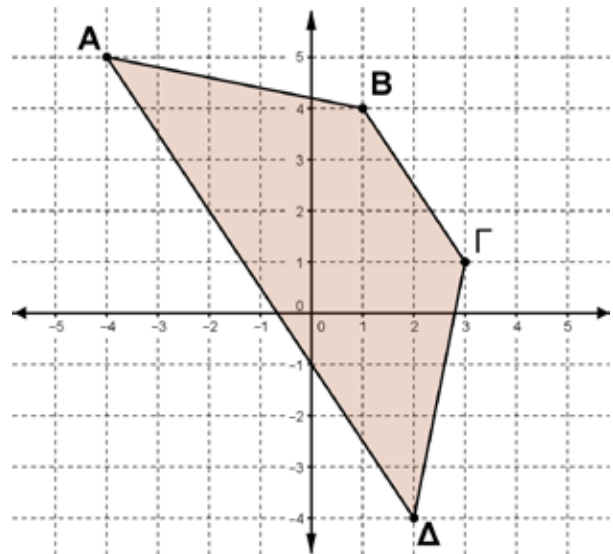
1. (α) Να δείξετε ότι: $\frac{1}{3}\chi(\chi + 3)\left(\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi+3}\right) = 1$

(β) Αν $2\psi - \chi = 8$ και $\chi\psi = 10$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $4\psi^2 + \chi^2$.

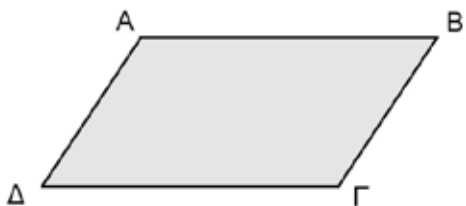
2. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4\chi+4}{\chi^2+2\chi-15} + \frac{2}{3-\chi} = \frac{\chi+4}{\chi^2+5\chi}$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$. Αφού βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του, να απαντήσετε στα πιο κάτω:

- (α) Να δείξετε ότι οι πλευρές $B\Gamma$ και $A\Delta$ είναι οι βάσεις του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.
- (β) Να εξετάσετε αν το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.
- (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των μέσων E και Z των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα.
- (δ) Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα EZ είναι παράλληλο προς τις βάσεις του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.



4. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, όπου M είναι το μέσο της $\Delta\Gamma$ και η BM τέμνει την προέκταση της $A\Delta$ στο E .
- (α) Να δείξετε ότι: (i) $\Delta E = B\Gamma$
- (ii) $\Delta B\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο
- (β) Αν $\Delta B = \chi^2 - 5$ και $E\Gamma = 2\chi + 3$, να υπολογίσετε το χ .



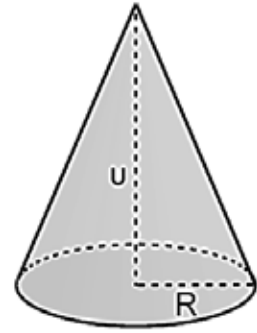
5. Ένας κώνος κατασκευάστηκε με τέτοιο τρόπο ώστε το ύψος του ($υ$) και η ακτίνα του (R) να έχουν άθροισμα $17m$, ενώ το πενταπλάσιο του ύψους του ισούται με το διπλάσιο της ακτίνας του αυξημένο κατά $50m$.

(α) Να υπολογίσετε:

(i) Το ύψος του κώνου.

(ii) Την ακτίνα του κώνου.

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου (συναρτήσει του π).



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2015****ΤΑΞΗ: Γ΄****ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες
(07:45 – 09:45)****ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:****ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ:...****ΒΑΘΜΟΣ:****ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:****ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ / ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑΣ:**

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
γ) Να γράφετε μόνο με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να τα κάνετε με μολύβι).
δ) Στις απαντήσεις σας να φαίνονται όλες οι πράξεις που σας οδήγησαν στη λύση.
ε) Το γραπτό χωρίζεται σε Μέρος Α΄ και σε Μέρος Β΄ και αποτελείται από ΔΕΚΑ (10) συνολικά ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α: Να απαντήσετε και στα δέκα (10) θέματα του μέρους Α΄.**Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).****Θέμα 1. Να βρείτε, στην πιο απλή δυνατή μορφή, τα αναπτύγματα των:**

(α) $(k - 3)(k + 3)$

(β) $(4 + x)^2$

Θέμα 2. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Θέμα 3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x + 5y = 13 \end{cases}$$

Θέμα 4. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, του οποίου οι διαστάσεις είναι 12 cm , 3 cm και 5 cm . Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του
- (β) τον όγκο του.

Θέμα 5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $2x - 4x^2$

(β) $x^2 - 4y^2$

(γ) $x^2 + y - ax^2 - ay$

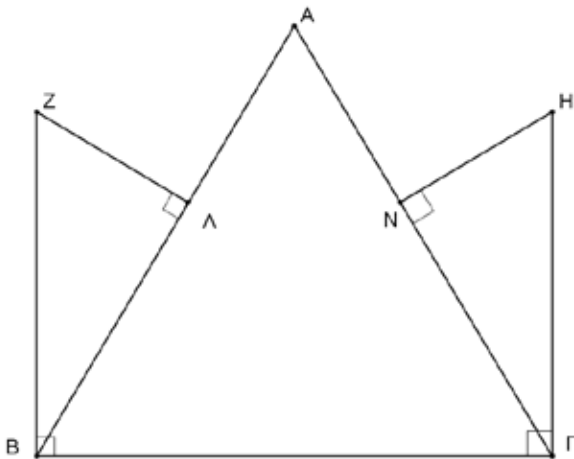
Θέμα 6 Δίνονται οι παράλληλες ευθείες e_1 και e_2 , των οποίων οι εξισώσεις σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων είναι:

$$e_1 : 2x + 3y = 7 \text{ και } e_2 : y = (m - 2)x + 9.$$

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του συγκεκριμένου πραγματικού αριθμού m

(β) Να γράψετε την εξίσωση μιας οποιασδήποτε ευθείας τοποθετημένης στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων, η οποία να τέμνει τις ευθείες e_1 και e_2 .
Να επεξηγήσετε γιατί επιλέξατε την εξίσωση αυτή.

Θέμα 7. Στο πιο κάτω επίπεδο σχήμα, το $\triangle ABG$ είναι ισοσκελές τρίγωνο με $(AB) = (AG)$. Τα L και N είναι σημεία των ευθύγραμμων τμημάτων AB και AG αντίστοιχα. Αν $BZ \perp BG$, $HG \perp BG$, $(BZ) = (HG)$, $ZL \perp AB$ και $HN \perp AG$, να αποδείξετε ότι: $(BL) = (GN)$.



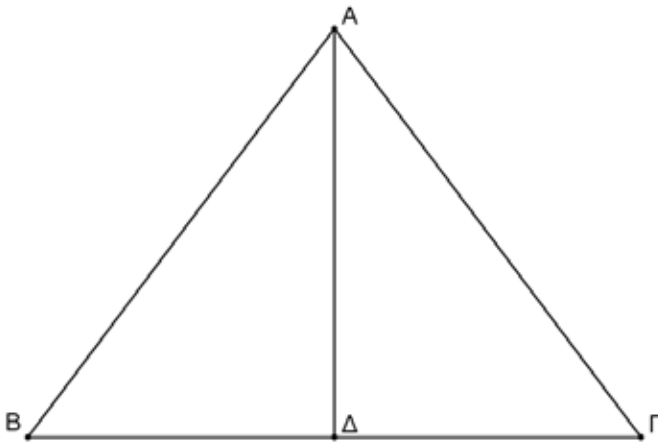
Θέμα 8. Μια ομάδα παιδιών θέλησε να κάνει έρευνα με θέμα το ποσοστό των μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου, που επέλεξαν την κάθε μία από τις Ομάδες Μαθημάτων Προσανατολισμού για την επόμενη σχολική χρονιά. Για τον σκοπό αυτό ζήτησαν να μάθουν την επιλογή 5 μαθητών από κάθε τμήμα της Γ΄ τάξης του σχολείου τους και μάλιστα αυτών με τις υψηλότερες βαθμολογίες στα τετράμηνα. Η ερώτηση που υπέβαλλαν ήταν η εξής:
‘Όλοι εμείς επιλέξαμε Μαθηματικά – Φυσική. Φανταζόμαστε πως κι εσύ την ίδια επιλογή έκανες. Ή μήπως όχι; Τι επέλεξες λοιπόν;’

(α) Ο τρόπος που επέλεξαν τα παιδιά να κάνουν την έρευνά τους, ρωτώντας τους μαθητές με τις υψηλότερες επιδόσεις, πιστεύετε ότι θα οδηγήσει σε ορθά συμπεράσματα; Αν ναι, να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
Αν όχι, να εισηγηθείτε έναν τρόπο για σωστότερη επιλογή των μαθητών που θα αποτελέσουν το δείγμα.

(β) Ο τρόπος που υπέβαλαν τα παιδιά την ερώτηση, πιστεύετε ότι είναι σωστός; Αν ναι, να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
Αν όχι, να διατυπώσετε την ερώτηση με ορθότερο τρόπο.

Θέμα 9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(2x - 1)^3 + (2x + 1)^3 - x(4x - 3)(4x + 3) = 21x$.

Θέμα 10. Στο πιο κάτω επίπεδο σχήμα, το ευθύγραμμο τμήμα AD είναι και διχοτόμος και διάμεσος του τριγώνου ABG. Δίνεται ότι: $(AD) = 4\text{ cm}$ και $(AB) = 5\text{ cm}$.



(α) Να γράψετε τι είδους τρίγωνο είναι το ABG και τι είδους τρίγωνο είναι το ABD. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(β) Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B του τριγώνου ABG :

(i) $\sin B$

(ii) $\cos B$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να απαντήσετε και στα πέντε (5) θέματα του μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

Θέμα 1. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα, της οποίας το παράπλευρο ύψος είναι μήκους 10 cm και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ισούται με 240 cm^2 . Δίνεται επίσης σφαίρα, της οποίας το μήκος της ακτίνας ισούται με το μισό του μήκους της πλευράς της βάσης της πυραμίδας.

(α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά της βάσης της κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι μήκους 12 cm .

(μονάδες: 3)

(β) Να βρείτε ποιο από τα δύο στερεά, η πυραμίδα ή η σφαίρα, έχει τον μεγαλύτερο όγκο και πόση είναι η διαφορά των όγκων των δύο στερεών.

(μονάδες: 5)

(γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας της σφαίρας.

(μονάδες: 2)

Θέμα 2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(α) \frac{2x+1}{x+1} + \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{2x^3 - 4x^2 + 1}{x^3 - x^2 - 2x}$$

$$(β) x^4 - 1 + 2x^3 - 2x = 0$$

Θέμα 3. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση A και να απλοποιήσετε τις παραστάσεις B και G, θεωρώντας ότι οι αριθμοί x και y είναι πραγματικοί με: $x^2 - 1$, $x^2 + 1$, $x^2 - 3$ και $y^2 - 1$.

$$A = (x^2 + x + 1)^2 + x(x^2 + x + 1) \quad (\text{μονάδες: 3})$$

$$B = \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad (\text{μονάδα: 2})$$

$$G = \frac{-xy - 3y - x - 3}{(x^2 + 4x + 3)(y + 1)} \quad (\text{μονάδες: 3})$$

(β) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του ερωτήματος (α), να αποδείξετε ότι:

$$G^2 : \frac{B}{A} = 1 \quad (\text{μονάδες: 2})$$

- Θέμα 4.** Δίνονται τα σημεία $A(0,0)$, $B(4,4)$ και $G(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$, τα οποία είναι τοποθετημένα σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με άξονα τετμημένων τον άξονα των x και άξονα τεταγμένων τον άξονα των y . Αν M και N είναι τα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων AB και BG αντίστοιχα,
- (α) να βρείτε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων AB , AG , BG
- (β) να δείξετε ότι το τρίγωνο ABG είναι ορθογώνιο
- (γ) να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB
- (δ) να βρείτε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων AM και GM
- (ε) να βρείτε το μέτρο της κυρτής γωνίας MGA
- (στ) να γράψετε τι είδους τετράπλευρο είναι το $AGNM$, δικαιολογώντας την απάντησή σας. (μονάδες: 3+1+1+1+2+2)

- Θέμα 5.** Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ABG με $(AB) = (AG)$. Αν K , L και M είναι τα μέσα των πλευρών του AB , AG και BG αντίστοιχα,
- (α) να γράψετε τι είδους τρίγωνο είναι το ABM , δικαιολογώντας την απάντησή σας
- (β) να εξηγήσετε γιατί: $(AK) = (KM)$
- (γ) να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ALMK$ είναι ρόμβος
- (δ) να δείξετε ότι το τετράπλευρο $KOMZ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου $ALMK$ και Z είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος BM τέτοιο ώστε $KZ \perp BM$.

(μονάδες: 1+2+3+4)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ '

ΧΡΟΝΟΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 8 Ιουνίου 2015

Όνομα μαθητή: Τμήμα: Αριθμ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (Tippex)

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με μήκος 4m, πλάτος 3m και ύψος 5m.

2) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 =$

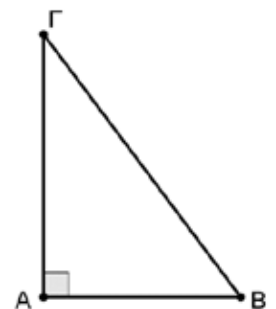
β) $(x - 3)(x + 3) =$

3) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 3c + 2y = 5 \\ c - 3y = 9 \end{cases}$$

4) Να λύσετε την εξίσωση $2c^2 + 3c - 5 = 0$

- 5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = \dots^\circ$) με $AB=6$ cm και $B\Gamma=10$ cm.
Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\epsilon\phi B$ και $\sigma\upsilon\nu\Gamma$.



6) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $c^5 + 12c =$

β) $16y^2 - 9 =$

γ) $a^2 - 8a + 15 =$

δ) $3a + 3y - xa - xy =$

7) Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

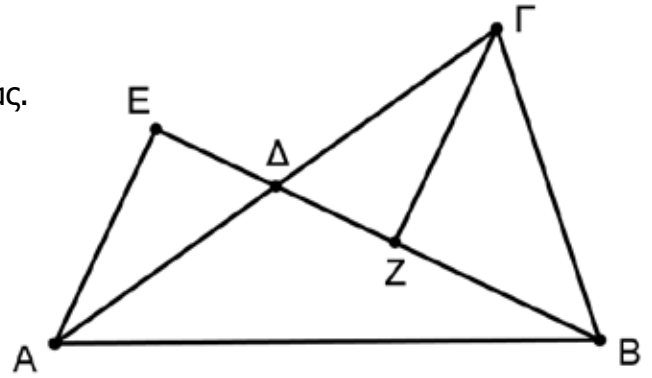
$$\frac{x^2 - 5}{x - 4} \cdot \frac{10 - 2x}{x^2 - 16} =$$

- 8) Στο παρακάτω σχήμα η BD είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$. Αν ΓZ ύψος του τριγώνου $\Delta\Gamma B$ και AE ύψος του τριγώνου $AB\Delta$, να αποδείξετε ότι:

α) $\overset{D}{A}DE = \overset{D}{G}DZ$

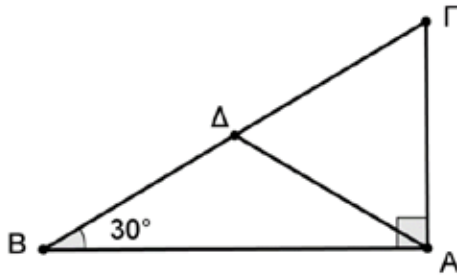
β) το $E\Gamma ZA$ είναι παραλληλόγραμμο

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



- 9) Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12cm . Αν το εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας είναι διπλάσιο του εμβαδού της βάσης, να υπολογίσετε:
- α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας
- β) τον όγκο της πυραμίδας.

- 10) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$, $B\Gamma = (3\psi + 7)$ cm
 $A\Delta = (\chi + \psi)$ cm και $A\Gamma = (\chi + 5)$ cm. Αν ΑΔ είναι διάμεσος του τριγώνου να υπολογίσετε τις
τιμές των χ και ψ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



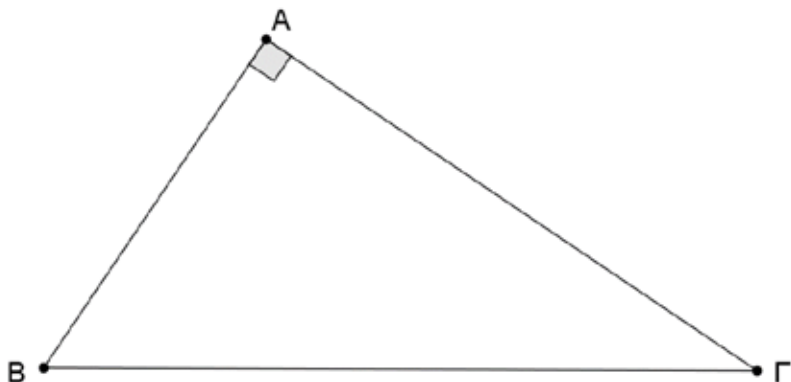
ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{c^2 + 4}{c^2 - 3c + 2} + \frac{c}{2 - c} = \frac{c}{c - 1}$$

- 2) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να φέρετε τη διάμεσο AD του τριγώνου $AB\Gamma$ και τη διάμεσο DE του τριγώνου $A\Delta\Gamma$. Να προεκτείνετε τη DE προς το μέρος του E κατά τμήμα $EZ = DE$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\overset{\circ}{A}DE = \overset{\circ}{G}DE$

β) το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma Z$ είναι ρόμβος.



- 3) Δίνεται το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία $A(0,2)$, $B(2,4)$, $\Gamma(6,4)$ και $\Delta(2,0)$. Τα E , Z είναι τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.
- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο.
 - β) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου EZ του τραpezίου.
 - γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των διαγωνίων του τραpezίου.

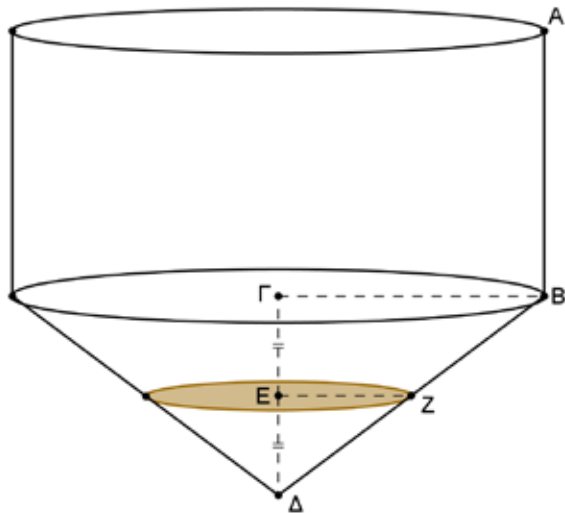
4) α) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{c + \frac{2c}{c-2}}{1 + \frac{4}{c^2-4}}$ $B = \frac{c^3 - c^2 - c + 1}{2c^3 - 14c^2 - 16c}$

i) Να δείξετε ότι: $A = c + 2$

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση B.

β) Αν $c + \frac{1}{c} = 5$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $c^3 + \frac{1}{c^3}$

- 5) Το πιο κάτω σχήμα δείχνει μια κλειστή μεταλλική κατασκευή ή οποία χρησιμοποιείται για την αποθήκευση λαδιού. Το ύψος και η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου είναι 8m. Μέσα στην δεξαμενή υπάρχουν $16\pi \text{ m}^3$ λάδι. Αν το ύψος της στάθμης του λαδιού είναι το μισό του ύψους του κώνου, να βρείτε:
- α) το ύψος του κώνου
 - β) πόσα κυβικά μέτρα λάδι πρέπει να προσθέσουμε για να γεμίσει η κατασκευή;
 - γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της μεταλλικής κατασκευής.





ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΛΙΝΟΠΕΤΡΑΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2014 – 2015

ΓΡΑΠΤΕΣ **ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ** ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2015

ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΚΑΙ ΤΑ 10 ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Α΄.
ΚΑΘΕ ΘΕΜΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 5 ΜΟΝΑΔΕΣ.

Θέμα 1^ο: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 3) \cdot (x + 3) =$

β) $(x + 4)^2 =$

Θέμα 2^ο: Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Θέμα 3° : Να βρείτε την κλίση της ευθείας $\varepsilon_1 : \psi = -2\chi + 7$ και να γράψετε άλλες δύο ευθείες παράλληλες με την ευθεία ε_1 .

Θέμα 4° : Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

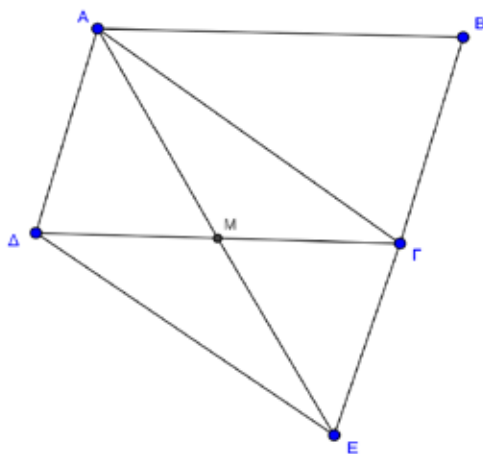
α) $\chi^2 - 4\chi =$

β) $3\alpha + 6\beta + \chi\alpha + 2\chi\beta =$

Θέμα 5° : Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο και Μ το μέσο της ΔΓ.

Στην προέκταση της ΑΜ παίρνω τμήμα ΜΕ=ΑΜ.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΕΔ είναι παραλληλόγραμμο.



Θέμα 6°: Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} \chi + \psi = 8 \\ 3\chi - \psi = 4 \end{array} \right\}$$

Θέμα 7°: Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 3m, 5m και 8m.

Θέμα 8°: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$).

Αν $\epsilon\phi B = \frac{3}{4}$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B.

Θέμα 9° : Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ φέρουμε ΒΕ και ΔΖ κάθετες στη διαγώνιο ΑΓ. Να δείξετε ότι: i) $ΒΕ=ΔΖ$
ii) η ΒΔ διχοτομεί την ΕΖ.

Θέμα 10° : Ένας κώνος έχει $E_k = 60\pi \text{ cm}^2$ και $E_{ολ} = 96\pi \text{ cm}^3$.
Να υπολογίσετε: α) την ακτίνα R της βάσης του και
β) τον όγκο V του κώνου.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΚΑΙ ΤΑ 5 ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Β΄.

ΚΑΘΕ ΘΕΜΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 10 ΜΟΝΑΔΕΣ.

Θέμα 1^ο: Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1}{x} + \frac{6}{x^2-4} = \frac{3}{x^2+2x}$

Θέμα 2^ο: Ντεπόζιτο νερού σχήματος κυλίνδρου έχει ύψος τριπλάσιο από την ακτίνα και $E_k=96\pi \text{ m}^2$.

Να βρείτε:

- ι) το ύψος και την ακτίνα του κυλίνδρου,
- ιι) τον όγκο του κυλίνδρου και
- ιιι) πόσο θα στοιχίσει να βάψουμε την εξωτερική επιφάνειά του, αν κάθε m^2 στοιχίζει €5;

Θέμα 3^ο: Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = a - \frac{a}{a+1} \quad \text{και} \quad B = (a+1) : \frac{a}{a+2} + \frac{1}{a+2} \quad \text{με } a \neq -1 \quad \text{και} \quad a \neq -2$$

α) Να δείξετε ότι $A - B = a - 2$.

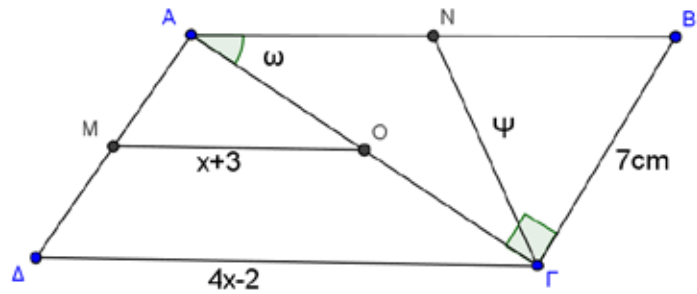
β) Να βρείτε το ανάπτυγμα $(A - B)^3$.

Θέμα 4^ο: Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(3, 2)$, $\Gamma(3, -2)$ και $\Delta(-1, -2)$.

- i) Να τοποθετήσετε τα σημεία στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.
- ii) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο.
- iii) Να βρείτε το σημείο τομής των διαγωνίων.
Να δικαιολογήσετε κάθε σας σκέψη.



Θέμα 5°: Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.
 Τα σημεία Μ και Ο είναι τα μέσα των πλευρών ΑΔ και ΑΓ αντίστοιχα.
 Αν $\widehat{A\Gamma B} = 90^\circ$, Ν το μέσο της ΑΒ και ΒΓ=7cm,
 να υπολογίσετε τα χ , ψ και $\widehat{N}$.
 Να δικαιολογήσετε κάθε σας σκέψη.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **8/6/2015**

ΤΑΞΗ: **Γ'**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 11 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου.
 3. Να γράφετε μόνο με μελάνι (μπλε ή μαύρο). Με μολύβι μόνο τα σχήματα.
 4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP – EX).

ΜΕΡΟΣ Α' : Αποτελείται από 10 Θέματα.

Να λύσετε **ΟΛΑ** τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

ΘΕΜΑ 1:

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a=5\text{cm}$.

ΘΕΜΑ 2:

Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(x + 3)^2 =$

(β) $(x + 5) \times (x - 5) =$

ΘΕΜΑ 3:

Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$3x - 5y = 4$$

$$8x + 10y = 34$$

ΘΕΜΑ 4:

Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

(α) $6x - 6w =$

(β) $x^2 - 8x + 15 =$

(γ) $64 - x^2 =$

(δ) $3a - ad + 3b - bd =$

ΘΕΜΑ 5:

(α) Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{B}$:

(μον.0,75)

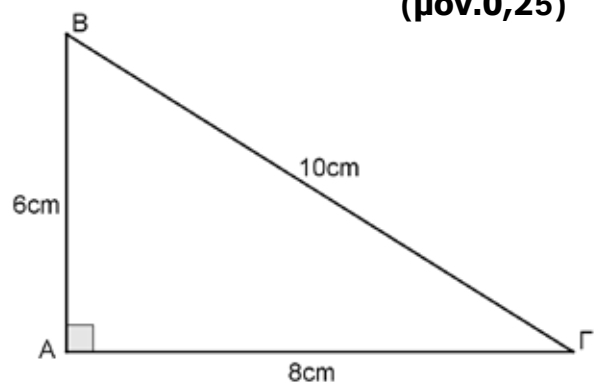
$\eta\mu \hat{B} =$

$\sigma\upsilon\nu \hat{B} =$

$\epsilon\varphi \hat{B} =$

(β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\hat{B}$, με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου.

(μον.0,25)



ΘΕΜΑ 6:

Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$6x^2 - 7x + 1 = 0$$

ΘΕΜΑ 7:

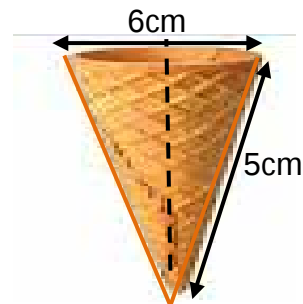
Ένα χωνάκι παγωτού σε σχήμα κώνου έχει διάμετρο βάσης ίση με 6cm, ενώ η γενέτειρά του είναι 5cm, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του.

(β) Τον όγκο του χωνακίου.

(Να υπολογιστούν συναρτήσει του π)



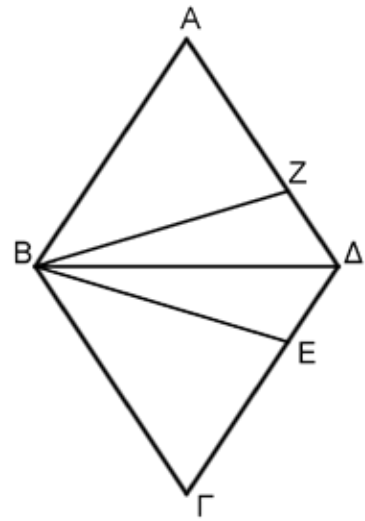
ΘΕΜΑ 8:

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, $BZ=BE$ και $B\Delta$ είναι διχοτόμος της $\angle ZBE$. Να αποδείξετε ότι:

(α) $\angle ZBD = \angle EBD$

(β) το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.

(Πλήρης αιτιολόγηση)



ΘΕΜΑ 9:

Αφού βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση, να κάνετε τις πράξεις και να τη γράψετε στην πιο απλή της μορφή:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 2x} : \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$$

ΘΕΜΑ 10:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B} = 90^\circ$. Τα σημεία Z και H είναι τα μέσα των AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, ενώ $AD = 5\text{cm}$, $ZH = 9\text{cm}$ και $BK = 4\text{cm}$.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος του $B\Gamma$.

(μον. 0,4)

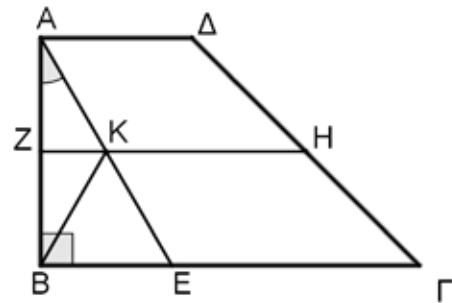
(β) Να δείξετε ότι το σημείο K είναι μέσο του AE .

(μον. 0,3)

(γ) Να υπολογίσετε το μήκος του AE .

(μον. 0,3)

(Πλήρης αιτιολόγηση)



ΜΕΡΟΣ Β' : Αποτελείται από 5 Θέματα.

Να λύσετε **ΟΛΑ** τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

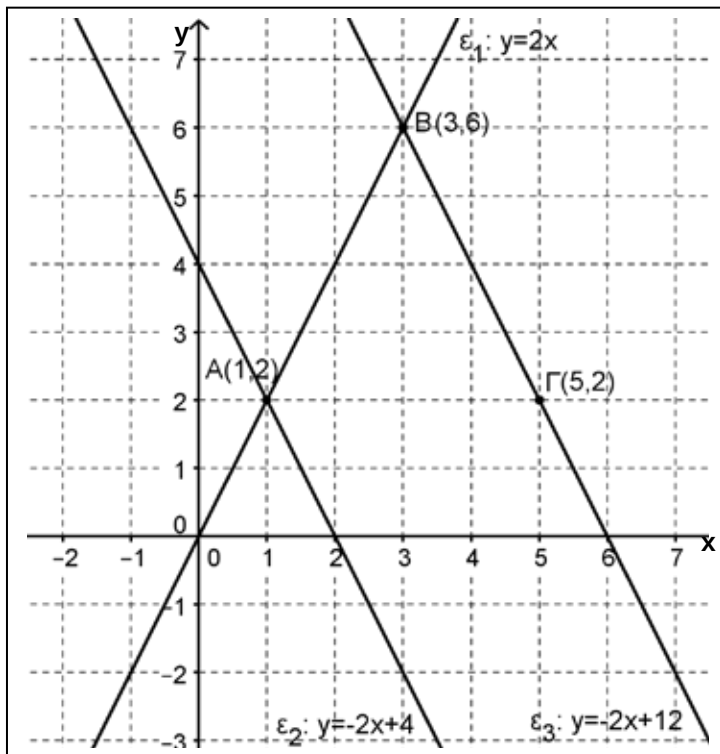
ΘΕΜΑ 1:

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x+2}{x+1} = \frac{4x}{x^2 - 2x - 3} - \frac{4}{x-3}$$

ΘΕΜΑ 2:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 2x$, $\varepsilon_2: y = -2x + 4$ και $\varepsilon_3: y = -2x + 12$.



(α) Να βρείτε τις σχετικές θέσεις των ευθειών ε_2 , ε_3 , **δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.** (μον.0,4)

(β) Να βρείτε την απόσταση (AB) και τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΑΓ, **δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.** (μον.0,8)

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ τέτοιο ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο και να αναφέρετε το κριτήριο που ικανοποιείται.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (μον.0,8)

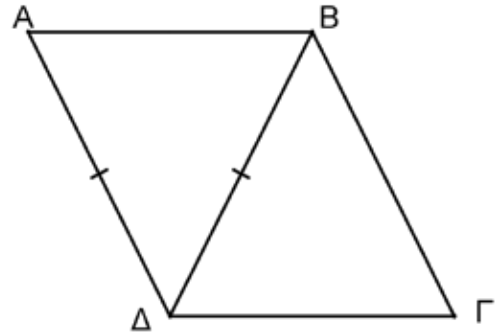
ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με τη διαγώνιο $B\Delta$ να είναι ίση με την πλευρά $A\Delta$. Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

(α) $E\Delta = BZ$

(β) το τετράπλευρο $EBZ\Delta$ είναι ορθογώνιο.

(Πλήρης αιτιολόγηση)



ΘΕΜΑ 4:**(α)** Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (x + 2)^3 + (4 - 3x) \times (3x + 4)$$

(i) Να αποδείξετε ότι $P(x) = x^3 - 3x^2 + 12x + 24$.**(μον. 1)****(ii)** Να αποδείξετε ότι $P(-1) = 8$.**(μον. 0,4)****(β)** Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την ακόλουθη αλγεβρική παράσταση:**(μον. 0,6)**

$$2a^3 - 2ab^2 + a^2b - b^3 =$$

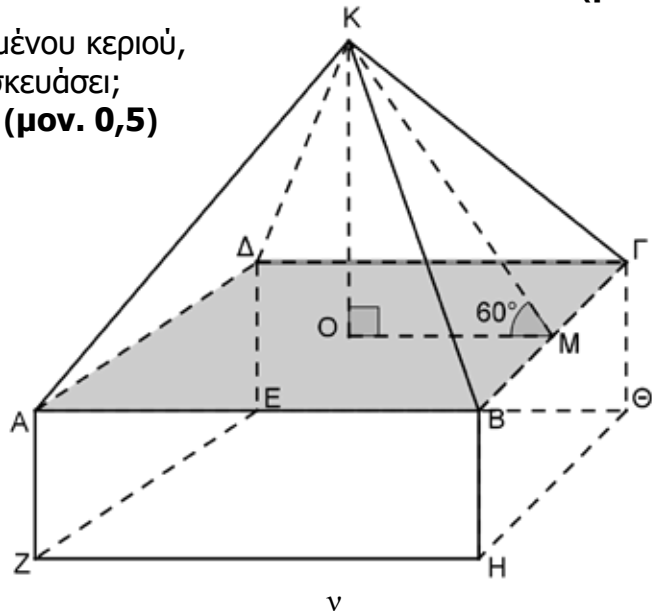
ΘΕΜΑ 5:

Μια βιοτεχνία κεριών κατασκευάζει κεριά με καλούπι όπως παρουσιάζεται στο πιο κάτω σχήμα. Το κάτω μέρος είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο όγκου 72cm^3 και ύψους 2cm . Η βάση του συμπίπτει με τη βάση τετραγωνικής πυραμίδας, η οποία αποτελεί το πάνω μέρος του κεριού. Είναι επίσης γνωστό ότι η γωνία $\widehat{KMO} = 60^\circ$.

(α) Να δείξετε ότι η πυραμίδα έχει πλευρά βάσης $a=6\text{cm}$. **(μον. 0,5)**

(β) Να υπολογίσετε τον συνολικό όγκο του κεριού **με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου**. **(μον. 1)**

(γ) Αν η βιοτεχνία διαθέτει 18 λίτρα λιωμένου κεριού, πόσα το πολύ κεριά μπορεί να κατασκευάσει;
($1 \text{ λίτρο} = 1000\text{cm}^3$) **(μον. 0,5)**



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/6/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑΤΡΕΙΣ (13) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(α) (x - 1)^2 =$$

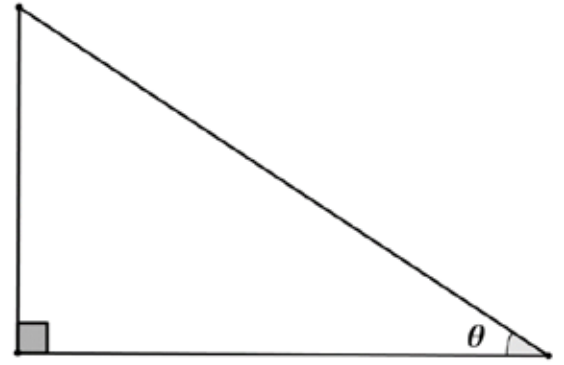
$$(β) (x + 2)^3 =$$

2. Να αναλύσετε **πλήρως** σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

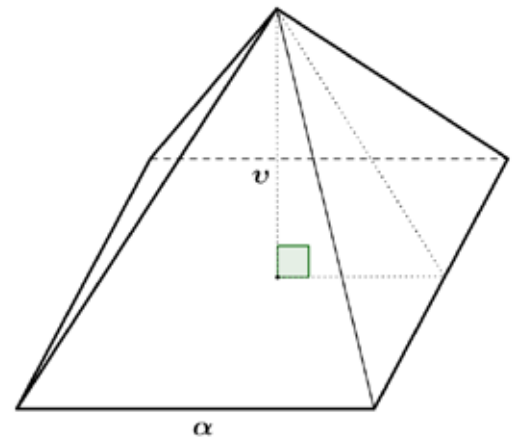
$$(α) 8xy - 4x^2y =$$

$$(β) a^2 - 4 =$$

3. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο το $\eta\eta\theta = \frac{3}{5}$. Να υπολογίσετε το $\sigma\eta\theta$ και την $\theta\acute{\iota}\theta$.

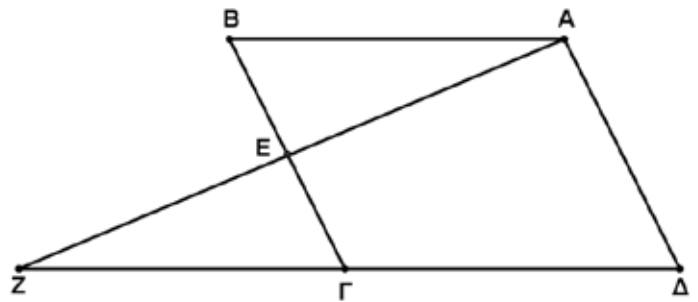


4. Το διπλανό σχήμα δείχνει μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης $a = 6\text{ cm}$ και ύψος $u = 6\text{ cm}$. Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.



5. Να λύσετε την εξίσωση $6x^2 - 5x + 1 = 0$.

6. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και το E είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Αν AE και $\Delta\Gamma$ τέμνονται στο Z , να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΓEZ είναι ίσα.

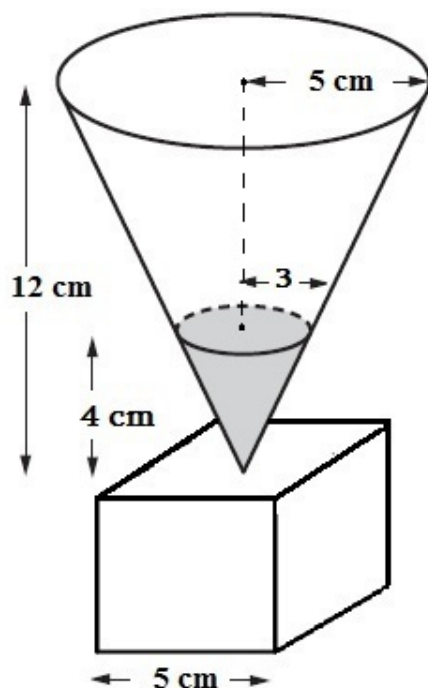


7. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα δοχείο-κύπελλο νερού.

Το δοχείο αποτελείται από έναν ανοικτό κώνο και έναν κύβο στον οποίο είναι στερεωμένος ο κώνος. Ο κώνος έχει ακτίνα 5 cm και ύψος 12 cm και ο κύβος έχει ακμή 5 cm .

(α) Να υπολογίσετε την ολική εξωτερική επιφάνεια του δοχείου.

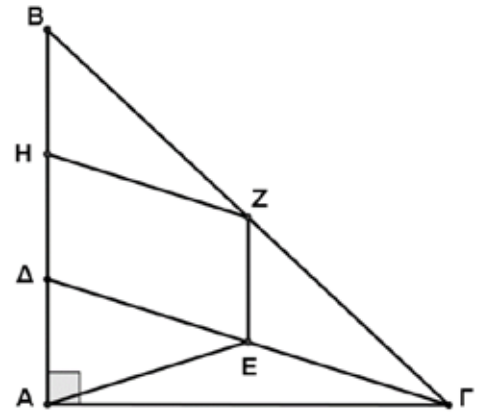
(μον. 3)



(β) Στο δοχείο υπάρχει νερό που φτάνει σε ύψος τα 4 cm . Να υπολογίσετε τον όγκο του νερού που χρειάζεται για να γεμίσει πλήρως το δοχείο.

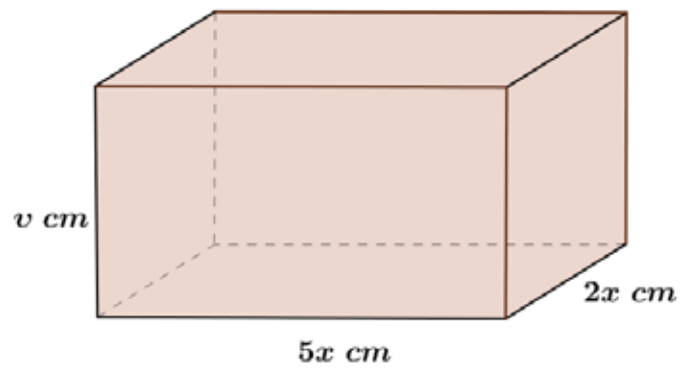
(μον. 2)

8. Στο διπλανό σχήμα το ABG είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) και Δ τυχαίο σημείο της πλευράς AB . Αν E , Z και H , τα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων GD , BG και BD αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AEZH$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



9. Οι ευθείες $e_1: x + my = 5$ και $e_2: mx - 5y = 13 + l$ τέμνονται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος KL όπου $K(2, -1)$ και $L(4, -3)$. Να βρείτε τα l και m .

10. Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα κλειστό κουτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με ύψος $u \text{ cm}$. Το μήκος του κουτιού είναι $5x \text{ cm}$ και το πλάτος του είναι $2x \text{ cm}$. Ο όγκος του κουτιού είναι 540 cm^3 . Να δείξετε ότι η ολική εξωτερική επιφάνεια $E_{ολ.}$ του κουτιού είναι $E_{ολ.} = \frac{8}{3}20x^2 + \frac{756}{x} \text{ cm}^2$.

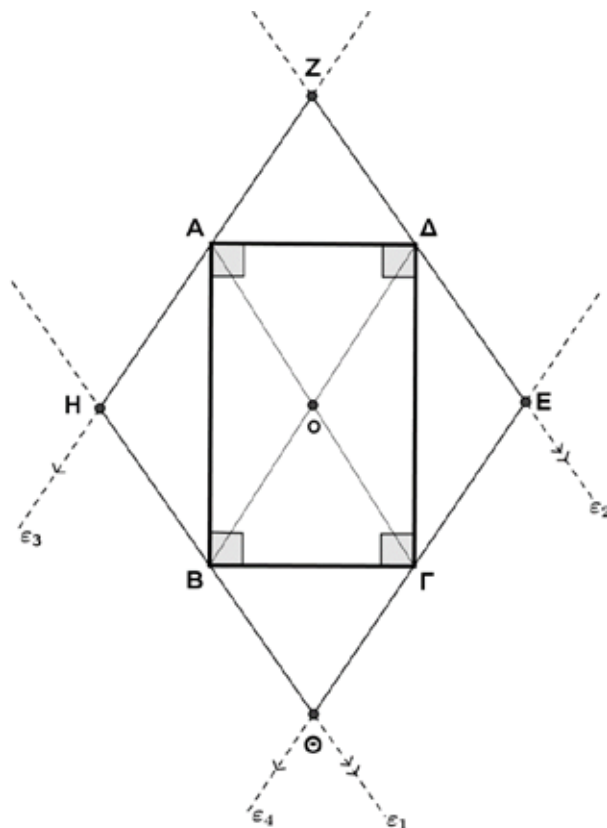


ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x+6}{x^2-9} + \frac{x-9}{x^2-4x+3} = \frac{2x-1}{x^2+2x-3}$.

2. Στο διπλανό σχήμα το $ABGD$ είναι ορθογώνιο και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Από τις κορυφές του ορθογωνίου φέρουμε ευθείες $e_1 \perp e_2$ και $e_3 \perp e_4$ παράλληλες προς τις δύο αντίστοιχες διαγωνίους του ορθογωνίου.

(α) Να δείξετε ότι $ZHQE$ ρόμβος. (μον. 6)



(β) Η ευθεία e_3 έχει εξίσωση $2x - y = 3$. Αν $A(2,1)$ και $O(4,3)$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας e_4 . (μον. 4)

3. Σε ένα πακέτο με γλυκά υπάρχουν x σοκολάτες με συνολική μάζα 105 γραμμάρια και $x+4$ καραμέλες με συνολική μάζα 105 γραμμάρια. Αν η διαφορά στις δύο μέσες τιμές των μαζών (μέσους όρους) είναι 0.8 γραμμάρια, να υπολογίσετε τον ολικό αριθμό των γλυκών στο πακέτο.

4. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο **ABG** και D τυχαίο σημείο στη πλευρά AB. Η πλευρά AG του τριγώνου προεκτείνεται κατά τμήμα $GE = DB$. Το σημείο Q είναι το μέσο της AE και Z το σημείο τομής της DE με την πλευρά BG. Η πλευρά BG προεκτείνεται κατά τμήμα $BH = GZ$. Να δείξετε ότι:

(α) $\overset{D}{\widehat{H}}B = \overset{D}{\widehat{Z}}G$

(μον. 3)

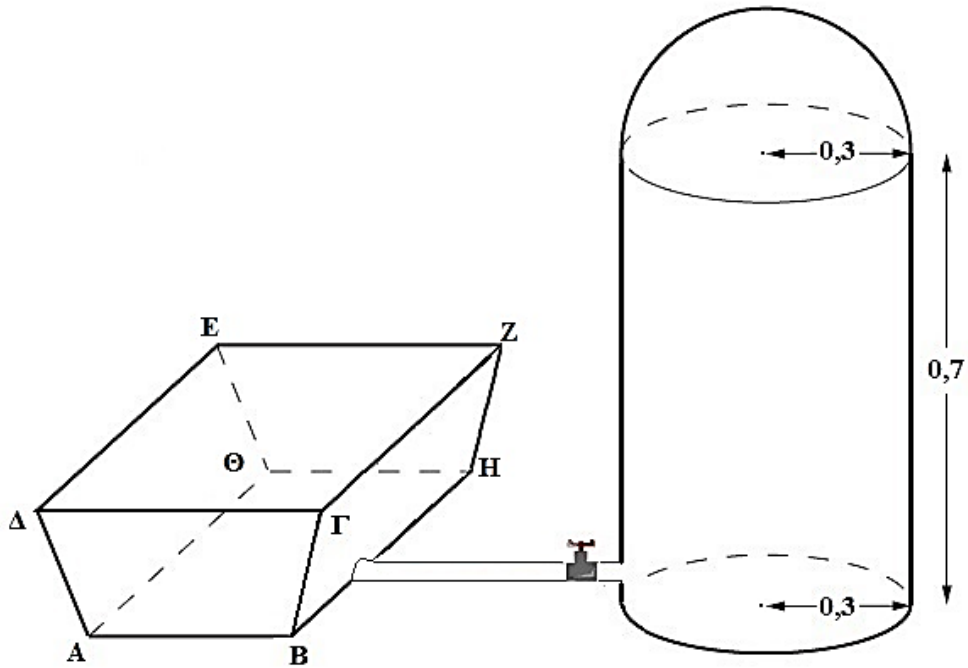
(β) $\overset{D}{\widehat{H}}Z$ ισοσκελές

(μον. 3)

(γ) ABZQ ισοσκελές τραπέζιο.

(μον. 4)

5.



Ένα ντεπόζιτο ζεστού νερού αποτελείται από έναν κύλινδρο ακτίνας $0,3\text{ m}$ και ύψους $0,7\text{ m}$ και ημισφαίριο ακτίνας $0,3\text{ m}$. Το ντεπόζιτο συγκοινωνεί μέσω υδροσωλήνα με μικρή δεξαμενή σχήματος πρίσματος $AB\Gamma\Delta EZ\eta\Theta$ όπως φαίνεται στο πιο πάνω σχήμα. Η βάση $AB\Gamma\Delta$ της δεξαμενής είναι ισοσκελές τραπέζιο με εμβαδόν $0,4\text{ m}^2$.

(α) (i) Να υπολογίσετε την ολική εξωτερική επιφάνεια του ντεποζίτου του ζεστού νερού.

(μον. 4)

(ii) Το ντεπόζιτο είναι γεμάτο νερό. Να υπολογίσετε τα λίτρα του νερού στο ντεπόζιτο. **(μον. 4)**

(β) Ανοίγουμε τη στρόφιγγα νερού και όλο το νερό από το ντεπόζιτο πάει στη δεξαμενή η οποία μόλις και γεμίζει. Να υπολογίσετε το μήκος ΒΗ της δεξαμενής. **(μον. 2)**

ΑΡΜΕΝΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΝΑΡΕΚ ΛΕΥΚΩΣΙΑΣ

2014-2015

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/Ιουνίου 2015

ΤΑΞΗ: Γ' Γυμνασίου

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 Ωρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : _____

ΤΕΛΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΟΛΟΓΡ. : _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού .

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΜΕΝΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΝΑΡΕΚ ΛΕΥΚΩΣΙΑΣ**2014-2015****ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/Ιουνίου 2015****ΤΑΞΗ: Β' Γυμνασίου****ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 Ωρες**

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

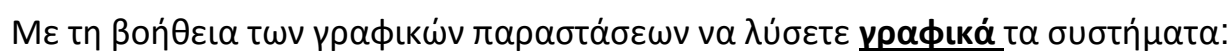
1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:
α) $(x+5)^3 =$

β) $(7+x)(7-x) =$

2. Να βρείτε το α ώστε οι ευθείες $\psi = 3x-5$ και $\psi = (2\alpha-7)x+9$ να είναι παράλληλες.

3. Κύβος έχει όγκο 27cm^3 . Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του.

4. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2-5x-2=0$



$$\beta) \chi + 2\psi = 8$$

$$\psi = 3$$

7. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{A} = 90^\circ$) δίνεται $\text{csc} B = \frac{12}{13}$. Να βρείτε :

$$\alpha) \varepsilon \phi_B =$$

β) συνΓ =

8. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

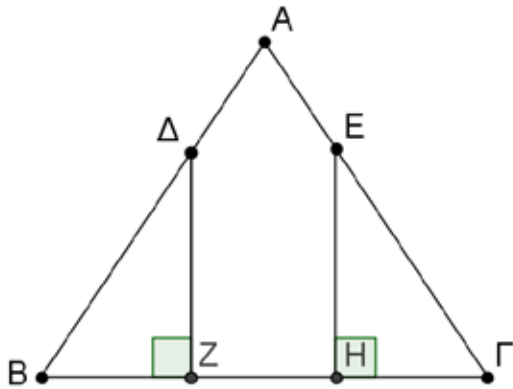
α) $2\chi^2 - 4\chi =$

β) $\alpha^2 - 2\alpha - 15 =$

γ) $16\chi^2 - 4\psi^2 =$

δ) $\chi^2 - \psi^2 - 4\chi + 4\psi =$

9. Στο σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ($AB=AG$) και $AD = AE$. Αν ΔΖ και ΕΗ είναι κάθετα στη ΒΓ να αποδείξετε ότι $\Delta Z = EH$.



10. Να κάνετε τις πράξεις:

α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{x+5}{x^2-4x} \cdot \frac{x+5}{x} =$$

β) $\frac{c-3}{c+3} - \frac{1}{c^2-9} \cdot \frac{c^2-4}{c^2+5c+6} =$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1 . Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

α) $a\chi^2 + 2\chi\psi - a\psi^2 - \chi^2 - \psi^2 =$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3x^2 - 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - x} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$

2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E μέσο της $A\Delta$. Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = E\Delta$.

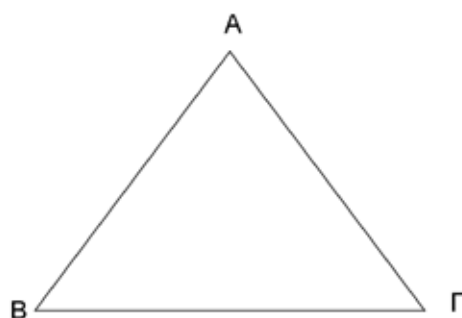
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $E\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

β) Να δείξετε ότι το $EB\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Αν προεκτείνουμε την $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα $\Delta H = \Gamma\Delta$, να δείξετε ότι $E\Gamma ZH$ είναι ρόμβος.

3. Τριγώνου $AB\Gamma$ δίνονται οι
Συντεταγμένες των κορυφών του
 $A(-2,1)$, $B(1,5)$ και $\Gamma(4,1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο
είναι ισοσκελές. ($BA = B\Gamma$)

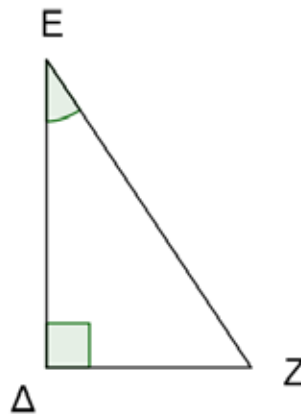
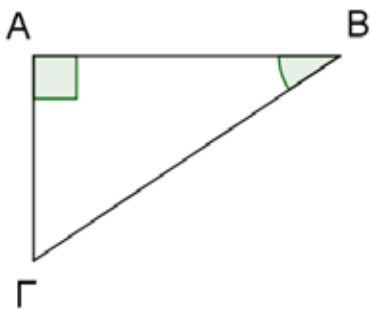


β) Να βρείτε την εξίσωση και το μήκος της
πλευράς $A\Gamma$.

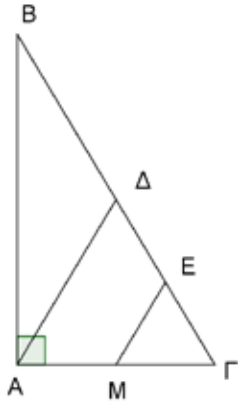
γ) Αν Z το μέσο της $A\Gamma$ να βρείτε τις συντεταγμένες του Z καθώς και την $εφA$

4. Κύβος έχει ακμή $a = 6\text{cm}$. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης την ίδια με την ακμή του κύβου και ύψος τριπλάσιο της ακμής αυτής. Να συγκριθούν οι όγκοι των δύο στερεών.

5. α) Στο πιο κάτω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών EZ και AB αν $\widehat{E} = \widehat{B}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$, $EZ = (2x-3)\text{cm}$ και $\Delta Z = x\text{cm}$.



β) Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\widehat{A} = 90^\circ$). Αν M είναι το μέσο της AG , $B\Delta = \Delta\Gamma$, $ME \parallel A\Delta$ και $\widehat{B} = 30^\circ$ να δείξετε ότι $ME = AM$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Γ΄
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/6/2015
ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Όνοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 11 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

(1) Να βρείτε τα αναπτύγματα, με χρήση ταυτότητας:

(α) $(x + 2)^2 =$

(β) $(x - 5)(x + 5) =$

(2) Η ακμή ενός κύβου είναι 3m. Να υπολογίσετε:

(α) Την ολική επιφάνεια του κύβου.

(β) Τον όγκο του κύβου.

(3) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις :

(α) $x^2 - 49 =$

(β) $3\chi\psi - 9\psi^2 =$

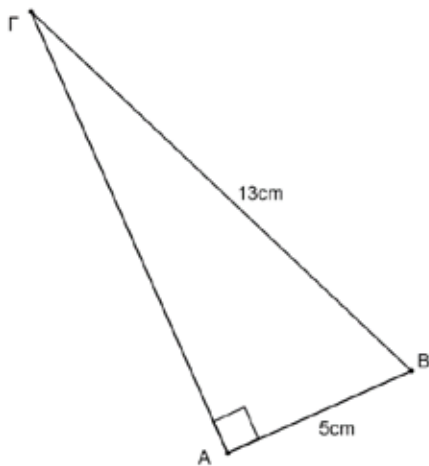
(γ) $x^2 + 4x + 3 =$

(δ) $x^2 + 5x + \psi x + 5\psi =$

(4) Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3\psi = -6 \\ x - 2\psi = 4 \end{array} \right\}$$

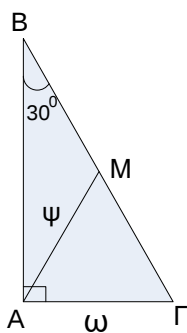
(5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), ΑΒ=5cm και ΒΓ=13cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημΓ, συνΓ και εφΒ.



(6) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 3 = 0$

(7) Να βρείτε την τιμή των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

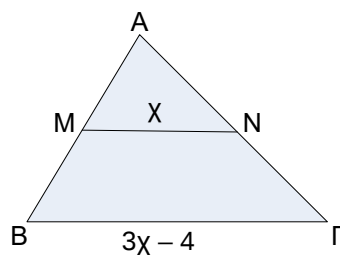
(α)



Δεδομένα

$\hat{A} = 90^\circ$
 $\hat{B} = 30^\circ$
 $BG = 12\text{cm}$
M μέσο της BG.

(β)

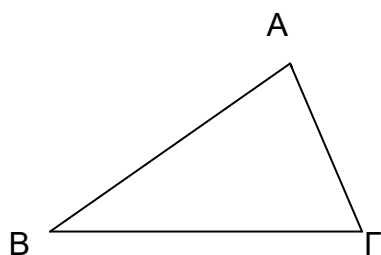


Δεδομένα

M μέσο της AB
N μέσο της AG
 $MN = \chi$
 $BG = 3\chi - 4$

(8) Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AD προς το μέρος του Δ και στην προέκταση της AD παίρνουμε τμήμα $\Delta E = AD$. Να δείξετε ότι $AB = \Gamma E$.
(Δεδομένα – Ζητούμενα – Σχήμα - Απόδειξη)

Δεδομένα	Ζητούμενα



(9) Ο όγκος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι ίσος με 400m^3 και το ύψος της 12 m . Να βρείτε το εμβαδό ολικής επιφάνειας της.

(10) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -4x^2 + 3x + 12$.

(α) Να βρείτε το $P(x + 1)$.

(β) Δίνεται ότι $P(x + 1) = -4x^2 - 5x + 11$

Να αποδείξετε ότι $P(x + 1) - P(x) = -8x - 1$.

(γ) Με τη βοήθεια του (β) ερωτήματος ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $P(101) - P(100)$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

(1) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} - \frac{1}{4 - \chi} = \frac{\chi - 3}{\chi^2 - \chi}$$

(2) Δίνονται τα σημεία $A(1,5)$, $B(5,2)$, $\Gamma(3,-2)$ και $\Delta(-1,1)$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

(β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του παραλληλογράμμου.

(3) (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(2\kappa - 3)^3 - 2\kappa(2\kappa + 3)(2\kappa - 3) + 36\kappa^2 = 9(8\kappa - 3)$$

(β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{\chi - 1} - \frac{1}{\chi - 3}\right) : \frac{\chi - 5}{\chi^2 - 6\chi + 9} =$$

(4)(α) Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1: (2\kappa - 3)\chi + \psi = -4, \quad \varepsilon_2: \psi = 5\chi + 6.$$

Αν η ευθεία (ε_1) είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2) , να βρείτε την τιμή του κ .

(β) Σε μια εκδρομή πήγαν 39 άτομα, άνδρες και γυναίκες. Κάθε άνδρας πλήρωσε €4 και κάθε γυναίκα €2. Αν όλοι μαζί πλήρωσαν €128, να βρείτε με τη χρήση συστήματος, πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες που πήγαν εκδρομή.

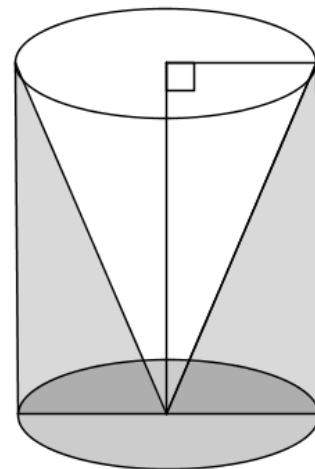
(5) Στο διπλανό σχήμα, το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $135\pi \text{ cm}^2$ και η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $18\pi \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

(β) Τον όγκο της σκιασμένης περιοχής του στερεού.

(Οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: ΔΥΟ (2) ΩΡΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2015

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7:45 – 9:45 πμ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ:.....ΑΡ.:.....

ΒΑΘΜΟΣ: ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι. (τα σχήματα μπορεί να γίνουν με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού .

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες

Μέρος Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτόγματα:

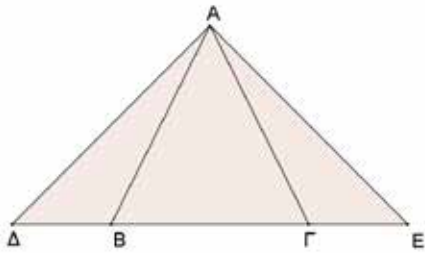
(α) $(x + 2)^2 =$

(β) $(3 - x) \times (3 + x) =$

2. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο σφαίρας με ακτίνα $R = 2m$.

4. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με ($AB=AG$). Δίνεται επίσης ότι $B\Delta=GE$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG\epsilon$ είναι ίσα.



5. Να εξετάσετε την θέση των ευθειών $x+2y=5$ και $2x+4y=6$. (τέμνονται, παράλληλες ή ταυτίζονται).

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα.

(α) $2x-4=$

(β) $9x^2 - y^2 =$

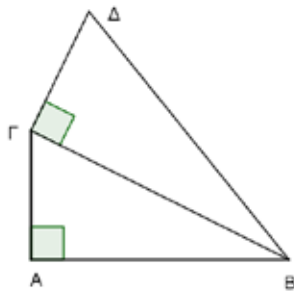
(γ) $a^2 - 3a - 10 =$

(δ) $a^2 + 3a - b^2 - 3b =$

(ε) $a^3 - 27 =$

7. Κώνος έχει ακτίνα βάσης 4cm και ύψος 3cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του.

8. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων. Αν $AG=GD$
 $\hat{A} = \hat{G} = 90^\circ$, αναφέρετε αν τα πιο κάτω τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta B$ είναι ίσα και δικαιολογήστε την απάντησή σας.



9. Συμπληρώστε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

(α) $\dots + \dots + 9 = (x + \dots)^2$

(β) $(\dots - 3) \times (\dots + \dots) = x^2 - \dots$

(γ) $b^2 - 4b + \dots = (\dots - \dots)^2$

(δ) $8a^3 + 1 + \dots + \dots = (\dots + \dots)^3$

(ε) $(x^2 + \dots + \dots) \times (x - \dots) = (\dots)^3 - 2^3$

10. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα όπου είναι δυνατό.

$$\frac{1 - 4x + 4x^2}{x^2 - 4} : \frac{2x - 1}{2 - x} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2}{x-3} + \frac{x}{2x-4} = \frac{2}{x^2-5x+6}$

2. Σε μια τάξη τα αγόρια είναι 10 λιγότερα από το διπλάσιο των κοριτσιών. Σ' ένα έρανο κάθε αγόρι έδωσε 3 ευρώ και κάθε κορίτσι έδωσε 4 ευρώ. Αν από τον έρανο μαζεύτηκαν 90 ευρώ, να βρείτε πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια.

3. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Α(2,2), Β(0,-2), Γ(-2,0). Να βρείτε:
- (α) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο.
 - (β) Τα μήκη των διαγωνίων του.
 - (γ) Την εξίσωση της ΑΒ και της ΒΔ.
 - (δ) Αν οι διαγώνιες τέμνονται στο σημείο Μ, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ΓΜΟ=ω. (ημω, συνω και εφω).
4. Μια τέντα για σκίαση μικρής δεξαμενής με ψάρια έχει σχήμα τετραγωνικής πυραμίδας ανοιχτής στο κάτω μέρος (βάση). Η ακμή της βάσης της είναι 6m και το ύψος της 4m.
- (α) Να βρείτε τον όγκο της
 - (β) Η παράπλευρη επιφάνεια θα καλυφθεί με πανί που κοστίζει 10 ευρώ το m^2 . Πόσο θα μας κοστίσει η κατασκευή της τέντας αν ο ράπτης θα χρεώσει επιπλέον για τον κόπο του 50 ευρώ;

5. (α) Να γράψετε τα κριτήρια ώστε ένα παραλληλόγραμμο να γίνει ορθογώνιο.
(β) Δίνετε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του οποίου οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα. Αν E, Z, H, Θ είναι τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔA αντίστοιχα, να δείξετε ότι το $EZH\Theta$ είναι ορθογώνιο.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

Ημερομηνία: 8 Ιουνίου 2015

Ωρα: 07:45 – 09 :45

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑ : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Ø Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **9** σελίδες.
- Ø Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο** μέρη.
- Ø Το **μέρος Α΄** αποτελείται από **δέκα (10) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.
- Ø Το **μέρος Β΄** αποτελείται από **πέντε (5) ερωτήσεις** . Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.
- Ø Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Ø **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirrex).
- Ø Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α. $(x + 6)^2 =$

β. $(3x - 1)(3x + 1) =$

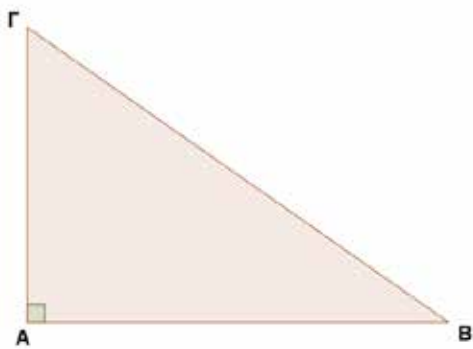
2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(2,3) και έχει κλίση 4.

3. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

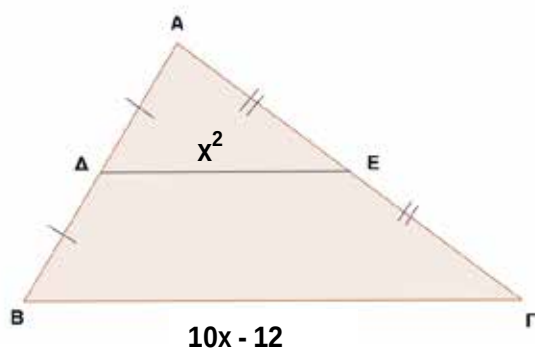
4. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a=5\text{cm}$.

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε την διάμεσο του ΑΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $ΜΕ=ΑΜ$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΓΜΕ είναι ίσα.
6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενα πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:
- α. $4x + 10 =$
- β. $a^2 - 5a + 4 =$
- γ. $9y^2 - 4 =$
- δ. $5x + 5y + ax + ay =$
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος 4cm και παράπλευρο ύψος 5cm. Να βρείτε:
- α. το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας,
- β. τον όγκο της.

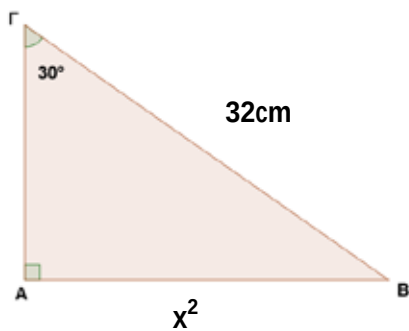
8. Αν στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $\eta\mu B = \frac{5}{13}$ να επιλύσετε το τρίγωνο.



9. Να βρείτε τις τιμές του x στα πιο κάτω σχήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
α.



β.



10. Δίνονται οι παραστάσεις :

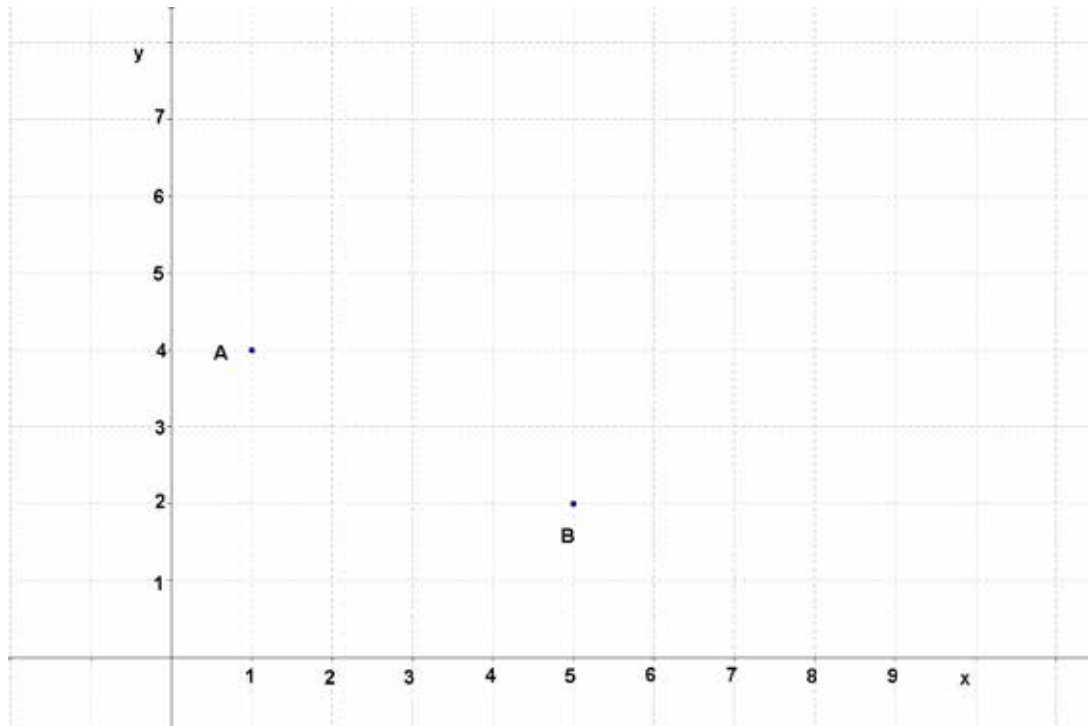
$$A = \frac{x^2-4}{x^2-5x} \div \frac{x^2-5x+6}{x^2-10x+25} \quad \text{και} \quad B = \frac{x+1}{x} - \frac{x+7}{x^2-3x}$$

Να δείξετε ότι $A = B$.

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1.



α. Δίνονται τα σημεία A και B. Να βρείτε:

- ι. τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB,
- ιι. την απόσταση AB.

β. Να σχεδιάσετε και να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το μέσο των σημείων A και B και την αρχή των αξόνων.

γ. Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας (ε) με την ευθεία $y = 3x - 4$.

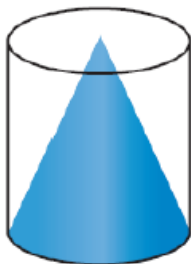
2. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{4}{x+1} - \frac{2}{1-x} = \frac{4x-6}{x^2-1}$.

3. Από την κορυφή Α παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρουμε την ΑΕ κάθετη στη διαγώνιο ΒΔ. Προεκτείνουμε την ΑΕ και παίρνουμε στην προέκταση τμήμα ΕΖ=ΑΕ. Αν Ο η τομή των διαγωνίων του ΑΒΓΔ, να δείξετε ότι:
- α) ΑΔ=ΔΖ,
 - β) ΕΟ//ΖΓ,
 - γ) ΔΖΓΒ ισοσκελές τραπέζιο.

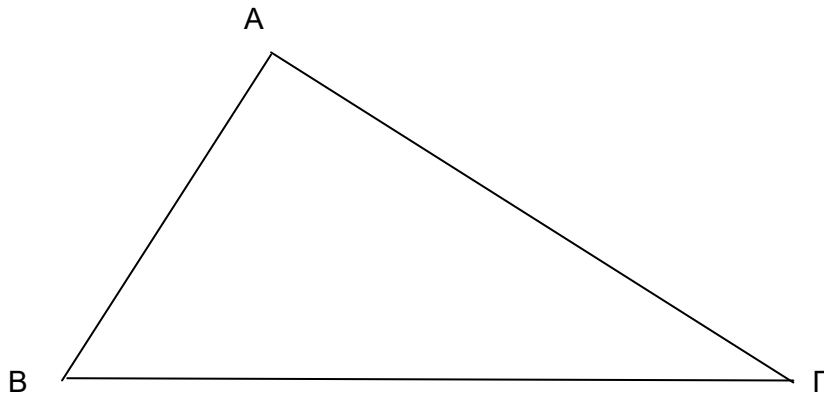


4. α. Ο Κώστας κρατεί €160 σε χαρτονομίσματα των €5 και των €10. Αν όλα τα χαρτονομίσματα είναι 20, πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των €10;

- β. Κώνος είναι εγγεγραμμένος σε κύλινδρο. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $36\pi \text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του να υπολογίσετε την διαφορά των δύο όγκων.



5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε την διχοτόμο $B\Delta$ της γωνίας $\hat{B}$ και M το μέσο της $B\Delta$. Από το σημείο Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο Z να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ είναι ρόμβος.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/6/2015

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ: _____

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ ΤΜΗΜΑ: ____ ΑΡ: ____

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού (TIP-EX).
 - β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 - γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - δ) Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(c + 2)^2 =$

(β) $(c + 3)(c - 3) =$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $6c + 6y =$

(β) $c^2 + 6c + 8 =$

3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$c - y = 4$

$4c + y = 6$

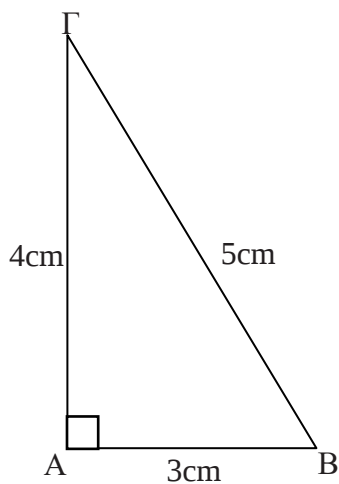
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $\alpha=2\text{m}$, $\beta=3\text{m}$ και $\gamma=5\text{m}$.

5. Δίνονται τα σημεία $A(5,7)$ και $B(3,7)$. Να βρείτε :

(α) Την απόσταση του ευθυγράμμου τμήματος AB .

(β) Τις συντεταγμένες του μέσου του ευθυγράμμου τμήματος AB .

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B .



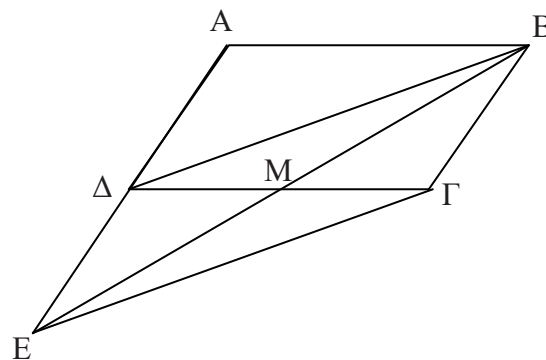
7. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση: $3c^2 - 8c + 5 = 0$

8. Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και M το μέσο της $\Delta\Gamma$. Προεκτείνουμε την BM , η οποία τέμνει την προέκταση της $A\Delta$ στο σημείο E .

Να δείξετε ότι:

(α) Το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

(β) Αν Z το μέσο της $E\Gamma$ τότε $MZ = \frac{AD}{2}$.



9. Να αποδείξετε ότι: $\left(\frac{2a^2 + 5}{a^2 + 2a + 4} - 1\right) : \frac{a^2 - 3a + 2}{a^3 - 8} = a - 1$

10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $B\Delta$ διχοτόμος του (Δ σημείο της $A\Gamma$). Από το σημείο Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την AB στο E . Αν M το μέσο της $B\Delta$ και η προέκταση της EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ είναι ρόμβος.

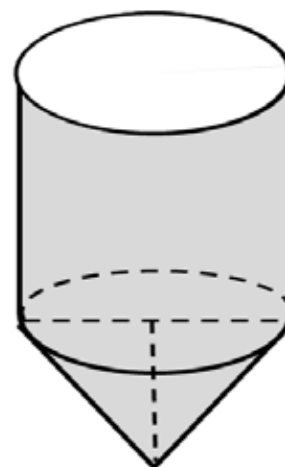
ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $1 - \frac{c+2}{c-2} + \frac{c+2}{c} = \frac{c-10}{c^2-2c}$

2. Το διπλανό σχήμα είναι φτιαγμένο από λαμαρίνα κόστους 20€ το m^2 και είναι ανοικτό από πάνω. Η ακτίνα του κυλινδρικού τμήματος είναι 3m, το ύψος του είναι 10m και η γενέτειρα του κωνικού τμήματος είναι 5m.

(α) Να βρείτε το κόστος κατασκευής του.

(β) Αν το στερεό είναι γεμάτο με σιτάρι και θα το αδειάσουμε σε τετραγωνικό πρίσμα με εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $160 m^2$ και ύψος 5m, να εξετάσετε αν το σιτάρι θα χωρέσει στο τετραγωνικό πρίσμα.



3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{G} = 30^\circ$. Η κάθετος στο μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο Δ . Να αποδείξετε ότι:

(α) $B\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας B .

(β) $MD = \frac{AG}{3}$.

(γ) Το τρίγωνο AMB είναι ισόπλευρο.

4. Δίνεται ρόμβος με κορυφές A (3,5), Γ(3,1) , η εξίσωση της πλευράς ΔΓ : $x - 3y = 0$ και της διαγωνίου ΒΔ : $y = 3$.

(α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΑΒ.

(γ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες της κορυφής Β.

(δ) Να υπολογίσετε το $\hat{U} \text{hm}(\text{ABD})$.

5. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\frac{2ab}{a-b}}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}$ και $B = \frac{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{g}{ab})(a+b+g)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{g^2}{a^2b^2}}$

(α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B.

(β) Αν $A = \frac{a+b}{2}$ και $B = ab$, να αποδείξετε ότι η παράσταση $A^2 - B$ ισούται με το εμβαδόν

τετραγώνου πλευράς $\frac{a - b}{2}$.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ: Γ'

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2015

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.

Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**ΜΕΡΟΣ Α':** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να βρείτε τα αναπτύγματα χρησιμοποιώντας τις ταυτότητες.

$$\alpha) (\chi - 6) \cdot (\chi + 6) =$$

$$\beta) (\chi + 3)^2 =$$

- 2) Να λύσετε το σύστημα.

$$2\chi + y = 2$$

$$3\chi + 2y = 5$$

3) Κύβος έχει ακμή 4 cm. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

4) Να απλοποιήσετε την παράσταση.

$$\frac{\chi^2 - 5\chi}{2\chi + 2} \cdot \frac{\chi^2 + 6\chi + 5}{\chi^2 - 25} =$$

5) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις.

$$\alpha) 2\chi^2\psi - 4\chi\psi =$$

$$\beta) 16\chi^2 - 9 =$$

$$\gamma) 4\chi^2 + 12\chi + 9 =$$

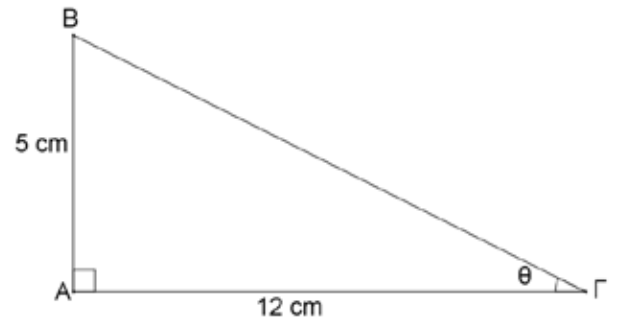
$$\delta) \chi(\psi - 3) + \beta(3 - \psi) =$$

6) Να λύσετε τις εξισώσεις.

$$\alpha) \chi^2 - 5\chi = 0$$

$$\beta) \chi(\chi + 4) - 3 = 2\chi$$

7) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ ($\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$).



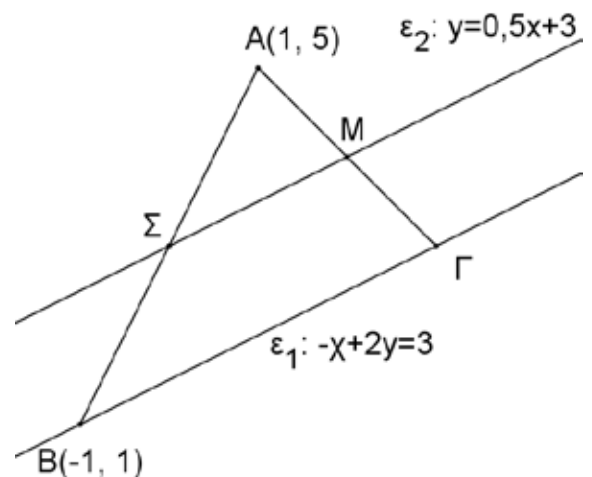
8) Κώνος έχει εμβαδόν βάσης $144\pi \text{ cm}^2$ και ύψος ίσο με 9 cm . Να βρείτε τον όγκο του κώνου και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας (συναρτήσει του π).

$$\left(\text{Δίνονται οι τύποι: } E_{\kappa} = \pi R \lambda \text{ , } V = \frac{\pi R^2 v}{3} \right)$$

9) Στο σχήμα δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, 5)$ και $B(-1, 1)$. Η ευθεία $B\Gamma$ έχει εξίσωση $\epsilon_1: -x + 2y = 3$ και η ευθεία ΣM έχει εξίσωση $\epsilon_2: y = 0,5x + 3$. Το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς $A\Gamma$.

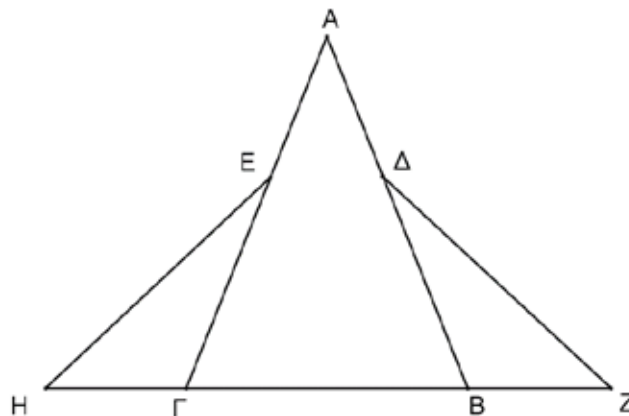
α) Να δείξετε ότι η ϵ_1 είναι παράλληλη με την ϵ_2 .

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Σ .



10) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$. Στις πλευρές AB και AG παίρνουμε σημεία Δ και E αντίστοιχα τέτοια ώστε $AD=AE$. Στη προέκταση της ΓB παίρνουμε τμήματα $H\Gamma=BZ$.

α) Να δείξετε ότι $\triangle H\Gamma E = \triangle ZB\Delta$.



β) Αν τα σημεία K και Λ είναι τα μέσα των EH και ΔZ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $AK = A\Lambda$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) α) Δίνεται η παράσταση $A = (\chi + 1)^3 - \chi^2(\chi - 5) + (\chi - 2)(\chi + 2) - (2\chi - 1)^2 + \chi$

i) Να δείξετε ότι $A = 5\chi^2 + 8\chi - 4$

ii) Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

β) Να κάνετε τις πράξεις (η απάντηση να δοθεί στην πιο απλή μορφή).

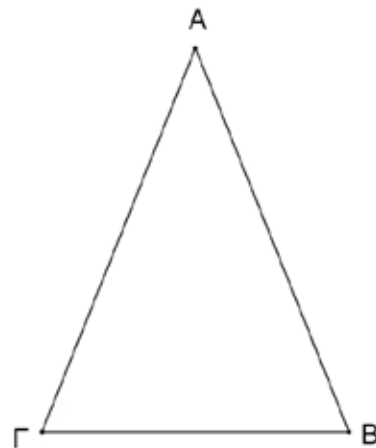
$$\left(\frac{6}{\alpha^2 - 4} - \frac{3}{\alpha^2 + 2\alpha} \right) : \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{3\alpha^2 - 6\alpha} =$$

2) Να λύσετε την εξίσωση.

$$\frac{3x-1}{x+3} + \frac{2x}{4-x} = \frac{24-20x}{x^2-x-12}$$

3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB=AG$. Αφού σημειώσετε τα μέσα των ΓB και AB με Δ και E αντίστοιχα να φέρετε την DE . Στην προέκταση της DE να πάρετε τμήμα EZ τέτοιο ώστε $EZ=ED$.

α) Να αποδείξετε ότι το $AZ\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.

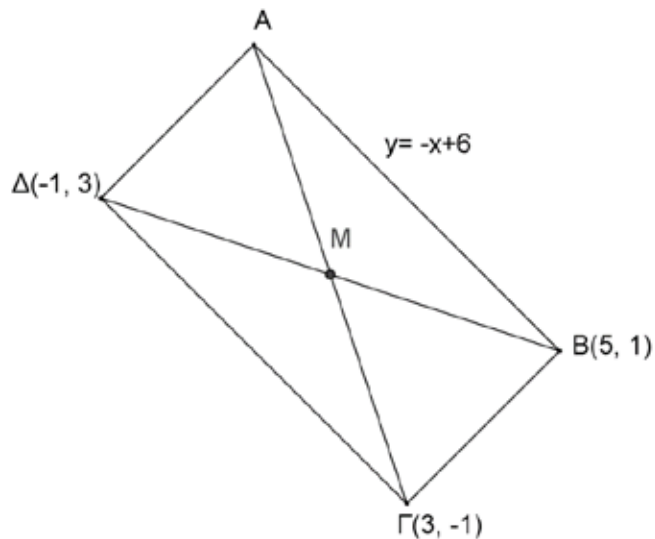


β) Να αποδείξετε ότι η AZ είναι ίση και παράλληλη με την ΔB .

γ) το $AZB\Delta$ είναι ορθογώνιο.

- 4) Στο σχήμα δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ με κορυφές B(5, 1) , Γ(3, -1) και Δ(-1, 3). Η ευθεία AB έχει εξίσωση AB: $y = -x + 6$. Το σημείο M είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ.

α) i) Να βρείτε τις συντεταγμένες του M.

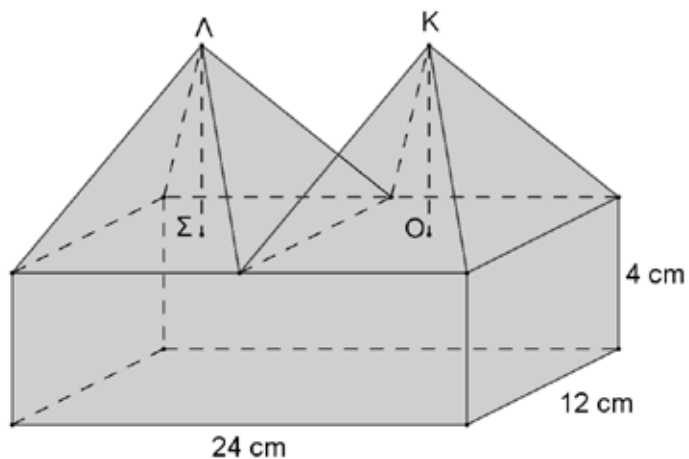


ii) Να βρείτε την εξίσωση της ΓΜ.

iii) Η κορυφή Α βρίσκεται στην προέκταση της ΓΜ. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.

β) Να αποδείξετε ότι το ABΓΔ είναι ορθογώνιο.

- 5) Το στερεό του σχήματος αποτελείται από δύο ίσες τετραγωνικές πυραμίδες και ένα ορθό πρίσμα με βάση ορθογώνιο. Το πρίσμα έχει διαστάσεις βάσεις 24 cm , 12 cm και 4 cm . Οι πυραμίδες έχουν ύψη $KO = \Lambda\Sigma = 8\text{ cm}$.



Δίνονται οι τύποι	
Πρίσμα	Πυραμίδα
$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$
$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$

α) Να βρείτε τον όγκο του στερεού.

β) Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **5 / 6 / 2015**

ΤΑΞΗ: **Γ'**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικά :

Ολογράφως:

Υπ. Καθηγητή/τριας:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- ✓ Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - ✓ Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
 - ✓ Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι.
 - ✓ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - ✓ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 4)^2 =$

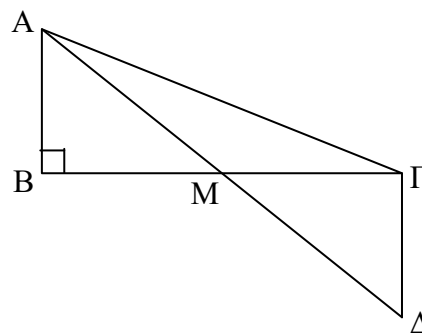
(β) $(2y - 5) \times (2y + 5) =$

2. Να λύσετε το σύστημα: $x + 2y = 1$

$$3x + 7y = 5$$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 8\chi + 4 = 0$

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο, με $\hat{B} = 90^\circ$. Αν AM είναι η διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ και $\Delta\Gamma \perp B\Gamma$, να δείξετε ότι $AB = \Gamma\Delta$.



5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), δίνεται $\varepsilon\phi \hat{B} = \frac{12}{5}$.

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu \hat{B}$ και $\sigma\upsilon\nu \hat{G}$.

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $\psi^3 + 5\psi =$

(β) $\chi(\chi + \psi) - \psi(\chi + \psi) =$

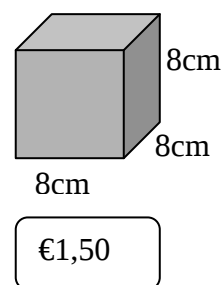
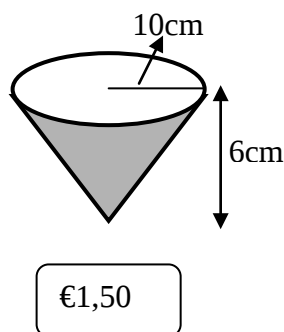
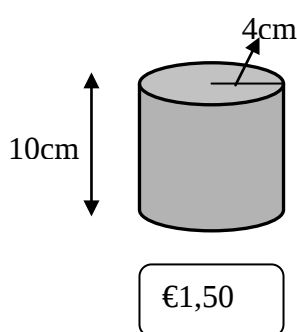
(γ) $\chi^2 - 5\chi - 6 =$

(δ) $\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2 + \chi + \psi =$

7. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, Μ είναι το μέσο της ΒΓ. Φέρουμε την ΑΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο.

8. Στο κυλικείο ενός κινηματογράφου πωλούνται τρεις διαφορετικές συσκευασίες pop-corn (σιταροπούλα), όπως φαίνεται στα πιο κάτω σχήματα με το αντίστοιχο κόστος.

Να εξετάσετε ποια συσκευασία συμφέρει να αγοράσει κάποιος. (Να δείξετε όλη την εργασία σας).



9. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2c}{c^2 - 4} + \frac{1}{2 - c} = \frac{1}{c^2 + 2c}$

10. Δίνονται τα πολυώνυμα $g(x) = 2x + 1$ και $f(x) = x^3 - 2x + 11$

(α) Να βρείτε το $f(x - 2)$. (β. 2)

(β) Να αποδείξετε ότι: $f(x - 2) - f(x) + 6x(x - 2) + 4 = 0$ (β. 1)

(γ) Να βρείτε το $g(x) \cdot f(x - 2)$ (β. 2)

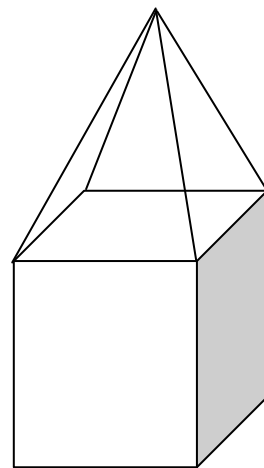
ΜΕΡΟΣ Β΄ : **Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της βάσης $B\Gamma$ παίρνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα BK και $\Gamma\Lambda$, τέτοια ώστε $BK = \Gamma\Lambda$. Αν Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:
 - (α) Τα τρίγωνα $B\Delta K$ και $E\Gamma\Lambda$ είναι ίσα.
 - (β) Οι αποστάσεις ΔZ και $E\Lambda$ των σημείων Δ και E από τη βάση $B\Gamma$, είναι ίσες.

2. Η διπλανή ξύλινη κατασκευή αποτελείται από μια πυραμίδα τοποθετημένη πάνω σε ένα τετραγωνικό πρίσμα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν το ύψος της πυραμίδας είναι 4m , το εμβαδόν της βάσης του πρίσματος 36m^2 και ο όγκος του πρίσματος 252m^3 , να υπολογίσετε:

- (α) Τον όγκο του στερεού. (β.2)
(β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού. (β.6)
(γ) Αν χρειάζεται να βαφτεί όλη η ξύλινη κατασκευή (β.2) εξωτερικά (χωρίς το πάτωμα) με μπογιά που στοιχίζει €5,50 το κάθε τετραγωνικό μέτρο, να υπολογίσετε το συνολικό κόστος της μπογιάς.



3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(2,5)$, $B(0,2)$ και $\Gamma(8,1)$.
- (α) Αν E είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του E .
 - (β) Αν $E(5,3)$, να δείξετε ότι το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές.
 - (γ) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$.
 - (δ) Αν η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$ είναι $\chi + 8\psi = 16$, να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Delta$.

4. Δίνονται τα κλάσματα:

$$A = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x}, \quad \frac{x}{x^2 - 1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \quad \text{και} \quad B = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x+1} \times (x^2 - 1)$$

(α) Να δείξετε ότι $A = \frac{1}{x+1}$ και $B = \frac{x-1}{x}$. (β. 7)

(β) Χρησιμοποιώντας τις παραστάσεις των A και B που βρήκατε πιο πάνω, να δείξετε ότι η παράσταση $\frac{A}{B} - \frac{x^2 - 1}{x - 1} = -1$ (β. 3)

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε το ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.
Να αποδείξετε ότι: (α) Το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
(β) Το AEB είναι ισόπλευρο τρίγωνο.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (\psi - 7) \cdot (\psi + 7) =$$

$$(\beta) (\alpha + 4)^2 =$$

ΘΕΜΑ 2:

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$\alpha) 6\chi\psi - 18\chi^2\psi =$$

$$\gamma) \chi^2 - 81 =$$

$$\beta) \psi^2 - \psi - 12 =$$

$$\delta) \chi^2 - \chi\psi - 3\chi + 3\psi =$$

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται κύλινδρος με ύψος 8 cm και ακτίνα 5 cm. Να βρείτε:

- α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και
β) τον όγκο του.

ΘΕΜΑ 4:

Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\chi^2 + 6\chi + 3 = 0$$

ΘΕΜΑ 5:

Να λύσετε το σύστημα:

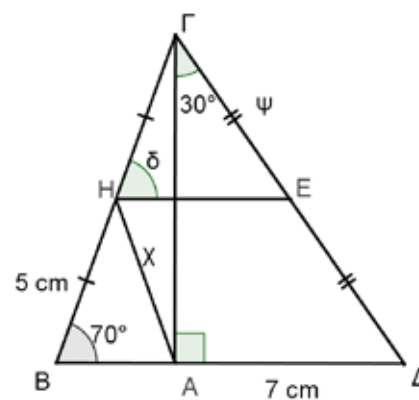
$$2\chi + 3\psi = 5$$

$$-\chi + 2\psi = 8$$

ΘΕΜΑ 6:

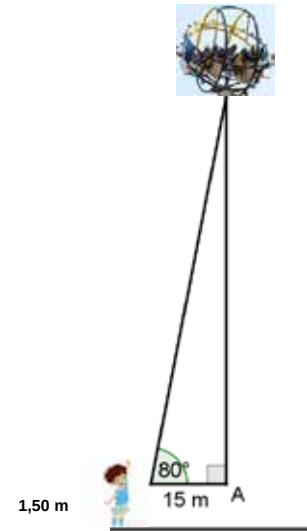
Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AD = 7\text{cm}$, $BH = 5\text{cm}$, $\angle B\hat{A}D = 70^\circ$ και $\angle A\hat{G}D = 30^\circ$. Αν H, E μέσα των πλευρών BG και GD αντίστοιχα να υπολογίσετε τις τιμές των χ , ψ και δ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



ΘΕΜΑ 7:

Η Έλενα ανέβηκε σε ένα παιγνίδι “σφαίρα” του λούνα παρκ. Ο αδελφός της, την παρακολουθεί από απόσταση 15m από το σημείο Α και υπό γωνία 80° όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται η σφαίρα τη συγκεκριμένη στιγμή.

**ΘΕΜΑ 8:**

Να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση:

$$\frac{\chi^3 - 25\chi}{\chi^2 - 10\chi + 25} \div \frac{3\chi + 15}{\chi^2 - 5\chi} =$$

ΘΕΜΑ 9:

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) να φέρετε ευθεία ε παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που να περνά από τα μέσα Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι οι κορυφές B και Γ ισαπέχουν από την ευθεία ε . (Σχήμα – Δεδομένα Ζητούμενα)

ΘΕΜΑ 10:

Οι ευθείες ε_1 : $y = 3 + \left(\frac{2+a}{3}\right)x$ και ε_2 : $(\beta - 2)x - 2y = 5$ είναι παράλληλες. Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των α και β αν ισχύει η σχέση: $(\alpha - 3)^2 - (\alpha - 4)^2 = \beta + 3$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Η επιφάνεια μιας σφαίρας έχει το ίδιο εμβαδόν με την ολική επιφάνεια ενός κώνου ακτίνας 12 cm και ύψους 9 cm . Να βρείτε:

- α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου, (μον. 1)
β) την ακτίνα της σφαίρας και (μον. 0,6)
γ) τον όγκο της σφαίρας. (μον. 0,4)

ΘΕΜΑ 2:

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{1}{1-x} = 1 + \frac{7(x-1)}{x^2-4x+3}$$

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$. Να βρείτε:

α) τις αποστάσεις AB και $\Gamma\Delta$,

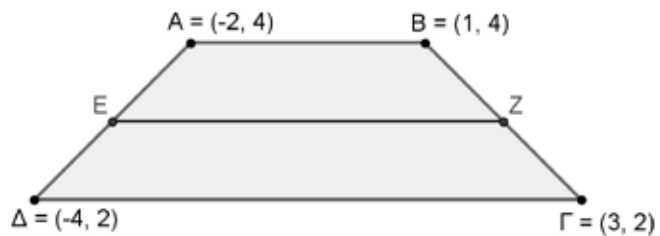
(μον. 0,8)

β) το μέτρο των γωνιών Δ και A και

(μον. 0,8)

γ) την εξίσωση της διαμέσου EZ .

(μον. 0,4)



ΘΕΜΑ 4:

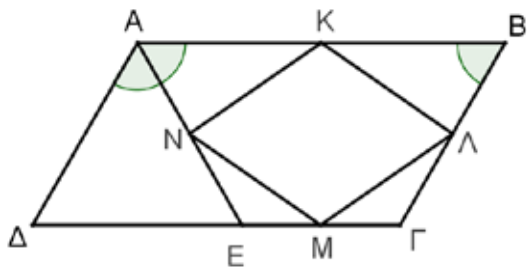
Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \left(\chi + \frac{1}{3}\right)^3 - \chi\left(\chi + \frac{1}{3}\right) = \chi^3 + \frac{1}{27}$$

$$\beta) \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^3}\right) \cdot \left(\frac{\alpha^4 - \alpha^3}{\alpha^4 - 1}\right) = 1$$

ΘΕΜΑ 5:

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με γωνία A διπλάσια της γωνίας B . Η διχοτόμος της γωνίας A τέμνει την πλευρά $\Gamma\Delta$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι τα μέσα K, Λ, M και N των τμημάτων $AB, B\Gamma, \Gamma E$ και AE είναι κορυφές ρόμβου. (Υπόδειξη: Να φέρετε το ευθύγραμμο τμήμα BE).



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

Τάξη: Γ ' Γυμνασίου

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 05/ 06 /2015

Χρόνος εξέτασης: 2 (δύο ώρες)

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικά :

Ολογράφως:

Υπ. Καθηγητή:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΟΔΗΓΙΕΣ

- § Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10 σελίδες** (συμπεριλαμβανομένης της 1^{ης} σελίδας)
- § Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη. Να απαντήσετε σε όλα τα μέρη και σε όλα τα ερωτήματα.
- § Όλες οι απαντήσεις να γραφούν στο εξεταστικό δοκίμιο.
- § Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- § Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι.
- § Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.
- § Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος.
- § Η δολίευση τιμωρείται αυστηρά.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις **10** ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε 5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x + 4)^2 =$

(β) $(3x + 5)(3x - 5) =$

2. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 5 cm , 8 cm και 10 cm. Να βρείτε :

(α) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας, (μον. 3)

(β) τον όγκο του. (μον. 2)

3. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $5x - 5y =$

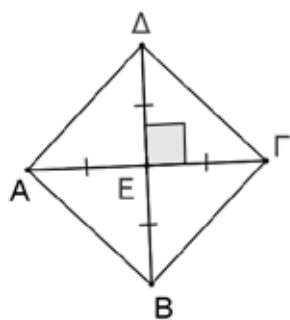
(β) $x^2 - 25 =$

(γ) $x^2 + 3x - 10 =$

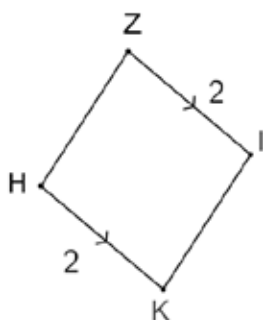
(δ) $ax + 2\beta + \beta x + 2\alpha =$

5. Δίνονται τα πιο κάτω τετράπλευρα. Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της **στήλης Α** με ένα τετράπλευρο από τη **στήλη Β**.

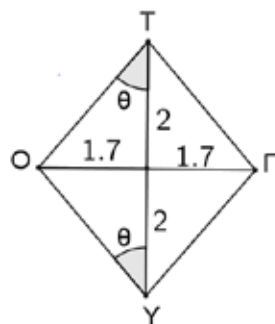
(α)



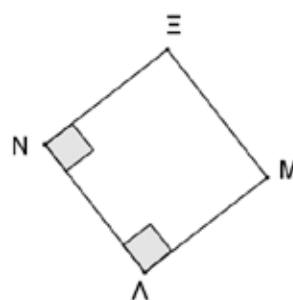
(β)



(γ)



(δ)



Στήλη Α	Στήλη Β
(α) ΑΒΓΔ τετράπλευρο	(i) Τραπεζίο
(β) ΖΙΚΗ τετράπλευρο	(ii) Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο
(γ) ΤΠΥΟ τετράπλευρο	(iii) Παραλληλόγραμμο
(δ) ΝΞΜΛ τετράπλευρο	(iv) Ρόμβος
	(v) Τετράγωνο

(α) →	(β) →	(γ) →	(δ) →
-------	-------	-------	-------

6. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{B} = 90^\circ$), $AB=8\text{ cm}$, $ΑΓ=10\text{ cm}$ και ΒΔ διάμεσος του τριγώνου. Το τρίγωνο ΒΓΕ είναι ορθογώνιο ($\hat{E} = 90^\circ$) και $\hat{ΓΒΕ} = 30^\circ$.

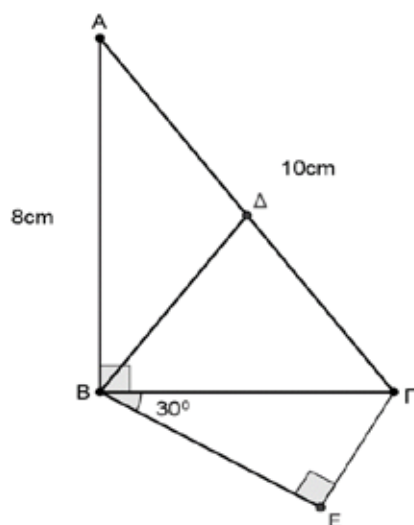
(α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΒΓ, ΒΔ και ΓΕ.

(Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας)

(μον. 3)

(β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημΑ και εφΑ.

(μον. 2)



7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 3x - 8$ και περνά από το σημείο $(-1, 2)$.

8. Κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 4 cm περιέχει νερό. Στο δοχείο ρίχνουμε μεταλλικές σφαίρες ακτίνας $R = 1 \text{ cm}$ μέχρι η στάθμη του νερού να ανεβεί $0,5 \text{ cm}$. (οι σφαίρες καλύπτονται από το νερό). Να βρείτε πόσες σφαίρες ρίξαμε στο δοχείο.

9. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.

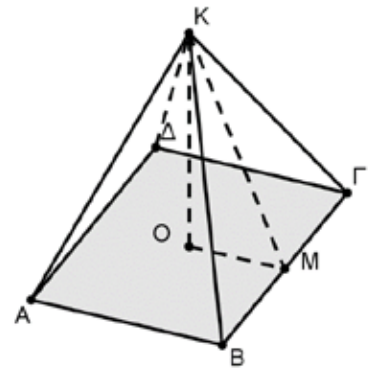
$$(a) \frac{x-6}{x^2+2x} - \frac{4}{x+2} =$$

$$(b) \frac{\frac{x^2-10x+25}{x^3-5x^2}}{x-\frac{25}{x}} =$$

10. Μια βιομηχανία συσκευάζει παγωτά σε χάρτινα κουτιά που έχουν σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η βάση της πυραμίδας έχει ακμή ίση με 6 cm και παράπλευρο ύψος $KM=5$ cm.

Να υπολογίσετε:

- (α)** Την επιφάνεια του χαρτιού που χρειάζεται για την κατασκευή 1000 τέτοιων κουτιών.
- (β)** Πόσα λίτρα παγωτό χρειάζεται για να γεμίσουν τα 1000 κουτιά. ($1 \text{ λίτρο} = 1000 \text{ cm}^3$)



ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3}{x+6} + \frac{x+1}{2x-x^2} = \frac{x-14}{x^2+4x-12}$

2. Σε μια εκδρομή με λεωφορείο, πήραν μέρος 90 άτομα, συνοδοί και παιδιά. Οι συνοδοί αμείβονται με €50 ο καθένας. Τα παιδιά πληρώνουν €10 το καθένα. Από τα χρήματα που πλήρωσαν τα παιδιά, πληρώθηκαν τα δύο λεωφορεία, που κόστισαν €250, το φαγητό που κόστισε €350 και οι συνοδοί. Να βρείτε πόσα παιδιά πήραν μέρος στην εκδρομή. **(Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα)**

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρνουμε ME κάθετη στην AB και τη προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ=ME$. Στη συνέχεια φέρνουμε από το M την MH κάθετη πάνω στην AG και τη προεκτείνουμε κατά τμήμα $H\Theta=MH$.

Να δείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα BEM και $MH\Gamma$ είναι ίσα. (μον. 3)
(β) Τα τρίγωνα EAZ και $HA\Theta$ είναι ίσα. (μον. 5)
(γ) Το τρίγωνο $AZ\Theta$ είναι ισοσκελές. (μον. 2)

4. (α) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(7,0)$, $B(9,4)$ και $\Gamma(3,2)$.

(i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (μον. 3)

(ii) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της διαμέσου AM (όπου M είναι το μέσο της $B\Gamma$) είναι η $3x + y = 21$. (μον. 3)

(β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και AM διάμεσος του. Από το M φέρουμε κάθετη πάνω στην πλευρά AB που την τέμνει στο σημείο Δ . Προεκτείνουμε την $M\Delta$ έτσι ώστε $M\Delta = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι το $AEBM$ είναι ρόμβος. (μον. 4)

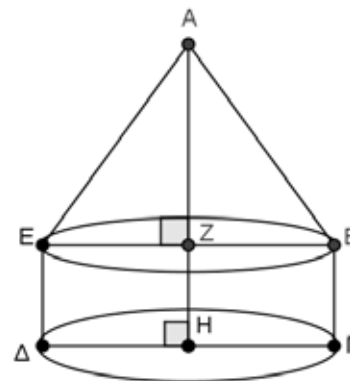
5. Το στερεό του διπλανού σχήματος αποτελείται από έναν κώνο και έναν κύλινδρο .

Ο κώνος έχει $E_{ολ} = 96\pi \text{ m}^2$, $E_{κ} = 60\pi \text{ m}^2$ και ο κύλινδρος έχει $υ = 4 \text{ m}$.

Να υπολογίσετε:

(α) τον όγκο του στερεού και

(β) την ολική επιφάνεια του στερεού.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΑΝΤΡΕΑΣ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΙΔΗΣ

.....

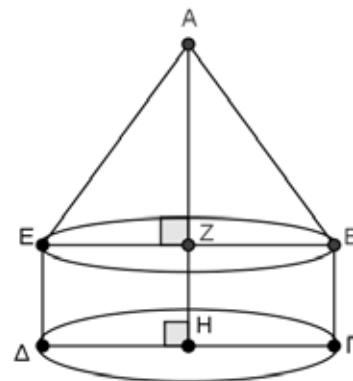
5. Το στερεό του διπλανού σχήματος αποτελείται από έναν κώνο και έναν κύλινδρο .

Ο κώνος έχει $E_{ολ} = 96\pi \text{ m}^2$, $E_{\kappa} = 60\pi \text{ m}^2$ και ο κύλινδρος έχει $u = 4 \text{ m}$.

Να υπολογίσετε:

(α) τον όγκο του στερεού και

(β) την ολική επιφάνεια του στερεού.



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Γ΄
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2015 ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΒΑΘΜΟΣ
Αριθμητικώς:.....
Ολογράφως:.....
Υπογραφή:.....

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αριθ.:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΠΤΑ(7) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα(10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\chi - 2)(\chi + 2) =$

β) $(3\chi - 5)^2 =$

2) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολώνυμα:

α) $6\chi + \alpha\chi + 6\alpha + \alpha^2 =$

β) $\chi^2 - 16 =$

γ) $\chi^2 - \chi - 12 =$

δ) $\chi^3 - 8 =$

3) Οι διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 6m, 7m, 10m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του και τον όγκο του.

4) Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - \chi - 3 = 0$

5) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $(-3, 1)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία $4\psi - 2\chi = 11$

6) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Να προεκτείνετε τη διάμεσο AM και στην προέκταση να πάρετε τμήμα $M\Delta = AM$. Να δείξετε ότι $AB = \Gamma\Delta$. (Να γίνει το σχήμα).

7) Να κάνετε απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{\frac{\chi}{\psi} - \frac{4\psi}{\chi}}{\frac{\chi^2 - 4\chi\psi}{\psi^2} + 4} =$$

8) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{x^3}{x-2} - \frac{1}{x} \cdot \frac{x+1}{2x-4} =$$

9) Δίνονται τα σημεία A (4, 6) και B (-6, 14)

Να βρείτε:

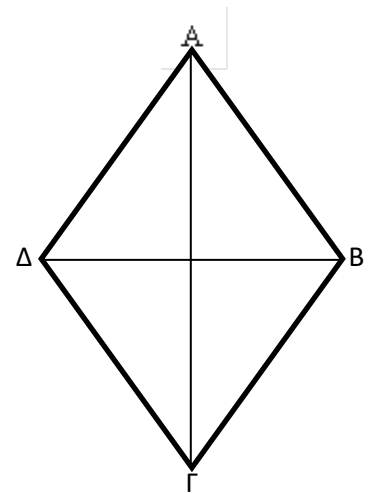
α) Την απόσταση AB.

β) Τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB.

10) Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι ρόμβος, AB=13 cm και

η διαγώνιος ΑΓ=24 cm. Να υπολογίσετε το ημίτονο, το συνημίτονο

και την εφαπτόμενη της γωνίας $\hat{A}BD$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε(5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2}{c-3} + \frac{1}{c^2-5c+6} = \frac{3}{c-2}$

2) Να λυθεί το σύστημα:

$$3(x-1) - 2(y+3) = 16$$

$$\frac{x+3}{3} - \frac{y-2}{4} = 2$$

3) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κώνου είναι $90\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής του $65\pi \text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε: (α) την ακτίνα (μ.3)

(β) το ύψος (μ.4)

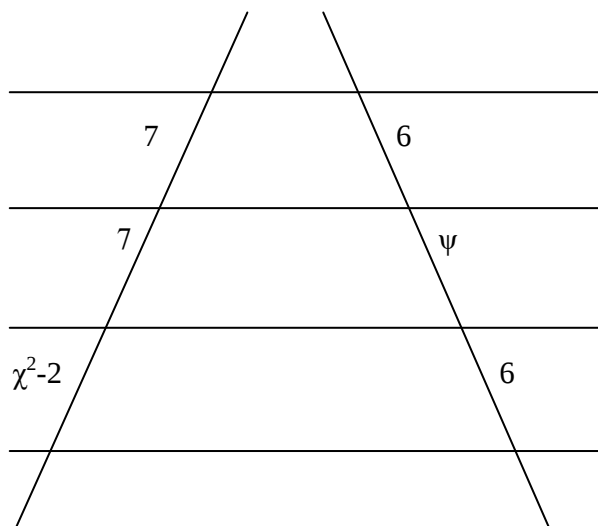
(γ) τον όγκο του κώνου (μ.3)

4) α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο

$$16(a+3) - (a+3)(a-2)^2 =$$

β) Αν $\frac{1}{5x} - 10x = 4$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 100x^2 + \frac{1}{25x^2}$

5)α) Από το σχήμα να υπολογίσετε **το χ και το ψ** . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



β) Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z, H, Θ τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$, και $A\Delta$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ που σχηματίζεται είναι επίσης παραλληλόγραμμο.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

Μάθημα : Μαθηματικά Βαθμός :
 Ημερομηνία : 10/6/15 Ολογράφως :
 Διάρκεια : 2 ώρες Υπογραφή καθηγητή :
 Ώρα : 7:45 – 9:45 Τάξη : Γ΄ Γυμνασίου
 εξέτασης

Ονοματεπώνυμο : Αρ. Τμήμα :

Το δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα: $3x + 4\psi = 5$
 $2x - \psi = 7$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 4)(x - 4) =$

β) $(2x - 3)^2 =$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 5x - 8 = 0$

4. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πολυώνυμα:

α) $5x^2 + 10x^3\psi =$

β) $x^2 - 8x + 12 =$

γ) $16\psi^2 - 9 =$

δ) $\alpha x - \alpha\psi + 7x - 7\psi =$

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα που βρίσκονται στην στήλη Α και να τα αντιστοιχίσετε με τα πολυώνυμα της στήλης Β.

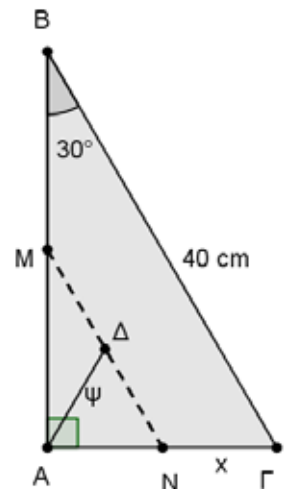
Στήλη Α

Στήλη Β

α) $f(x) = x^2 - 1$	i) $(x - 1)(x + 1)$
β) $f(x) = x^2 + 1$	ii) $x(x + 1)$
γ) $f(x) = x^2 + x$	iii) x
δ) $f(x) = x(x - 1) - 2$	iv) $(x - 2)(x + 1)$
ε) $f(x) = x(x - 3) + 2$	v) $(x + 2)(x - 1)$
	vi) $(x + 1)(x + 1)$
	vii) $(x - 2)(x - 1)$
	viii) Δεν παραγοντοποιείται

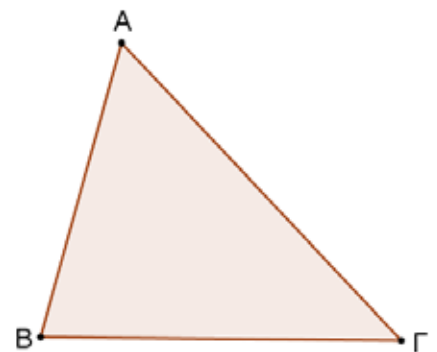
α) →	β) →	γ) →	δ) →	ε) →
------------	------------	------------	------------	------------

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με $B = 30^\circ$ και $B\Gamma = 40 \text{ cm}$. Αν Δ , M και N τα μέσα των MN , AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να βρείτε τα $x = N\Gamma$ και $\psi = \angle \Delta$ στο πιο κάτω σχήμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



7. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 8)$, $B(1, 2)$. Να βρείτε:
 α) την κλίση της ευθείας (ε_1) που περνά από τα σημεία A και B .
 β) την εξίσωση της ευθείας (ε_2) που περνά από το σημείο $\Gamma(-2, 3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_1).

8. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Έστω M τυχαίο σημείο της διχοτόμου AD του τριγώνου $AB\Gamma$, $ME \perp AB$ και $MZ \perp A\Gamma$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο MEZ είναι ισοσκελές.



9. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση:

α) Ο όγκος ενός κύβου με ακμή 5 cm ισούται με:

- (i) 125 cm^3 (ii) 100 cm^3 (iii) 25 cm^3 (iv) 150 cm^3

β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 2 m , 4 m και 5 m , ισούται με:

- (i) 40 m^2 (ii) 76 m^2 (iii) 11 m^2 (iv) 38 m^2

γ) Ο όγκος μιας τετραγωνικής πυραμίδας με ύψος 3 m , παράπλευρο ύψος 5 m και πλευρά βάσης 8 m ισούται με:

- (i) 160 m^3 (ii) $\frac{320}{3}\text{ m}^3$ (iii) 192 m^3 (iv) 64 m^3

δ) Η διάμεσος ενός τραπεζίου με βάσεις $(2x + 9)\text{ cm}$ και $(15 - 2x)\text{ cm}$ ισούται με:

- (i) $(24 + 4x)\text{ cm}$ (ii) $(2x + 12)\text{ cm}$ (iii) 24 cm (iv) 12 cm

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από τις απέναντι κορυφές του, A και Γ φέρνουμε κάθετα ευθύγραμμα τμήματα AE και ΓZ στη διαγώνιο $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $\Gamma B Z$ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{8}{x^2+2x-3} + \frac{2x+1}{x-1} = \frac{x+1}{3+x}$$

2. α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πολυώνυμο:

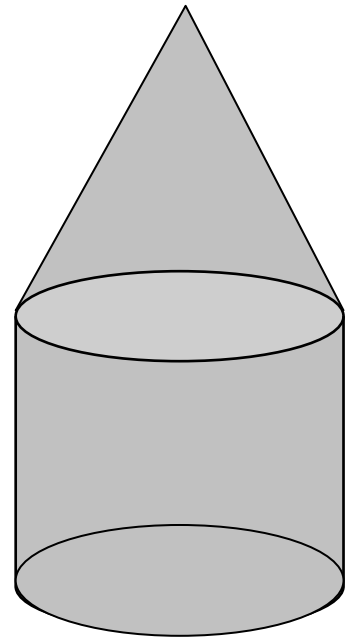
$$(x - 3\psi) \cdot \alpha^2 - (7\alpha + 10)(3\psi - x) =$$

β) Δίνονται τα πολυώνυμα $A = \frac{x^2-5x+4}{x-1}$ και $B = \frac{x^2-x-6}{x+2}$.

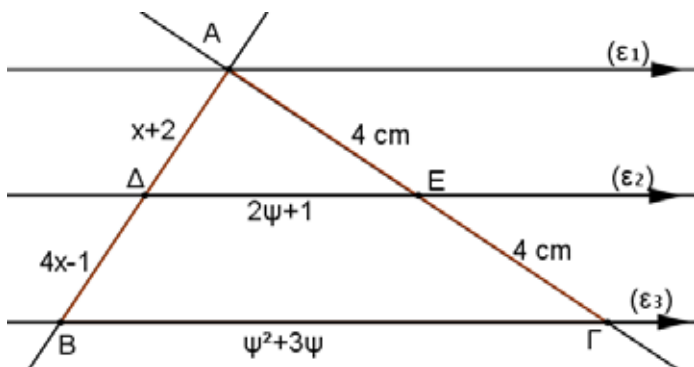
i) Να απλοποιήσετε τα πολυώνυμα A και B .

ii) Να δείξετε ότι $A^2 - B^2 = -2x + 7$.

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα στερεό που αποτελείται από ένα κώνο και ένα κύλινδρο. Η ολική επιφάνεια του κώνου ισούται με $96\pi \text{ cm}^2$, η γενέτειρα του κώνου ισούται με 10 cm και το ύψος του κυλίνδρου ισούται με 5 cm .
- α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κώνου ισούται με 6 cm .
- β) Να υπολογίσετε την ολική επιφάνεια και τον όγκο του στερεού.
- (Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π)



4. Στο πιο κάτω σχήμα, οι ευθείες (ε_1) , (ε_2) , (ε_3) είναι παράλληλες.
- α) Να βρείτε τα x και ψ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι οι πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$ σχηματίζουν πυθαγόρεια τριάδα (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).
- β) Να βρείτε την οξεία γωνία Γ του τριγώνου $AB\Gamma$.



5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2, -3)$, $B(8, -3)$ και $\Gamma(2, 5)$.
- α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$ και στη συνέχεια να αναφέρετε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
 - β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - γ) Από το σημείο M να φέρετε ευθεία παράλληλη προς την $A\Gamma$, η οποία τέμνει την AB στο σημείο N .
 - i) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου N .
 - ii) Να βρείτε το μήκος της MN .
 - δ) Να βρείτε το ημίτονο της γωνιάς B ($\eta\mu B$) του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΣΤΑΥΡΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2014-15

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** ΤΕΤΑΡΤΗ, 10 /06 / 2015**ΩΡΑ:** 7:45π.μ – 9:45π.μ**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως.:

Υπογραφή καθηγήτριας:.....

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΠΤΑ (7) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε να αναπτύγματα:

α) $(\chi + 3)^2 =$

β) $(\omega + 10)(\omega - 10) =$

γ) $(\psi + 1)^3 =$

δ) $(2\alpha - 5)^2 =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$-\chi + 3\psi = -8$$

$$5\chi + 3\psi = 4$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\chi^2 + 6\chi =$

β) $\psi^2 + 7\psi + 12 =$

γ) $9\alpha^2 - \beta^2 =$

δ) $\alpha\chi + \alpha\psi + 5\chi + 5\psi =$

4. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 10m, 6m και 4m.

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές ΑΒ=6cm και ΑΓ=8cm. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημΒ και εφΓ.

6. Να δείξετε ότι:

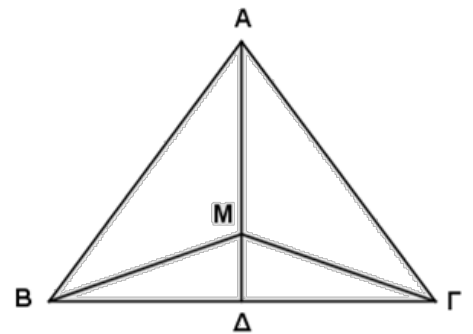
$$\frac{\beta^2 \alpha^2 - \alpha \beta^3 + \beta^4}{\alpha^3 + \beta^3} : \frac{\alpha \beta^2 + \beta^3}{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2} = 1$$

7. Στο σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ).

ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας Α και Μ τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΑΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΑΓΜ είναι ίσα

β) το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.

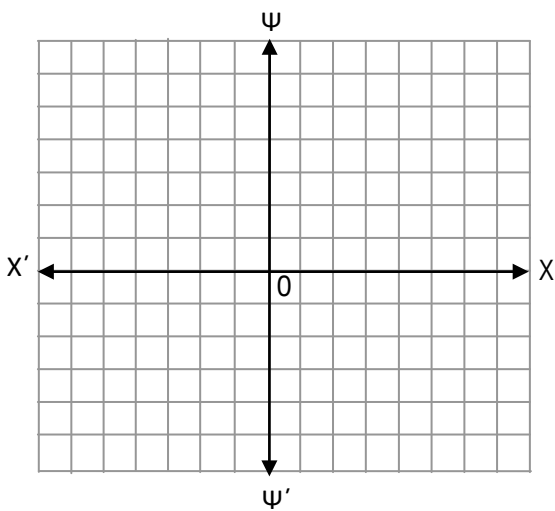


8. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 = 2\chi + 1$

9. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi + 3}{\chi - 3} - \frac{1}{\chi} = \frac{3}{\chi^2 - 3\chi}$$

10. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(-2,2), Β(3,5), Γ(2,1) και Δ(-3,-2).
Να αποδείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο.



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αν $A = \frac{2\chi}{\chi^2+2\chi}$, $B = \frac{3}{2\chi-4}$ και $\Gamma = \frac{\chi-14}{2(\chi^2-4)}$

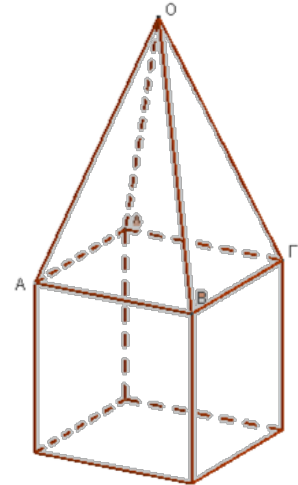
να αποδείξετε ότι : $A - B = \Gamma$

2. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(1,4)$ και $B(-3,-4)$.

β) Αν η πιο πάνω ευθεία έχει εξίσωση $\psi=2\chi+2$ και είναι παράλληλη με την ευθεία

$\psi = 5 + (3\mu - 1)\chi$, να υπολογίσετε την τιμή του μ .

3. Στο σχήμα το στερεό αποτελείται από ένα κύβο και μια τετραγωνική πυραμίδα. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας ισούται με 260m^2 και το παράπλευρο ύψος (απόστημα) της ισούται με 13m . Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.



4. Αν προσθέσουμε στα διπλάσια χρήματα του Γιώργου τα τριπλάσια χρήματα του Ανδρέα, τότε παίρνουμε άθροισμα €80. Όταν ξοδέψουν από €5, τότε ο Ανδρέας θα έχει τριπλάσια χρήματα από το Γιώργο. Πόσα χρήματα έχει ο καθένας;
(Να λύσετε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας σύστημα).

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της AB και E το μέσο της $B\Gamma$, να προεκτείνετε το ED κατά τμήμα $\Delta Z = DE$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος.
- β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας BAE .
- (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).**

Η Διευθύντρια

Μαρία Χριστούδια

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) με $\widehat{B} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της AB και E το μέσο της $B\Gamma$, να προεκτείνετε το $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = \Delta E$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma E Z$ είναι ρόμβος.

β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας BAE .

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10 / 06 /2015ΤΑΞΗ : Γ΄ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ: ΑΡ. :ΒΑΘΜΟΣ : ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι .
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

ΘΕΜΑ 1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα χρησιμοποιώντας ταυτότητες:

α) $(a - 6)^2 =$

β) $(5x - y)(5x + y) =$

ΘΕΜΑ 2. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις :

α) $x + x^2 =$

β) $4y^2 - 1 =$

γ) $3x^2 + ax + 6x + 2a =$

δ) $x^2 + 7x + 12 =$

ΘΕΜΑ 3. Να λύσετε το σύστημα :

$$4x - 2y = 6$$

$$3x - y = -1$$

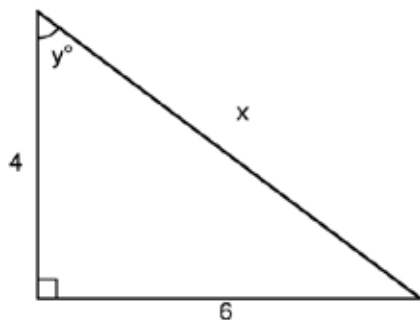
ΘΕΜΑ 4. α) Να λύσετε την εξίσωση : $4x^2 - 20x + 25 = 0$

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση : $\frac{2x^2 - 18}{x^2 - 11x + 24}$

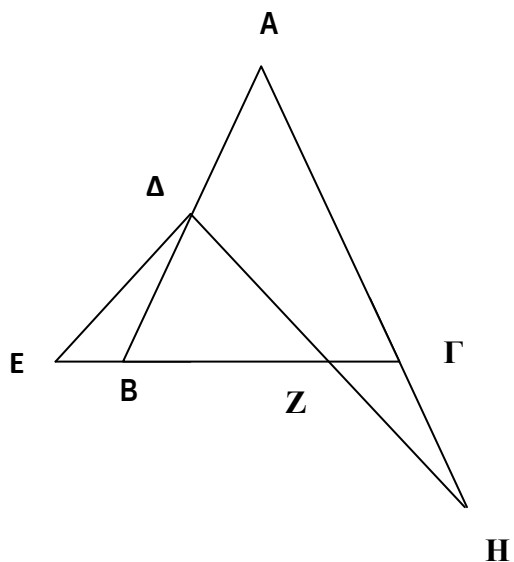
ΘΕΜΑ 5. Να σημειώσετε σε κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις **Σωστό ή Λάθος**.

Η παράσταση $(a - b)(a + b) + 25$ είναι αναλυμένη σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	Σωστό/Λάθος
Η εξίσωση $(x - 3)(x + 2) = -6$ έχει λύσεις $x = 0$ και $x = 1$	Σωστό/Λάθος
Η εξίσωση $x^2 = 25$ έχει μόνο μια λύση το $x = 5$	Σωστό/Λάθος
Η παράσταση $\frac{9x}{x^2 - 16}$ ορίζεται για $x \neq 4$	Σωστό/Λάθος
Η εξίσωση $4x^2 + 16x + 20 = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες	Σωστό/Λάθος

ΘΕΜΑ 6. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y στις πιο κάτω περιπτώσεις. Οι απαντήσεις να δοθούν κατά προσέγγιση εκατοστού.



ΘΕΜΑ 7.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$) $\Delta B=\Gamma H$ $EB=Z\Gamma$	$E\Delta=ZH$

ΘΕΜΑ 8. Να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών e_1 και e_2 στις πιο κάτω περιπτώσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

α) $e_1 : y = 3x - 8$
 $e_2 : 6x - 2y = 11$

β) $e_1 : 2x = 9 - 8y$
 $e_2 : 7x - 4y = 10$

ΘΕΜΑ 9. Ένα κυλινδρικό κουτί ανοικτό από πάνω έχει ακτίνα βάσης 8 cm και ύψος 12 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας. **(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)**

ΘΕΜΑ 10. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με περίμετρο 40 cm και Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του . Το σημείο Ζ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ και Η είναι το μέσο της ΑΔ.

α) Να αποδείξετε ότι το ΗΖΚΔ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΚΖ.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{8x - 1}{x^2 + x - 6} - \frac{6}{x + 3} = \frac{x + 1}{x - 2}$

ΘΕΜΑ 2. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 144 cm^2 και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 240 cm^2 . Να υπολογίσετε:

- α)** Τις διαστάσεις της βάσης. **(μ.0,5)**
- β)** Το απόστημα της πυραμίδας. **(μ.0,5)**
- γ)** Τον όγκο της πυραμίδας. **(μ.1)**

ΘΕΜΑ 3. α) Αν $A = \frac{w}{x} - 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{w^2} - \frac{2}{xw}$ και $B = \frac{x+w}{1+\frac{x}{w}}$ να αποδείξετε ότι $A - B^2 = 0$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(2x+1)^2 + (x-1)^3 = x(x-2)(x+2) + x(x+11)$

ΘΕΜΑ 4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(1,4)$, $B(2,1)$ και $\Gamma(-2,3)$.

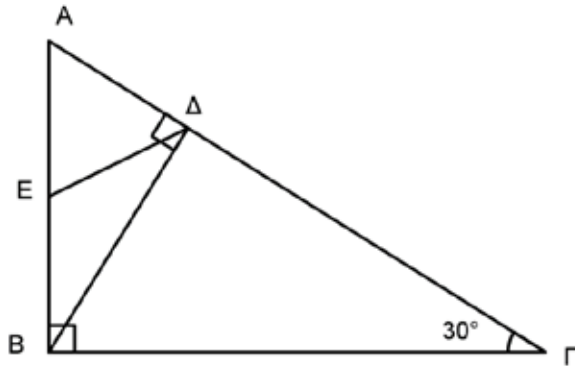
- α)** Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$.
- β)** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές.
- γ)** Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου της πλευράς $B\Gamma$.
- δ)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο της $B\Gamma$ και είναι παράλληλη με την πλευρά AB .

ΘΕΜΑ 5. Στο πιο κάτω σχήμα $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{B} = 90^\circ$), BD είναι το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ και E είναι το μέσο της πλευράς AB .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ADE είναι ισόπλευρο. **(μ.1)**

β) Αν $AG = x^2 + 3$, $AB = x + 1$ και $ED = y$, να υπολογίσετε τις τιμές των x και y . **(μ.0,5)**

γ) Αν προεκτείνουμε τη DE κατά τμήμα $EZ = ED$ να αποδείξετε ότι το $A\Delta BZ$ είναι ορθογώνιο. **(μ.0,5)**



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΏΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:

ΒΑΘΜΟΣ: $\frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{20}$

Ολογράφως:

Υπογραφή:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

ΤΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x+4)^2 =$

(β) $(2a+1)(2a-1) =$

ΘΕΜΑ 2:

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $7x^3 + x =$

(β) $x^2 - 9 =$

(γ) $x^2 - 5x + 6 =$

(δ) $ix^2 + 6x^2y^2 + 3iy^2 + 2x^4 =$

ΘΕΜΑ 3:

Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$x + 3y = 11$$

$$6x - 2y = 6$$

ΘΕΜΑ 4:

Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

ΘΕΜΑ 5:

Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Δύο διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι παραπληρωματικές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Η διάμεσος τραπεζίου είναι ίση με το άθροισμα των δύο βάσεων του.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Ο ρόμβος έχει όλες τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο αν είναι ορθογώνιο και ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 6:

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, $\hat{A} = 90^\circ$ να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς, αν δίνεται $hmG = \frac{12}{13}$.

(α) $hmB =$

(β) $sunB =$

(γ) $ejG =$

(δ) $sunG =$

ΘΕΜΑ 7:

Να αποδείξετε την ταυτότητα: $a \times (a - 3b)^2 + b \times (b - 3a)^2 = (a + b)^3$

ΘΕΜΑ 8:

Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{9x^2 - 4}{x^3 - 4x} \cdot \frac{x^2}{x - 2} + \frac{1}{x} =$

ΘΕΜΑ 9:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ, Ν ισαπέχουν από τη βάση του ισοσκελούς τριγώνου.

ΘΕΜΑ 10:

Μια βιομηχανία συσκευάζει χυμούς σε χάρτινα κουτιά που έχουν σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η βάση της πυραμίδας έχει ακμή 6cm και παράπλευρο ύψος 5cm. Να υπολογίσετε:

(α) πόσα cm^2 χαρτιού θα χρειαστεί για την κατασκευή 500 τέτοιων κουτιών.

(β) πόσος χυμός θα χρειαστεί για να γεμίσουν τα 500 κουτιά.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

(α) Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

$$A = \frac{1 - \frac{y}{x}}{y - x - \frac{3y}{x} + 3} \quad \text{με } x \neq 0, \quad x \neq 3 \text{ και } x \neq y.$$

[μον. 3]

(β) Αν $A = \frac{1}{3 - x}$, να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x}{x^2 + 3x} + 2A = \frac{3 - 2x}{x^2 - 9}$

[μον. 7]

ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(-2, 5)$, $B(0, 1)$ και $\Gamma(4, 3)$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

[μον. 4]

(β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της διαμέσου $B\Delta$ είναι: $\psi = 3\chi + 1$

[μον. 4]

(γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από την κορυφή Γ του τριγώνου και είναι παράλληλη με τη διάμεσο $B\Delta$.

[μον. 2]

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta$, ΓE είναι προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ τέτοιες ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(β) Να φέρετε τη ΓH κάθετη στην πλευρά $A\Delta$ και τη BZ κάθετη στην πλευρά $A E$ και να αποδείξετε ότι $\Gamma H = BZ$.

ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Από το μέσο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την AB που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Προεκτείνουμε το ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.

Να αποδείξετε ότι:

(α) το σημείο E είναι μέσο του $B\Gamma$.

(β) το τρίγωνο AEB είναι ισοσκελές.

(γ) το τετράπλευρο $\Delta BZ\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.

(δ) το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

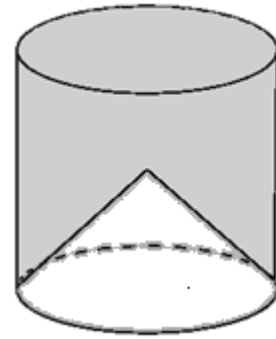
ΘΕΜΑ 5:

Στο πιο κάτω στερεό φαίνεται ένας κύλινδρος από τον οποίο έχει αφαιρεθεί ένας κώνος. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $48\pi \text{ m}^2$ και η ακτίνα της βάσης του είναι 3 m. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι διπλάσιο του ύψους του κώνου, να βρείτε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και

(β) τον όγκο του στερεού.

(Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15/06/2015
ΩΡΑ: 07.45π.μ.– 09.45μ.μ.

ΤΑΞΗ: Γ΄
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:ΑΡ. :

ΤΜΗΜΑ :

ΒΑΘΜΟΣ : ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
γ) Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
δ) ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 7 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ (50 μονάδες)

Να απαντήσετε και στα 10 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x - 7)^2 =$

β) $(\omega - 8)(\omega + 8) =$

ΘΕΜΑ 2: Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 + 6x =$

β) $\kappa^2 - 25 =$

ΘΕΜΑ 3: Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 4cm, 3cm και 2cm.

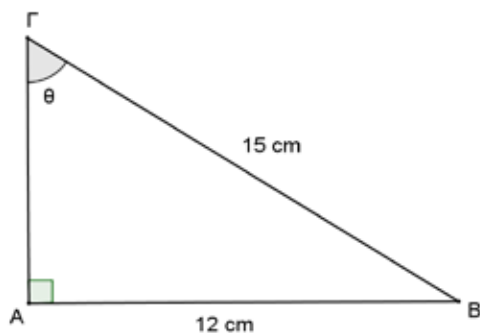
Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

ΘΕΜΑ 4: Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου ευθυγράμμου τμήματος AB που έχει άκρα τα σημεία A (−4 , 8) και B (12 , −2).

ΘΕΜΑ 5: Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2\chi + \psi = 7 \\ 3\chi - 4\psi = -6 \end{array} \right\}$$

ΘΕΜΑ 6: Από το πιο κάτω τρίγωνο να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ ($\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\phi\theta$) και να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$.



ΘΕΜΑ 7: Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 2\chi - 1 = 0$

ΘΕΜΑ 8: Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $(\chi + \psi)^3 - \chi(\chi + \psi)^2 - \psi^2(2\chi + \psi) = \chi^2\psi$

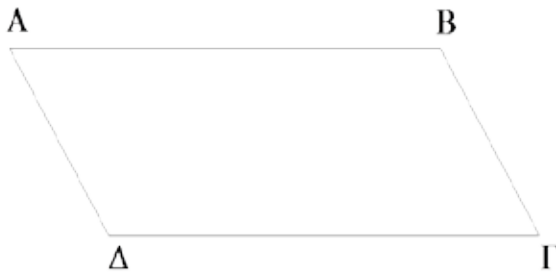
ΘΕΜΑ 9: Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi}{\chi + 1} + \frac{2}{\chi - 3} = \frac{4}{\chi^2 - 2\chi - 3}$$

ΘΕΜΑ 10: Στο πιο κάτω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ παίρνουμε σημείο Μ μέσον της ΔΓ. Προεκτείνουμε την ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ. Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο ΑΓΕΔ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν Ζ είναι το μέσον της ΔΕ, να αποδείξετε ότι $MZ // \frac{BG}{2}$



ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

Να απαντήσετε και στα 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: α) Να υπολογίσετε την αλγεβρική παράσταση:

$$A = \left(\frac{4}{\chi - 2} - \frac{3}{\chi - 1} \right) : \frac{\chi + 2}{\chi^2 - 3\chi + 2}$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $A = -2\chi - \chi^2$

ΘΕΜΑ 2: Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2, -1)$, $B(4, 2)$, $\Gamma(4, -4)$.

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου. (μον.4)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του. (μον.2)

γ) Να αποδείξετε ότι το μέσον της πλευράς $B\Gamma$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $\psi = 2\chi - 9$. (μον.4)

ΘΕΜΑ 3: Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (2\kappa - 1)\chi + 7$ και $\varepsilon_2 : -3\chi + \psi = -1$

α) Να υπολογίσετε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες.

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(-2, 5)$ και είναι παράλληλη με τις πιο πάνω ευθείες.

ΘΕΜΑ 4: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB=AG$). Φέρουμε από την κορυφή B ευθεία (ϵ) παράλληλη με την AG , $\Gamma\Delta \perp AB$ και $AE \perp (\epsilon)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = AE$.

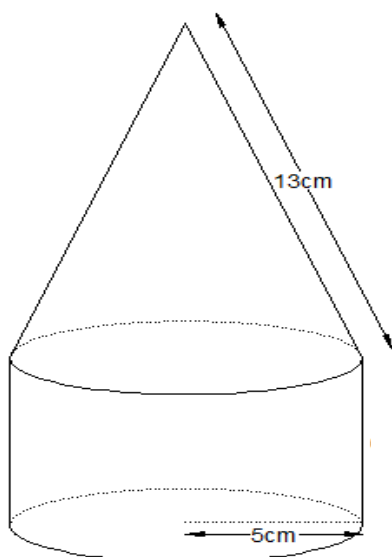
β) Αν Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB και AG αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = \Delta H$.

ΘΕΜΑ 5: Ένα μεταλλικό δοχείο αποτελείται από ένα κώνο συνδεδεμένο με ένα κύλινδρο όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Η ακτίνα της βάσης του κώνου και της βάσης του κυλίνδρου είναι 5cm, το ύψος του κώνου είναι διπλάσιο από το ύψος του κυλίνδρου και η γενέτειρα του κώνου είναι 13cm. Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του δοχείου.

β) τον όγκο του δοχείου.

(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 09-06-2015

Σελίδες : 9

Τάξη : Γ΄

Διάρκεια : 2 ώρες

Ώρα: 07:45-09:45

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i) $(x + 4)^2 =$

ii) $(x - 3)(x + 3) =$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

ΘΕΜΑ 3

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a = 3\text{cm}$.

ΘΕΜΑ 4

Να επιλύσετε το σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{aligned}2x - 4y &= 6 \\ 5x - 2y &= 23\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 5

Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$ και $B(-3,7)$. Να βρείτε:

i) Την απόσταση AB .

ii) Τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB .

ΘΕΜΑ 6

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

i) $y^2 - 25 =$

ii) $x^2 - 4x - 12 =$

iii) $4x^3 - 16x =$

iv) $16y^2 + 24yx + 9x^2 =$

ΘΕΜΑ 7

i) Να αναφέρετε μια μέθοδο δειγματοληψίας.

ii) Να αναφέρετε μια πιθανή αιτία μεροληψίας κατά τη δειγματοληψία.

ΘΕΜΑ 8

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, κυκλώνοντας κατάλληλα:

i) Τραπεζίο του οποίου οι διαγώνιοι δεν είναι ίσες, είναι ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii) Όλα τα τετράγωνα είναι ρόμβοι.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii) Όλα τα παραλληλόγραμμα έχουν ίσες διαγωνίους.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv) Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας αυτής ισούται με το μισό της υποτείνουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 9

Σε ορθογώνιο τρίγωνο μια οξεία γωνία του είναι οκταπλάσια από την άλλη, ενώ η υποτείνουσά του είναι 5 cm. Να επιλύσετε το τρίγωνο, δηλαδή να βρείτε όλες τις άγνωστες πλευρές και γωνίες του τριγώνου.

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στις προεκτάσεις της $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία E και Z , έτσι ώστε $BE = \Gamma Z$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x}{2 - x} = \frac{x}{x - 1}$$

ΘΕΜΑ 2

Η γενέτειρα κώνου σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης γωνία 60^0 . Αν η ολική επιφάνεια του κώνου είναι $108\pi \text{ m}^2$, να υπολογίσετε:

- i) Την ακτίνα της βάσης.
- ii) Τον όγκο του.
- iii) Αν η κυρτή επιφάνεια του κώνου θα βαφτεί, να υπολογιστεί το συνολικό κόστος για το βάψιμο, εάν το κάθε τετραγωνικό μέτρο στοιχίζει 15 €.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-4,0)$, $B(0,-4)$ και $\Gamma(4,0)$.

- i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
- ii) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $B\Gamma$.
- iii) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\hat{A}$ και $\varepsilon\varphi\hat{\Gamma}$.

ΘΕΜΑ 4

α) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως την πιο κάτω αλγεβρική παράσταση:

$$\alpha^2(\beta^3 - 125) - \gamma^2(\beta^3 - 125) =$$

β) Δίνεται η παράσταση $A = \frac{1-\frac{3}{y}}{\frac{y}{y-3}} : \frac{y^2-6y+9}{y^2-3y}$ με $y \neq 0$ και $y \neq 3$

i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{y-3}{y}$.

ii) Να βρείτε το ανάπτυγμα A^3 .

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται τυχαίο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με ίσες διαγωνίους. Αν K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Lambda MN$ είναι ρόμβος.

Ο Διευθυντής

Ευαγόρας Καραγιώργης

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται τυχαίο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με ίσες διαγωνίους. Αν K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Lambda MN$ είναι ρόμβος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Τετάρτη 05/06/2015

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x+4)^2 =$

(β) $(2x-1)(2x+1) =$

2. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις $\alpha=5m$, $\beta=7m$, $\gamma=3m$.
Να υπολογίσετε τον όγκο και την ολική του επιφάνεια.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

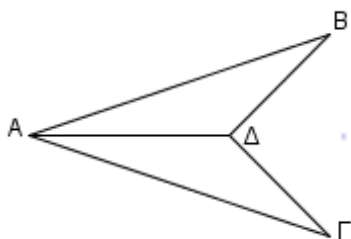
4. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = 5x - 1$ και $\varepsilon_2: \psi = (2\mu - 3)x - 4$. Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες να υπολογίσετε την τιμή του μ .

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις :

(α) $7\omega + 14 =$

(β) $\alpha^2 - 9\beta^2 =$

6. Στο πιο κάτω σχήμα $AB=AG$ και AD διχοτόμος της γωνιάς A . Να αποδείξετε ότι $BD=ΔΓ$.

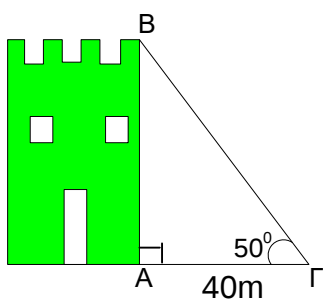


7. Δίνεται κύλινδρος με εμβαδόν βάσης $36\pi\text{cm}^2$ και ύψος $u=8\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του. (Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

8. Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα :

$$(x - 2)^3 - x(x - 5)^2 + x = (2x - 3)^2 - 17$$

9. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου AB , αν $\hat{G} = 50^\circ$ και $AG = 40$ m.



ω	$\eta\mu\omega$	$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\epsilon\phi\omega$
40°	0,6428	0,766	0,8391
50°	0,766	0,6428	1,1918

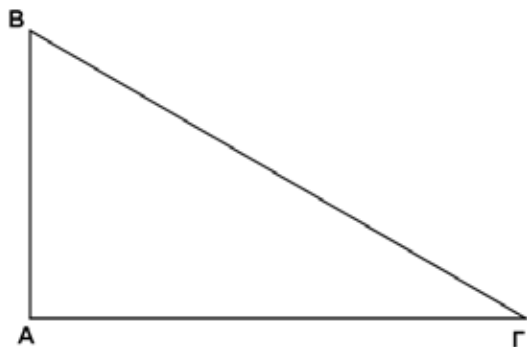
10. Μια ομάδα μαθητών και καθηγητών θα επισκεφθεί ένα μουσείο. Ο υπεύθυνος του μουσείου μόλις μαθαίνει ότι συνολικά είναι 20 άτομα τους ενημερώνει ότι πρέπει να δώσουν συνολικά €55. Αν ο κάθε μαθητής δώσει €2 και κάθε καθηγητής €5 το ποσό συμπληρώνεται ακριβώς. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών και το πλήθος των καθηγητών στην συγκεκριμένη ομάδα. (Να λυθεί με σύστημα)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x^2 - 2x - 3}$$

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με τη γωνιά $A=90^\circ$ και τη γωνιά $\Gamma=30^\circ$. M είναι μέσο της $B\Gamma$ και Δ είναι το μέσο της MB . Να προεκτείνετε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E=AD$. Να δείξετε ότι το $AMEB$ είναι ρόμβος.



3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2, 5)$, $B(-8, 1)$ και $\Gamma(2, -3)$.
(α) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές και
(β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM του τριγώνου.

4. (α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{x+2} + \frac{1}{2-x}\right) : \left(\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 4}\right) =$$

:

(β) Να κάνετε τις πράξεις:

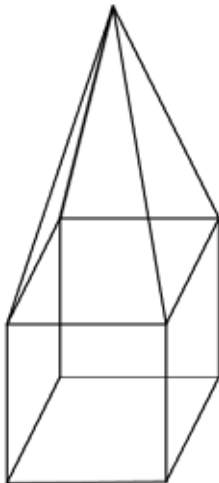
$$\frac{\frac{x}{\psi^2} - \frac{\psi}{x^2}}{\frac{\psi}{x} + \frac{x}{\psi} - 2} =$$

5. Τοποθετούμε μία πυραμίδα πάνω σε ένα κύβο ακμής 6 m έτσι ώστε η βάση της πυραμίδας να εφαρμόζει ακριβώς πάνω στη βάση του κύβου όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το ύψος της πυραμίδας είναι τα $\frac{2}{3}$ της ακμής του κύβου, να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που δημιουργείται

(β) Τον όγκο του στερεού που δημιουργείται

(γ) Πόσα θα μας κοστίσει το βάψιμό του, αν βάψουμε όλη την επιφάνεια του στερεού με μπογιά που στοιχίζει €5,50 το τετραγωνικό μέτρο ;



ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 10 / 6 / 2015**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 Ώρες**Βαθμός:****Ολογρ.:****Υπογραφή:****Ονοματεπώνυμο:****Τμήμα:** **Αριθ.:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής..
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε **και τις 10 ασκήσεις** του Μέρους Α΄.**Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

- 1) Να βρείτε τα αναπτόγματα:

1) $(x - 5)^2 =$

2) $(y + 2)(y - 2) =$

- 2) Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις
- $\alpha = 2 \text{ cm}$
- ,
- $\beta = 3 \text{ cm}$
- ,
- $\gamma = 4 \text{ cm}$
- .

- 3) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

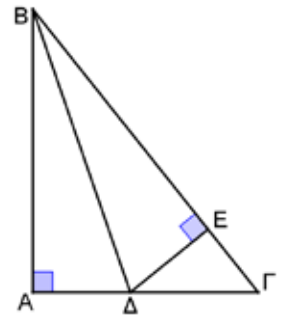
$$x - 2y = 1$$

$$5x - 3y = 19$$

- 4) Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

- 5) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{E} = 90^\circ$ και $AB = BE$. Να δείξετε ότι η $B\Delta$ είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$.



- 6) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

1) $\omega y - 5y^2 =$

2) $\omega^2 - 25 =$

3) $x^2 - 7x + 10 =$

4) $ax^2 - ax + \beta x - \beta =$

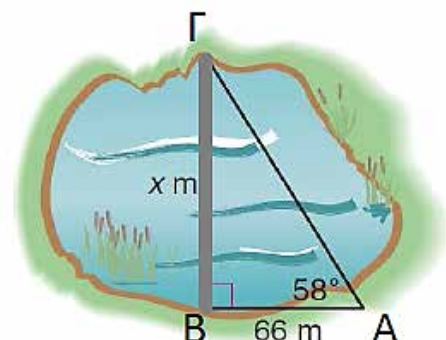
- 7) Δίνεται κώνος με ακτίνα βάσης 8 cm και ύψος 6 cm. Να υπολογίσετε

α) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας,

β) τον όγκο του κώνου.

- 8) Μια εργολαβική εταιρεία θέλει να κατασκευάσει γέφυρα από το σημείο B στο σημείο Γ μιας λίμνης όπως φαίνεται στο σχεδιάγραμμα. Διαθέτει όργανο μέτρησης γωνίας το οποίο μπορεί να τοποθετηθεί στο σημείο A. Μπορεί επίσης να μετρήσει την απόσταση από το σημείο A στο σημείο B. Να υπολογίσετε το μήκος της γέφυρας χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις που σημειώθηκαν στο σχεδιάγραμμά.

(Δίδονται $\eta\mu 58^\circ = 0,85$, $\sigma\upsilon\nu 58^\circ = 0,53$ και $\epsilon\phi 58^\circ = 1,6$, $\eta\mu 32^\circ = 0,53$, $\sigma\upsilon\nu 32^\circ = 0,85$ και $\epsilon\phi 32^\circ = 0,62$)

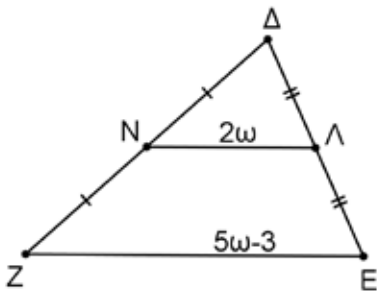


9) Να υπολογίσετε τα χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα:

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

1)

2)



10) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, και Δ , E μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, Φέρουμε τη ΔE και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta Z\Gamma B$ είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{2x - 19}{x^2 + x - 6} + \frac{x}{x - 2} = \frac{5}{x + 3}$$

2) α) Να αποδείξετε την ταυτότητα : (Μ. 7)

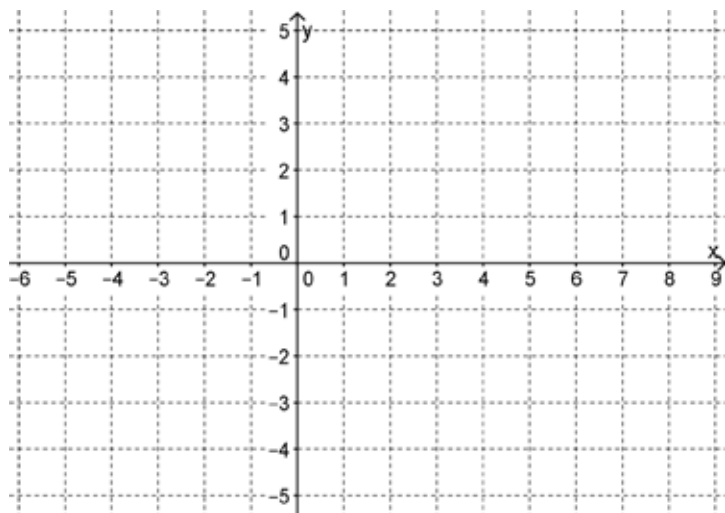
$$(x + 2)^3 - (2x + 1)^2 - 5x - (x - 1)^3 - (x - 3)(x + 3) - 18 = (2x - 1)(2x + 1)$$

β) Να λύσετε την εξίσωση: (Μ. 3)

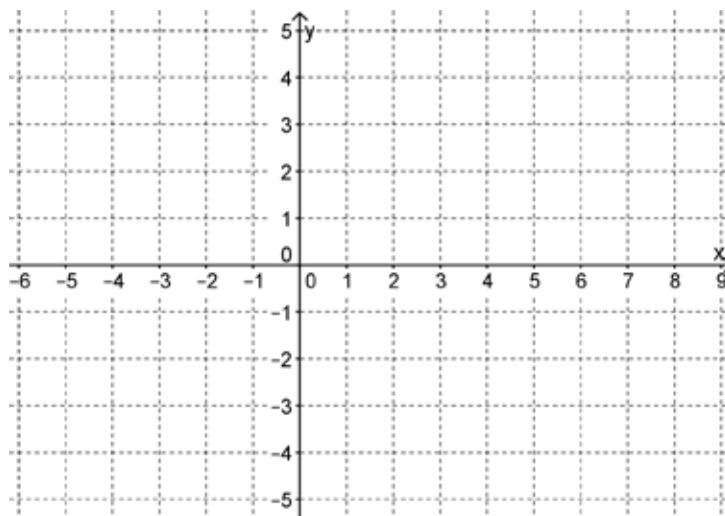
$$(x + 2)^3 - (2x + 1)^2 - 5x - (x - 1)^3 - (x - 3)(x + 3) - 18 = 0$$

3) Να εξετάσετε για κάθε περίπτωση, το είδος του τετραπλεύρου $KLMN$ με κορυφές τα πιο κάτω σημεία.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.)

(α) $K(0,2), L(-2,0), M(0,-2), N(2,0)$



(β) $K(-4,1), L(-3,-2), M(2,-1), N(1,2)$



- 4) Μια δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου μήκους 8 m και πλάτους $6,28\text{ m}$ περιέχει νερό του οποίου η στάθμη ανέρχεται στα 5 m . Βυθίζουμε πλήρως μέσα στο νερό της δεξαμενής ένα κυλινδρικό στερεό με ακτίνα βάσης 2 m και ύψος 4 m .
- α) Να βρείτε τον όγκο του κυλινδρικού στερεού (Μ. 4)
- β) Να βρείτε πόσα μέτρα θα ανέβει η στάθμη του νερού μέσα στη δεξαμενή. (Μ. 6)
- (Να χρησιμοποιήσετε $\pi \cong 3,14$).

- 5) Ένας επιχειρηματίας χρειάζεται να ενοικιάσει μια εξειδικευμένη συσκευή για ένα μήνα. Αποτάθηκε σε δύο εταιρείες και πήρε τις πιο κάτω προσφορές:

Εταιρεία Α

€600 σταθερή επιβάρυνση

€15 επιπλέον για κάθε ώρα χρήσης της συσκευής.

Εταιρεία Β

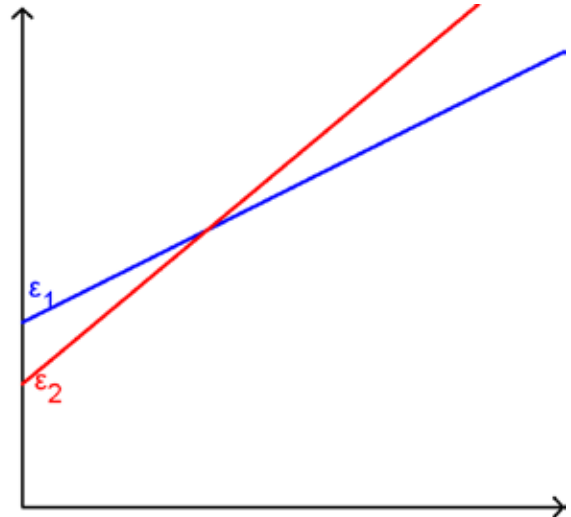
€400 σταθερή επιβάρυνση

€25 επιπλέον για κάθε ώρα χρήσης της συσκευής.

α) Να βρείτε πόσες ώρες πρέπει να χρησιμοποιήσει την συσκευή ο επιχειρηματίας ώστε το κόστος του να είναι το ίδιο και από τις δύο εταιρείες (Να χρησιμοποιήσετε σύστημα εξισώσεων). (Μ. 5)

β) Στη διπλανή γραφική παράσταση η ευθεία ϵ_1 παριστάνει το κόστος χρήσης της συσκευής σύμφωνα με την προσφορά της Εταιρείας Α και η ευθεία ϵ_2 παριστάνει το κόστος χρήσης της συσκευής σύμφωνα με την προσφορά της Εταιρείας Β. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των δύο ευθειών. (Μ. 2)

γ) Αν ο επιχειρηματίας θα χρησιμοποιήσει την συσκευή 30 ώρες τότε, η προσφορά ποιας εταιρείας είναι η πιο συμφέρουσα; (Μ. 3)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 12/06/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

ΩΡΑ: 8:00 - 10:00 π.μ.

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Αριθμός σελίδων γραπτού: 5

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Γ..... Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

(α) $3x^2 - 6x =$

(β) $x^2 - 6x + 8 =$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$5x^2 + x - 4 = 0$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

(α) $(x + 2)^2 =$

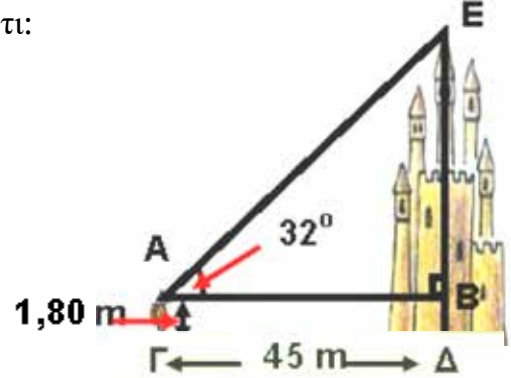
(β) $(3x - 5)(3x + 5) =$

4. Να χαρακτηρίσετε τις πιο κάτω προτάσεις με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ βάζοντας σε κύκλο τον κατάλληλο χαρακτηρισμό.

α) Τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές του ίσες και τις διαγώνιες του κάθετες είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο, αν δύο πλευρές του είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Τετράπλευρο με δύο ορθές γωνίες είναι τετράγωνο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με την υποτείνουσα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Αν οι διαγώνιες ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες, τότε είναι ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του κύβου, αν ο όγκος του είναι $V = 64\text{cm}^3$.

6. Ένας τουρίστας ύψους $AB = 1,80\text{m}$ βλέπει τον πύργο με γωνία 32° και απέχει από αυτόν 45m . Να υπολογίσετε το ύψος ED του πύργου αν γνωρίζετε ότι:
 $\sin 32^\circ \approx 0,530$, $\cos 32^\circ \approx 0,848$ και $\tan 32^\circ \approx 0,625$



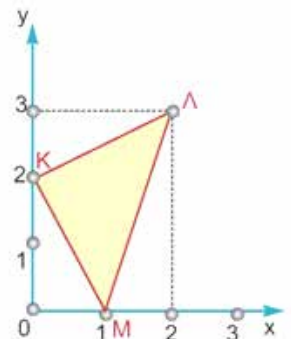
7. Συσκευάσαμε 2,5 τόνους ελαιόλαδου σε 800 δοχεία των 2 και 5 κιλών. Να βρείτε πόσα δοχεία χρησιμοποιήσαμε από κάθε είδος. (Να λυθεί με τη χρήση συστήματος)



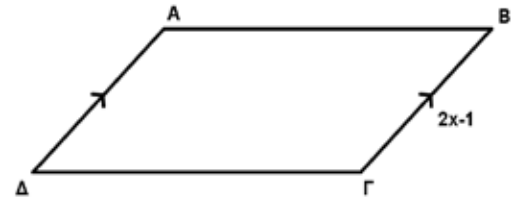
8. Δίνεται τρίγωνο $\triangle K\Lambda M$ με κορυφές $K(0,2)$, $\Lambda(2,3)$ και $M(1,0)$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του. (μον.4)

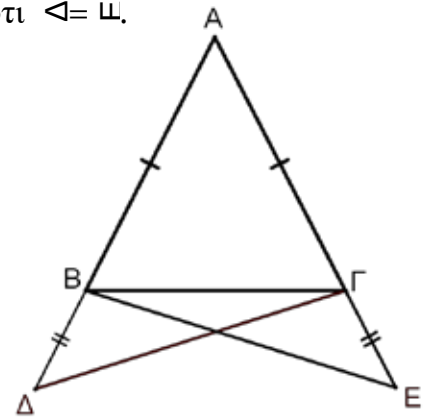
(β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου. (μον.1)



9. Δίνεται η παράσταση $\llcorner = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} : \frac{x^2 + 2x}{2x^2 - x}$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



10. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι $\hat{\Delta} = \hat{\Psi}$.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{8}{x^2 + 2x - 3} + \frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{x + 1}{x + 3}$

2. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης $E_B = 144 \text{ cm}^2$ και παράπλευρο ύψος το πολυώνυμο $h = (x - 2)^2 + (2x + 1)^2 - 5(x - 1)(x + 1)$.
- (α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο είναι σταθερό και ίσο με 10. (μον. 4)
- (β) Να βρείτε το ύψος της πυραμίδας. (μον. 3)
- (γ) Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας. (μον. 3)

3. (α) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

$$A = x^2 - x \quad B = x^2 - 3x + 2 \quad C = x^2 + 4x + 4 \quad (\text{μον. 3})$$

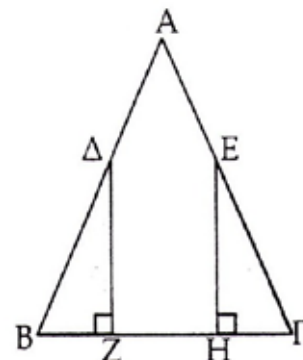
- (β) Αν A και C οι παραστάσεις του πιο πάνω ερωτήματος, να δείξετε ότι η εξίσωση

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{3x + 6} \text{ έχει λύσεις τις } x_1 = -1 \text{ και } x_2 = 4. \quad (\text{μον. 3})$$

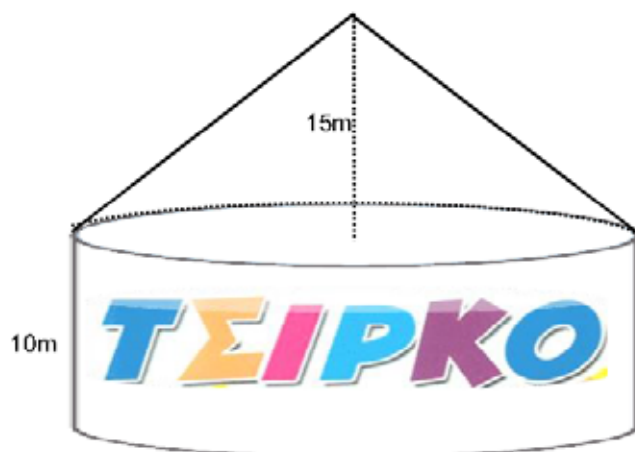
- (γ) Αν x_1 η θετική ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης και x_2 η αρνητική ρίζα, να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x + x_1 = -9 \\ x - 2x_2 = x_1 + x_2 \end{cases} \quad (\text{μον. 4})$$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle ABC$ ($AB = AC$). Αν D είναι το μέσο της AB , E είναι το μέσο της AC , $DE \parallel BC$ και $DE \perp BC$. Να δείξετε :
- (α) $AD = AE$.
- (β) Το τετράπλευρο $ADCE$ είναι ορθογώνιο.



5. Η σκηνή του τσίρκου αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο με διάμετρο βάσης 40m και ύψη 10m και 15m αντίστοιχα. Η σκηνή θα καλυφθεί εξωτερικά με πλαστικοποιημένο ύφασμα που κοστίζει €20/m². Να υπολογίσετε το κόστος για να καλυφθεί η εξωτερική επιφάνεια της σκηνής με το συγκεκριμένο υλικό.



Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 15 - 06 - 2015

Τάξη: Γ΄

Σελίδες: 7 Διάρκεια: 2 ώρες

Τμήμα:.....

Ονοματεπώνυμο:.....Αρ:.....

Αριθμητικά:.....

Ολογράφως:

Υπογραφή:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση Διορθωτικού Υγρού και Διορθωτικής Ταινίας.
 3. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τα 10 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

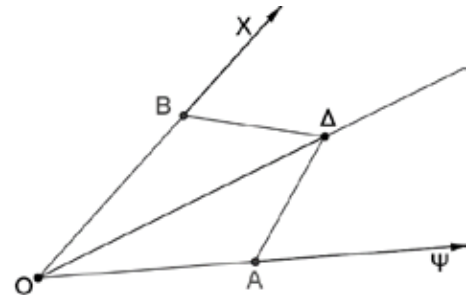
ΘΕΜΑ 1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 5)(x + 5) =$

(β) $(\psi - 3)^2 =$

ΘΕΜΑ 2. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

ΘΕΜΑ 3. Στο διπλανό σχήμα, ΟΔ είναι η διχοτόμος της $\widehat{X\hat{O}\Psi}$ και Α, Β σημεία των ημιευθειών ΟΨ και ΟΧ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΟΑ=ΟΒ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΟΔ και ΔΟΑ είναι ίσα.



ΘΕΜΑ 4. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $\omega^2 + 7\omega =$

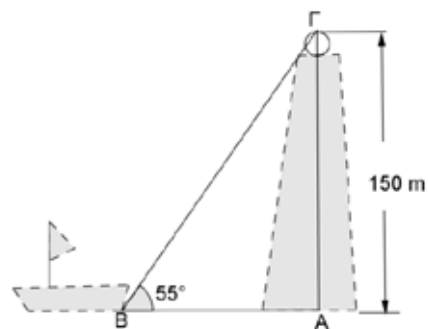
(β) $x^2 + 4x - 5 =$

(γ) $\psi^2 - 9 =$

(δ) $x^3 - 2x^2 + 2x - 4 =$

ΘΕΜΑ 5. Να υπολογίσετε την απόσταση του πλοίου από τον φάρο, με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

θ	$\eta\mu\theta$	$\sigma\upsilon\nu\theta$	$\epsilon\phi\theta$
55°	0,82	0,51	1,43
35°	0,51	0,82	0,7

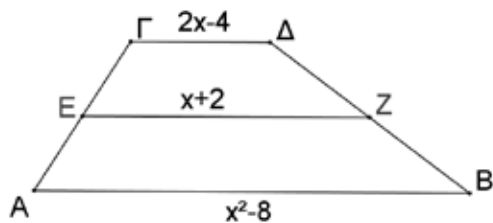


ΘΕΜΑ 6. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 3x + 5\psi = 9 \\ -2x + \psi = 7 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 7. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Το τετράπλευρο του οποίου οι διαγώνιοι του διχοτομούνται και είναι ίσες, είναι ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες και μία ορθή γωνία, είναι τετράγωνο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι γωνίες ίσες και τη διαγώνιο του να διχοτομεί μια γωνία του, είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα των δύο πλευρών ενός τριγώνου, είναι παράλληλο και ίσο με την τρίτη πλευρά.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) Η γενέτειρα ενός κώνου μπορεί να είναι ίση με το ύψος του.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 8. Στο σχήμα δίνεται ΑΒΓΔ τραπέζιο (ΑΒ//ΓΔ) . Αν Ε,Ζ τα μέσα των ΑΓ, ΒΔ αντίστοιχα , $AB=x^2-8$, $EZ=x+2$ και $ΓΔ=2x-4$, να υπολογίσετε τις βάσεις του τραpezίου. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΘΕΜΑ 9. Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β.

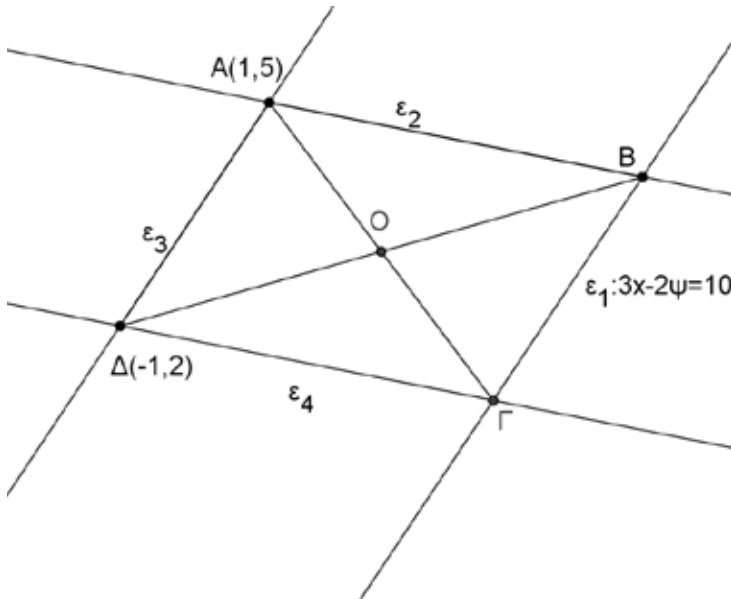
Στήλη Α	Στήλη Β
(α) Το εμβαδόν ενός κύβου με ακμή 2cm είναι	(i) $36\pi \text{ cm}^3$
(β) Ο όγκος μίας σφαίρας με ακτίνα 3cm είναι	(ii) 80 cm^2
(γ) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας μίας τετραγωνικής πυραμίδας με ακμή βάσης 8m, ύψος 3cm και απόστημα 5cm είναι	(iii) 24 cm^2
(δ) Ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 2cm, 3cm και 4cm είναι	(iv) 36 cm^2
(ε) Η κυρτή επιφάνεια ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος με βάση ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 3cm και ύψος 4cm είναι	(v) 64 cm^3
	(vi) 24 cm^3

α →	β →	γ →	δ →	ε →
-----	-----	-----	-----	-----

ΘΕΜΑ 10. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράπλευρο. Δίνονται τα σημεία $A(1,5)$, $\Delta(-1,2)$, η ευθεία $\varepsilon_1: 3x-2y=10$ και το μήκος της πλευράς $B\Gamma=\sqrt{13}$ cm.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο (μ.3)

(β) Αν $O(\frac{5}{2}, 3)$ είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου Γ (μ.2)



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τα 5 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την κλασματική εξίσωση:

$$\frac{4x}{x-2} + \frac{2x}{3-x} = \frac{x^2-2x-8}{x^2-5x+6}$$

ΘΕΜΑ 2. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), Δ είναι το μέσο της ΑΒ και Ε το μέσο της ΑΓ. Φέρουμε τις αποστάσεις ΔΖ και ΕΗ των σημείων Δ και Ε αντίστοιχα, από την πλευρά ΒΓ. Να δείξετε ότι:

(α) ΔΖ=ΕΗ

(β) Το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 3. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \left(\frac{x^2 + \psi^2}{x\psi} + 2 \right) : \left(\frac{1}{\psi} + \frac{1}{x} \right)$ και $B = \frac{x^3 + \psi^3}{x^2 - \psi^2} : \frac{x^2 - x\psi + \psi^2}{4x - 4\psi}$
όπου $x \neq 0, \psi \neq 0, x \neq -\psi$ και $x \neq \psi$.

(α) Να αποδείξετε ότι $A = x + \psi$ και $B = 4$

(β) Αν $x + \psi = 4$ και $x\psi = -3$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $x^2 + \psi^2$

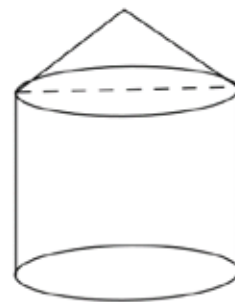
ΘΕΜΑ 4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\Gamma = 30^\circ$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ το μέσο της AB , να προεκτείνετε τη $M\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = M\Delta$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AMBE$ είναι ρόμβος

(β) Αν $AB = 20\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των $B\Gamma$ και AM

ΘΕΜΑ 5. Το διπλανό κλειστό δοχείο αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο. Αν το εμβαδόν της βάσης του κώνου είναι $16\pi \text{ cm}^2$, το ύψος του κώνου τα $\frac{3}{4}$ της ακτίνας του, και το ύψος του κυλίνδρου είναι 10 cm , να υπολογίσετε:

- (α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του δοχείου
- (β) Τον όγκο του δοχείου



Οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π