

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 7/6/ 2016****Βαθμός:****Ονοματεπώνυμο:****Ολογράφως:****Υπογραφή:**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(3x - \psi)(3x + \psi) =$

2) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 3x - \psi &= 7 \\ 2x + 3\psi &= 1 \end{aligned}$$

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $4x - 12 =$

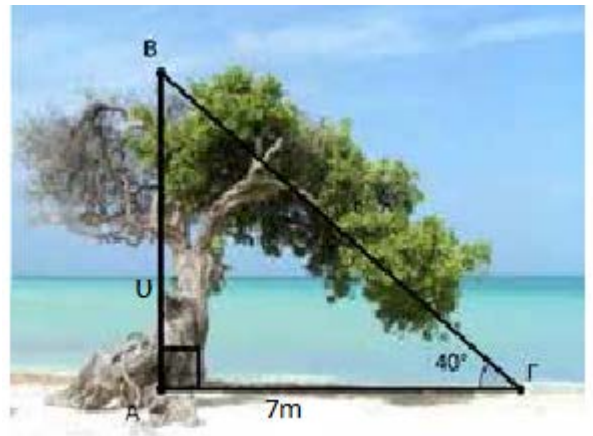
β) $\psi^2 - 9 =$

γ) $x^2 - 6x + 8 =$

δ) $\alpha x - \alpha\psi + 6x - 6\psi =$

4) Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 2\chi - 1 = 0$

5) Στο διπλανό σχήμα $\hat{\Gamma} = 40^\circ$ και $A\Gamma = 7m$.
Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου.



6) Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: \psi = (3\alpha - 2)\chi + 5$ και $\varepsilon_2: 4\chi - 2\psi = 1$
Αν οι ευθείες είναι κάθετες, να υπολογίσετε την τιμή του α .

- 7) Σε μια εκδρομή πήγαν 25 άτομα, άντρες και γυναίκες. Κάθε άνδρας πλήρωσε €4 και κάθε γυναίκα €2. Αν όλοι μαζί πλήρωσαν €80, να βρείτε πόσοι ήταν οι άντρες και πόσες ήταν οι γυναίκες που πήγαν εκδρομή.

8) Να κάνετε τις πράξεις:
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \div \frac{5x - 10}{x^2 + x} =$$

9) Κώνος έχει εμβαδό βάσης $E_{\beta} = 9\pi cm^2$ και γενέτειρα $\lambda = 5cm$. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

10) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Από τα μέσα Δ και E των πλευρών AB και AG αντίστοιχα , φέρουμε ΔZ και EH κάθετες στην βάση $B\Gamma$. Να δείξετε ότι $\Delta Z = EH$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) α) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{\chi^3 - \chi}{2\chi}$ και $B = \frac{\chi^2 - \chi - 2}{2\chi - 4}$, $\chi \neq 0, \chi \neq -1, \chi \neq 2$

ι) Να δείξετε ότι $\frac{A}{B} = \chi - 1$

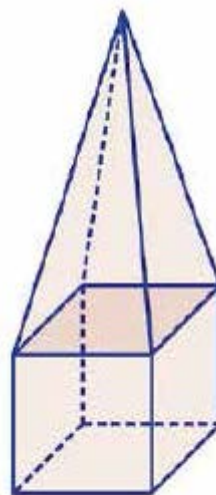
ιι) Να υπολογίσετε το $\left(\frac{A}{B}\right)^3$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\chi - 2)(\chi + 2) + (\chi - 2)^2 + 2 = 2(\chi - 1)^2$

2) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{2x-1}{x+3} + \frac{x-4}{2-x} = \frac{35}{x^2+x-6}$$

- 3) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{I} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της ΒΓ και Ε το μέσο της ΒΔ , να προεκτείνετε την ΑΕ κατά τμήμα ΕΖ=ΑΕ.
Να δείξετε ότι: α) ΑΒΔ είναι ισόπλευρο τρίγωνο
β) ΑΒΖΔ είναι ρόμβος

- 4) Το διπλανό σχήμα αποτελείται από έναν κύβο ακμής $a = 10\text{cm}$ και μία πυραμίδα που έχει βάση την έδρα του κύβου. Το ύψος της πυραμίδας είναι $v = 12\text{cm}$. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδό της επιφάνειας του στερεού.



- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(1,4)$, $B(2,1)$ και $\Gamma(-2,3)$.
- α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$.
 - β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές.
 - γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου της πλευράς $B\Gamma$.
 - δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $\Delta(4,5)$ και είναι παράλληλη με την πλευρά AB .

Ο Εισηγητής

.....

Νεόφυτος Νεοφύτου

Η Συντονίστρια Β.Δ.

.....

Αναστασία Ηρακλέους

Ο Διευθυντής

.....

Ιωάννης Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ΄

Βαθμός:

Ημερομηνία: 10/6/2016

Ολογράφως:.....

Διάρκεια: 2 ώρες

Υπογρ. Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:Αριθμός:

- ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+5)^2 =$

β) $(x+3\psi)(x-3\psi) =$

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 6\text{ cm}$ και $AG = 8\text{ cm}$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

3. α) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω:

i) $x^2 - 16 =$

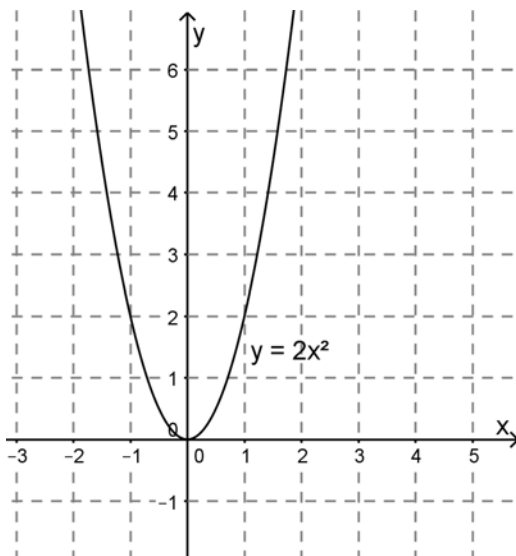
ii) $x^2 + 9x + 18 =$

β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $2x^2 = 5x$

ii) $x(5 - x) = 4$

4. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = 2x^2$.



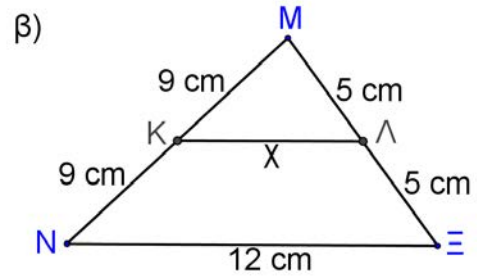
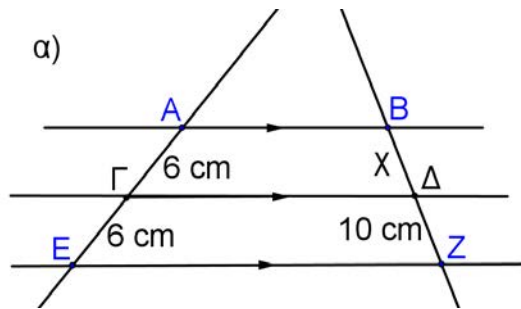
α) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

β) Να γράψετε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

δ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη 2.

5. Να υπολογίσετε το χ . Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.



6. Να λύσετε το σύστημα που ακολουθεί με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών:

$$2\chi + 3\psi = 1$$

$$\chi - 5\psi = 7$$

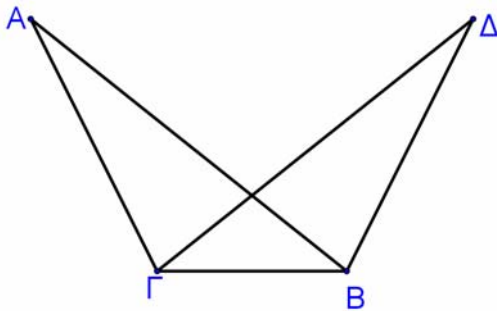
7. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 544 cm^2 και παράπλευρο ύψος 17 cm . Να βρείτε τον όγκο της.

8. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{\chi^2 - 5\chi}{\chi^2 - 7\chi + 10} \cdot \frac{\chi - 2}{\chi^2 + \chi} =$

β) $\frac{\chi + 3}{\chi - 3} - \frac{5}{\chi} + \frac{18}{3\chi - \chi^2} =$

9. Στο πιο κάτω σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΓ είναι ίσα. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των κορυφών Α και Δ από τη ΒΓ είναι ίσες.
(Να κάνετε πίνακα με δεδομένα-ζητούμενα. Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).

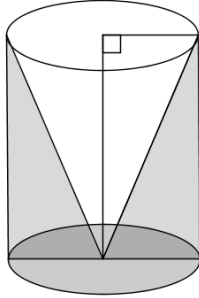


10. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (3\mu - 4)\chi + 1$ και $\varepsilon_2 : \mu\chi - \psi - 3 = 0$ είναι κάθετες, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει το μ .

ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Αν Ζ είναι τυχαίο σημείο της πλευράς ΒΓ και Δ μέσο της ΖΓ, να προεκτείνετε την ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ έτσι ώστε ΑΔ=ΔΕ. Να δείξετε ότι:
- α) τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΔΖΕ είναι ίσα,
 - β) το ΑΓΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.
- (Να γίνει σχήμα και πίνακας με δεδομένα- ζητούμενα. Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).

2. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται ένας κύλινδρος που από μέσα του αφαιρέθηκε ένας κώνος. Ο κώνος και ο κύλινδρος έχουν την ίδια βάση και το ίδιο ύψος. Αν η γενέτειρα του κώνου ισούται με 13 cm και η ακτίνα του με 5 cm , να υπολογίσετε:
- α) τον όγκο του στερεού που μένει,
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που δημιουργείται.
(Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).



3. α) Να λύσετε την εξίσωση:

(μ. 3)

$$\frac{4x+4}{x^2+2x-15} - \frac{2}{x-3} = \frac{x+4}{x^2+5x}$$

β) Να κάνετε τις πράξεις:

(μ. 4)

$$\frac{9x^2 - 12x + 4}{2x^2 - 6x} \div \left(\frac{x}{x^2 - 3x} - \frac{8 - x}{2x^2 - 18} \right) =$$

γ) Να δείξετε ότι:

(μ. 3)

$$\frac{\frac{x^2}{2} - \frac{4}{x}}{2x^2 - 4x} + 2x = (x + 2)^2$$

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να προεκτείνετε τη ΔE κατά τμήμα EZ έτσι ώστε $EZ = E\Delta$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $Z\Delta B A$ είναι ρόμβος.
(Να γίνει σχήμα και πίνακας με δεδομένα-ζητούμενα. Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).

5. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Οι συντεταγμένες της κορυφής A είναι $(2, 3)$ και η διαγώνιος $B\Delta$ έχει εξίσωση $-\chi + 3\psi = 17$.
- α) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $A\Gamma$.
 - β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου O .
 - γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .
 - δ) Αν η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες $(0, 9)$, η κορυφή $B(\alpha, 7)$ και το μήκος της $B\Gamma$ ισούται με $\sqrt{20} \text{ cm}$, να βρείτε την τιμή που μπορεί να πάρει το α , $\alpha > 0$.
 - ε) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Delta$.
- (Να γίνει σχήμα και να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).**

Οι Εισηγήτριες

Μαρινέλλα Χειμώνα
Ιωάννα Παπαλοΐζου
Ελένη Τζιονή
Χάρις Πούλλου

Η Διευθύνουσα

Τερέζα Γαβριηλίδου, Β.Δ. Α΄

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΒΑΘΜΟΣ ΓΡΑΠΤΟΥ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ' Γυμνασίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2016

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7:45 – 9:45

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΑΡ.: ...ΤΜΗΜΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ

- (α) Να ελέγξετε ότι το γραπτό αποτελείται από 10 (δέκα) δακτυλογραφημένες σελίδες.
- (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να τα κάνετε με μολύβι).
- (δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση οποιασδήποτε μορφής διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(x + 3)^2 =$

(β) $(x + 4)(x - 4) =$

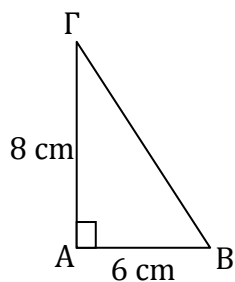
2. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

(α) $5x + 5\psi - 15 =$

(β) $2x - 2 + \omega x - \omega =$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + x - 1 = 0$

-
4. Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $(AB) = 6 \text{ cm}$ και $(A\Gamma) = 8 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:



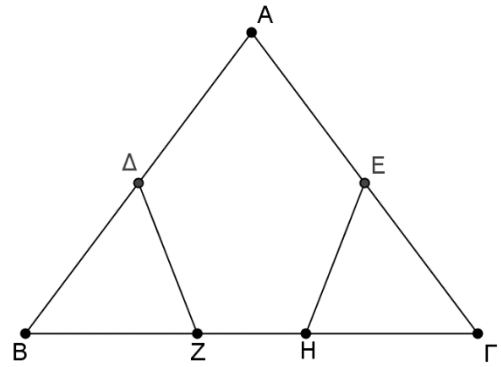
$$\varepsilon\varphi\Gamma =$$

$$\sigma\upsilon\nu B =$$

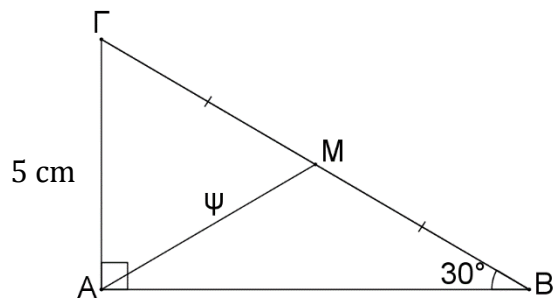
$$\eta\mu B =$$

-
5. Να υπολογίσετε τον όγκο κυλίνδρου με ακτίνα $R = 4 \text{ m}$ και ύψος $u = 10 \text{ m}$.
(Μπορείτε να δώσετε την απάντησή σας συναρτήσει του π)

6. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) του διπλανού σχήματος, το σημείο Δ είναι το μέσο της AB και το σημείο E το μέσο της $A\Gamma$. Αν Z και H είναι σημεία πάνω στην πλευρά $B\Gamma$, ώστε $BZ = \Gamma H$, να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα.



-
7. Να υπολογίσετε την τιμή του ψ στο πιο κάτω σχήμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:



8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\widehat{B}$, η οποία τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο Δ . Από το Δ φέρουμε κάθετη ΔE στην πλευρά $B\Gamma$ (E σημείο στη $B\Gamma$). Να δείξετε ότι $AB = BE$.

-
9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) : \frac{x^2+8x+16}{x^3-4x} =$$

10. (α) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου α ώστε οι ευθείες:
 $\varepsilon_1: \psi = 2\chi - 3$ και $\varepsilon_2: \psi - (2\alpha - 4)\chi = 6$ να είναι παράλληλες.

- (β) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

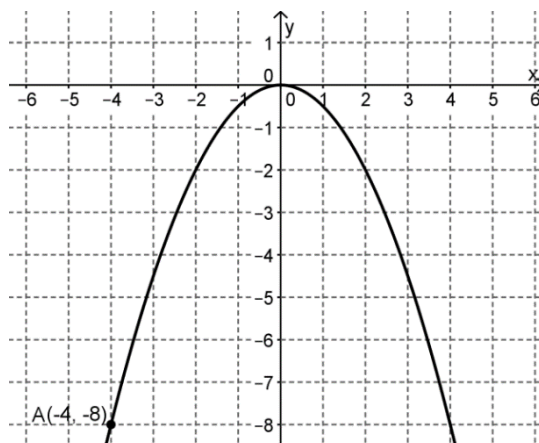
$$\begin{cases} 3\chi - 2\psi = 8 \\ \chi + 3\psi = -1 \end{cases}$$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

(α) την εξίσωσή της (3μ.)



(β) το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της (1μ.)

(γ) το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της (1μ.)

(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της (1μ.)

(ε) τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της (να χαρακτηρίσετε ανάλογα) και (1μ.)

(στ) τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη ίση με -18 , αν η εξίσωσή της είναι:

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

(3μ.)

2. (α) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} - \frac{1}{4 - \chi} = \frac{\chi - 3}{\chi^2 - \chi}$$

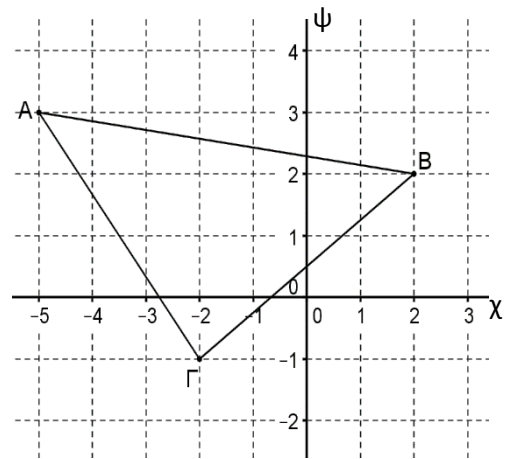
- (β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(\psi + 1)^3 - (\psi + 1)(\psi - 1)^2 - 4\psi^2 = 4\psi$$

3. (α) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), το Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και το E το μέσο της $A\Gamma$. Προεκτείνουμε τη ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZ\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. (7μ.)

- (β) Αν επιπλέον στο πιο πάνω σχήμα ισχύει $(A\Gamma) = (\chi^2 - 1)$ m και $(\Delta Z) = (2\chi - 1)$ m, να βρείτε το μήκος των διαγωνίων του ορθογωνίου $AZ\Gamma\Delta$. (3μ.)

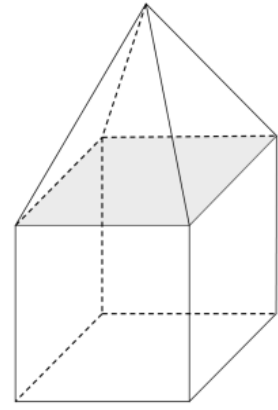
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$.
(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (2μ.)



- (β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι (5μ.)
(i) ορθογώνιο και
(ii) ισοσκελές.

- (γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$. (3μ.)

5. Η διπλανή κατασκευή αποτελείται από έναν κύβο που έχει ακμή ίση με 6 m και μία τετραγωνική πυραμίδα που έχει όγκο ίσο με 48 m^3 . Να υπολογίσετε:
- (α) τον όγκο της κατασκευής και (4μ.)
- (β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς της. (6μ.)



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΣΑΒΒΑΣ ΕΥΑΓΓΕΛΙΔΗΣ (ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ.)

ΔΗΜΗΤΡΑ ΖΑΝΟΥ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ

ΜΑΡΙΑ ΜΑΟΥ

ΔΡ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΣΤΡΑΤΟΥΡΑΣ

ΜΑΡΙΑ ΣΠΥΡΟΥ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΓΙΟΥ ΑΝΤΩΝΙΟΥ ΛΕΜΕΣΟΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2015 - 2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2016

ΩΡΑ: 7:45-9:45

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

Αριθμητικά:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - γ) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

Θέμα 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha + 3)^2 =$

β) $(\alpha - 2) \cdot (\alpha + 2) =$

Θέμα 2:

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\omega\chi - \omega\psi + 5\omega =$

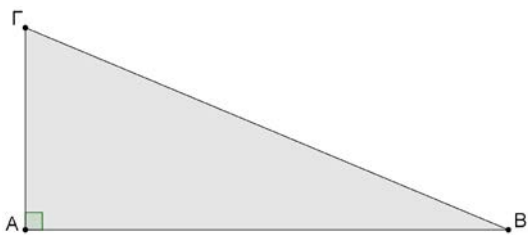
β) $\psi^2 - 25 =$

Θέμα 3:

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $\alpha = 4\text{cm}$.

Θέμα 4:

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε το $\sin \Gamma$, αν $\epsilon\phi B = \frac{5}{12}$.

**Θέμα 5:**

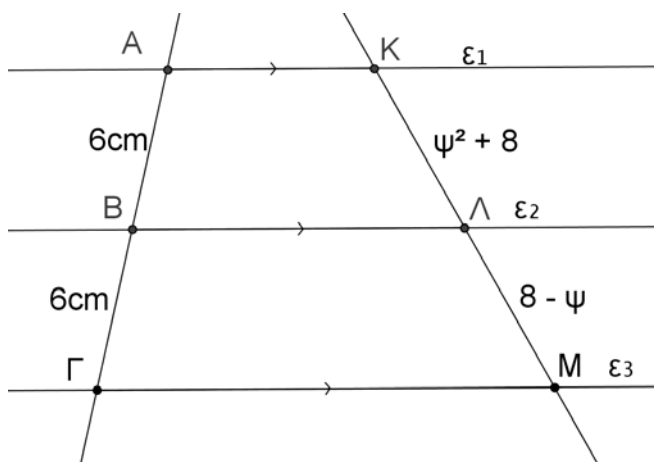
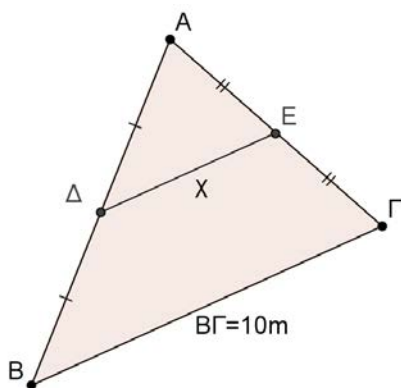
Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi - 2\psi = 13$$

$$5\chi + 2\psi = 27$$

Θέμα 6:

Να υπολογίσετε τις τιμές του χ και ψ στα πιο κάτω σχήματα **δικαιολογώντας πλήρως** τις απαντήσεις σας.



Θέμα 7:

Να λύσετε την εξίσωση: $5\chi^2 + 3\chi - 2 = 0$.

Θέμα 8:

Να κάνετε τις πράξεις:

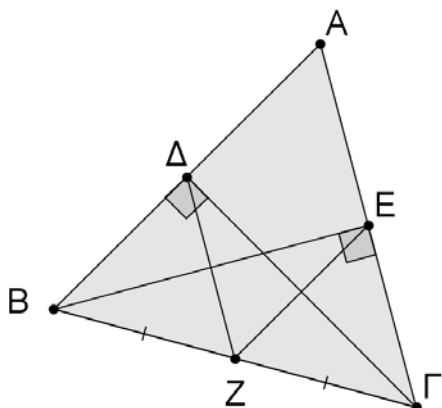
$$\frac{\chi\psi^2}{\chi^2 + 3\chi - 18} \div \frac{\chi\psi}{4\chi + 24} =$$

Θέμα 9:

Μια δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου μήκους 8m και πλάτους 6m περιέχει νερό. Βυθίζουμε πλήρως μέσα στο νερό της δεξαμενής (χωρίς αυτή να υπερχειλίζει) ένα κυλινδρικό στερεό με ακτίνα βάσης 2m και ύψος 6m. Να βρείτε πόσα μέτρα θα ανέβει η στάθμη του νερού μέσα στη δεξαμενή. (Χρησιμοποιήστε $\pi = 3,14$)

Θέμα 10:

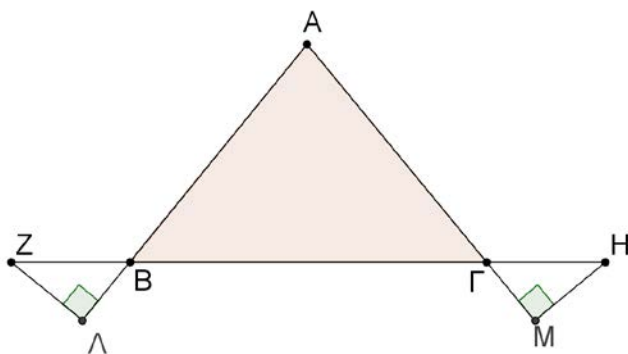
Στο ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη $\Gamma\Delta$ και BE . Αν Z είναι το μέσον της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι το $A\Delta ZE$ είναι ρόμβος.

**ΜΕΡΟΣ Β΄:**

Να λύσετε και τα 5 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θέμα 1:

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ κατά τμήματα $BZ = \Gamma H$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $Z\Lambda$ και HM είναι οι αποστάσεις από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $Z\Lambda = HM$



Θέμα 2:

(α) Η πιο κάτω παραβολή περνά από το σημείο $A(2, 2)$.

i) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής. (μον.1)

ii) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

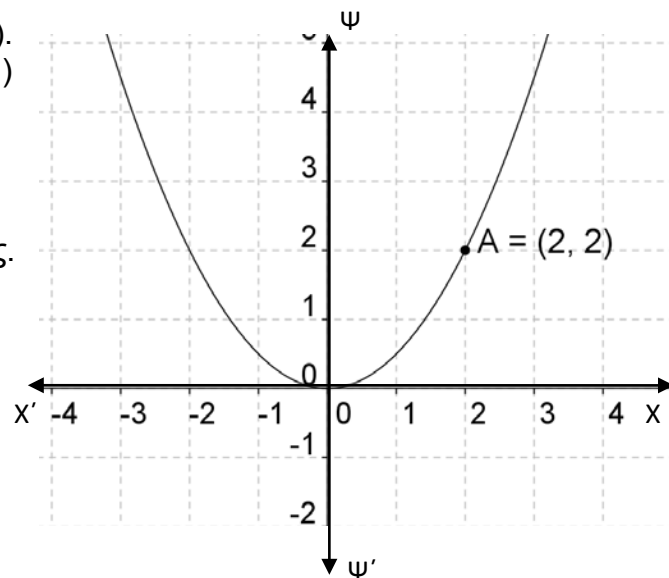
(μον.0,5)

iii) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

(μον.0,5)

iv) Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε το σημείο

$B(3\kappa - 2, 8)$ να ανήκει στην παραβολή. (μον.2)



v) Να γράψετε δυο πιθανές τιμές του λ ώστε

η παραβολή με εξίσωση $\psi = \lambda x^2$, να έχει μέγιστο.

(μον.0,5)

vi) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε την παραβολή $\psi = 3x^2$

(μον.0,5)

(β) Τα σημεία $K(6, 5)$ και $\Lambda(3,2)$ είναι δυο κορυφές του παραλληλογράμμου ΚΛΜΝ.

Το σημείο $E(6,2)$ είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου ΚΛΜΝ.

i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των άλλων δυο κορυφών του Μ και Ν.

(μον. 2,5)

ii) Να αποδείξετε ότι το ΚΛΜΝ είναι τετράγωνο.

(μον. 2,5)

Θέμα 3:

Δίνεται η εξίσωση $5x^2 + 7x - 6 = 0$:

(α) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.

(β) Αν $x = \eta\mu\omega$, να αποδείξετε ότι
$$\frac{\frac{5}{3} \cdot \eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega}{\frac{16}{9} \cdot \epsilon\varphi^2\omega + 1} = 1$$

Θέμα 4:

Σε μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης α , το παράπλευρο ύψος είναι $\frac{5}{6}\alpha$.

Η ολική της επιφάνεια έχει εμβαδόν 96 cm^2 , να υπολογίσετε:

(α) την τιμή της παραμέτρου α

(β) τον όγκο της πυραμίδας,

Θέμα 5:

(α) Δύο μαθητές διαγωνιζόμενοι σε ένα τεστ, απάντησαν σε 20 ερωτήσεις ο καθένας. Για κάθε σωστή απάντηση που έδιναν, κέρδιζαν κάποιους βαθμούς, ενώ σε κάθε μία που απαντούσαν λάθος ή άφηναν αναπάντητη έχαναν κάποιους βαθμούς. Ο πρώτος μαθητής έδωσε 12 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε τελικά 44 βαθμούς, ενώ ο δεύτερος με 7 σωστές απαντήσεις συγκέντρωσε 9 βαθμούς. Αν ονομάσουμε **χ τους βαθμούς που κερδίζει** μια σωστή απάντηση και **ψ τους βαθμούς που χάνονται** για κάθε λάθος απάντηση, τότε να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα και να λύσετε το σύστημα που προκύπτει.

(β) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{4\chi + 4}{\chi^2 + 2\chi - 15} - \frac{2}{\chi - 3} = \frac{\chi + 4}{\chi^2 + 5\chi}$$

Εισηγητές

Ρωζάνα Ηροδότου

Σοφία Σαλλούμη.....

Βασούλα Δρουσιώτου.....

Συντονιστής

Ρωζάνα Ηροδότου.....

Διευθυντής

Σάββας Αλεξάνδρου.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 14/06/2016

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ : 8

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ : ΑΡ. :

ΒΑΘΜΟΣ :

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ :

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x-5)^2 =$

β) $(\psi-3) \cdot (\psi+3) =$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $5x-5\psi =$

β) $x^2-9x+20 =$

3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή 5cm.

4. Δίνονται τα σημεία $A(3,6)$ και $B(-3, -2)$. Να βρείτε:

α) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB .

β) τις συντεταγμένες του μέσου M του AB .

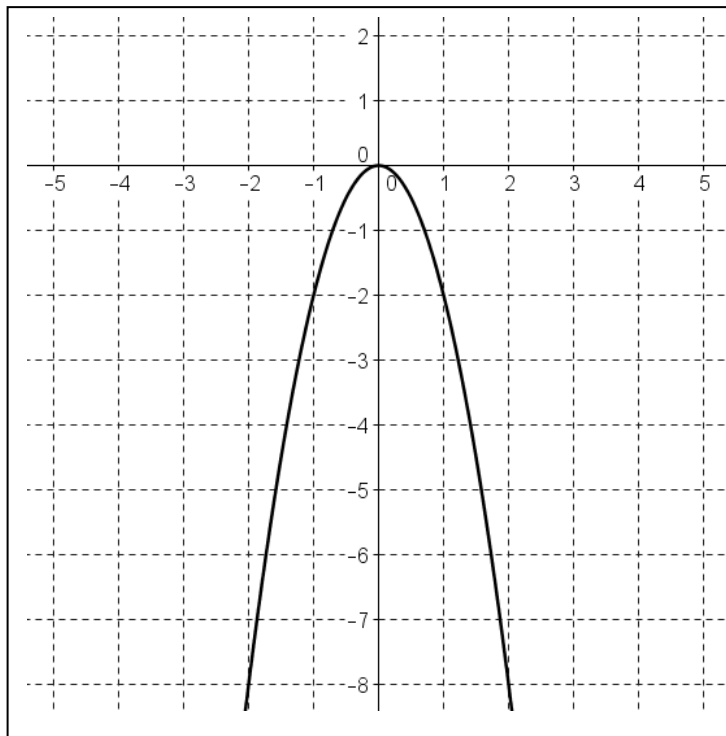
5. Να λύσετε το σύστημα:

$$4x + y = 5$$

$$2x - 3y = 13$$

6. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 6x + 9} \cdot \frac{x - 3}{2x^2 - 8} =$

7. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = \alpha\chi^2$.



- α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής.
- γ) Να βρείτε δυο συμμετρικά σημεία της παραβολής.
- δ) Να βρείτε την τιμή του α .
- ε) Να βρείτε το πεδίο τιμών της παραβολής.

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $AB=8\text{cm}$ και $B\Gamma=17\text{cm}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ ($\eta\mu\Gamma, \sigma\upsilon\nu\Gamma, \epsilon\phi\Gamma$).

9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Αν M είναι το μέσο της AB και Λ το μέσο της AG , να δείξετε ότι :
- α) $BL=GM$
 - β) Τα M και Λ απέχουν ίση απόσταση από την πλευρά $B\Gamma$.

10.

Να γράψετε ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα από κάθε πρόταση.	
A) Το παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία είναι ορθογώνιο.	
B) Το τετράπλευρο που έχει τις δύο απέναντι πλευρές του παράλληλες είναι παραλληλόγραμμο.	
Γ) Το τετράπλευρο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες και ίσες διαγώνιους είναι τετράγωνο.	
Δ) Το παραλληλόγραμμο με κάθετες διαγώνιους είναι ρόμβος.	
Ε) Το τετράπλευρο που οι διαγώνιοι του διχοτομούνται, είναι ίσες και τέμνονται κάθετα είναι τετράγωνο.	

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi+10}{\chi^2-4} - \frac{4}{2-\chi} = \frac{\chi}{\chi+2}$$

2. Ένα εργοστάσιο αγόρασε 100 ράβδους από κερί. Οι ράβδοι έχουν σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $\alpha=15,7\text{cm}$, $\beta=10\text{cm}$ και $\gamma=6\text{cm}$. Από τις ράβδους θα κατασκευαστούν κεριά σε σχήμα κυλίνδρου. Αν κάθε κερί θα έχει διάμετρο βάσης 1cm και ύψος 12cm , να υπολογίσετε πόσα κεριά θα κατασκευαστούν. **($\pi=3,14$)**

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-3,2)$, $B(-2,6)$ και $\Gamma(5,0)$.

α) Να βρείτε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου.

β) Να δείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το Γ και είναι παράλληλη με την AB .

δ) Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε η ευθεία $\psi = (2\kappa - 3)x + \kappa + 3$ να περνά από το σημείο B .

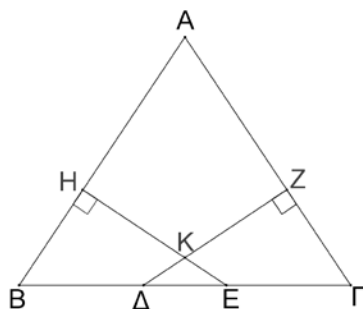
ε) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

4. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) και $B\Delta = E\Gamma$. Τα EH και ΔZ είναι οι αποστάσεις των σημείων E και Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα BHE και $\Delta Z\Gamma$ είναι ίσα. (μον.4)

(β) Αν K είναι το σημείο τομής των EH και ΔZ , να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔKE είναι ισοσκελές. (μον.2)

γ) Να δείξετε ότι η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A . (μον.4)

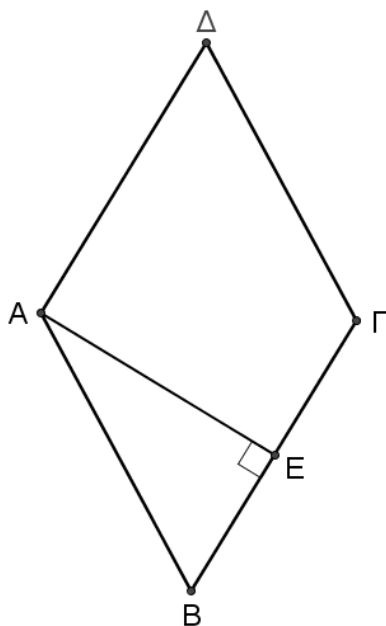


5. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος με $AE \perp B\Gamma$ και $\hat{BAE} = 30^\circ$. Να φέρετε τη διάμεσο EM του τριγώνου AEB και από το M να φέρετε παράλληλη προς την $B\Gamma$, η οποία να τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο N .

α) Να αποδείξετε ότι το $EMN\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Αν K είναι το μέσο της MB , να φέρετε το EK και να το προεκτείνετε κατά τμήμα $KZ=KE$.

Να δείξετε ότι το $ZMEB$ είναι ρόμβος.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Κωστέας Κυριάκος

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16 / 06 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΤΕΚΑ (11) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα με τη βοήθεια των ταυτοτήτων:

1) $(x+3)^2 =$

2) $(a-5) \cdot (a+5) =$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κύβου που έχει ακμή ίση με 4 cm.

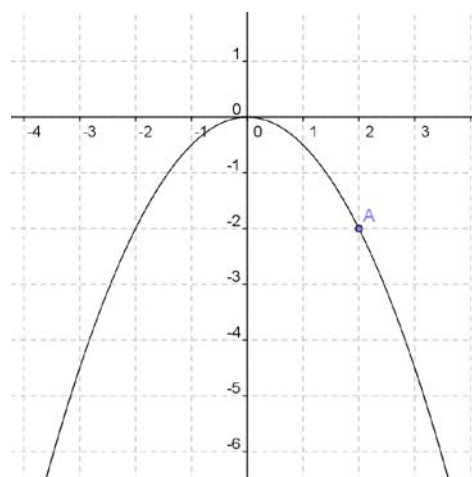
3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

1) $9x^2 - 16 =$

2) $x^2 - 8x + 15 =$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$

1) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της .



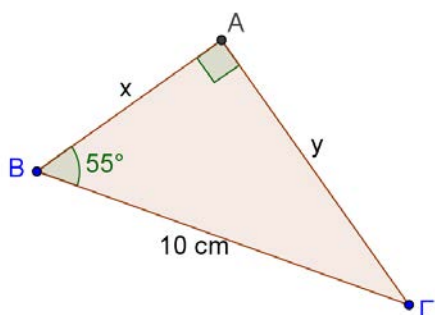
2) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

3) Να βρείτε την τιμή του α .

5. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 10x + 3 = 0$

6. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 11 \\ 3x - 5y &= -7 \end{aligned}$$

7. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση δεκάτου , τους άγνωστους x και y στο πιο κάτω τρίγωνο.



Δίνονται :

$$\eta\mu 55^\circ = 0,8192$$

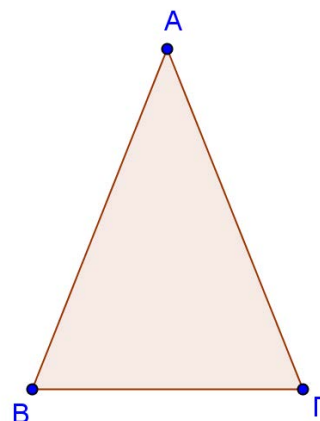
$$\sigma\upsilon\nu 55^\circ = 0,5736$$

$$\epsilon\varphi 55^\circ = 1,4282$$

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB=AG$. Οι διάμεσοι του ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο Κ.

Να αποδείξετε ότι:

1) $B\Delta = \Gamma E$



2) το τρίγωνο ΒΚΓ είναι ισοσκελές.

9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$1) \frac{2}{x^2+3x} - \frac{4}{x^2-9} - \frac{1}{3-x} =$$

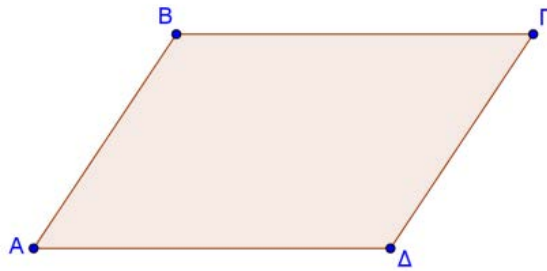
$$2) \quad \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) : \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3} =$$

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΔ , ΓΒ κατά

τμήματα $\Delta\text{E} = \frac{\text{ΑΔ}}{2}$ και $\text{BZ} = \frac{\text{BΓ}}{2}$, αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- 1) τα τρίγωνα ABZ και $\Delta E\Gamma$ είναι ίσα
- 2) το τετράπλευρο $AZ\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(x-2)^3 - x(x-5)^2 + x + 17 = (2x-3)^2$$

2) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

i. $\alpha^3 + 27 - 3\alpha^2 - 9\alpha =$

ii. $xy + 5y - x^2 - 2x + 15 =$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα :

$$A = x^3 + 4x^2 + 4x$$

$$B = x^2 - 4$$

$$\Gamma = x^2 - 2x$$

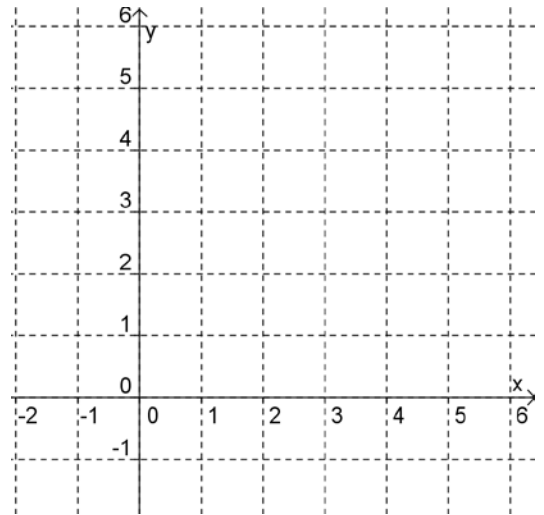
1) Να αποδείξετε ότι : $A = x(x + 2)^2$

2) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα Β και Γ.

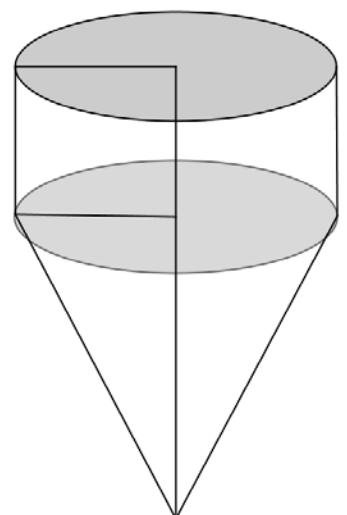
3) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{1}{A} + \frac{2}{B} = \frac{1}{\Gamma}$

3. Δίνεται τρίγωνο ΚΛΝ με κορυφές Κ(4,4) , Λ(2,1) και Ν(5,-1).

- 1) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΛΝ είναι ορθογώνιο.
- 2) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΛΝ είναι ισοσκελές.
- 3) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ της πλευράς ΚΝ.
- 4) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΛΜ.



4. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια μεταλλική κατασκευή αποθήκευσης σιτηρών, που αποτελείται από ένα κύλινδρο και

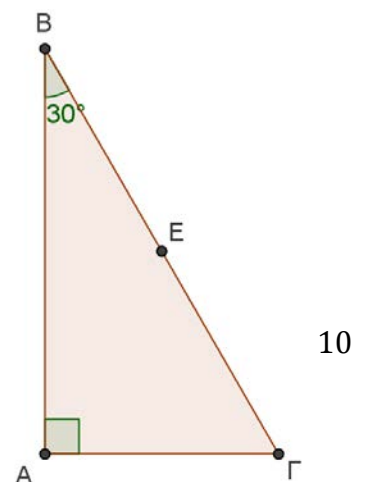


ένα κώνο. Τα δύο αυτά στερεά έχουν την ίδια ακτίνα. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με $60\pi \text{ m}^2$ και η γενέτειρα του είναι ίση με 10 m . Το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με 2 m .

- 1) Να υπολογίσετε τον όγκο της διπλανής μεταλλικής κατασκευής.
- 2) Πόσα λίτρα μπογιάς θα χρειαστούμε για να βάψουμε την διπλανή κατασκευή αν με κάθε λίτρο μπογιάς μπορούμε να βάψουμε $6,28 \text{ m}^2$;

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Από το μέσο E της $B\Gamma$ φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την AG που τέμνει την πλευρά AB στο Δ . Προεκτείνουμε την ευθεία $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = E\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:



- 1) το Δ είναι το μέσο της AB
- 2) το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές
- 3) το $AGEZ$ είναι ρόμβος.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Καραγιώργης Ευαγόρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/6/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΩΡΑ: 8:00 – 10:00 π.μ.

Βαθμός :

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: **Τμήμα:** **Αριθμός:**

ΟΔΗΓΙΕΣ : 1.Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2.Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3.Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 2)^2 =$

β) $(a - 5)(a + 5) =$

2. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις $\alpha = 3 \text{ cm}$, $\beta = 4 \text{ cm}$ και $\gamma = 8 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και

β) τον όγκο του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $7\alpha - 7\beta =$ (μον. 1,5)

β) $9x^2 - 4 =$ (μον. 1,5)

γ) $x^2 - 6x + 8 =$ (μον. 2)

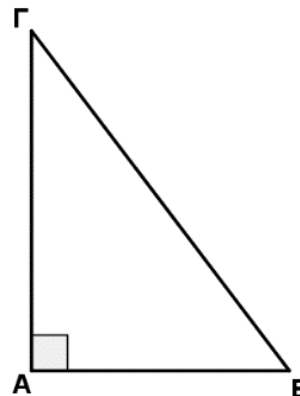
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\eta\mu\Gamma = \frac{3}{5}$.

Να βρείτε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

α) $\eta\mu B =$

β) $\varepsilon\varphi\Gamma =$

γ) $\sigma\upsilon\nu B =$



5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(-2, 5)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $y = 2x + 3$.

6. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε τη διχοτόμο AH . Τα Δ, E είναι σημεία των πλευρών $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $A\Delta = AE$. Να δείξετε ότι $\Delta H = EH$.

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται γραφική παράσταση παραβολής.

Να βρείτε:

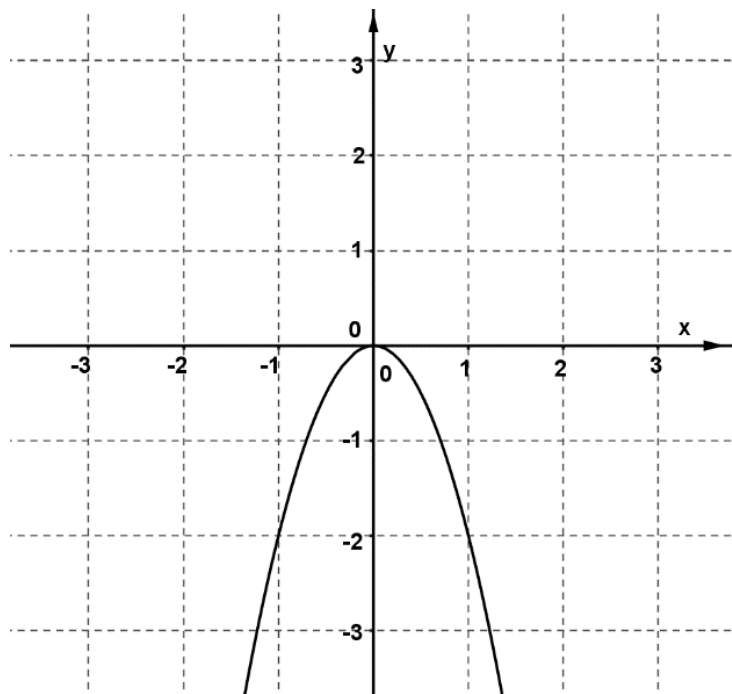
α) το πεδίο ορισμού (Π.Ο.)

β) το πεδίο τιμών (Π.Τ.)

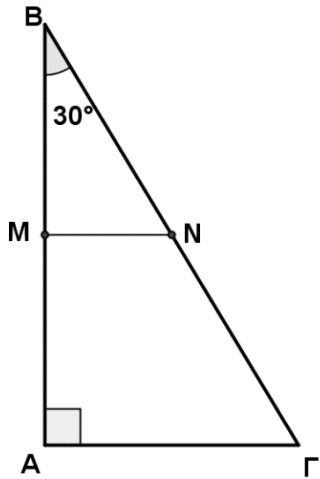
γ) τις συντεταγμένες της κορυφής

δ) τον άξονα συμμετρίας

ε) την εξίσωση της παραβολής.



8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 30^\circ$ και $AG = (2x + 2) \text{ cm}$. Αν M και N τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα και $MN = (2x - 1) \text{ cm}$, να βρείτε το μήκος της $B\Gamma$.



9. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 144 cm^2 και παράπλευρο ύψος 10 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

10. α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$x(2x - 1)^2 - (x - 3)(3 + x) - (x + 1)^3 = x^2(3x - 8) - 2(x - 4)$$

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x - 10}}{\frac{3x^2 + 9x}{x^2 - 5x}} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

(μον.4)

β) $\frac{3}{x^2-2x} + \frac{x+4}{4-x^2} = \frac{1}{x^2+2x}$

(μον. 6)

2. α) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε το σύστημα εξισώσεων να μην έχει λύση:

(μον. 3)

$$y = (2\alpha + 3)x + 6$$

$$7x - y = 5$$

β) Σε ένα εκπαιδευτικό τηλεπαιχνίδι μια ομάδα μαθητών απάντησε σε 20 ερωτήσεις και πήρε €80. Αν για κάθε σωστή απάντηση κέρδιζε €7 και για κάθε λανθασμένη απάντηση έχανε €5, να βρείτε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και πόσες λανθασμένα .

(μον. 7)

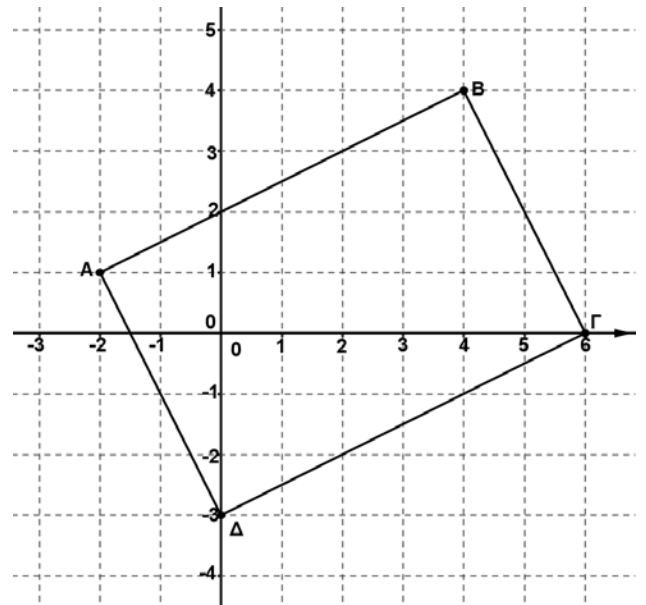
3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$.

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (μον. 2)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο είναι
ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (μον. 4)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των διαγωνίων του. (μον. 2)

δ) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $B\Delta$. (μον. 2)



4. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E μέσο της $A\Delta$. Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = E\Delta$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $E\Gamma Z$ είναι ισοσκελές. (μον. 4)

β) Να δείξετε ότι το $EB\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο. (μον. 4)

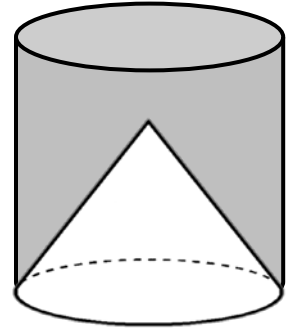
γ) Αν προεκτείνουμε την $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα $\Delta H = \Gamma\Delta$, να δείξετε ότι $E\Gamma ZH$ είναι ρόμβος. (μον. 2)

5. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται ένας κύλινδρος από τον οποίο έχει αφαιρεθεί ένας κώνος.

Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $180\pi \text{ cm}^2$. Η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου και του κώνου είναι 5 cm . Αν το ύψος του κώνου είναι τα $\frac{2}{3}$ του ύψους του κυλίνδρου, να βρείτε:

α) τον όγκο και

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



Η Διευθύντρια

Αφροδίτη Δημητρίου Μαληκκίδου

Βαθμός:.....

Ολογράφως :.....

Υπογραφή :

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΠΤΑ(7) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

$$(\alpha) \quad (x - 3)^2 =$$

$$(\beta) \quad (k + 5)(k - 5) =$$

ΘΕΜΑ 2: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

$$(\alpha) \quad 3\alpha + 3\beta =$$

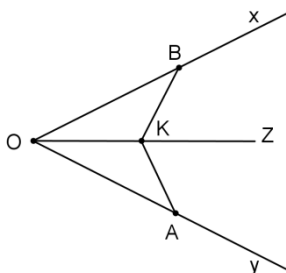
$$(\beta) \quad 36x^2 - 1 =$$

ΘΕΜΑ 3: Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 - x - 4 = 0$

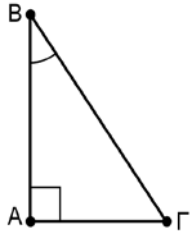
ΘΕΜΑ 4: Στο πιο κάτω σχήμα η ΟΖ είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle XOY$ και το Κ είναι τυχαίο σημείο της διχοτόμου.

Αν $OA = OB$, να αποδείξετε ότι $KA = KB$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

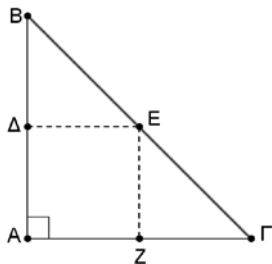


ΘΕΜΑ 5: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\eta\mu B = \frac{3}{5}$. Να βρείτε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: (α) $\sigma\upsilon\nu B$ και (β) $\epsilon\phi B$



ΘΕΜΑ 6: Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2\chi - \psi = 5 \\ \chi + 3\psi = -1 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 7: Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$, $AB = A\Gamma$). Αν Δ , E , Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta EZ$ είναι τετράγωνο.



ΘΕΜΑ 8: Σε κανονική τετραγωνική πυραμίδα η ακμή της βάσης της είναι 10cm και το παράπλευρο ύψος της είναι 13cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

ΘΕΜΑ 9: Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $\psi = (2\kappa - 6)\chi^2$, $\chi \in \mathbb{R}$:

(α) Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε η παραβολή να περνά από το σημείο $A(3,9)$.

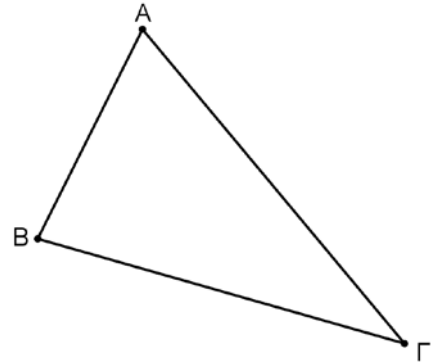
(β) Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε η παραβολή να παρουσιάζει μέγιστο.

ΘΕΜΑ 10: Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Να φέρετε τη διάμεσο AM και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $M\Delta = AM$.

Να αποδείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ABM και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

(β) οι αποστάσεις του A και του Δ από την $B\Gamma$ είναι ίσες.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{7+7\chi}{\chi^2-\chi-12} + \frac{2\chi-3}{4-\chi} = \frac{1-3\chi}{\chi+3}$

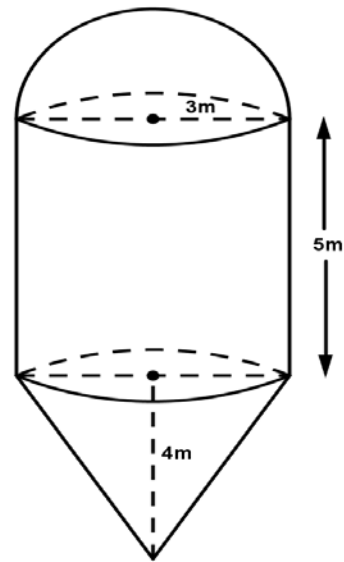
ΘΕΜΑ 2: (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(2\chi - 3)^2 + (3 - 2\chi)(2\chi + 3) + (1 - 2\chi)^3 = 6\chi(-3 + 2\chi) - 8\chi^3 + 19$

(β) Να αποδείξετε ότι
$$\frac{\frac{\kappa - \lambda}{\kappa + \lambda} + \frac{\kappa + \lambda}{\lambda - \kappa}}{\frac{1}{\kappa + \lambda} - \frac{1}{\lambda - \kappa}} = -2\lambda$$

ΘΕΜΑ 3: Δίνονται τα σημεία $A(-2,0)$, $B(4,6)$, $\Gamma(8,2)$ και $\Delta(2,-4)$.

- (α) Να βρείτε τις κλίσεις λ_{AB} και $\lambda_{\Gamma\Delta}$ των ευθειών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα.
- (β) Να υπολογίσετε το μήκος των AB και $\Gamma\Delta$.
- (γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.
- (δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του M , σημείου τομής των διαγωνίων.
- (ε) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AM .

- ΘΕΜΑ 4:** Η διπλανή κατασκευή έχει για οροφή ημισφαίριο ακτίνας 3m και στο κάτω μέρος του κυλίνδρου έχει προσκολληθεί κώνος ύψους 4m.
- (α) Να βρείτε τον όγκο της κατασκευής.
- (β) Η κατασκευή θα βαφτεί σε όλη της την επιφάνεια με ειδική μεταλλική μπογιά. Αν το βάψιμο κάθε τετραγωνικού μέτρου θα στοιχίσει €3, να βρείτε το συνολικό κόστος. ($\pi \cong 3,14$)



ΘΕΜΑ 5: (α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν ΑΚ και ΑΛ είναι κάθετες στην εξωτερική και εσωτερική διχοτόμο της γωνίας Β αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

(i) το ΑΚΒΛ είναι ορθογώνιο.

(ii) η ευθεία ΚΛ περνά από το μέσο της ΑΓ.

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB = ΓΔ$, $AD \parallel BΓ$) με $AD = 5\text{cm}$, $BΓ = 3\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.
Να βρείτε την περίμετρο του.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

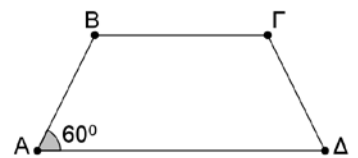


Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΑΥΡΟΥ

ΘΕΜΑ 5: (α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν ΑΚ και ΑΛ είναι κάθετες στην εξωτερική και εσωτερική διχοτόμο της γωνίας Β αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
 (i) το ΑΚΒΛ είναι ορθογώνιο.
 (ii) η ευθεία ΚΛ περνά από το μέσο της ΑΓ.

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB = ΓΔ$, $AD // BΓ$) με $AD = 5\text{cm}$, $BΓ = 3\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.
 Να βρείτε την περίμετρο του.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΖΑΡΚΟΥΧΗ ΠΟΠΗ

ΚΑΠΟΥΛΕΑΣ ΝΙΚΟΣ

ΚΟΥΡΡΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΑΥΡΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Παρασκευή, 10 Ιουνίου 2016

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

.....

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

- ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 δ) Μόνο τα σχήματα μπορούν να γίνουν με τη χρήση μολυβιού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων.

$$2x + y = 5$$

$$3x - y = 5$$

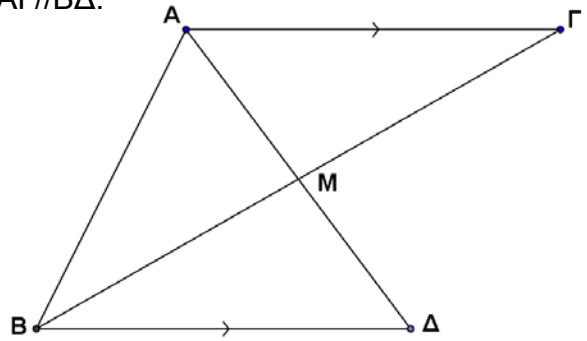
2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (x-4)(x+4) =$$

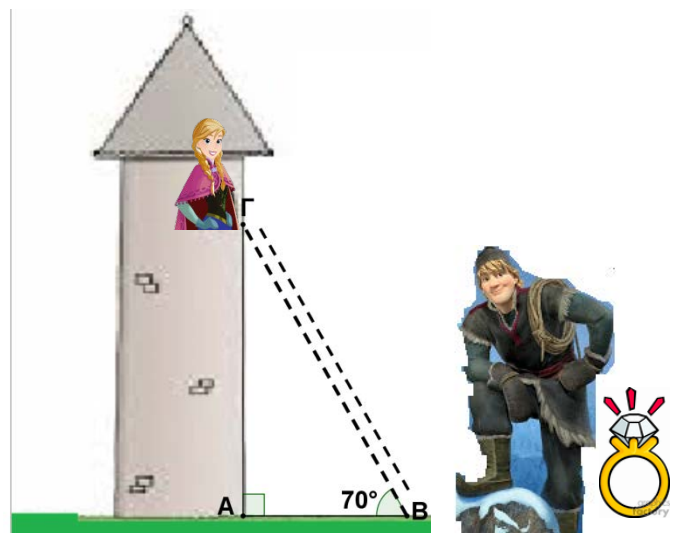
$$\beta) (x+10)^2 =$$

3. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας σφαίρας με ακτίνα 3cm.
 (Συναρτήσει του π.)

4. Στο διπλανό σχήμα, το M είναι το μέσο της $B\Gamma$ και $A\Gamma \parallel B\Delta$.
Να δείξετε ότι $AM = MD$.



5. Ο Κριστόφ θέλει να κάνει πρόταση γάμου στην Πριγκίπισσα Άννα. Για να ανέβει στο παράθυρο της χρησιμοποιεί μια σκάλα ($B\Gamma$).
Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι 70° και το μήκος της απόστασης της βάσης του Πύργου, από το σημείο που βρίσκεται ο Κριστόφ είναι 1m ($AB = 1\text{m}$) να υπολογίσετε:
α) το μήκος της σκάλας ($B\Gamma$) που πρέπει να ανέβει ο Κριστόφ και
β) πόσο απέχει το παράθυρο της Πριγκίπισσας Άννας από το έδαφος ($A\Gamma$).
(Οι απαντήσεις σας να δοθούν με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.)



6. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\alpha) \quad 5\chi\psi + 5\chi =$$

$$\beta) \quad \chi^2 + 7\chi + 6 =$$

$$\gamma) \quad \chi^3 + 1000 =$$

$$\delta) \quad 9\alpha\chi^2 + 3\alpha\chi - 6\chi\psi - 2\psi =$$

7. Να απλοποιήσετε πλήρως την πιο κάτω παράσταση:

$$\frac{(\chi^3 + 2\chi^2) \cdot (\chi - 1)}{\chi^2 - 2\chi + 1} \div \frac{\chi^2 - 4}{\chi^2 - 3\chi + 2} =$$

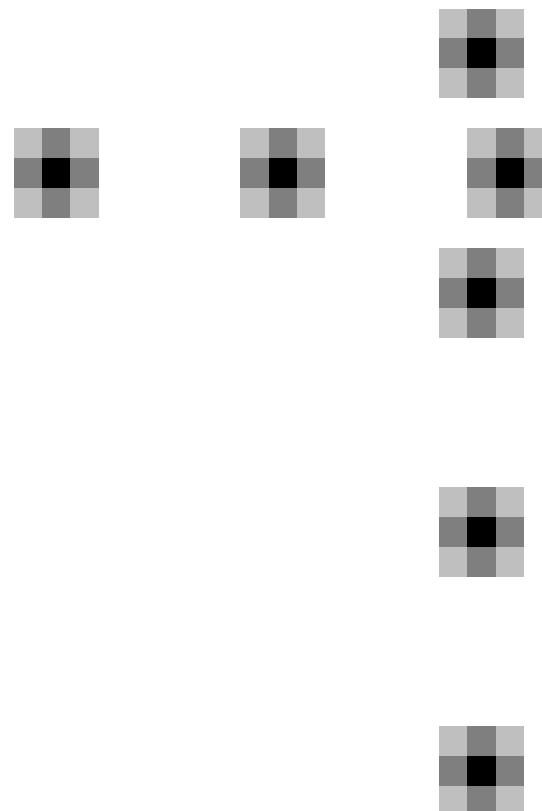
8. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{7\chi}{\chi^2 - \chi - 12} - \frac{\chi - 2}{4 - \chi} = \frac{3}{\chi + 3}$$

9. Δίνεται η παραβολή του διπλανού σχήματος.

Να βρείτε:

- α) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- β) Την εξίσωση της παραβολής.
- γ) Τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη -18 .
- δ) Τις τιμές του x , ώστε το σημείο $\Gamma(x, y)$ να ανήκει στην παραβολή.



10. Ο Άλκης προσπαθεί να υπολογίσει τις συντεταγμένες ενός σημείου Α που έχει σκεφτεί ο πατέρας του. Για να τον βοηθήσει ο πατέρας του, του δίνει τις πιο κάτω πληροφορίες:
 Το διπλάσιο της τετμημένης και το τριπλάσιο της τεταγμένης του σημείου έχουν άθροισμα 14.
 Το τριπλάσιο της τετμημένης αυξημένο κατά 5 είναι ίσο με το διπλάσιο της τεταγμένης του σημείου.

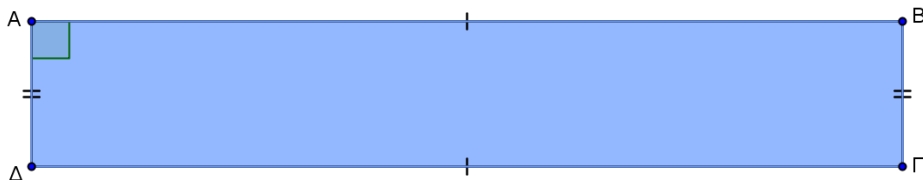
- α) Να βοηθήσετε τον Άλκη να βρει τις συντεταγμένες του σημείου που έχει σκεφτεί ο πατέρας του με τη βοήθεια συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- β) Αν το σημείο που έχει σκεφτεί ο πατέρας του Άλκη είναι το $A(1, 4)$ και Ο η αρχή των αξόνων να βρείτε:
 - i) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΟ και
 - ii) τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΟ.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$, να δείξετε ότι η πλευρά $A\Gamma$ που βρίσκεται απέναντι από τη γωνία των 30° ισούται με το μισό της υποτείνουσας.

- β) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε το ύψος AK . Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AEKZ$ είναι ρόμβος.

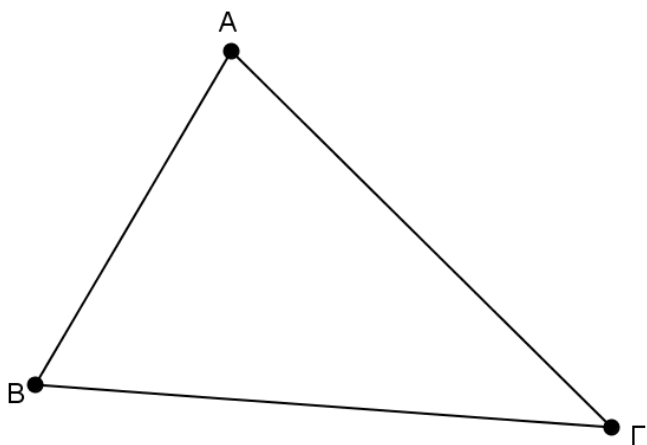
2. α) Να αναγνωρίσετε τα πιο κάτω τετράπλευρα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



β) Αν $AB = (4\chi + 3)^2 \text{ cm}$, $B\Gamma = (3\chi - 1)^2 \text{ cm}$, $HZ = (18\chi + 11) \text{ cm}$ και $EZ = (5\chi - 1)(5\chi + 1) \text{ cm}$ να αποδείξετε ότι τα πιο πάνω σχήματα έχουν ίση περίμετρο.

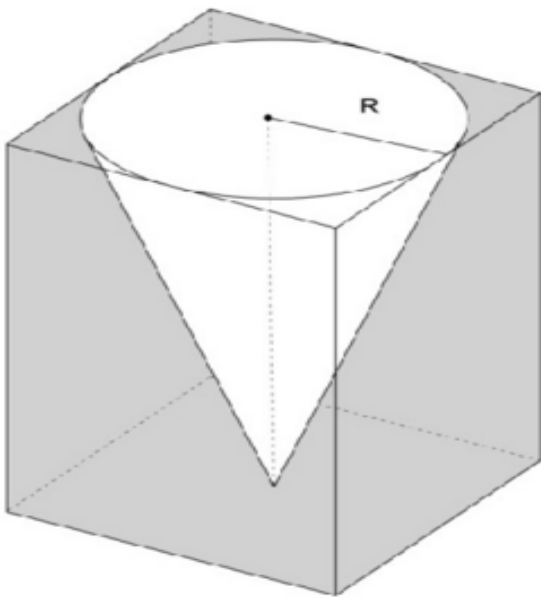
γ) Η περίμετρος του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ είναι $\Pi(\chi) = (50\chi^2 + 36\chi + 20) \text{ cm}$. Να βρείτε το χ , έτσι ώστε η περίμετρος να είναι ίση με 106cm.

3. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ παίρνουμε τμήματα $\Gamma\Delta$ και $\Gamma\epsilon$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $\Gamma\Delta = \Gamma\epsilon$. Αν Z είναι τυχόν σημείο της διχοτόμου ΓH να δείξετε ότι:
- α) το τρίγωνο $Z\Delta\epsilon$ είναι ισοσκελές και
 - β) οι αποστάσεις του σημείου Z από τις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ είναι ίσες.



4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(1,2)$, $B(2,1)$ και $\Gamma(3,-2)$.
- α) Να αποδείξετε ότι η κλίση της $B\Gamma$ είναι ίση με -3 .
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AD .
 - δ) Να βρείτε τις τιμές του κ για τις οποίες η ευθεία $\kappa\chi + (\kappa^2 - 4)\psi = 2$ είναι παράλληλη με την AD .

5. Ο Πέτρος αγόρασε για τη γιορτή της μητέρας του ένα πέτρινο δοχείο, το οποίο είναι σε σχήμα τετραγωνικού πρίσματος που έχει μέσα γυάλινο βάζο σε σχήμα κώνου. Το εμβαδόν της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι 144 cm^2 και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $60\pi\text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κώνου είναι ίσο με το ύψος του πρίσματος, να υπολογίσετε τον όγκο της πέτρας (του σκιασμένου στερεού).



Οι Εισηγητές:

Στυλιανοπούλου Πολυξένη (Β.Δ.)
Χαραλαμπίδου Εύη
Χατζηαντώνη Ανθή
Πανάου Γιώργος

Η Διευθύντρια

Δρ Γεωργίου Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/06/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1.Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2.Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
- 3.Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

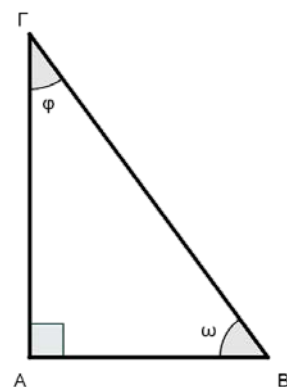
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες (5/100).

ΘΕΜΑ 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(α) (κ + 3)^2 =$$

$$(β) (χ - 5)(χ + 5) =$$

ΘΕΜΑ 2:Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται $\eta\mu\varphi = \frac{5}{13}$.Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\eta\varphi$ και $\epsilon\varphi\omega$.

ΘΕΜΑ 3:

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $8\chi^2 + 4\chi\psi =$

(β) $\chi^2 - \psi^2 - 3\chi + 3\psi =$

ΘΕΜΑ 4:

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κύβου είναι 54 m^2 . Να υπολογίσετε την ακμή και τον όγκο του κύβου.

ΘΕΜΑ 5:

Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\alpha - 3\beta = 9$$

$$3\alpha + 2\beta = 5$$

ΘΕΜΑ 6:

Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - 5\chi + 3 = 0$

ΘΕΜΑ 7:

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = 3x^2$.

(α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

.....

(β) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

.....

(γ) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

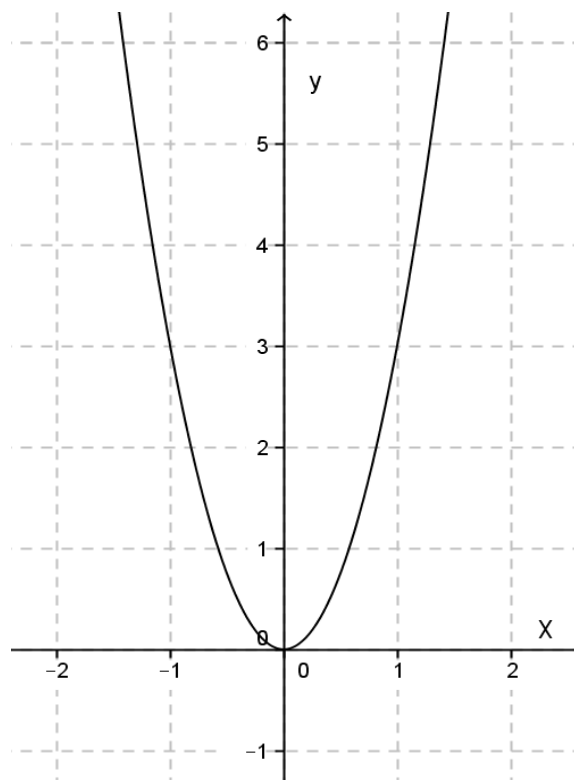
.....

(δ) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

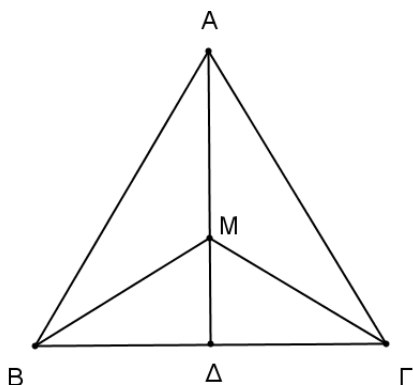
.....

(ε) Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου της παραβολής που έχει τετμημένη 2.

.....

**ΘΕΜΑ 8:**

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΕΖΗΘ. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ είναι τα μέσα των πλευρών ΕΘ, ΕΖ, ΖΗ και ΗΘ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα) (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

ΘΕΜΑ 9:

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές $AB = A\Gamma$ AD διάμεσος	$\triangle ABM = \triangle A\Gamma M$ $\triangle BM\Gamma$ ισοσκελές.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

ΘΕΜΑ 10:

Να αποδείξετε την ισότητα
$$\frac{\left[(\chi + y)^2 - (\chi - y)^2 \right]^3}{(-2\chi^2 y)^2} = \frac{16y}{\chi}, \text{ όπου } \chi \neq 0 \text{ και } y \neq 0.$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες (10/100).

ΘΕΜΑ 1:

Να αποδείξετε την ισότητα: $\left(\frac{1}{\chi+4} + \frac{1}{\chi^2-4\chi} - \frac{8}{16-\chi^2} \right) : \frac{\chi^2-1}{\chi^3-5\chi^2+4\chi} = 1.$

(όπου $\chi \neq 0, \chi \neq 1, \chi \neq -1, \chi \neq 4$ και $\chi \neq -4$)

ΘΕΜΑ 2:

(α) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{a - \frac{2a}{a+2}}{1 + \frac{4}{a^2-4}}$, όπου $a \neq 0$, $a \neq 2$ και $a \neq -2$.

(μον. 4/100)

(β) Αν $A = a - 2$ και $B = \frac{a-1}{a}$, όπου $a \neq 0$, να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{a^2 - 3a + 2}$.

(μον. 6/100)

ΘΕΜΑ 3:

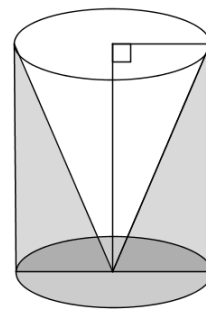
Στο διπλανό σχήμα, η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $12\pi\text{cm}$ και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $60\pi\text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

(β) Τον όγκο της σκιασμένης περιοχής του στερεού.

(Οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π .)



ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-3,2)$, $B(1,4)$, $\Gamma(-5,6)$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

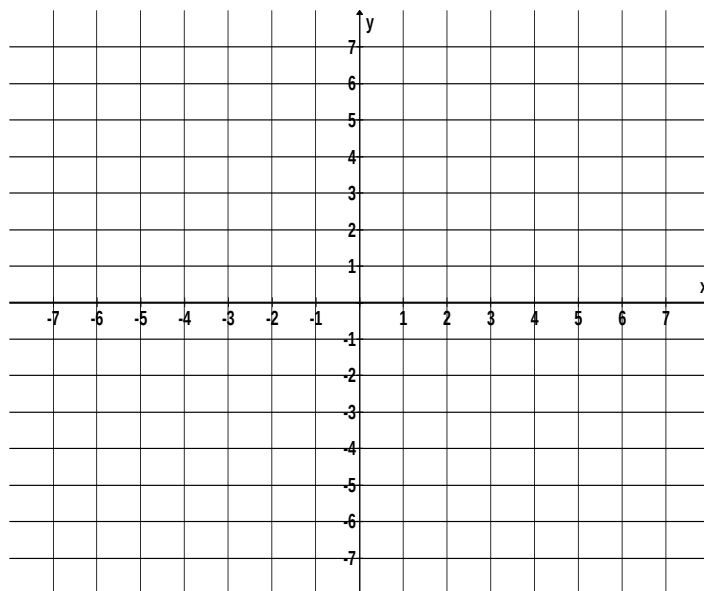
(μον. 6/100)

(β) Να βρείτε την κλίση του ύψους AA' .

(μον. 2/100)

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AA' .

(μον. 2/100)



ΘΕΜΑ 5:

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Τα σημεία Δ , E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και BA αντίστοιχα. Να προεκτείνετε την πλευρά AE κατά τμήμα $AE=EZ$.
Να δείξετε ότι:

(α) $A\overset{\Delta}{B}\Delta$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο

(β) $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος.

(Σχήμα – Δεδομένα– Ζητούμενα) (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

Η Διευθύντρια

Ελένη Σταύρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΤΑΞΗ : Γ΄ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 14/6/2016ΔΙΑΡΚΕΙΑ : Δύο (2) ώρες

ΒΑΘΜΟΣ:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:.....Τμήμα:.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:
1. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
 4. Να απαντήσετε σε όλα τα μέρη.
 5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
 6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Το μέρος αυτό αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες (5/100).

- 1) Να υπολογίσετε τα αναπτόγματα:

α) $(x - 3)^2 =$

β) $(x - 5\psi) \cdot (x + 5\psi) =$

- 2) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $4\alpha\beta^2 - 24\alpha^2\beta^3 =$

β) $6\alpha - \chi\psi - \chi\alpha + 6\psi =$

- 3) Σε μια τηλεοπτική εκπομπή υποψήφιοι τραγουδιστές παρουσιάζονται για να επιδείξουν το ταλέντο τους στο τραγούδι. Υπάρχει μία κριτική επιτροπή, αλλά συνάμα το κοινό καλείται να ψηφίσει ποιον τραγουδιστή θα ήθελε να αποχωρήσει ή να παραμείνει ανάλογα στο παιχνίδι. Η ψηφοφορία είναι αντιπροσωπευτική για όλους τους Κύπριους πολίτες; Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους τα αποτελέσματα της ψηφοφορίας μπορεί να είναι μεροληπτικά.

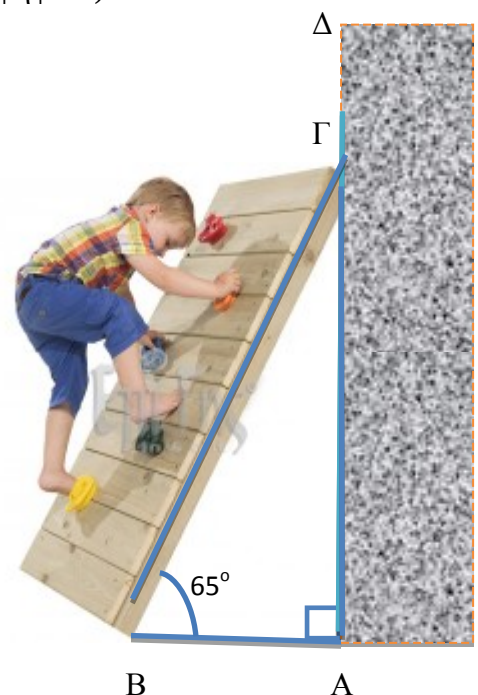
- 4) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

- 5) Ένα αναρριχητικό παιχνίδι μήκους 6m (BΓ=6m) είναι ακουμπισμένο σε τοίχο ύψους 7,5 m (AΔ=7,5 m). Για λόγους ασφαλείας, η γωνία στο έδαφος πρέπει να είναι 65° .

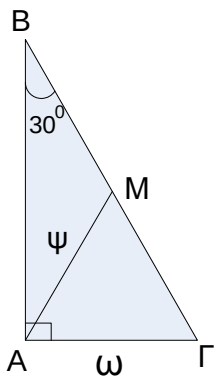
Να βρείτε:

- Την απόσταση AB όπου πρέπει να τοποθετηθεί η βάση του παιχνιδιού από τον τοίχο.
- Την απόσταση ΓΔ από το πάνω μέρος του παιχνιδιού έως το πάνω μέρος του τοίχου.
(Η απάντηση να δοθεί κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων).



- 6) Να βρείτε την τιμή των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α)



Δεδομένα

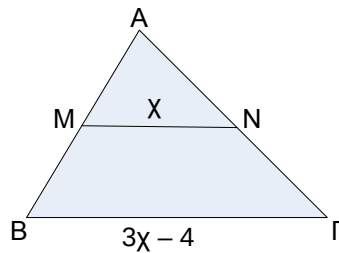
$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 30^\circ$$

$$B\Gamma = 12\text{cm}$$

M μέσο της BΓ

β)



Δεδομένα

M μέσο της AB

N μέσο της AG

$$MN = \chi$$

$$B\Gamma = 3\chi - 4$$

- 7) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (5\lambda + 2\mu)\chi + (\lambda + \mu)$ και $\varepsilon_2 : \psi = \left(\frac{-2\lambda + \mu}{2}\right)\chi + 6$.

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων λ και μ , ώστε οι δύο ευθείες να συμπίπτουν.

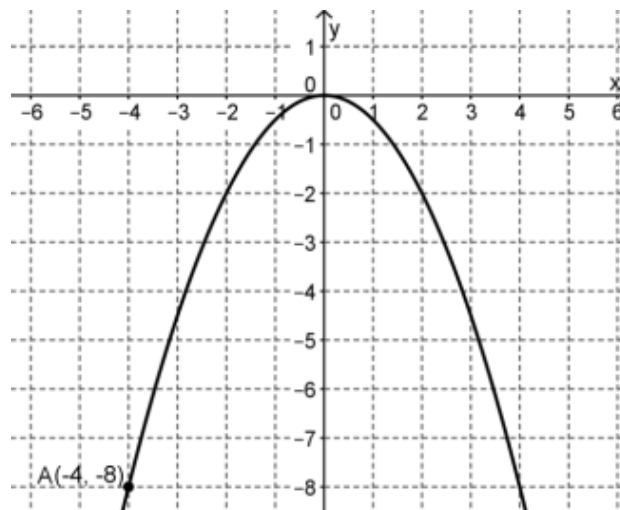
- 8) Ένα κουτί με σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και με διαστάσεις 18cm, 9cm και 6cm, είναι γεμάτο με σοκολατάκια σχήματος κύβου, με ακμή 3cm. Να βρείτε πόσα σοκολατάκια χωρούν στο κουτί.

- 9) Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12 cm και ύψος 8 cm.
Να βρείτε : α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς της.
β) Τον όγκο της.

- 10) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2, a \neq 0$.

Να βρείτε:

- α) Το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της.
β) Το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της.
γ) Την τιμή του a και να αναφέρεται επίσης κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
ε) Αν το σημείο $B(3, \kappa+1)$ ανήκει στην παραβολή, να βρείτε την τιμή του κ .



ΜΕΡΟΣ Β΄:

Το μέρος αυτό αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες (10/100).

1) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 1 - \frac{\chi - 5}{\chi - 2}$, με $\chi \neq 2$ και

$$B = \frac{2\chi^2 + \chi}{\chi - 3} \div \frac{\chi^2 + 3\chi}{\chi^2 - 9} \quad \text{με } \chi \neq 2, \chi \neq 3, \chi \neq -3$$

i. Να αποδείξετε ότι: $A = \frac{3}{\chi - 2}$ (μ.2)

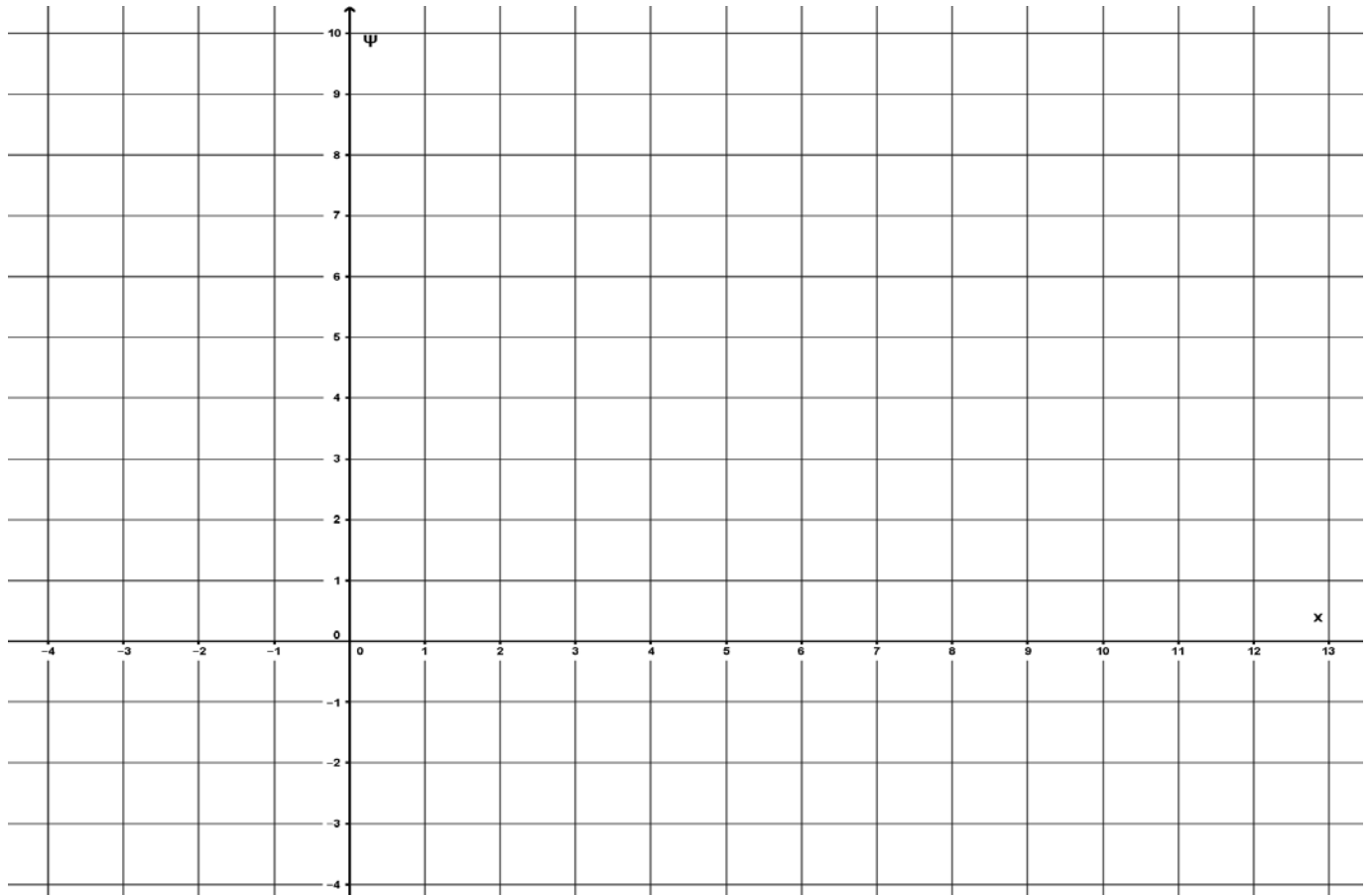
ii. Να αποδείξετε ότι: $B = 2\chi + 1$ (μ.4)

iii. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{15}{\chi^2 + \chi - 6} - A = \frac{B}{\chi + 3}$ (μ.4)

- 2) Ένα εργοστάσιο παρασκευής παραδοσιακών γλυκών, πωλεί μια μπουκάλα γλυκό κεράσι προς €4 και μια μπουκάλα γλυκό καρυδάκι προς €3. Σήμερα πώλησε 10 μπουκάλες γλυκό καρυδάκι λιγότερες από το διπλάσιο των μπουκαλιών με γλυκό κεράσι και είσπραξε €90. Να βρείτε πόσες μπουκάλες γλυκού από το κάθε είδος πούλησε.

- 3) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και E τυχόν σημείο της διαμέσου AD . Αν H, Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
- α) $EH = EZ$ (μ. 4)
- β) Οι αποστάσεις HK και $Z\Lambda$ από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες. (μ. 3)
- γ) Το $HZ\Lambda K$ είναι ορθογώνιο. (μ. 3)

- 4) Αν $A(2,5)$, $B(6,9)$, $\Gamma(12,10)$ και $\Delta(1,-1)$ είναι κορυφές ισοσκελούς τραπεζίου, να βρείτε:
- α) Τις εξισώσεις των βάσεων του ισοσκελούς τραπεζίου.
 - β) Το μήκος της διαμέσου του ισοσκελούς τραπεζίου.
 - γ) Την εξίσωση του ύψους ΑΕ του ισοσκελούς τραπεζίου.



- 5) Οι μαθητές ενός τμήματος της Γ' τάξης του Απεητείου Γυμνασίου Αγρού στα πλαίσια του μαθήματος της τεχνολογίας έφτιαξαν δύο μεταλλικές κατασκευές, σε σχήμα κώνου και κυλίνδρου. Ο κύλινδρος και ο κώνος έχουν την ίδια ακτίνα 6cm . Ο όγκος του κυλίνδρου είναι $180\pi\text{ cm}^2$. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.
- α) Να βρείτε:
- i) Τον όγκο του κώνου.
 - ii) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.
- β) Πόσα θα πληρώσουμε αν βάψουμε (εξωτερικά) και τις δύο μεταλλικές κατασκευές με το ίδιο υλικό πληρώνοντας €37 το τετραγωνικό μέτρο;
(1 m^2 αντιστοιχεί με 10000 cm^2)

Ο Διευθυντής

.....

Παναγιώτης Λαμπίτσης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Γ΄
 ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
 ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 / 06 / 2016

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή Καθηγ.:

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:.....Τμήμα:..... Αρ.:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
3. ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

 Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10 (δέκα)** δακτυλογραφημένες σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις **δέκα (10)** ασκήσεις του **ΜΕΡΟΥΣ Α΄**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\left(x - \frac{1}{4} \right)^2 =$$

$$\left(x - \frac{1}{5} \right) \left(x + \frac{1}{5} \right) =$$

2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου ακμής α .

3) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$x^2 - 2x$$

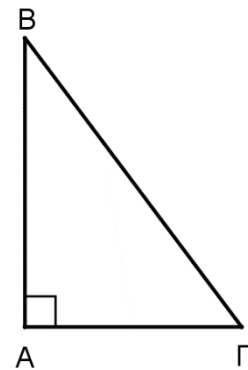
$$4x^2 - 9 =$$

$$x^2 + 4x =$$

$$x^2 + 2x - 15 =$$

$$3x^2 - 2x - 2 = (\quad) (\quad)$$

4) Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) και $\sin A = \frac{12}{15}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B.



5) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$$

6) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 7x - 4 = 0$

7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = ax^2$, $a \neq 0$.

Χρησιμοποιώντας το σχήμα, να βρείτε:

α) Το πρόσημο του a .

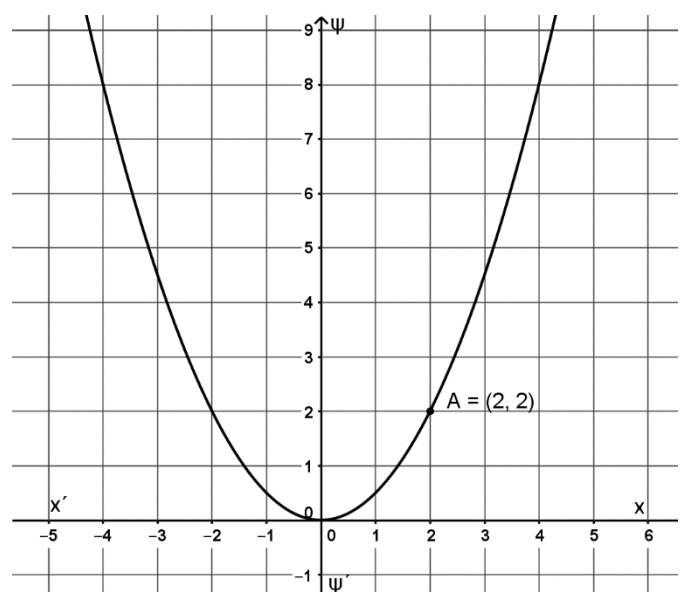
β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.

γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

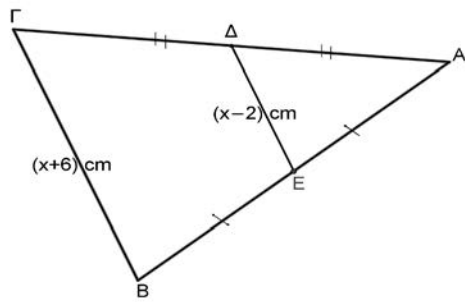
δ) Αν έχει ελάχιστη ή μέγιστη τιμή και ποια είναι.

ε) Την εξίσωση της παραβολής.

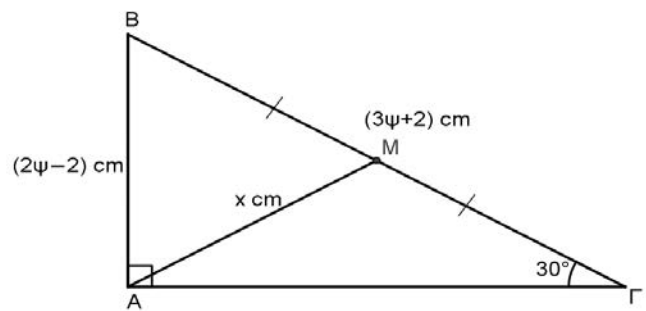
στ) Την τεταγμένη του σημείου της παραβολής που έχει τετμημένη -4 .



- 8) Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε την τιμή των x (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

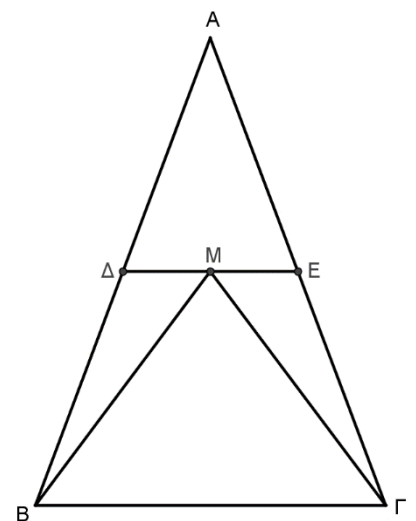


Δείξτε ότι το τρίγωνο AΓΕ είναι ισοσκελές.



Βρείτε την τιμή του ψ.

- 9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ($AB=AG$). Τα σημεία Δ, Ε, και Μ είναι τα μέσα των πλευρών AB, AG και DE αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- Το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.
 - Τα τρίγωνα BDM και MEG είναι ίσα.
- (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



10) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις ίσες πλευρές AB και $A\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ και E , έτσι ώστε $A\Delta = AE$.

Να δείξετε ότι:

- α) Οι αποστάσεις ΔZ και $E\text{H}$ των σημείων Δ και E από τη $B\Gamma$ είναι ίσες.
- β) Το τετράπλευρο $\Delta E\text{H}Z$ είναι ορθογώνιο.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις **5 (πέντε)** ασκήσεις του **ΜΕΡΟΥΣ Β΄**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 (δέκα) μονάδες**.

1) Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{7(x+1)}{x^2-x-12} + \frac{2x-3}{4-x} = \frac{1-3x}{x+3}$$

2) Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \frac{3}{2x} - \frac{7}{5x} - \frac{x}{10}$$

$$B = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16} \div \frac{x^2}{x^2 + 3x - 4}$$

α) Να κάνετε όλες τις δυνατές πράξεις στις παραστάσεις A και B.

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$ $\forall x \neq 0, \forall x \neq 1$

3) Δίνονται τα σημεία $A(-3, 5)$, $B(0, 1)$, $\Gamma(5, 2)$.

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της BΓ.

γ) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας της διαμέσου AM είναι $\vartheta = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο B και είναι κάθετη με την ευθεία AM.

4) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $ABCD$ ($\angle A = 90^\circ$), $AB \parallel CD$,

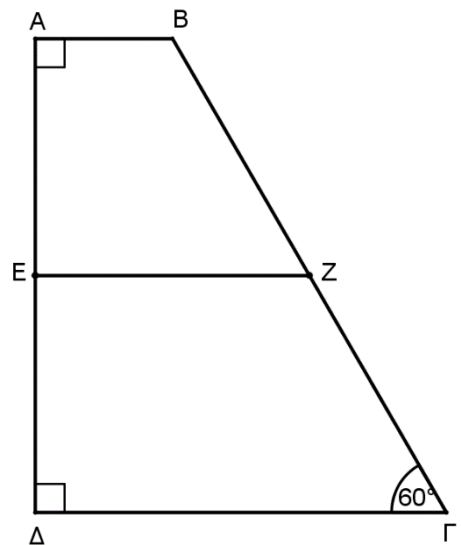
$AD \perp CD$ και $\angle C = 60^\circ$. Φέρουμε την $BE \parallel CD$ και θεωρούμε E και Z τα μέσα των πλευρών AD και BG αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι $BE \parallel CD$. [μον. 4]

β) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου EZ του τραπέζιου, συναρτήσει του x . [μον. 2]

γ) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $EZGH$ είναι ρόμβος. [μον. 4]

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

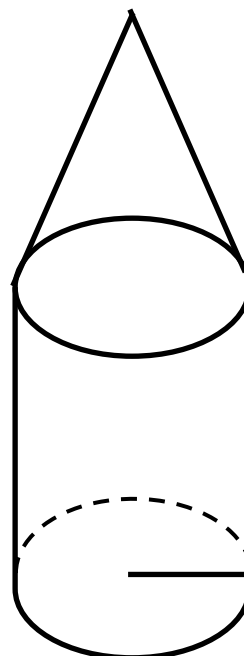


- 5) Μια εταιρεία ζαχαρωτών σχεδίασε μια κλειστή πλαστική κατασκευή ,όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα . Η κατασκευή αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο που εφαρμόζουν ακριβώς. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας του και η γενέτειρα του κώνου είναι $\lambda = 5 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

α) Το συνολικό όγκο της κατασκευής.

(Η απάντηση μπορεί να δοθεί και συναρτήσει του π)

β) Όλη η επιφάνεια της κατασκευής βάφεται με ειδική αντιοξειδωτική μπογιά , η οποία κοστίζει 0,5 σεντ ανά τετραγωνικό εκατοστόμετρο. Να υπολογίσετε πόσο θα κοστίσει το βάψιμο της κατασκευής.



Ο Διευθυντής

Αλέξης Αλεξάνδρου

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 Ώρες**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 15/6/2016**Ώρα:** 7:45 – 9:45**Βαθμός:****Ολογράφως:****Υπογραφή:****Ονοματεπώνυμο:**..... **Τμήμα:**..... **Αριθμός:**.....

- Οδηγίες:** (α) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη Α και Β και εννέα (9) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους Α.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(x - 7)^2 =$

β) $(y + 2)^3 =$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή 3m.

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $2x^2 - 4x$

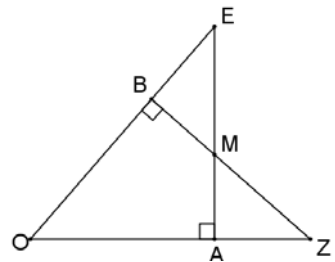
β) $y^2 - 5y - 6$

γ) $ax - \beta x + \alpha y - \beta y$

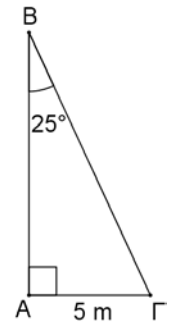
δ) $\omega^3 - 27$

4. Να λύσετε την εξίσωση $4x^2 - 5x + 1 = 0$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $OB = OA$ και $\widehat{B} = \widehat{A} = 90^\circ$.
Να δείξετε ότι $BE = AZ$.



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AG = 5m$ και $\hat{B} = 25^\circ$. Να υπολογίσετε:
- α) το μήκος της πλευράς $B\Gamma$, (Μονάδες 2)
- β) την περίμετρο του τριγώνου. (Μονάδες 3)
- (Οι απαντήσεις σας να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.)
- (Δίνονται: $\eta\mu 25^\circ \cong 0,4226$, $\sigma\upsilon\nu 25^\circ \cong 0,9063$ και $\epsilon\varphi 25^\circ \cong 0,4663$)

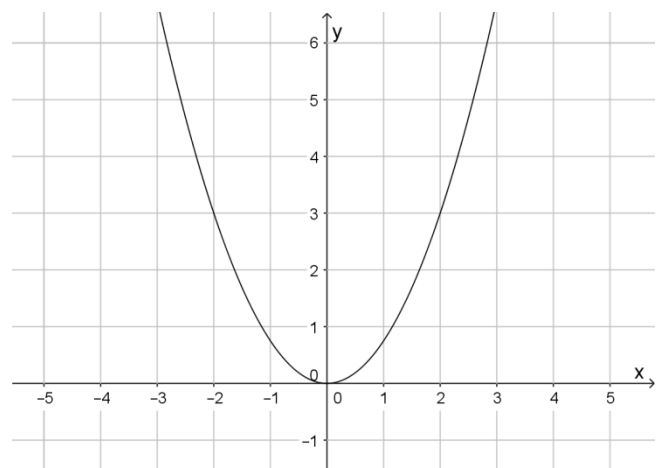


7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = \frac{3}{4}x^2$. Να γράψετε:

α) το Πεδίο Ορισμού,

β) το Πεδίο Τιμών,

γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,



δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της.

8. Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{y^2-4}{y^2+4y+4} : \left(\frac{5}{y+2} - \frac{3}{y} \right)$

9. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε τη διαγώνιο ΒΔ και την προεκτείνουμε προς το Β και προς το Δ κατά τμήμα ΒΕ και ΔΖ αντίστοιχα, ώστε ΒΕ=ΔΖ. Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

10. Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$, $B(-6, -9)$ και $\Gamma(2, -1)$. Να βρείτε:

α) την απόσταση $A\Gamma$,

(Μονάδες 2)

β) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος $B\Gamma$,

(Μονάδες 1)

γ) την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_1: 3x + 2y = 5$.

(Μονάδες 2)

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2}{x-3} + \frac{x}{2x-4} = \frac{2}{x^2-5x+6}$

2. α) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ παίρνουμε δύο σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ=ΒΕ. Αν Ζ τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΒΗ να δείξετε ότι:

ι. Τα τρίγωνα ΒΔΖ και ΒΕΖ είναι ίσα, (Μονάδες 3)

ii. Το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 2)

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^3 - \alpha(\alpha - 3\beta)^2 + 6\alpha\beta^2 = \beta(3\alpha^2 - \beta^2)$

3. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 32 cm. Αν ελαττώσουμε το πλάτος του κατά 1 cm και αυξήσουμε το μήκος του κατά 2 cm, τότε το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 6 cm^2 . Να βρείτε τις αρχικές διαστάσεις του ορθογωνίου. (Να λυθεί σχηματίζοντας σύστημα εξισώσεων).

4. α) Να γράψετε δυο κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος. (Μονάδες 2)

.....

.....

.....

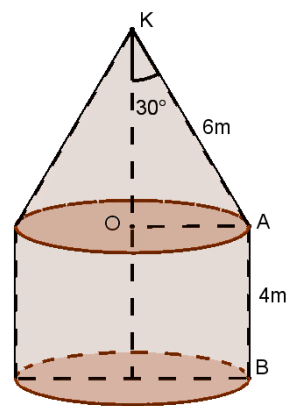
.....

.....

.....

β) Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{A} = 45^\circ$. Η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει τις ευθείες AD και $B\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το $EAZB$ είναι τετράγωνο. (Μονάδες 8)

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ένας κύλινδρος και ένας κώνος. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που δημιουργείται.



Ο Διευθυντής

.....

Κκέλης Μιλτιάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 / 06 / 2016
ΤΑΞΗ : Γ΄
ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ :

Ολογράφως :

Υπογραφή :

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΤΜΗΜΑ : Αρ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με στυλό χρώματος μπλε ή μαύρου.
(Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα, χρησιμοποιώντας ταυτότητες:

α) $(x+2)^2 =$

β) $(x-7)(x+7) =$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

α) $3\chi\psi - 3\psi^2 =$

β) $\chi^2 - 36 =$

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ.

Να υπολογίσετε : α) $\eta\mu\omega =$

β) $\epsilon\phi\omega =$

4. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα.

5. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2\chi + 5\psi = -21$$

$$4\chi - 3\psi = 23$$

6. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος διπλάσιο από το πλάτος του και ύψος ίσο με το πλάτος του. Αν ο όγκος του είναι 686cm^3 , να βρείτε τις διαστάσεις του παραλληλεπιπέδου.

7. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται : AD ύψος του τριγώνου,
 $\angle A\Delta\Gamma = 30^\circ$, $\Gamma\Delta = 3\text{cm}$, E μέσο της AB και $\Delta E = 3\text{cm}$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

β) Αν $\Delta E \perp A\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

8. Να βρείτε τη θέση των πιο κάτω ευθειών (τέμνονται, παράλληλες, συμπίπτουν)
 $\varepsilon_1: \psi = 5\chi - 1$ και $\varepsilon_2: 10\chi - 2\psi = 2$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

9. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{2\chi\psi^2 - 6\chi\psi - 8\chi}{\psi^2 - 8\psi + 16} =$

β) $\left(\frac{\chi+1}{\chi} - \frac{6}{\chi+2} \right) : \frac{\chi^3-8}{\chi^3+2\chi^2} =$

10. Δίνεται η παραβολή $\psi = (7v - 2v^2)\chi^2$.

α) Αν η παραβολή περνά από το σημείο $(1, -4)$, να βρείτε την τιμή του v , όπου $v > 0$.

[μον.3]

β) Αν $v = 4$, να αναφέρετε: i) αν η παραβολή έχει ελάχιστο ή μέγιστο σημείο.

ii) τις συντεταγμένες της κορυφής.

[μον.2]

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση :

$$1 - \frac{3x-2}{x^2-4} - \frac{x-1}{2-x} = \frac{2}{x+2}$$

2. Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο, Ε μέσο της ΓΔ και $AE \perp ΓΔ$. Η προέκταση της ΑΕ προς το Ε τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ζ.
α) Να αποδείξετε ότι $AE = EZ$.

[μον.6]

- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΖΔ είναι ρόμβος.

[μον.4]

3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\left[(2\chi + \psi)^2 - (2\chi - \psi)^2 \right]^2 = 64\chi^2\psi^2$.

β) Αν $\chi - \frac{1}{\chi} = 4$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\chi^2 + \frac{1}{\chi^2}$.

4. Κυλινδρική κανάτα ακτίνας 6cm περιέχει ποσότητα κρασιού, τόσο, ώστε να γεμίζει πλήρως 30 ποτήρια σχήματος κώνου, ακτίνας 3cm και ύψους 6cm. Να βρείτε το αρχικό ύψος του κρασιού στην κυλινδρική κανάτα.



5. Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, όπου $A(-1,2)$, $B(1,6)$, $\Gamma(3,5)$ και ΑΔ: $\chi + 2\psi = 3$

α) Να βρείτε:

i) το μήκος της πλευράς ΑΒ . [μον.1,5]

ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής Ο των διαγωνίων.
[μον.1,5]

iii) την εξίσωση της ΓΔ . [μον.2]

iv) τις συντεταγμένες του σημείου Δ. [μον.2]

β) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο, αναφέροντας το αντίστοιχο κριτήριο που ισχύει.
[μον.3]

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΣΤΥΛΙΑΝΟΥ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β.Δ.
ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΥ ΚΟΥΛΑ
ΜΕΪΤΑΝΗ ΕΛΕΝΗ
ΠΙΤΣΙΛΛΗΣ ΠΕΤΡΟΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΠΑΝΤΕΛΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....ΤΜΗΜΑ: ΑΡ. : ...

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/06/16

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 8:00 π.μ. – 10:00 π.μ.

ΒΑΘΜΟΣ:

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

Οδηγίες: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράφετε μόνο με μπλε πένα (Με μολύβι μπορείτε να κάνετε μόνο τα σχήματα).

γ) ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού(Tiprex) ή ταινίας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από επτά (7) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:(10 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(3x - 2)^2 =$

β) $(2x - 3) \cdot (2x + 3) =$

2. Να αναλυθούν πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 - 16 =$

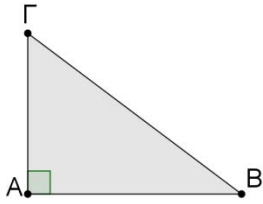
β) $x^3 - 64 =$

γ) $\alpha^2 - 4\alpha\beta - 2\alpha + 8\beta =$

δ) $x^2 - 11x + 18 =$

3. Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\eta\mu B = \frac{3}{5}$. Να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης: $A = \frac{16\epsilon\phi B - 5\eta\mu\Gamma}{15\sigma\upsilon\nu\Gamma}$



4. Να λύσετε το σύστημα:

$$2x + 3y = 2$$

$$4x - y = 18$$

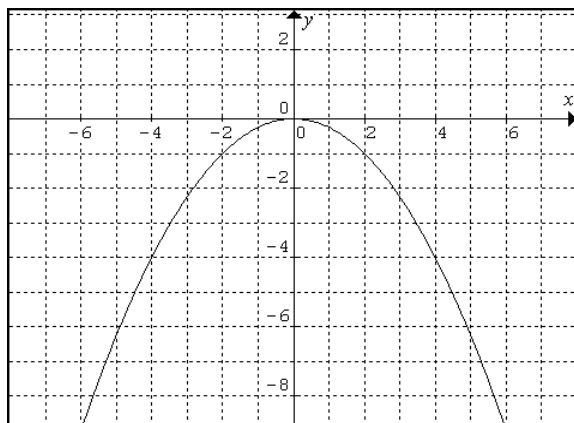
5. Να χαρακτηρίσετε με **ΟΡΘΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις:

Ένα παραλληλόγραμμο με κάθετες διαγωνίους είναι τετράγωνο.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνιές τους μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Η ευθεία με εξίσωση $y = -3x + 5$ περνά από το σημείο $(1, 2)$.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Το σύστημα $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$ δεν έχει λύσεις.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Το τετράγωνο είναι και ρόμβος.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

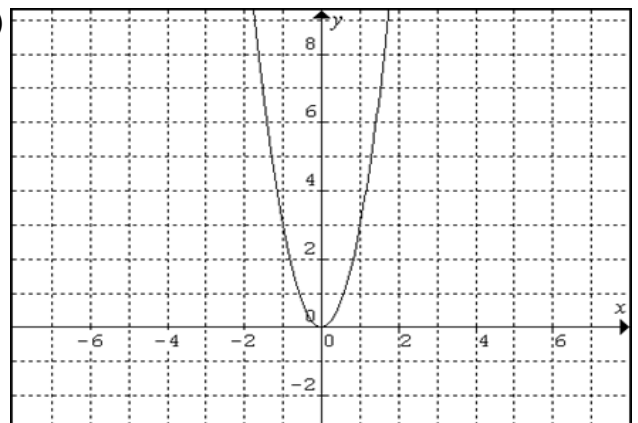
6. Να λύσετε την εξίσωση: $4x^2 - 5x - 6 = 0$

7. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής και το πεδίο ορισμού (Π.Ο) σε κάθε ένα από τα παρακάτω σχήματα:

α)

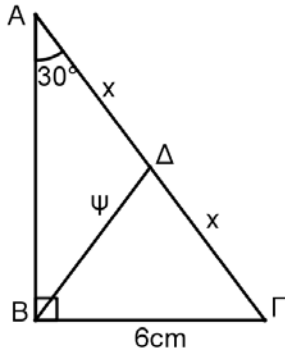


β)



8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της BΓ. Από το M φέρουμε κάθετες MZ και MH πάνω στις πλευρές AB και AΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $MZ = MH$.

9. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τα χ και ψ . (Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας)



10. Ένας κύλινδρος έχει διάμετρο βάσης 8cm και ύψος 9cm. Να υπολογίσετε:

- α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας.
- β) Τον όγκο του κυλίνδρου.

ΜΕΡΟΣ Β΄:(10 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

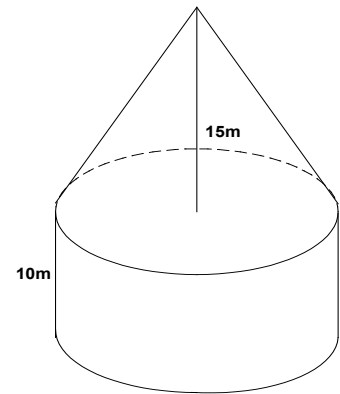
1. Να λύσετε την εξίσωση :
$$\frac{8}{\chi^2 + 2\chi - 3} - \frac{2\chi + 1}{1 - \chi} = \frac{\chi + 1}{\chi + 3}$$

2. α) Το άθροισμα των ηλικιών ενός πατέρα και της κόρης του είναι 50 χρόνια. Μετά από 5 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας της κόρης του. Πόσων χρονών είναι ο καθένας τους σήμερα; (Να λυθεί με σύστημα εξισώσεων) (μον.1,2)

- β) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (3\kappa + 1)\chi + 3$ (μον.0,8)
 $\varepsilon_2: \psi - 2\chi = 7$ να είναι κάθετες.

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE τέμνονται στο σημείο Σ . Να δείξετε ότι: α) το τρίγωνο $B\Sigma\Gamma$ είναι ισοσκελές
β) η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$.

4. α) Η σκηνή του τσίρκου αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο με διάμετρο βάσης 40m και ύψη 10m και 15m αντίστοιχα. Η σκηνή θα καλυφθεί εξωτερικά με πλαστικοποιημένο ύφασμα που κοστίζει €20/m². Να υπολογίσετε το κόστος για να καλυφθεί η εξωτερική επιφάνεια της σκηνής με το συγκεκριμένο υλικό.



- β) Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) και φέρουμε το ύψος AD . Αν E, Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZDE$ είναι τετράγωνο.

5. Σ' ένα εργαστήριο χρυσοχοΐας έλιωσαν 9 κύβους από χρυσάφι για να φτιάξουν κοσμήματα σχήματος τετραγωνικής πυραμίδας. Αν κάθε κύβος είχε ολική επιφάνεια 384 cm^2 και κάθε πυραμίδα έχει $u=4 \text{ cm}$ και παράπλευρο ύψος $h=5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε πόσα κοσμήματα το πολύ θα φτιάξουν. (Οι κύβοι και οι πυραμίδες είναι συμπαγείς)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Ελένη Παπαστεφάνου

5. Σ' ένα εργαστήριο χρυσοχοΐας έλιωσαν 9 κύβους από χρυσάφι για να φτιάξουν κοσμήματα σχήματος τετραγωνικής πυραμίδας. Αν κάθε κύβος είχε ολική επιφάνεια 384 cm^2 και κάθε πυραμίδα έχει $u=4 \text{ cm}$ και παράπλευρο ύψος $h=5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε πόσα κοσμήματα το πολύ θα φτιάξουν. (Οι κύβοι και οι πυραμίδες είναι συμπαγείς)

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Φέρρα Μαρία, Β. Δ.

.....

Ελευθεριάδης Πάρις

.....

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Ελένη Παπαστεφάνου

Βαθμός:.....

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Ημερομηνία: **13 Ιουνίου 2016**

Τάξη: Γ'

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός:

Τμήμα:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες και είναι χωρισμένο σε δύο (2) μέρη.

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ *Να χρησιμοποιήσετε μπλε ή μαύρο στυλό.*
- ✓ *Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.*
- ✓ *Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.*
- ✗ *Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.*

ΜΕΡΟΣ Α: Να απαντήσετε και στις δέκα (10) ασκήσεις του Α μέρους. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $2ab - 6a^2 =$

(β) $ab + 4a + 2b + 8 =$

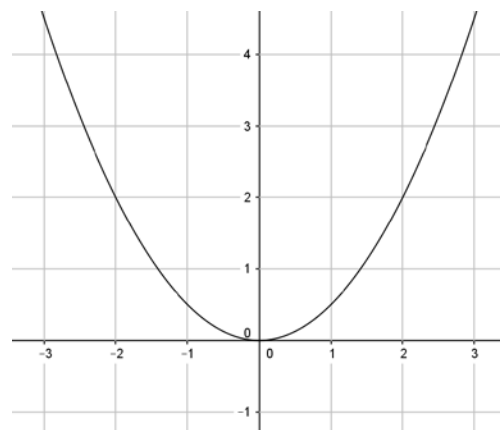
2) Αν ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\eta\mu \hat{B} = \frac{1}{4}$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

3) Δίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής της μορφής $\psi = ax^2$.

(α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της. (1 μονάδα)

(β) Η συνάρτηση έχει μέγιστο ή ελάχιστο; (1 μονάδα)

(γ) Να βρείτε το a . (2 μονάδες)

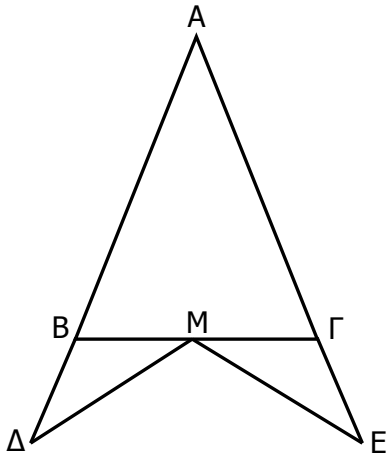


(δ) Να γράψετε τις συντεταγμένες δύο συμμετρικών σημείων της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της. (1 μονάδα)

4) (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του άκρου B ενός ευθύγραμμου τμήματος AB που έχει άκρο A(-1,2) και μέσο M(0,-2).

(β) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B.

- 5) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με AB = ΑΓ και Μ είναι μέσο της ΒΓ. Αν ΒΔ και ΓΕ είναι προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ να αποδείξετε ότι ΜΔ = ΜΕ.



- 6) Να κάνετε τις πράξεις:

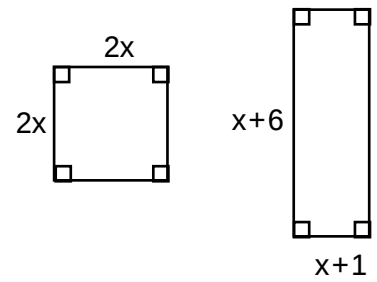
(α) $\frac{4\gamma}{15\alpha} \cdot \frac{5\alpha^2}{2\gamma} =$

(β) $\frac{x-2}{6(x-1)^2} : \frac{2x^2-4x}{x-1} =$

- 7) Να χαρακτηρίσετε με **σωστό** (✓) ή **λάθος** (x) τις πιο κάτω προτάσεις.

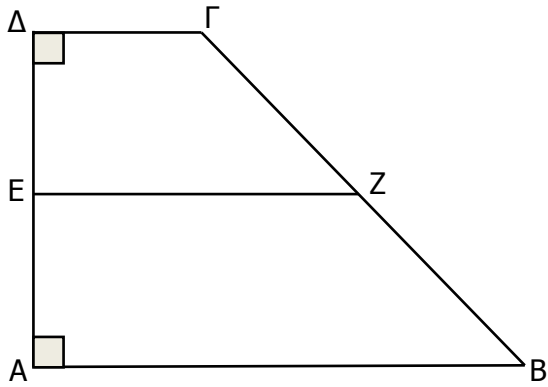
Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν, έχει δυο ορθές γωνίες.	
Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν, είναι παραλληλόγραμμο και έχει μια ορθή γωνία.	
Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο αν, είναι ρόμβος και οι διαγώνιοί του είναι ίσες.	
Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος αν, οι διαγώνιοί του τέμνονται κάθετα.	
Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο αν, είναι ρόμβος και έχει μια ορθή γωνία.	

8) Να βρείτε το x έτσι ώστε τα δυο τετράπλευρα να έχουν το ίδιο εμβαδόν.



9) Ένα κυλινδρικό βαρέλι έχει εσωτερική διάμετρο $0,6\text{m}$ και ύψος $1,2\text{m}$. Για να το γεμίσουμε με νερό, χρησιμοποιούμε ένα μικρότερο δοχείο σε σχήμα κώνου με εσωτερική διάμετρο $0,2\text{m}$ και ύψος $0,324\text{m}$. Να υπολογίσετε πόσες φορές πρέπει να αδειάσουμε το μικρό δοχείο στο βαρέλι μέχρι να γεμίσει με νερό.

- 10)** (α) Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\Gamma\Delta = 2x$ και $B\Gamma = 8x$. Να δείξετε ότι η διάμεσος EZ του τραπέζιου ισούται με $4x$. (3 μονάδες)



- (β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔZA είναι ισοσκελές.

(2 μονάδες)

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Β μέρους. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1) (α) Αν $a - \beta = 4$ και $a \cdot \beta = -5$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = a^3 - \beta^3$.
(6 μονάδες)

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα, $a^2 = (a - 1)(a + 1) + 1$.
(2 μονάδες)

(γ) Να χρησιμοποιήσετε την ταυτότητα του (β), για να υπολογίσετε το 999^2 .
(2 μονάδες)

- 2)** (α) Πόσες φορές θα αυξηθεί ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, αν διπλασιαστούν οι δυο από τις τρεις διαστάσεις του; (3 μονάδες)

- (β) Η στέγη ενός κτηρίου έχει σχήμα κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με πλευρά 8m και ύψος 3m. Το υλικό για τη στεγανοποίησή της κοστίζει 32€/m², ενώ η τοποθέτηση του υλικού κοστίζει επιπλέον 3€/m². Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος στεγανοποίησης της στέγης. (7 μονάδες)

-
- 3)** (α) Να λύσετε το σύστημα:

(7 μονάδες)

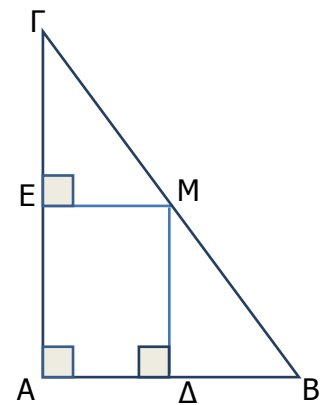
$$(x + 1) - (2\psi + 3x) = -1$$

$$\frac{3\psi - 4}{2} = x - 3$$

(β) Αν οι ευθείες $\varepsilon_1 : 5x + 3\psi = 7$
 $\varepsilon_2 : (a - 2)x - \psi = 4$ τέμνονται κάθετα, να υπολογίσετε την τιμή του a . (3 μονάδες)

4) Από το μέσο M της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε κάθετες $M\Delta$ και ME προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Να δείξετε ότι το $A\Delta ME$ είναι ορθογώνιο. (2 μονάδες)



(β) Να δείξετε ότι $M\Delta = \frac{A\Gamma}{2}$. (2 μονάδες)

(γ) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $M\Delta B$ και $ME\Gamma$ είναι ίσα.

(6 μονάδες)

5) Αν $A = \frac{x}{x+1}$ και $B = \frac{x-1}{x}$,

(α) να κάνετε τις πράξεις:

(i) $A - B =$

(3 μονάδες)

(ii) $\frac{A}{A-B} =$

(3 μονάδες)

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $A \cdot B = 1 - x$

(4 μονάδες)

Η Διευθύντρια:

Ρένα Βαρνάβα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

Βαθμός:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 8/6/2016

Ολογράφως:.....

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
2. Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄:**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις****Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x + 4)^2 =$

(β) $(x - 2κ) \cdot (x + 2κ) =$

-
2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$3x^2 + 8x + 5 = 0$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $3\alpha^2\beta - 15\alpha\beta^2 =$

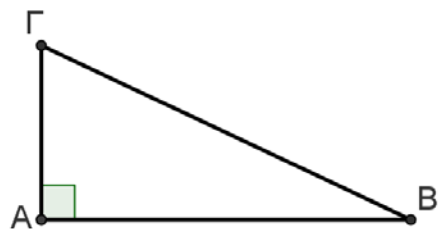
(β) $\chi^2 + 9\chi + 18 =$

(γ) $25\chi^2 - 16\psi^2 =$

(δ) $\psi^2 - \kappa\lambda + \kappa\psi - \lambda\psi =$

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{5}{13}$, να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β:

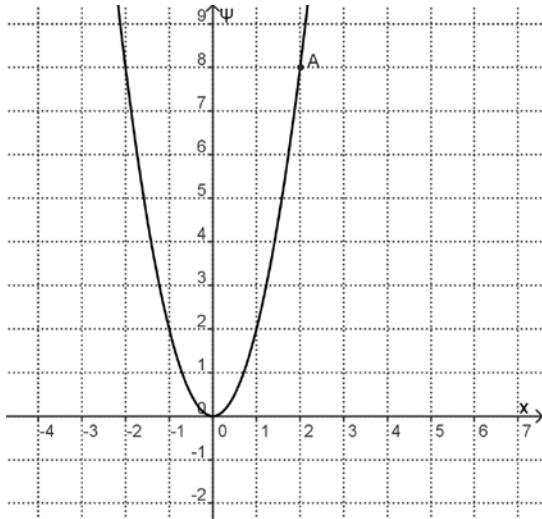
(α) $\eta\mu\text{B} =$



(β) $\sigma\upsilon\nu\text{B} =$

(γ) $\varepsilon\varphi\text{B} =$

5. Η παραβολή του πιο κάτω σχήματος διέρχεται από το σημείο $A(2,8)$. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της παραβολής
 - (β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής
 - (γ) τις συντεταγμένες δύο συμμετρικών σημείων της παραβολής
 - (δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής



-
6. Δύο οικογένειες παρακολούθησαν μια θεατρική παράσταση. Η μια οικογένεια αγόρασε 3 κανονικά και 2 παιδικά εισιτήρια και πλήρωσε €46, ενώ η άλλη οικογένεια αγόρασε 1 κανονικό και 4 παιδικά εισιτήρια και πλήρωσε €32. Να βρείτε την τιμή του κανονικού και του παιδικού εισιτηρίου. (Να λυθεί με σύστημα).

7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 48\text{cm}^3$ και ύψος $υ = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε:
- (α) την ακμή της βάσης
 - (β) το παράπλευρο ύψος
 - (γ) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας
 - (δ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

8. Δίνεται η παράσταση $A = (\chi - 3)^3 - \chi^2(\chi - 13) - 15\chi + 36$

(α) να αποδείξετε ότι: $A = (2\chi + 3)^2$

(β) αν $B = \chi^2 - 10\chi + 25$, να παραγοντοποιήσετε πλήρως την παράσταση $\Gamma = A - B$.

9. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν E είναι το μέσο της $A\Delta$, να φέρετε ευθεία (ε) κάθετη στην $A\Delta$ στο σημείο E . Η ευθεία (ε) τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο σημείο Z και την προέκταση της AB στο σημείο N . Να αποδείξετε ότι:

(α) $NA = \Delta Z$

(β) το τετράπλευρο ΔZAN είναι ρόμβος



10. Δίνονται οι παραστάσεις $A = 1 - \frac{2\chi - 1}{\chi^2}$ και $B = 1 - \frac{1}{\chi^2}$

(α) να αποδείξετε ότι: $\frac{A}{B} = \frac{\chi - 1}{\chi + 1}$

(β) αν $\Gamma = \chi - \frac{1}{\chi}$, να αποδείξετε ότι η παράσταση $\left(\frac{A}{B} - \frac{B}{A}\right) \cdot \Gamma$ είναι σταθερή.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις

Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4x}{x-2} + \frac{2x}{3-x} = \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 5x + 6}$$

2. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο. Η κυρτή επιφάνεια του κώνου είναι ίση με $65\pi \text{ cm}^2$ και η γενέτειρα λ του κώνου είναι ίση με τα $\frac{13}{5}$ της ακτίνας της βάσης του. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με το ύψος του κώνου, να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού

(β) τον όγκο του στερεού.



3. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) , να φέρετε τη διάμεσο AM .

- (α) Αν P τυχαίο σημείο της διαμέσου AM , να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις PH και PK του σημείου P από τις πλευρές AB και AG αντίστοιχα είναι ίσες.
- (β) Να προεκτείνετε τις πλευρές AB και AG προς το μέρος των B και Γ και να πάρετε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta$ και ΓE τέτοια ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔME είναι ισοσκελές.

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να προεκτείνετε το ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$ προς το μέρος του Λ κατά τμήμα $\Lambda M = K\Lambda$. Να αποδείξετε ότι:

(α) το τετράπλευρο $AKMB$ είναι ορθογώνιο

(β) $K\Lambda = \frac{B\Gamma}{4}$

5. Οι συντεταγμένες των κορυφών Β και Γ ενός τυχαίου τριγώνου ΑΒΓ είναι Β(-1,2) και Γ(2,3). Οι εξισώσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ είναι $AB: 3x - 2y = -7$ και $AG: 2x - y = -3$. Να βρείτε:
- (α) το μήκος της πλευράς ΒΓ
 - (β) την εξίσωση της ευθείας (ε) η οποία περνά από την κορυφή Γ και είναι παράλληλη με την πλευρά ΑΒ
 - (γ) την εξίσωση του ύψους ΑΔ.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ	: Μαθηματικά	ΒΑΘΜΟΣ
ΤΑΞΗ	: Γ΄	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:
ΔΙΑΡΚΕΙΑ	: 2 ώρες	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ :
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ	: 08.06.2016	ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:		
ΤΜΗΜΑ:		ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:
• Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 δακτυλογραφημένες σελίδες. • Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι. • Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού. • Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.		

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $\alpha = 2\text{cm}$.

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(3x - 4)^2 =$

β) $(5x - 2)(5x + 2) =$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $5\alpha^3\beta - 10\alpha =$

β) $4x^2 - 49 =$

4. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών :

$$\varepsilon_1: 3x + 2y = 1$$

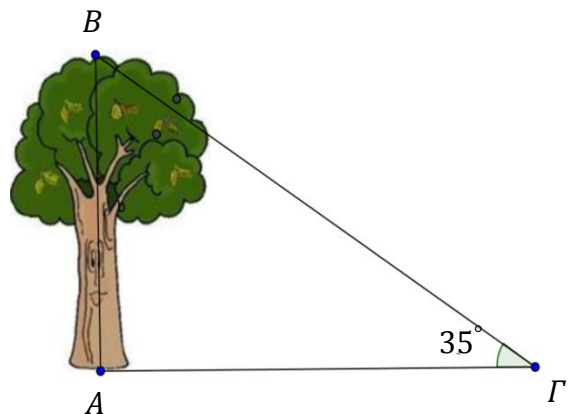
$$\varepsilon_2: 2x - y = -4$$

5. Ένας παρατηρητής θέλει να υπολογίσει το ύψος ενός δέντρου. Τοποθέτησε ένα γωνιόμετρο σε απόσταση $AG = 10m$ από τον κορμό του δέντρου και υπολόγισε ότι το μέτρο της γωνιάς προς την κορυφή του δέντρου είναι 35° .

α) Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου.

β) Αν ο παρατηρητής μετακινήσει το γωνιόμετρο στο μέσο M της AG , να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιάς BMA που θα δείχνει το γωνιόμετρο.

(Οι απαντήσεις σας να δοθούν κατά προσέγγιση ακεραίου.)



6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 που περνά από το σημείο $A(-2, 3)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\varepsilon_1: 4x + 2y = 3$.

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3 - 4x = 0$

β) $2x^2 + 3 = 5x$

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στις προεκτάσεις της $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία E και Z , έτσι ώστε $BE = \Gamma Z$. Να δείξετε ότι:

α) το τρίγωνο EAZ είναι ισοσκελές,

β) οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις AE και AZ αντίστοιχα, είναι ίσες.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = (\lambda + 1)x^2$, $\lambda \neq -1$.

α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

(μον. 0, 5)

β) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

(μον. 0, 5)

γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

(μον. 0, 25)

δ) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

(μον. 0, 25)

ε) Να υπολογίσετε τη τιμή της παραμέτρου λ .

(μον. 0, 5)

στ) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

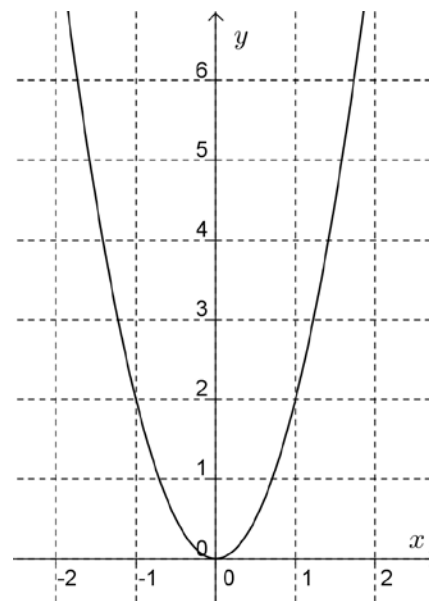
(μον. 1)

ζ) Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου της παραβολής που έχει τετμημένη 2.

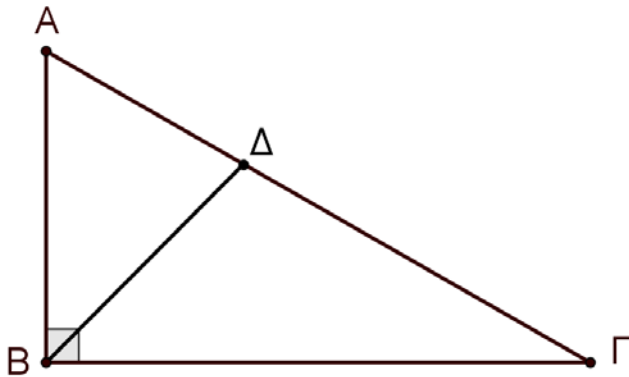
(μον. 1)

η) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη 18.

(μον. 1)



10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B} = 90^\circ$ και $B\Delta$ διχοτόμος της γωνίας $AB\Gamma$. Από το σημείο Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την AB στο E . Αν M το μέσο της $B\Delta$ και η προέκταση της EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ είναι τετράγωνο.



ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{2x-1}{5-x} = \frac{8}{x^2-2x-15}$$

β) Αν $2xy = -3$ και $8x - 3\psi = -5$ να αποδείξετε ότι :

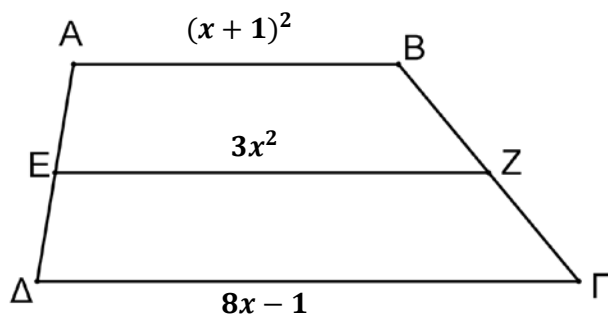
$$(2x - \psi)^3 - \psi(2x - \psi)(2x + \psi) - 8x^3 = -15$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

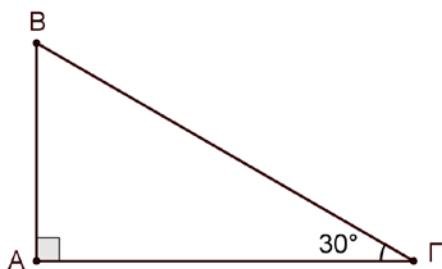
α) $\frac{4\alpha x - 6x - 10\alpha + 15}{4x^2 - 20x + 25} \cdot \frac{4x^2 - 10x}{4\alpha^2 - 9} =$

β) $\frac{\psi^2 - \psi - 6}{\psi^3 + 4\psi^2 + 4\psi} \div \left(\frac{5}{\psi + 2} - \frac{3}{\psi} \right) =$

3. α) Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = (x + 1)^2 \text{ m}$, $\Delta\Gamma = (8x - 1) \text{ m}$ και διάμεσο $EZ = (3x^2) \text{ m}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των βάσεων του τραπέζιου.



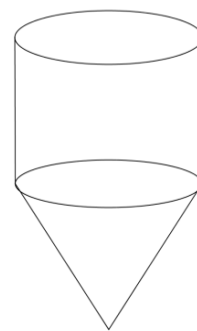
- β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και E μέσο της $B\Delta$, να προεκτείνετε την AE κατά τμήμα $EZ = AE$. Να δείξετε ότι:
- i) $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο, (μον.3)
 - ii) $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος, (μον.1)
 - iii) αν H μέσο της $A\Gamma$, η ΔH είναι διχοτόμος της γωνίας $A\Delta\Gamma$. (μον.1)



4. Δίνονται τα σημεία $A(9, 0)$, $B(2, 3)$, $\Gamma(4, -2)$.
- α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$.
 - δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της $B\Gamma$ και ακολούθως τις συντεταγμένες του σημείου E έτσι ώστε το $ABE\Gamma$ να είναι παραλληλόγραμμο.

5. Το διπλανό στερεό είναι αποθήκη σιτηρών, ανοικτή από πάνω και φτιαγμένη από λαμαρίνα κόστους 20€ το m^2 . Το ύψος του κυλίνδρου είναι 5 m και το ύψος του κώνου είναι 4 m .

- α) Αν ο όγκος του στερεού είναι $57\pi \text{ m}^3$, να βρείτε το κόστος κατασκευής του.
- β) Αν το στερεό είναι γεμάτο με σιτάρι και θα το μεταφέρουμε με φορτηγό σε άλλη αποθήκη, να υπολογίσετε πόσες διαδρομές θα κάνει το φορτηγό, του οποίου η καρότσα είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 5 m, 3 m και 1,8 m.



Η Διευθύντρια

Κλεάνθους Αθηνά

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/06/2016

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: _____

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____

ΑΡΙΘΜΟΣ: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ.
- Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(α) (\chi - 3)^2 =$$

$$(β) (\psi + 5)(\psi - 5) =$$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$(α) 4\chi^2\psi - 16\chi\psi =$$

$$(β) 9\omega^2 - 4\chi^2 =$$

$$(γ) \chi^2 - 9\chi + 18 =$$

$$(δ) 2\alpha\chi - \chi\beta + \psi\beta - 2\alpha\psi =$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - \psi = 12$$

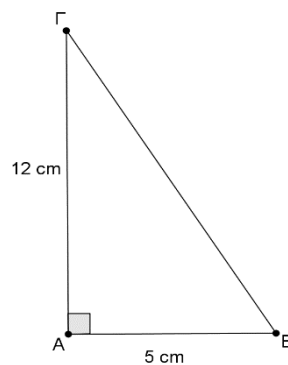
$$3\chi - 5\psi = 11$$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $4\chi^2 - 5\chi - 6 = 0$

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$.

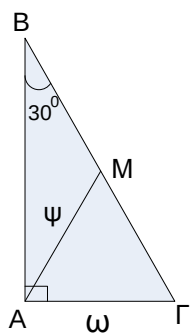
Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = 10\epsilon\phi B - 13\eta\mu\Gamma + 26\sigma\upsilon\nu B =$$



6. Να βρείτε την τιμή των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

(α)



Δεδομένα

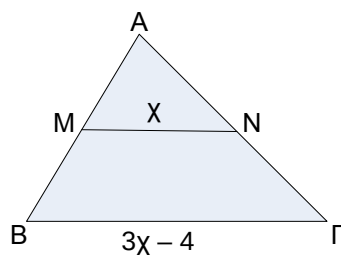
$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 30^\circ$$

$$B\Gamma = 12\text{cm}$$

M μέσο της $B\Gamma$.

(β)



Δεδομένα

M μέσο της AB

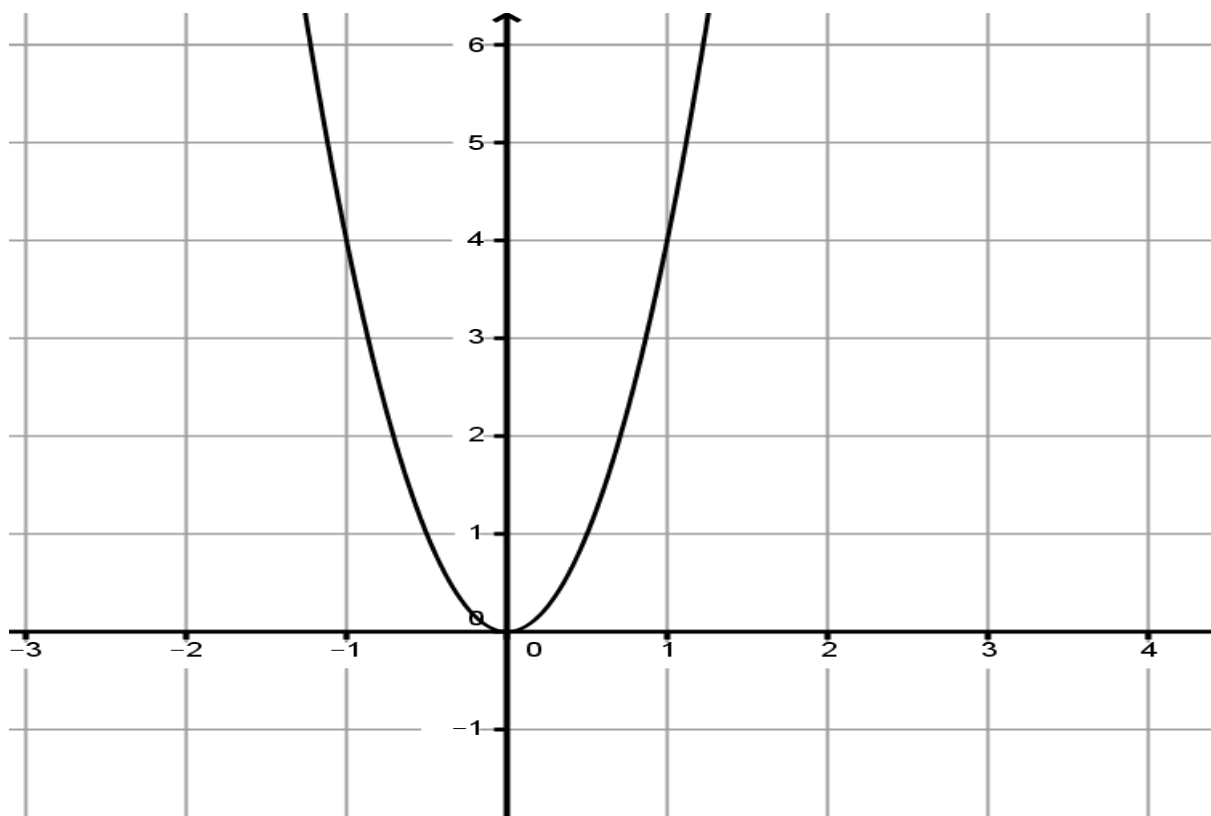
N μέσο της AG

$$MN = \chi$$

$$B\Gamma = 3\chi - 4$$

-
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 384\text{cm}^3$ και πλευρά βάσης 12cm. Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = \alpha\chi^2$



(α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

(β) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) και το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της.

(γ) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

(δ) Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου της παραβολής που έχει τετμημένη 1.

(ε) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.

9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{\chi+1} - \frac{1}{\chi+2} \right) : \frac{4\chi+12}{\chi^3+3\chi^2+2\chi} =$$

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν K και M είναι τα μέσα των AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\hat{AMK}$ και $\hat{KMB}$ είναι ίσες.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{5\chi}{\chi^2 - \chi - 12} + \frac{2}{4 - \chi} = \frac{2\chi}{\chi^2 + 3\chi}$$

2. (α) Αν $\chi\psi = -2$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (5\chi - \psi)^2 - (5\chi - 3)(5\chi + 3) + 4\psi - (\psi + 2)^2$$

(Μονάδες: 7)

(β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$\chi^2 - \psi^2 - 2\chi + 1 =$$

(Μονάδες: 3)

3. Δίνονται τα σημεία $A(1,5)$, $B(-3,3)$, $\Gamma(-1,1)$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

(β) Να βρείτε το μέσο M της $B\Gamma$.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση του τριγώνου.

(δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

(Μονάδες: 3)

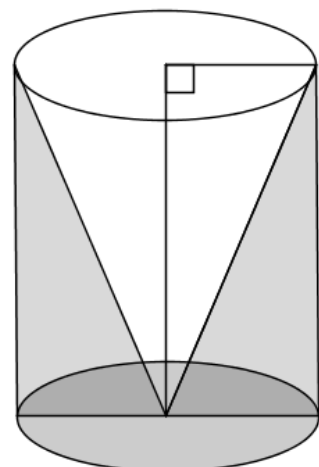
(Μονάδες: 1)

(Μονάδες: 3)

(Μονάδες: 3)

3)

4. Στο διπλανό σχήμα, το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $135\pi \text{ cm}^2$ και η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $18\pi \text{ cm}$.



Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

(β) Τον όγκο της σκιασμένης περιοχής του στερεού.

(Οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π)

5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να φέρετε τις διαγώνιους $A\Gamma$ και $B\Delta$ και να ονομάσετε O το σημείο τομής τους. Αν BZ και ΔE είναι οι αποστάσεις των κορυφών B και Δ από τη διαγώνιο $A\Gamma$, να δείξετε:

- (α) ότι τα τρίγωνα $\triangle ΕΟ$ και $\triangle ΖΟ$ είναι ίσα,
(β) ότι το $\triangle ΕΒΖΔ$ είναι παραλληλόγραμμο,
(γ) αν $\hat{\Delta}ΑΕ = 60^\circ$ και $ΑΕ = 5\text{cm}$, να βρείτε το μήκος της $ΑΔ$.

Οι εισηγητές:

Άντρη Χριστοδούλου Β.Δ.
Νικόλας Τσαγγαρίδης

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Γεωργιάδης

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 13 / 6 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ : 2 Ώρες

Βαθμός

Ολογράφως

Υπογραφή :

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα : Αριθμός :

ΟΔΗΓΙΕΣ : (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

(β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπονται με μολύβι).

(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x + 5)^2 =$

(β) $(\alpha - 2)(\alpha + 2) =$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $2\alpha\beta + 2\alpha\gamma =$

(β) $x^2 + 5x + 6 =$

3. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει κουτιά σε σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου για σοκολατάκια. Αν οι διαστάσεις του κάθε κουτιού είναι 3 cm , 7 cm και 10 cm, να βρείτε τον όγκο του.



4. Να λύσετε τις εξισώσεις.

(α) $(x - 3)(x + 6) = 0$

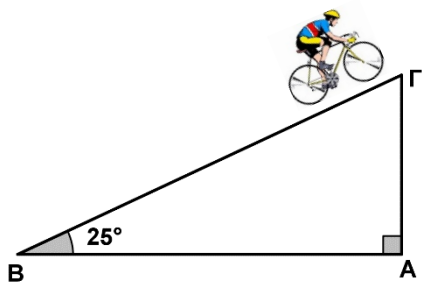
(β) $x^2 - 25 = 0$

5. Να λύσετε το σύστημα.

$$2x + 3y = 7$$

$$5x - 2y = 8$$

6. Ένας ποδηλάτης διένυσε τον ανηφορικό δρόμο ΒΓ. Αν $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 25^\circ$ και $B\Gamma = 100$ m, να υπολογίσετε τα μήκη των ΑΒ και ΑΓ. (ημ $25^\circ \cong 0,42$, συν $25^\circ \cong 0,91$ και εφ $25^\circ \cong 0,47$)



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η παραβολή $\psi = \alpha x^2$.

(α) Να δείξετε ότι $\alpha = 3$.

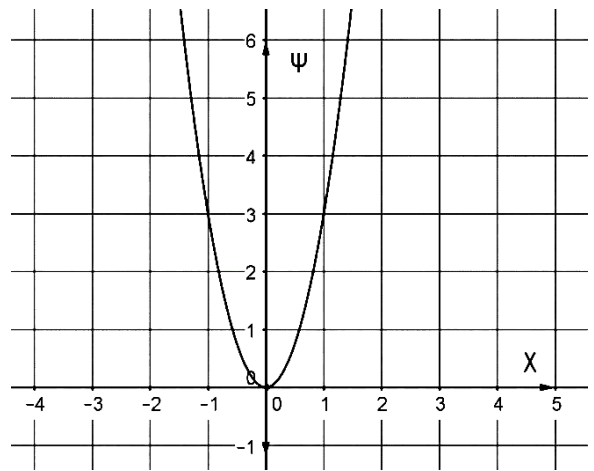
Να βρείτε:

(β) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής,

(γ) το πεδίο τιμών της παραβολής,

(δ) την τεταγμένη του σημείου της παραβολής που έχει τετμημένη -3 ,

(ε) τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη $\psi = 48$.



8. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ φέρουμε το ύψος AD και παίρνουμε τυχαίο σημείο M πάνω στην AD . Αν ME και MZ είναι οι αποστάσεις του M από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι τα τρίγωνα AME και AMZ είναι ίσα.

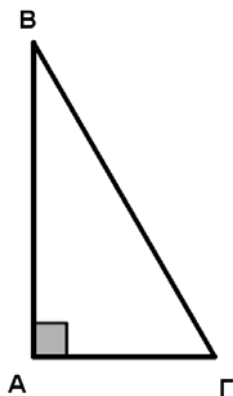
9. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

(α) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν τις οξείες γωνίες τους αντίστοιχα ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Ένα παραλληλόγραμμο με κάθετες διαγωνίους είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Ένα τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες είναι τετράγωνο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Ένα τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, είναι ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) Αν οι γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση ενός τραπέζιου είναι ίσες, τότε το τραπέζιο είναι ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και M, N τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε το MN κατά τμήμα $NK = MN$. Να αποδείξετε ότι:

(α) $MN = A\Gamma$,

(β) το τετράπλευρο $AM\Gamma K$ είναι παραλληλόγραμμο.



ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων την παράσταση: (Μον.3)

$$4x^2 - 12x + 9 - 16\psi^2 =$$

- (β) Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις. (Μον.4)

$$\frac{\alpha^2 - 9}{\alpha^2 + 2\alpha} : \frac{\alpha + 3}{\alpha^2 - 2\alpha - 8} =$$

- (γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα: (Μον.3)

$$(2x - \psi)^2 - (2x + \psi)^2 - \psi^2 = (2x - \psi)(2x + \psi) - 4x(x + 2\psi)$$

2. Να λύσετε την κλασματική εξίσωση.

$$\frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 - 4x + 3} - \frac{2}{1 - x} = \frac{x + 1}{x - 3}$$

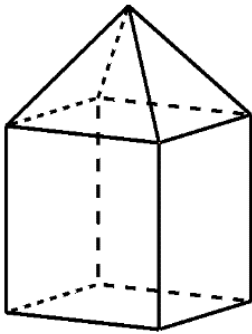
3. Το πιο κάτω στερεό είναι δεξαμενή νερού που αποτελείται από ένα κύβο με εμβαδόν βάσης 36 m^2 και από μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ύψος ίσο με τα $\frac{2}{3}$ της ακμής του κύβου.

(α) Να βρείτε τον όγκο της δεξαμενής. (Μον.4)

(β) Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της δεξαμενής. (Μον.3)

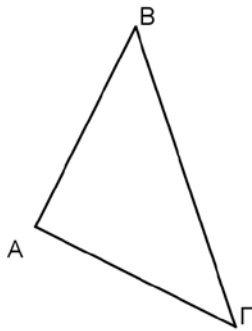
(γ) Η δεξαμενή θα αντικατασταθεί από μια άλλη κυλινδρικού σχήματος που έχει εμβαδόν βάσης $16\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε το ύψος που πρέπει να έχει ο κύλινδρος έτσι ώστε να έχει τον ίδιο όγκο με την αρχική δεξαμενή. (Μον.3)

(Να βρείτε το ύψος του κυλίνδρου με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων, $\pi = 3,14$)



4. Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, τα σημεία E και Z βρίσκονται αντίστοιχα στις πλευρές AB και $\Delta\Gamma$ έτσι ώστε $AE = \Delta Z$. Να αποδείξετε ότι:
- (α) τα τετράπλευρα $AEZ\Delta$ και $EB\Gamma Z$ είναι ορθογώνια,
 - (β) τα τρίγωνα ABZ και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα.

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με συντεταγμένες κορυφών $A(-1, 3)$, $B(1, 7)$ και $\Gamma(3, 1)$.
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $A\Gamma$. (Μον.1)
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την AB και περνά από το σημείο Γ . (Μον.3)
- (γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μον.2)
- (δ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μον.2)
- (ε) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AD . (Μον.2)



Η Διευθύντρια

Γεωργούλα Φλουρή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/06/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αρ. Κατ.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ε) Να παρουσιάσετε τα στάδια επίλυσης και να δικαιολογήσετε όλες σας τις απαντήσεις.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε ΚΑΙ τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή ίση με 5 cm .

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2 - x)^2 =$

β) $(3x - 5)(3x + 5) =$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

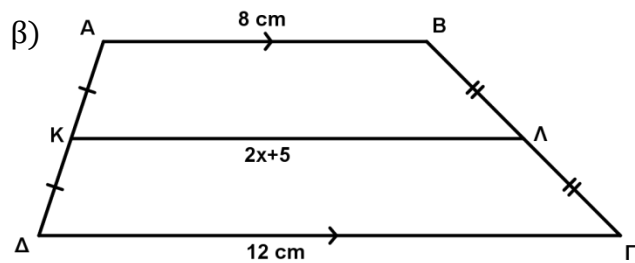
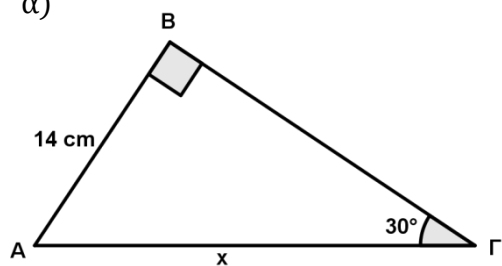
α) $3xy + 15x =$

β) $x^2 - 25y^2 =$

γ) $3xy - x\omega + 3zy - z\omega =$

4. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$$

5. Να υπολογίσετε την τιμή του x στα πιο κάτω σχήματα:
α)

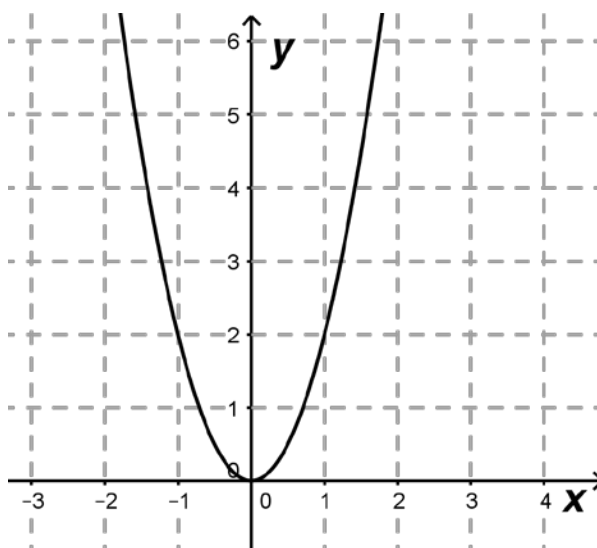


6. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$ η οποία διέρχεται από το σημείο $(1, 2)$.

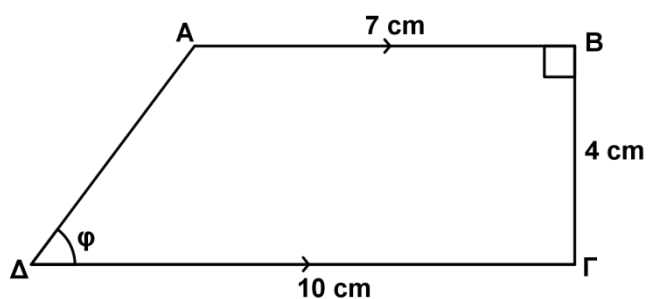
Να βρείτε:

- α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- β) κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο
- γ) το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών



- δ) την τιμή του a

8. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ .



9. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{5x-1}{x^2-4x-5} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{5}{x-5}$

10. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι $80\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του είναι $144\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε ΚΑΙ τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τα ευθύγραμμα τμήματα BZ και ΓE , κατά τμήματα ZH και $E\Theta$ αντίστοιχα, ώστε $BZ = ZH$ και $\Gamma E = E\Theta$. Να δείξετε ότι:
α) τα τρίγωνα AZH και $BZ\Gamma$ είναι ίσα

β) τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Theta$ και AH είναι ίσα.

2. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(-3,1)$, $B(4,2)$ και $\Gamma(0,6)$. Να υπολογίσετε:

α) τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$

β) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $B\Gamma$

γ) την κλίση της πλευράς $B\Gamma$

δ) την εξίσωση του ύψους $A\Delta$

ε) τις συντεταγμένες του σημείου Δ

3. α) Αν $A = \frac{4x^2 - 6xy}{4x^2 - 12xy + 9y^2}$ και $B = \frac{4x^4 + 9x^2y^2}{16x^4 - 81y^4}$, να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{A}{B}$

β) Αν $x + \frac{1}{x} = a$, να δείξετε ότι: $x^3 + \frac{1}{x^3} = a(a^2 - 3)$

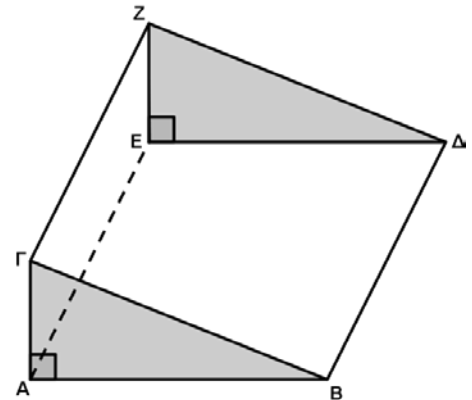
4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται μια συμπαγής τσιμεντένια κολώνα που έχει σχήμα ορθού πρίσματος με βάση ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο $\hat{A} = 90^\circ$, $A\Gamma = 4\text{ m}$, $B\Delta = 10\text{ m}$ και $\hat{B} = 26^\circ$.

Δίνονται:

Γωνία	ημ	συν	εφ
26°	0.438	0.899	0.488
64°	0.899	0.438	2.050

Να υπολογίσετε, με ακρίβεια δεκάτου, τα πιο κάτω:

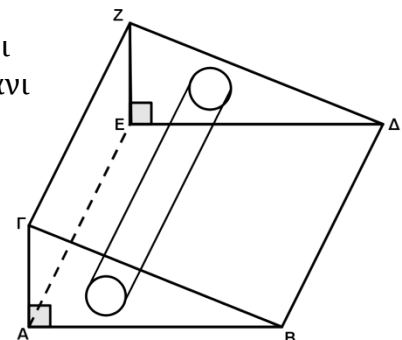
α) το μήκος της ακμής AB



β) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της κολώνας αν $AB = 8,2\text{ m}$

γ) τον όγκο της κολώνας

- δ) τον όγκο της κολώνας μετά που θα τρυπηθεί με τρυπάνι κάθετα από τη μια βάση μέχρι την άλλη βάση. Το τρυπάνι ανοίγει κυλινδρικές τρύπες διαμέτρου 2 m , για να περάσει από μέσα σωλήνα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



5. α) Να γράψετε τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο παραλληλόγραμμο.

β) Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε τη ΔΓ κατά τυχαίο τμήμα ΓΕ.
Προεκτείνουμε επίσης τη ΒΓ κατά τμήμα ΒΗ = ΔΕ και παίρνουμε σημείο Ζ έτσι
ώστε το ΑΕΖΗ να είναι παραλληλόγραμμο. Να αποδείξετε ότι:

- i) $ΑΕ = ΑΗ$
- ii) το ΑΕΖΗ είναι τετράγωνο.

Διευθυντής

Παπαντωνίου Ιάκωβος



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά	Τάξη: Γ΄
Χρόνος: 2 ώρες	Ημερομηνία: 10.06.2016
Ονοματεπώνυμο: _____	Τμήμα: _____ Αριθμός: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Να ελέγξετε ότι το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

(γ) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

(δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(y - 7)(y + 7) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$x + y = 5$$

$$2x - 3y = 15$$

3. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

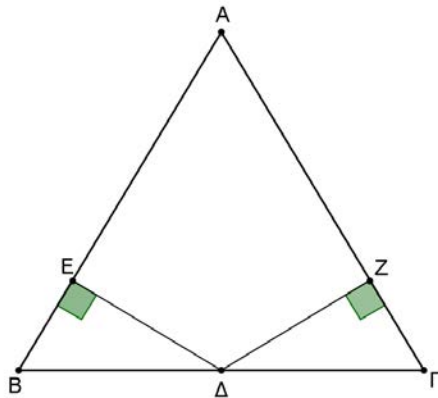
α) $6x - 12y =$

β) $x^2 + 8x + 15 =$

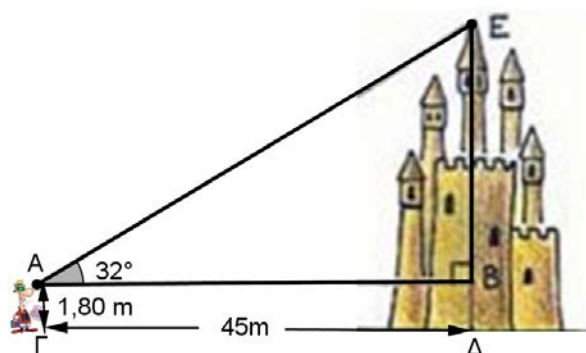
γ) $y^2 - 25 =$

δ) $ax + 4a + xy + 4y =$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Αν το σημείο Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, $\Delta E \perp AB$ και $\Delta Z \perp AG$, να δείξετε ότι $\Delta E = \Delta Z$.



5. Ένας τουρίστας ύψους $ΑΓ=1,80\text{m}$ βλέπει την κορυφή του πύργου με γωνία 32° και απέχει από αυτόν 45m . Να υπολογίσετε το ύψος $ΕΔ$ του πύργου ($\eta\mu 32^\circ \cong 0,53$, $\epsilon\phi 32^\circ \cong 0,62$, $\sigma\upsilon\nu 32^\circ \cong 0,85$).



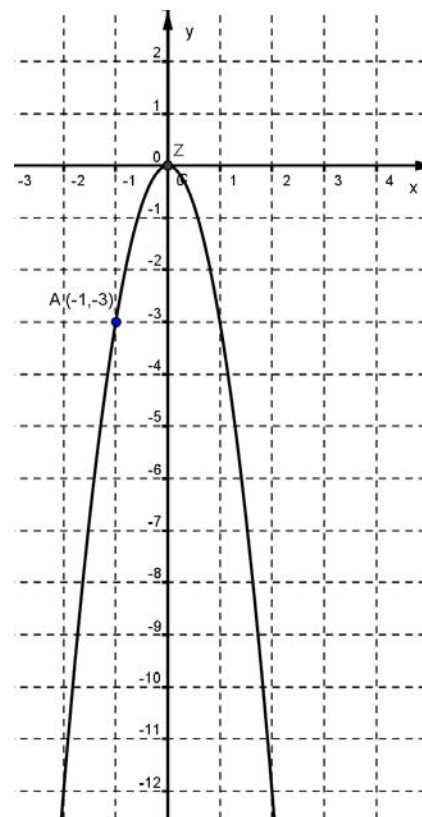
6. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = ax^2$, $a \neq 0$. Η παραβολή διέρχεται από το σημείο $A(-1, -3)$. Να βρείτε:

α) την τιμή του a .

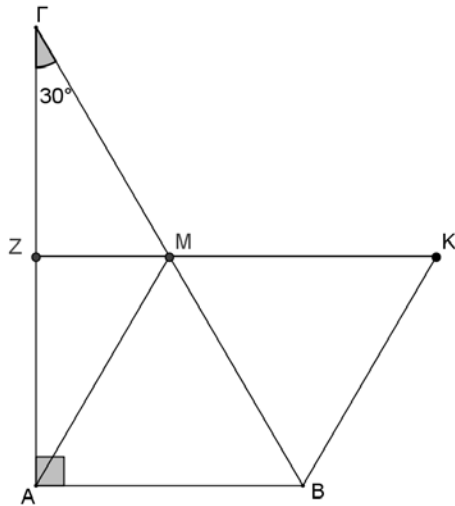
β) το πεδίο ορισμού της

γ) το πεδίο τιμών της

δ) τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη -12



7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Το σημείο Z είναι το μέσο της πλευράς $A\Gamma$, $ZK \parallel AB$ και $MK = AB$. Να αποδείξετε ότι το $MKBA$ είναι ρόμβος.



8. Ένα άρωμα γνωστού οίκου καλλυντικών πωλείται σε δύο είδη μπουκαλιών στην ίδια τιμή το καθένα. Το πρώτο μπουκάλι έχει σχήμα κώνου με ακτίνα 6cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi\text{cm}^2$. Το δεύτερο μπουκάλι είναι κυλινδρικό με ακτίνα 5cm και ύψος ίσο με την ακτίνα του κώνου. Να βρείτε ποιο μπουκάλι συμφέρει να αγοράσει η Μαρίλια (Να δείξετε όλες σας τις πράξεις).

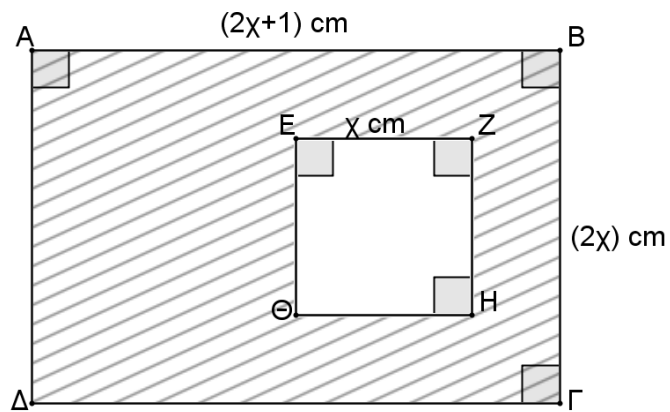
9. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(2\alpha + 1)^2 + (\alpha - 1)^3 - \alpha(\alpha - 2)(\alpha + 2) = \alpha(\alpha + 11)$$

β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\frac{\alpha^2 - 4\alpha\beta}{\beta^2} + 4}{\frac{\alpha}{\beta} - \frac{4\beta}{\alpha}} =$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με διαστάσεις $AB = (2\chi + 1)cm$ και $B\Gamma = (2\chi)cm$ και το $EZH\Theta$ είναι τετράγωνο με πλευρά χcm . Να υπολογίσετε την τιμή του χ , αν γνωρίζετε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους είναι $5cm^2$.



Μέρος Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να παραγοντοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

$$\omega^2 + 3\omega - 4 - \chi\omega + \chi =$$

(3 μονάδες)

β) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{4y+4}{y^2+2y-15} + \frac{2}{3-y} = \frac{y+4}{y^2+5y}$$

(7 μονάδες)

2. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και Δ τυχαίο σημείο της πλευράς AB . Να προεκτείνετε την $A\Gamma$ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα $\Gamma E=B\Delta$. Το ευθύγραμμο τμήμα ΔE τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να προεκτείνετε την ΓB προς το μέρος του B κατά τμήμα $BH=\Gamma Z$.

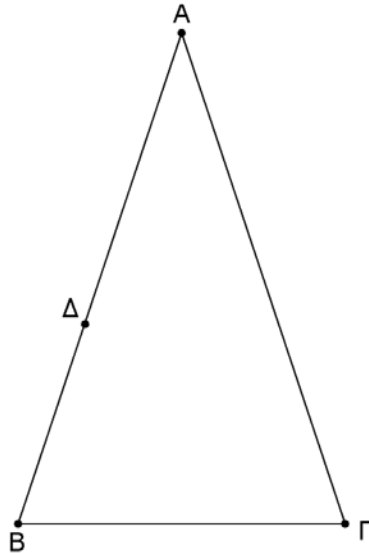
Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta H=ZE$,

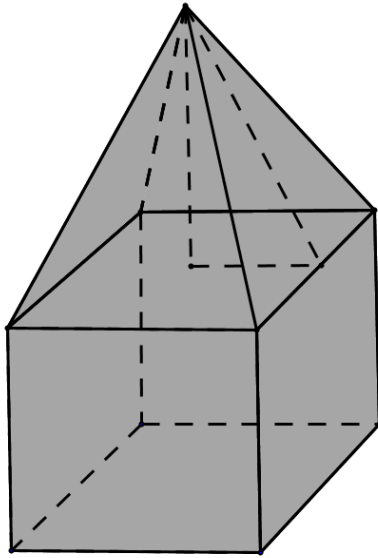
(7 μονάδες)

β) το τρίγωνο ΔZH είναι ισοσκελές.

(3 μονάδες)



3. Η πιο κάτω ξύλινη κατασκευή αποτελείται από μια τετραγωνική πυραμίδα και ένα κύβο. Ο όγκος της πυραμίδας είναι 48 m^3 και το ύψος της είναι 4 m .
- α) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.
- β) Η κατασκευή χρειάζεται να βαφτεί εξωτερικά (χωρίς το πάτωμα) με μπογιά που στοιχίζει €5,50 το τετραγωνικό μέτρο. Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος της μπογιάς.



4. Δίνονται τα σημεία $A(1,4)$, $B(2,1)$, $\Gamma(-2,3)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 - β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο M και είναι παράλληλη με την πλευρά AB .
 - δ) Να υπολογίσετε την τιμή του κ αν η ευθεία $\varepsilon_2 : y = (\frac{3\kappa - 4}{6})x - 1$ είναι κάθετη στην πλευρά AB .

5. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και E το μέσο της AB .
- α) Να αποδείξετε ότι $DE=EG$.
 - β) Αν Z και H είναι τα μέσα των DE και EG αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZHB$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Οι εισηγητές:

**Αντωνιάδου Μαίρη
Ζυμπουλάκη Ερατώ
Μπούλος Μαρίκα
Ρεμούντος Μαρία
Κτωρής Αντώνης**

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Κάκκουρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **15 / 6 / 2016**

ΤΑΞΗ: **Γ΄**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικά:

Ολογράφως:

Υπ. Καθηγητή/τριας:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- ❖ Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - ❖ Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
 - ❖ Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι.
 - ❖ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - ❖ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτόγματα:

(α) $(4\alpha + \beta)^2 =$

(β) $(5x - 6) \cdot (5x + 6) =$

2. Να λύσετε το σύστημα: $3\chi - \psi = -5$

$$4\chi + 2\psi = 0$$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - 3\chi + 1 = 0$

4. Ένας πολιτικός μηχανικός θέλει να υπολογίσει το ύψος του πύργου της Πίζας. Μέτρησε την οξεία γωνία που δημιουργεί ο πύργος με το έδαφος και βρήκε ότι είναι 85° και την απόσταση ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα και βρήκε ότι είναι 5m.

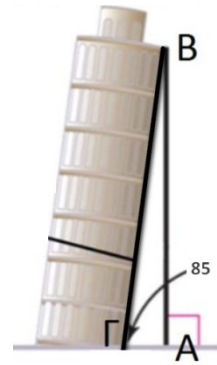
Να υπολογίσετε το μήκος ΒΓ του πύργου, αν γνωρίζετε ότι:

$$\eta\mu 85^\circ \approx 0,996$$

$$\sigma\upsilon\nu 85^\circ \approx 0,087$$

$$\epsilon\phi 85^\circ \approx 11,430$$

Η απάντησή σας να δοθεί κατά προσέγγιση ακεραίου.



5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολώνυμα:

(α) $3\chi^4 - 6\chi\psi =$

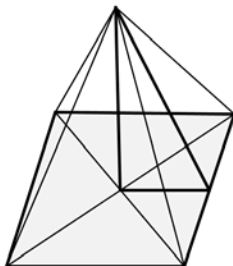
(β) $\chi^2 + 3\chi + 2 =$

(γ) $\chi^2 (\alpha + \beta) - 4 (\alpha + \beta) =$

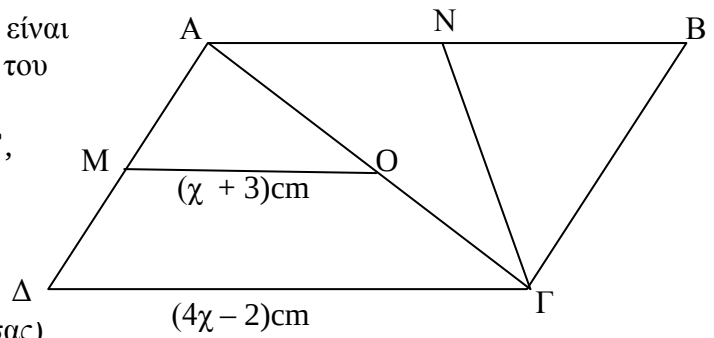
(δ) $\alpha^3 - 8 =$

(ε) $\chi^2 - \psi^2 + 2\chi - 2\psi =$

6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 12m. Αν ο όγκος της είναι 384m^3 , να υπολογίσετε: (α) Το ύψος της και (β) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της.



7. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Αν O είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου, M το μέσο του $A\Delta$, N το μέσο του AB και η γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 90^\circ$, να βρείτε: (α) το χ
(β) το μήκος του AB
και (γ) το μήκος του ΓN .



(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

8. Να δείξετε ότι :

$$\left(\frac{\chi}{\psi} - 2 + \frac{\psi}{\chi} \right) \div \left(\frac{\chi}{\chi\psi + \psi^2} - \frac{\psi}{\chi^2 + \chi\psi} \right) = \chi - \psi$$

9. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+3}{x-3} + \frac{3}{3x-x^2} = \frac{1}{x}$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = ax^2$.

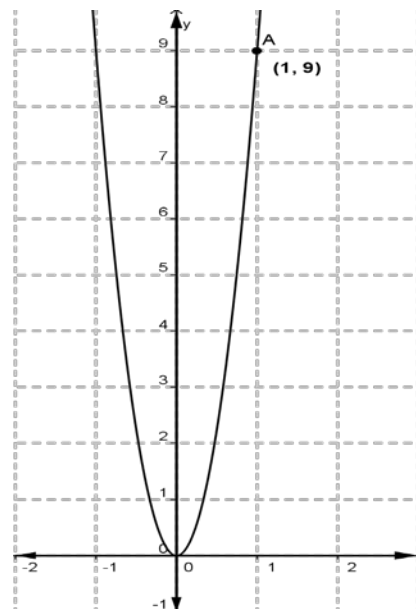
(α) i. Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

ii. Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της παραβολής.

Π.Ο.

Π.Τ.

iii. Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.



(β. 1,5)

(β) Να βρείτε την τιμή του a και να γράψετε την εξίσωση της παραβολής.

(β. 1)

(γ) Αν η εξίσωση της πιο πάνω παραβολής είναι η $\psi = 9x^2$, να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε το σημείο $Z(\kappa+1, 81)$ να ανήκει στην παραβολή.

(β. 2,5)

ΜΕΡΟΣ Β΄ : **Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.**

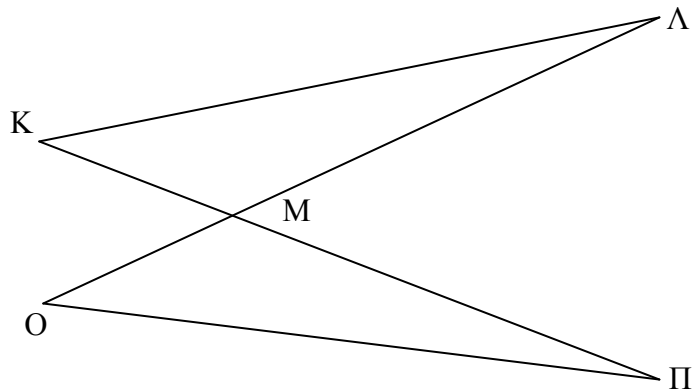
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα ισχύει ότι $KM = OM$ και $\Lambda M = MP$.

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $K\Lambda M$ και $MΠO$ είναι ίσα. (β. 3)

(β) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου M από τις πλευρές $K\Lambda$ και $OΠ$ είναι ίσες. (β. 3)

(γ) Αν οι προεκτάσεις των $K\Lambda$ και $OΠ$ προς τα K και O αντίστοιχα τέμνονται στο P , να δείξετε ότι το τρίγωνο $ΠΡ\Lambda$ είναι ισοσκελές. (β. 4)



Λύση:

2. (α) Αν $f(x) = x^3 - x^2 + 12$

(β. 5)

i. Να αποδείξετε ότι: $f(x-3) = x^3 - 10x^2 + 33x - 24$

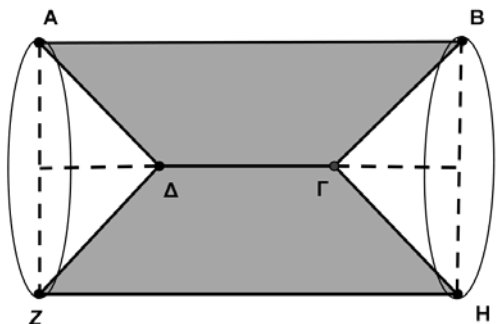
ii. Να αποδείξετε ότι το $x-1$ είναι παράγοντας του $f(x-3)$.

(β) Αν $\alpha + \beta = 7$ και $\alpha\beta = 3$, να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων: (β. 5)

i. $(\alpha + 3)(\beta + 3)$

ii. $\alpha^2 + \beta^2$

3. Στον πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. Το τραπέζιο κάνει πλήρη στροφή γύρω από την μικρή του βάση και δημιουργείται ένας κύλινδρος και δύο ίσοι κώνοι.
Αν $AZ = 12\text{cm}$, $AB = 20\text{cm}$ και ο όγκος του στερεού που δημιουργείται είναι $528\pi\text{ cm}^3$.
- (α) Να αποδείξετε ότι ο όγκος του κώνου είναι $96\pi\text{ cm}^3$.
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



4. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1,3) και Β(5,5).

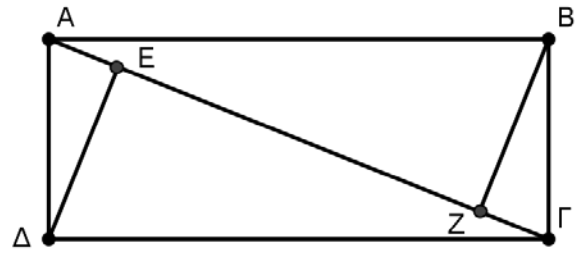
(α) Αν $O(2, 2)$ είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ.

(γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του ρόμβου.

(δ) Αν η εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ είναι $\eta \psi = \chi$, να βρείτε την εξίσωση ευθείας ϵ που περνά από το σημείο Α και είναι παράλληλη προς τη διαγώνιο ΒΔ.

5. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές Δ και B φέρουμε κάθετες ΔE και BZ πάνω στη διαγώνιο $A\Gamma$.
Αν O σημείο τομής των διαγωνίων, $A\Gamma = 80\text{cm}$ και η γωνία $\Delta O\Delta = 30^\circ$, να δείξετε ότι:
- (α) $\Delta E = BZ$
 - (β) ΔEBZ είναι παραλληλόγραμμο.
 - (γ) Να βρείτε το μήκος του ΔE .



Η Διευθύντρια

Μαρία Ελευθερίου

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΣΕΛΙΔΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Βαθμολογία:

Ημερομηνία: 16/06/2016

Ολογράφως:

Τάξη: Γ΄ Διάρκεια: 2 ώρες

Υπ. Καθηγητή:

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

ΟΔΗΓΙΑ: Να δικαιολογείτε πλήρως τις απαντήσεις σας σε όλα τα θέματα.

ΘΕΜΑ 1

Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(\alpha + 4)^2$

(β) $(2y + 3)(2y - 3)$

ΘΕΜΑ 2

Η ακμή ενός κύβου ισούται με 4 cm. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας

(β) τον όγκο

ΘΕΜΑ 3

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $3x\omega - 3y\omega$

(β) $x^2 + 6x + 8$

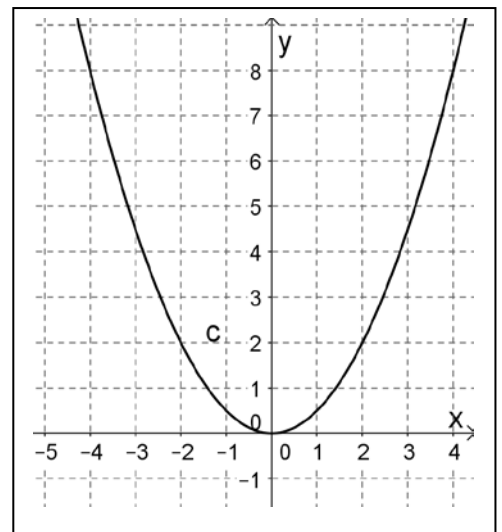
ΘΕΜΑ 4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση παραβολής.

(α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής αυτής. **(Μον. 2,5)**

(β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της. **(Μον. 1)**

(γ) Να γράψετε το πεδίο ορισμού (Π.Ο) και το πεδίο τιμών (Π.Τ) της. **(Μον. 1,5)**



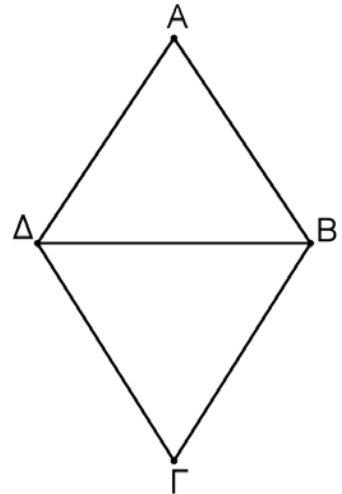
ΘΕΜΑ 5

Να λύσετε το σύστημα με την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

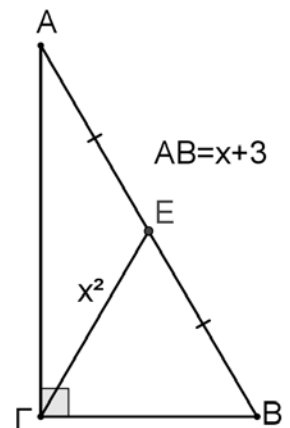
ΘΕΜΑ 6

Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$. Να προεκτείνετε την διαγώνιο $B\Delta$ προς το μέρος του B και Δ και να πάρετε σημεία E και Z αντίστοιχα τέτοια ώστε $BE = \Delta Z$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $Z\Gamma E$ είναι ισοσκελές.



ΘΕΜΑ 7

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ η ΓE είναι διάμεσος. Αν $\Gamma E = x^2$ και $AB = x+3$, να βρείτε τις πιθανές τιμές του x .



ΘΕΜΑ 8

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1: y = \kappa x + \mu$ η οποία είναι **κάθετη** με την ευθεία $\varepsilon_2: y - 2x = 1$.

Αν η ευθεία ε_1 περνά από το σημείο $A(4,3)$, να βρείτε τις τιμές των κ και μ .

ΘΕΜΑ 9

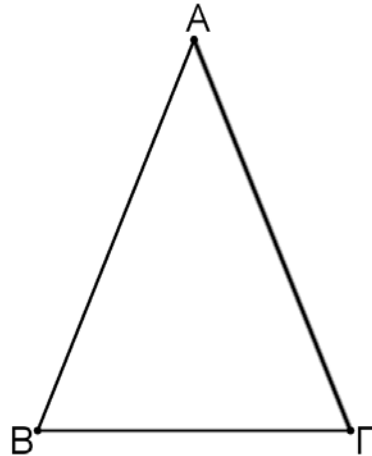
Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{12}{x^3 - 8} + \frac{2}{x^2 + 2x + 4} - \frac{2}{x^2 - 2x}$$

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$). Το Δ είναι το μέσο της πλευράς $A\Gamma$ και η AM είναι η διάμεσος. Να προεκτείνετε το $M\Delta$ έτσι ώστε $M\Delta=\Delta E$.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AM\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.



(β) Αν η γωνία $ME\Gamma$ ισούται με 22° και $E\Gamma=5\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της $M\Gamma$.

Δίνονται: $\eta\mu 22^\circ=0,37$ $\sigma\upsilon\nu 22^\circ=0,93$ $\epsilon\varphi 22^\circ=0,4$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

$$A \cdot B = \frac{y^5(x^4 - y^4)}{4x^5 + 4x^4y} : \frac{y^6(x - y)}{2x^3} \quad (\text{Μον. 6})$$

(α) να δείξετε ότι $B = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$

(β) Αν ισχύει $x + y = 3$ και $x \cdot y = -2$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης B .
(Μον. 4)

ΘΕΜΑ 2

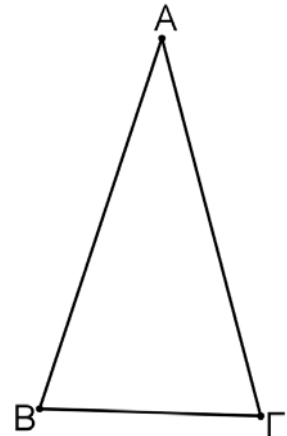
(α) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{2-2x}{x^2-3x+2} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{2-x}$$

(β) Ένας κύλινδρος έχει τον ίδιο όγκο με ένα κώνο. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα $(x+2)$ dm και το ύψος του είναι 16 dm. Αν ο κώνος έχει ακτίνα 8 dm και ύψος 3 dm, να βρείτε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

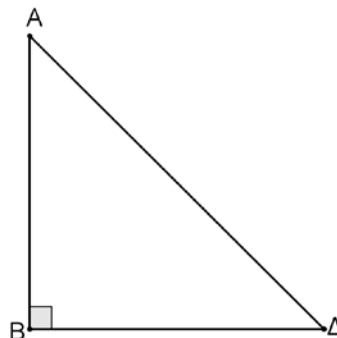
ΘΕΜΑ 3

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=A\Gamma$). Να φέρετε τις διχοτόμους ΓE και $B\Delta$ των γωνιών Γ και B αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις της κορυφής A από τις ΓE και $B\Delta$ είναι ίσες.



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Delta$ ($\hat{B} = 90^\circ$). Να προεκτείνετε την $B\Delta$ κατά τμήμα $\Delta\Gamma = B\Delta$. Το E είναι μέσο της $B\Delta$ και Z μέσο της $A\Delta$. Αν η παράλληλη από το Z προς την $\Delta\Gamma$ τέμνει την $A\Gamma$ στο H , να δείξετε ότι το $EZH\Delta$ είναι τετράγωνο.

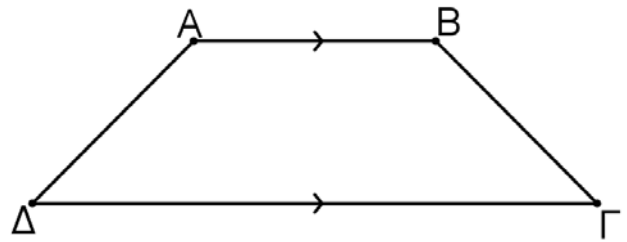


ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $ΑΒΓΔ$. Αν οι συντεταγμένες των κορυφών του είναι $A(-1,1)$, $B(3,1)$ και $Δ(-3,-3)$, να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του μέσου E της $ΑΔ$.

(Mov. 2)



(β) το μήκος της διαγωνίου $ΑΓ$

(Mov. 4)

(γ) την εξίσωση της διαμέσου του τραpezίου

(Mov. 4)

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ελένη Σταματοπούλου
Σπυρούλα Πάτση
Ειρήνη Ανδρέου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αλέξανδρος Αλεξίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΒΑΘ.:

ΟΛΟΓΡ.:

ΥΠΟΓΡ.:

ΤΑΞΗ: Γ' ΤΑΞΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να γράφετε με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι).
 2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ.

----- ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ -----

ΜΕΡΟΣ Α': (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες

1. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $4\alpha - 4\beta =$

(β) $x^2 - 25 =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$x = 2y$$

$$3x + 2y = 24$$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 4)^2 =$

(β) $(3x - 1)(3x + 1) =$

4. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $\alpha = 3\text{cm}$.

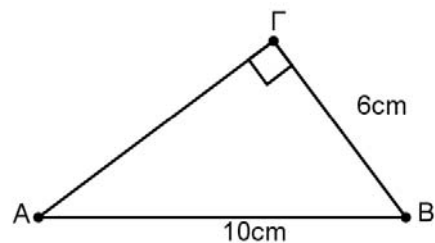
5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $B\Gamma = 6\text{cm}$ και $AB = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

(α) Το μήκος της πλευράς $A\Gamma$

(β) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

(i) $\eta\mu A$

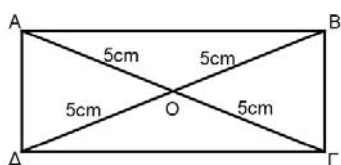
(ii) $\sigma\upsilon\nu B$



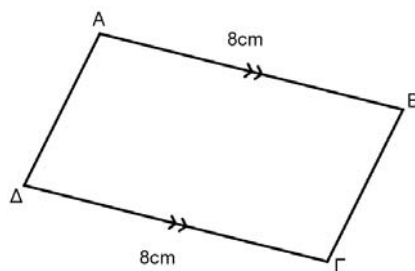
6. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 6x + 8 = 0$.

7. Να χαρακτηρίσετε τα πιο κάτω τετράπλευρα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

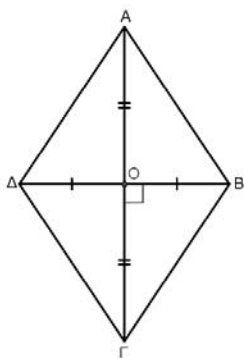
(α)



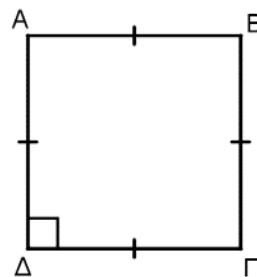
(β)



(γ)



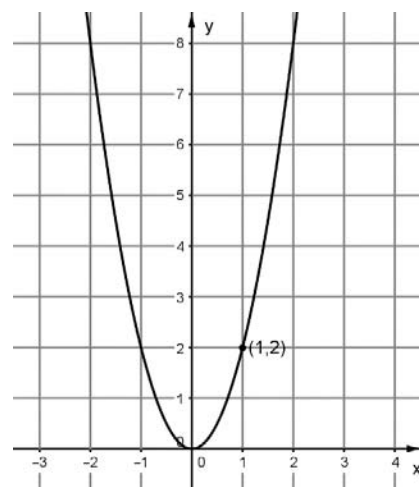
(δ)



8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(2x + 3)^2 + (x - 2)^3 + 26 = (x + 3)^3 - x(11x + 3)$

9. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = (\lambda + 3)x^2$.

- (α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
- (β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
- (γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της και να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
- (δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου λ .



10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ να φέρετε την ME κάθετη στην AB και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $EZ=ME$. Στη συνέχεια να φέρετε από το M την MH κάθετη πάνω στην $A\Gamma$ και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $H\Theta=MH$.
Να δείξετε ότι: (α) Τα τρίγωνα BEM και $MH\Gamma$ είναι ίσα.
(β) Το τρίγωνο $MZ\Theta$ είναι ισοσκελές.

(Σχήμα- δεδομένα- ζητούμενα- απόδειξη)

ΜΕΡΟΣ Β΄: (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x-2}{x} + \frac{4x}{x-2} = \frac{5x+6}{x^2-2x}$.

2. Δοχείο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος τριπλάσιο από το πλάτος του και ύψος ίσο με το ύψος δοχείου σχήματος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας. Η πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 6cm και παράπλευρο ύψος $h=5\text{cm}$. Αν τα δύο δοχεία είναι γεμάτα με την ίδια ποσότητα νερού, να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κάθε δοχείου.

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Τα σημεία $B(-2,2)$, $\Gamma(-6,8)$ είναι κορυφές του τριγώνου και M το μέσο της $B\Gamma$.
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$.
 - (β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - (γ) Να βρείτε τα μήκη των AM και $A\Gamma$.
 - (δ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της $B\Gamma$.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$). Να φέρετε το ύψος AH και να το προεκτείνετε κατά τμήμα $H\Delta=HA$. Να φέρετε τη διάμεσο AM και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $MN=MA$.

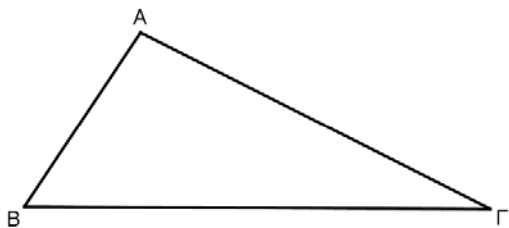
Να αποδείξετε ότι:

(α) $AB=B\Delta$.

(β) $ABN\Gamma$ παραλληλόγραμμο.

(γ) $B\Gamma N\Delta$ ισοσκελές τραπέζιο.

(δ) Αν $HM=4$ μονάδες, να υπολογίσετε το μήκος της βάσης ΔN του ισοσκελούς τραπέζιου $B\Gamma N\Delta$.



5. Δίνονται οι πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \frac{4\kappa^2 - 4\kappa\mu + \mu^2}{8\kappa^2 - 2\mu^2} \div \frac{1}{4\kappa + 2\mu} \quad \text{και} \quad B = (2\kappa + \mu)^2 - (2\kappa + \mu)(2\kappa - \mu) - 2\mu(\mu - 1) - \kappa(4\mu + 1)$$

(α) Να κάνετε τις πράξεις και να δείξετε ότι $A = 2\kappa - \mu$ και $B = 2\mu - \kappa$.

(β) Αν $A = 5$ και $B = -4$, να βρείτε τις τιμές των κ και μ .

Η Διευθύντρια

Άννα Προξένου

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Γ'

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

Όνοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Όλες οι ασκήσεις να απαντηθούν στο φυλλάδιο.
 5. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Το γραπτό αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+3)^2 =$

β) $(6-y)(6+y) =$

2. Να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Μια εταιρεία ηλεκτρονικών ειδών παρουσίασε ένα καινούριο έξυπνο κινητό τηλέφωνο. Θέλει να διερευνήσει το βαθμό αποδοχής του νέου κινητού στο κοινό της Κύπρου, υποβάλλοντας την ερώτηση «Είναι το κινητό της εταιρείας μας το καλύτερο νέο κινητό τηλέφωνο;». Αποφάσισε να διεξάγει ατομικές συνεντεύξεις σε απομακρυσμένα χωριά της Κύπρου.

α	Το δείγμα της έρευνας είναι αντιπροσωπευτικό.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β	Πληθυσμός της έρευνας είναι όλοι οι κάτοικοι της Κύπρου.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ	Η ερώτηση της συνέντευξης είναι κατάλληλη για τη διεξαγωγή της έρευνας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ	Οι απαντήσεις των ερωτώμενων θα είναι αντιπροσωπευτικές του πληθυσμού της έρευνας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $3xy + 3y =$

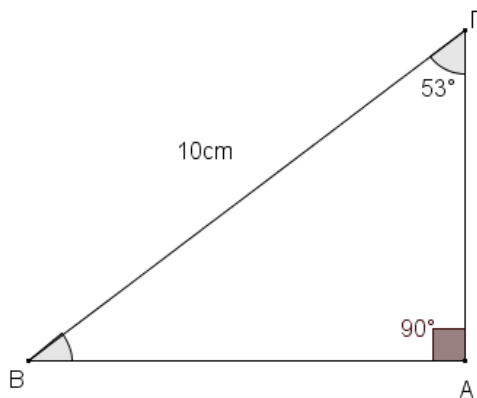
β) $y^2 - 16 =$

γ) $ax + ay + 2x + 2y =$

δ) $x^2 - 7x + 12 =$

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΒΓ=10cm και $\hat{\Gamma} = 53^\circ$. Να βρείτε το μήκος των πλευρών ΑΓ και ΑΒ.

Δίνονται : $\eta\mu 53^\circ \cong 0,799$ $\sigma\upsilon\nu 53^\circ \cong 0,602$ $\epsilon\phi 53^\circ \cong 1,327$.

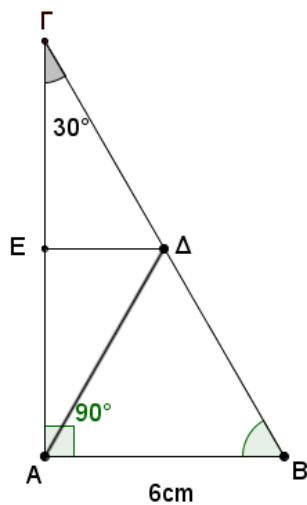


5. Να λύσετε το σύστημα:

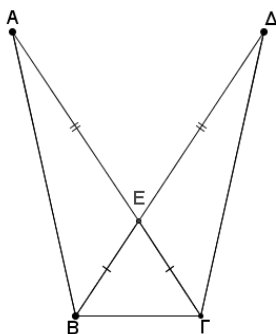
$$x + y = 5$$

$$x - y = -1$$

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ μέσο της $B\Gamma$, E μέσο της $A\Gamma$ και $AB = 6\text{cm}$, να υπολογίσετε:
α) Το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
β) Το μήκος των $A\Delta$ και $E\Delta$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



7. Στο πιο κάτω σχήμα σημειώνονται τα ίσα τμήματα $EB = E\Gamma$ και $AE = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι $\hat{A}B\Gamma = \hat{B}\Gamma\Delta$.



8. Η ολική επιφάνεια κύβου είναι 216 cm^2 . Να βρείτε τον όγκο και τη διαγώνιό του.

9. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} \right) : \frac{2xy}{x^2 - y^2} =$$

10. α) Να λυθεί η εξίσωση $3x^2 + 7x + 2 = 0$

β) Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου, αν γνωρίζετε ότι διαφέρουν κατά 5 cm και το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 24 cm^2 . Να λυθεί με τη βοήθεια δευτεροβάθμιας εξίσωσης.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. α) Αν ισχύει $\mu = \frac{1}{1+\beta}$, $\nu = \frac{1}{1-\beta}$ να βρείτε την αριθμητική τιμή της
παράστασης $A = \frac{\nu \cdot \beta + \mu}{\mu \cdot \beta - \nu}$ (μονάδες 4)

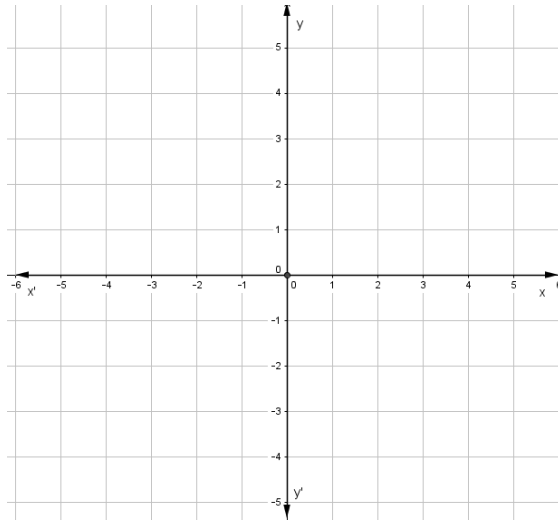
β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{2x}{x^2-4} \quad (\text{μονάδες } 6)$$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), Δ το μέσο της AB και E μέσο της AG . Από τα Δ και E να φέρετε τις αποστάσεις ΔZ και EH πάνω στη $B\Gamma$.
Να δείξετε ότι:
- α) $\Delta Z = EH$ και
 - β) AZH ισοσκελές τρίγωνο .
- (Να γίνει σχήμα, δεδομένα, ζητούμενα).

3. α) Το σημείο B(1,2) ανήκει στη παραβολή $y = ax^2$.

- I. Να βρείτε τη τιμή του a . (μονάδες 1)
- II. Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να κατασκευάσετε την πιο πάνω παραβολή. (μονάδες 2)

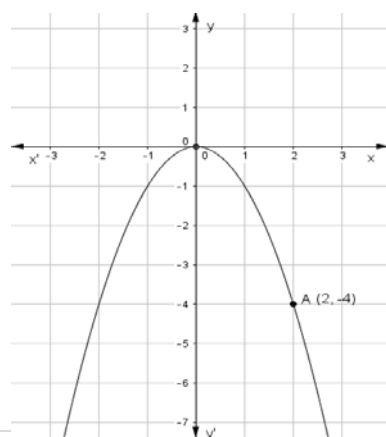


x			
y			

III. Να βρείτε και να συμπληρώσετε τα στοιχεία της πιο πάνω παραβολής. (μονάδες 4)

- το πεδίο ορισμού (Π.Ο.)
- το πεδίο τιμών (Π.Τ.)
- τις συντεταγμένες της κορυφής
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

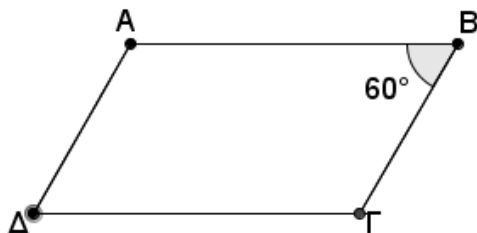
β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η παραβολή $y = -x^2$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A (2, -4) και την αρχή των αξόνων.



(μονάδες 3)

4. Κώνος έχει τον ίδιο όγκο με κύλινδρο. Ο κύλινδρος έχει ύψος 6 cm και ακτίνα 4 cm. Αν ο κώνος έχει ύψος 8 cm να βρείτε την ολική επιφάνεια του κώνου συναρτήσει του π .

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2(A\Delta)$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}=60^\circ$.
Προεκτείνουμε τη $\Delta\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα $\Gamma E=B\Gamma$.
α) Αν H μέσο της AB , να δείξετε ότι το $HBE\Gamma$ είναι ρόμβος. (μονάδες 4)
β) Αν $A(3,4)$ και $B(5,6)$ να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου H . (μονάδες 2)
γ) Να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου HBE . (μονάδες 4)



Ο Διευθυντής

Σπύρος Ζαχαριάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Βαθμολογία:.....

Ημερομηνία: **10 /6 /2016**

Ολογράφως:.....

Τάξη: **Γ΄** Διάρκεια: **2 ώρες**

Υπογραφή Καθηγητή:.....

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα: Αριθμός:.....

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες

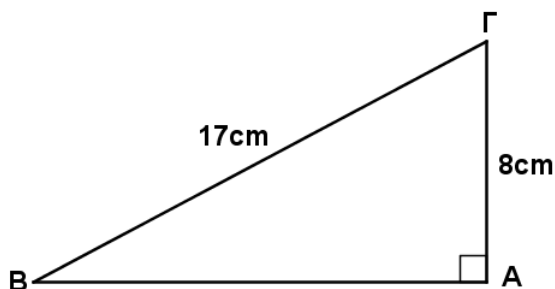
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 7)^2 =$

β) $(5x - 2) \cdot (5x + 2) =$

2. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ.

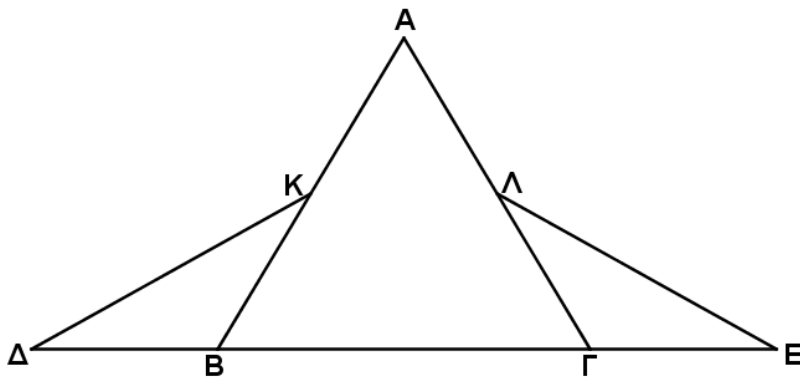


3. Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi + 5\psi = 12$$

$$4\chi - 3\psi = -2$$

-
4. Στο σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο με $(AB = A\Gamma)$. Τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta$ και ΓE είναι προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ τέτοιες ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $\widehat{K\Delta B} = \widehat{\Lambda E \Gamma}$.



5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $x^2 - 64 =$

β) $x^2 - 2x - 8 =$

γ) $x^2 + 3x - x\psi - 3\psi =$

δ) $16x^2 - 24x + 9 =$

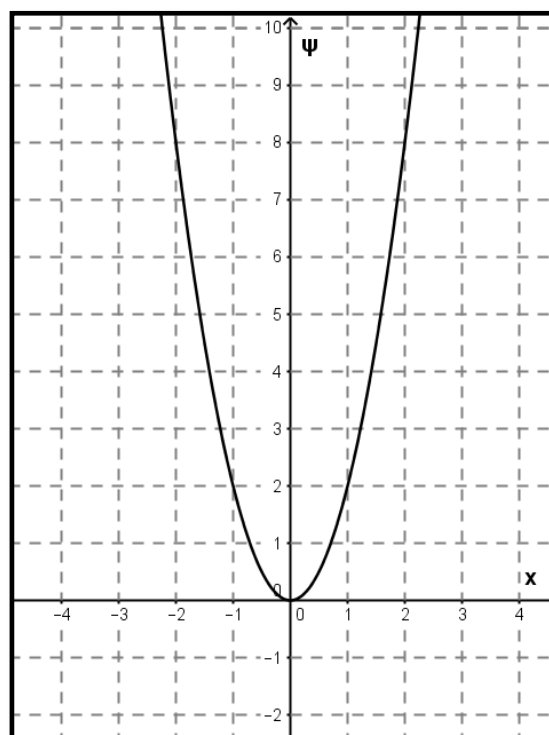
6. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση παραβολής. Να βρείτε :

α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

β) Τις συντεταγμένες της κορυφής της και να εξετάσετε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

γ) Δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

δ) Την εξίσωση της παραβολής.



7. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Τα σημεία E, Z, H, Θ είναι τα μέσα των OD, OA, OB και OG αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι 40cm να βρείτε την περίμετρο του παραλληλογράμμου $EZH\Theta$.

8. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 72 cm^3 . Αν οι διαστάσεις του είναι 4cm , $(x + 1)\text{ cm}$ και $(2x - 7)\text{ cm}$ να βρείτε :

α) Την τιμή του x .

(Μον. 3)

β) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

(Μον. 2)

9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\chi^2}{\chi - 3} + \frac{3\chi^2}{\chi^2 - 6\chi + 9} \right) : \left(\frac{2\chi^2}{\chi^2 - 9} - \frac{\chi}{\chi + 3} \right) =$$

10. Κύλινδρος έχει όγκο $180\pi\text{cm}^3$ και το ύψος του είναι ίσο με $\frac{5}{6}$ της ακτίνας του. Ένας κώνος έχει ακτίνα 4 cm. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου. Να βρείτε τον όγκο του κώνου.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10** μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3\chi^2}{\chi - 4} + \frac{2\chi}{2 - \chi} = \frac{\chi (2\chi^2 - 3\chi + 2)}{\chi^2 - 6\chi + 8}$$

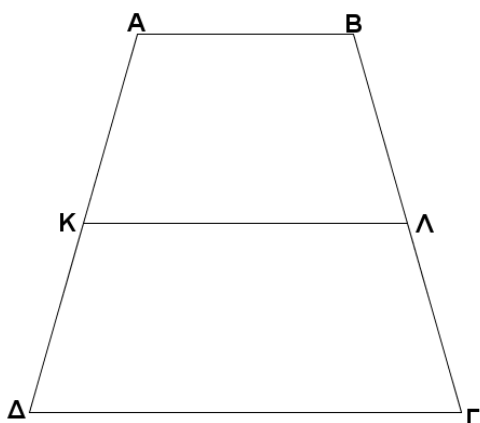
2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Από την κορυφή B φέρουμε την $B\Delta$ διχοτόμο της εξωτερικής γωνίας B και από την κορυφή Γ φέρουμε την ΓE διχοτόμο της εξωτερικής γωνίας Γ ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν AM είναι το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ να δείξετε ότι:
- α) $M\Delta = ME$
 - β) Τα σημεία E και Δ ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.

3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\chi - 2)^3 - \chi(\chi - 3)^2 - (1 - \chi)(\chi + 1) + 5\chi = (\chi + 9)(\chi - 1)$$

β) Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ// ΔΓ) και ΚΛ η διάμεσός του.

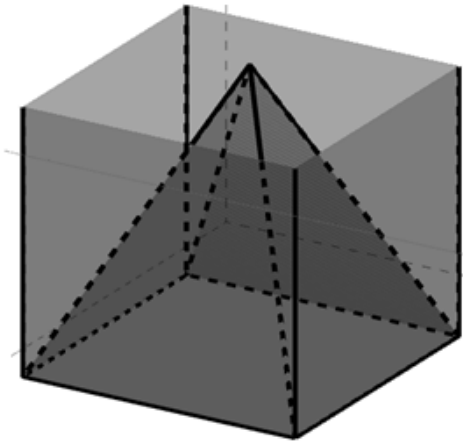
Αν $K\Delta = 3\psi \text{ cm}$, $B\Gamma = (4\chi + 32)\text{cm}$, $AB = (\chi + 4)\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 2\psi \text{ cm}$ και $K\Lambda = 12\text{cm}$
να βρείτε τις πλευρές του τραπέζιου.



4. Μέσα σ' ένα ανοικτό γυάλινο κύβο έχει τοποθετηθεί μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα. Η ακμή της βάσης της πυραμίδας είναι ίση με την ακμή του κύβου και το απόστημα της ίσο με 6cm.

Αν η γωνιά που σχηματίζει το απόστημα με το ύψος της πυραμίδας είναι 30° να βρείτε:

- α) Τον όγκο του στερεού μεταξύ κύβου και πυραμίδας. (Μον. 6)
β) Το εμβαδόν της εσωτερικής επιφάνειας του στερεού. (Μον. 4)



5. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και οι συντεταγμένες των κορυφών του $A(-3,2)$, $B(5,1)$ και $\Gamma(9,-6)$.
- α) Αν K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του είναι $K(3,-2)$.
- β) Να δείξετε ότι η κορυφή Δ έχει συντεταγμένες $\Delta(1,-5)$.
- γ) Να δείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.
- δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο $E(8,3)$ και είναι παράλληλη με την πλευρά AB .
- ε) Να υπολογίσετε την τιμή του μ αν η ευθεία $\varepsilon_2: \psi = (2\mu - 6)\chi + 10$ είναι κάθετη με την ε_1 .

Οι εισηγητές:

Νικολαΐδου Σόφη
Στεργίδου Αγγέλα
Κοκόλης Σπύρος
Μελαχροινού Ελένη

Ο Διευθυντής

Σαμάρας Παρασκευάς

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 8/6/2016

ΤΜΗΜΑ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡ.

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $\left(-\frac{x}{5}\right)^2 =$

β) $\left(2 - \frac{x}{1}\right) \left(\right)$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $3x + 3y =$

β) $x^2 - 9x + 20 =$

3. Να λύσετε το σύστημα:

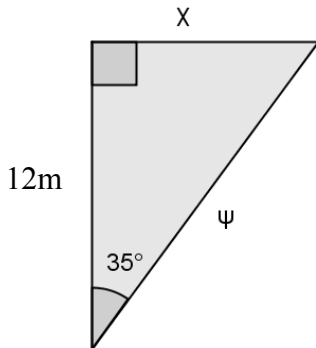
$$\begin{aligned}\chi + 3\psi &= 11 \\ 4\chi - \psi &= -8\end{aligned}$$

4. Να υπολογίσετε την τιμή του α , ώστε η ευθεία $\psi = (\alpha + 2)\chi - 5$ να είναι κάθετη στην ευθεία $\chi + 3\psi = 4$.

5. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν οι διαγώνιοί του είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Δύο τρίγωνα, τα οποία έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία , είναι ίσα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Η παραβολή $\psi = 5\chi^2$ έχει μέγιστη τιμή	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου, είναι παράλληλο με την τρίτη πλευρά και ισούται με το μισό της.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Όλα τα τετράγωνα είναι παραλληλόγραμμα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

6. Να υπολογίσετε τους άγνωστους χ και ψ (οι απαντήσεις να δοθούν κατά προσέγγιση δεκάτου). Δίνονται : $\eta\mu 35^\circ = 0,574$ $\sigma\upsilon\nu 35^\circ = 0,819$ $\epsilon\phi 35^\circ = 0,700$

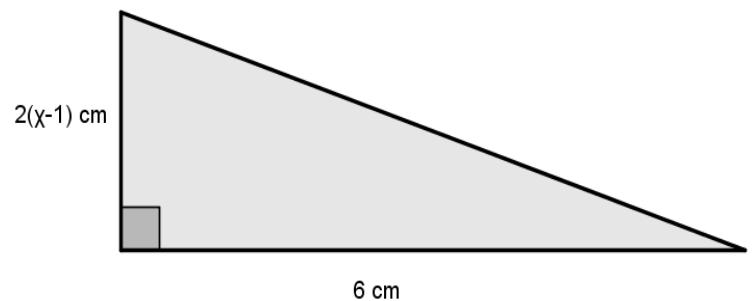
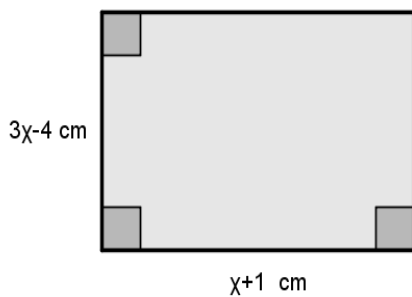


7. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθού πρίσματος του οποίου το ύψος είναι 15m και οι βάσεις του είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 6 m και 8m, αντίστοιχα.

8. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε την απάντησή σας:

$$\frac{x^2 - x}{x^3 + x^2 - 2x} \div \left(\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x^2 - 4} \right) =$$

9. Τα πιο κάτω σχήματα (ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ορθογώνιο τρίγωνο) έχουν το ίδιο εμβαδόν. Να υπολογίσετε την τιμή του χ .



10. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο AD . Αν E, Θ, K είναι τα μέσα των πλευρών AD , $A\Gamma$ και BD αντίστοιχα, να δείξετε ότι, το $E\Theta\Delta K$ είναι παραλληλόγραμμο. **Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. (Να κάνετε σχήμα, δεδομένα-ζητούμενα, απόδειξη).**

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2\psi - 19}{\psi^2 + \psi - 6} - \frac{5}{\psi + 3} = \frac{\psi}{2 - \psi} \quad (\text{μον. } 6)$$

(β) Αν $\chi^2 + \psi^2 = 2\chi\psi$, να δείξετε ότι: $\chi = \psi$.

(μον. 4)

2. Κύλινδρος και κώνος έχουν ακτίνα $8m$. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι $320\pi m^3$. Αν το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου να βρείτε τον όγκο του κώνου.

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\left(\hat{A} = 90^\circ\right)$ και κορυφές A(0,5) και B(3,1). Η

κλίση της πλευράς BΓ είναι $\lambda_{B\Gamma} = \frac{1}{3}$. Να βρείτε:

- (α) την εξίσωση της πλευράς BΓ. (μον. 3)
 (β) την εξίσωση της πλευράς AB. (μον. 3)
 (γ) την εξίσωση της πλευράς ΑΓ. (μον. 4)

4. (α) Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1 + \frac{\chi}{\psi}}{1 - \frac{\chi^2}{\psi^2}}$ και $B = \left(1 - \frac{\psi}{\chi}\right) : \left(1 - \frac{2\psi}{\chi} + \frac{\psi^2}{\chi^2}\right)$,

με $\chi \neq 0$ και $\psi \neq 0$. Να δείξετε ότι $A + B = 1$

(β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων το πολυώνυμο :

$$16\chi^2 + 8\chi - 4\psi^2 + 1$$

5. Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με AB=ΑΓ, προεκτείνουμε τη ΒΓ προς το μέρος του Β και του Γ κατά τμήμα ΒΔ=ΓΕ (Δ και Ε σημεία της προέκτασης του ευθυγράμμου τμήματος ΒΓ, προς το Β και Γ αντίστοιχα).

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

(β) Να φέρετε την ΓΗ κάθετη στην ΑΔ και την ΒΖ κάθετη στην ΑΕ . Να αποδείξετε ότι ΓΗ=ΒΖ. **Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας. (Να κάνετε σχήμα, δεδομένα- ζητούμενα, απόδειξη).**

Η Διευθύντρια

Δρ. Κουκάν Ειρήνη

.....

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή :

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16 /06/ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 10:15 - 12:15

Ονοματεπώνυμο Μαθητή/τριας:**Τμήμα** **Αρ.:**

Οδηγίες:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε με μελάνι μπλε . (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι.)
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.
 - ε) Να γράψετε όλες τις απαντήσεις πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
 - ζ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **εννέα (9)** σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες (από τις 100).

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(x + 4)^2 =$

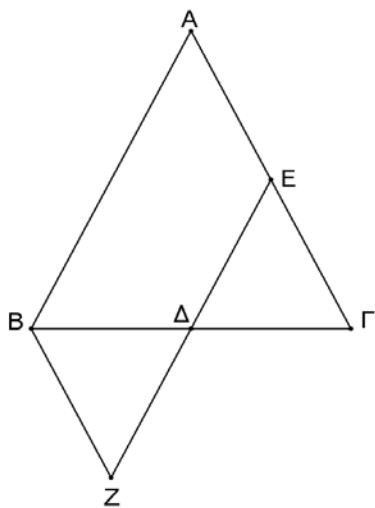
β) $(2\alpha + 3)(2\alpha - 3) =$

2. Να λύσετε το σύστημα :

$$x - 3y = -7$$

$$3x + 2y = 1$$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: Δ μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και $BZ \parallel A\Gamma$. Να δείξετε ότι $\Delta \overset{\Delta}{E} \Gamma = B \overset{\Delta}{\Delta} Z$.



4. Να υπολογίσετε το ύψος του τοίχου και το μήκος της σκάλας, αν η απόσταση της σκάλας από τον τοίχο είναι 1,5m και η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι 67° .



ϑ	$\eta\mu\vartheta$	$\sigma\upsilon\nu\vartheta$	$\epsilon\varphi\vartheta$
23°	0,391	0,921	0,424
67°	0,921	0,391	2,356

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

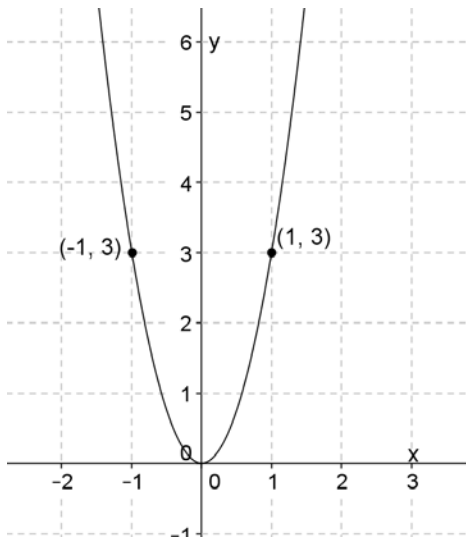
α) $y^2 + 4y =$

β) $x^2 - 4x - 12 =$

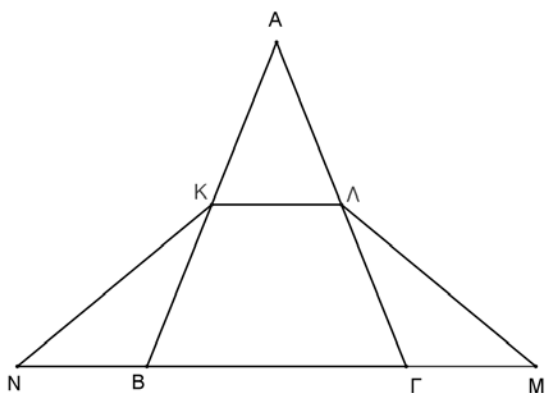
γ) $x^2 - 25 =$

δ) $ax - 2x - ay + 2y =$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $y = ax^2$, $a \neq 0$. Να βρείτε: α) την τιμή του a και να γράψετε την εξίσωσή της.
β) τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη 12.
γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της.
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.



7. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ($AB = AG$), $BN = ΓΜ$ και Κ , Λ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το ΚΛΜΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



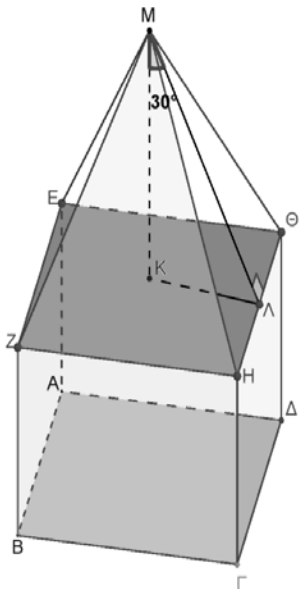
8. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{3x^2-6x} \right) : \frac{x^2+6x-16}{x^2-4x+4} =$$

9. α) Να βρείτε το κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: y = (4\kappa + 1)x + 5$ και $\varepsilon_2: y = (2\kappa - 1)x - 3$ να είναι κάθετες.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 + 8x = 4$

10. Η πιο κάτω ξύλινη κατασκευή αποτελείται από μία τετραγωνική πυραμίδα και έναν κύβο.
Η κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει απόστημα ίσο με 10m, το οποίο σχηματίζει με το ύψος γωνία 30° . Να βρείτε πόσα θα πληρώσουμε για να βάψουμε την εξωτερική επιφάνεια του στερεού, αν το βάψιμο στοιχίζει €3 το τετραγωνικό μέτρο.

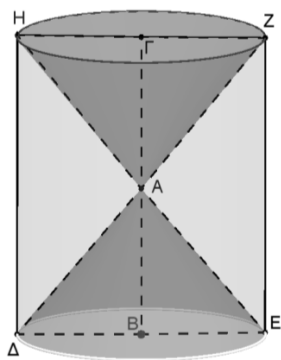


ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες (από τις 100).

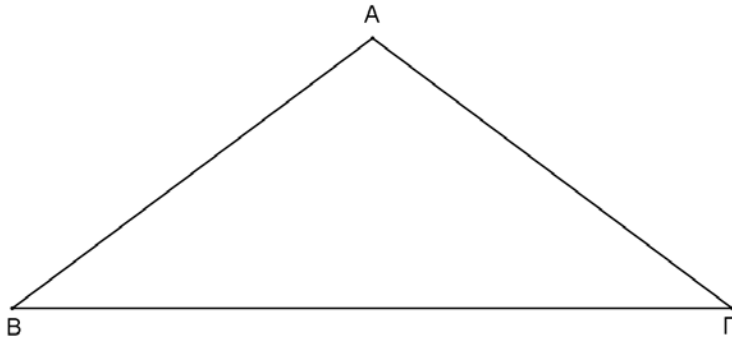
1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{3x^2}{x-4} + \frac{2x}{2-x} = \frac{2x^3-3x^2+2x}{x^2-6x+8}$$

2. Η πιο κάτω κατασκευή αποτελείται από έναν κύλινδρο και δύο ίσους κώνους στο εσωτερικό του . Ο κάθε κώνος έχει κυρτή επιφάνεια $65\pi cm^2$ και ολική επιφάνεια $90\pi cm^2$. Να βρείτε τον όγκο του στερεού που απομένει, αν από τον κύλινδρο αφαιρέσουμε τους δύο κώνους.



3. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(-6,3), Β(2,-3), Γ(4,4) και Δ(-4,10). (6M)
- α) Να δείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (4M)
- β) Αν Κ είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΒΓΔ, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το Κ και είναι παράλληλη με την πλευρά ΑΔ.

4. α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ προς το μέρος του Α κατά τμήματα ΑΕ και ΑΖ αντίστοιχα, ώστε ΑΕ=ΑΖ. Αν Κ είναι το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι:
- i) $ZK = EK$.
 - ii) Τα σημεία Ζ και Ε ισαπέχουν από την πλευρά ΒΓ. (Σχήμα – Δεδομένα - Ζητούμενα) (7Μ)



β) Να αποδείξετε την ισότητα:

(3Μ)

$$\frac{\left[(\kappa + 2\lambda)^2 - (\kappa - 2\lambda)^2 \right]^2}{(-2\kappa\lambda)^2} = 16$$

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = 120^\circ$. Γχ, Δψ είναι οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών του $\hat{\Gamma}$ και $\hat{\Delta}$ αντίστοιχα. Οι προεκτάσεις τους τέμνονται στο Ε.
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ορθογώνιο. (2,5M)
- β) Αν το μήκος της ΑΒ είναι η λύση της εξίσωσης $2\omega^2 - 72 = 0$, να υπολογίσετε το μήκος της ΔΕ. (2M)
- γ) Αν Κ είναι το μέσο της ΓΔ, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔΕΚ είναι ισόπλευρο. (1,5M)
- δ) Προεκτείνουμε την ΓΕ κατά τμήμα ΕΖ=ΓΕ και ΔΕ κατά τμήμα ΕΗ=ΔΕ. Να αποδείξετε ότι ΔΓΗΖ είναι ρόμβος. (4M)
- Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

ΤΕΛΟΣ ΓΡΑΠΤΟΥ

Η Διευθύντρια

Μαρία Συμεωνίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/16

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανή
- β) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπονται με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΙΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 2)^2 =$

(β) $(x - 5) \cdot (x + 5) =$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του κώνου με ακτίνα $6cm$ και γενέτειρα $10cm$.

3. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 8 \\ 2\chi + 3\psi = 13 \end{cases}$$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 + 3\chi - 9 = 0$

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $\psi^2 - 4 =$

(β) $\chi^2 + 6\chi - 7 =$

(γ) $\omega^2 + 2\omega =$

(δ) $\chi^2 - \psi^2 + 3\chi - 3\psi =$

6. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις:

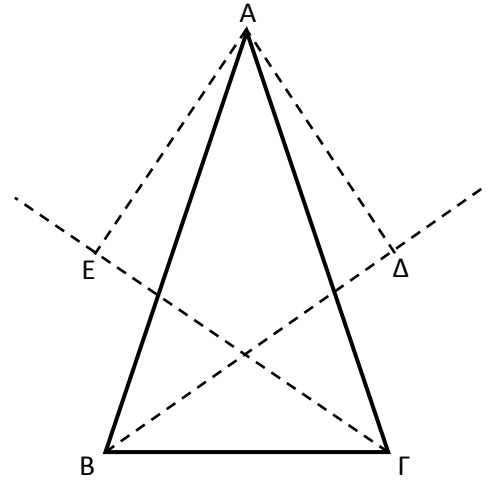
1	Οι ευθείες $\psi = 2\chi - 3$ και $3\psi = 6\chi + 5$ είναι παράλληλες.	
2	Η παραβολή με εξίσωση $\psi = -\frac{2}{5}\chi^2$ έχει ελάχιστο.	
3	Κάθε τετράγωνο είναι και ρόμβος.	
4	Αν διπλασιάσουμε την ακμή ενός κύβου, τότε ο όγκος του οκταπλασιάζεται.	
5	Η παραβολή με εξίσωση $\psi = 4\chi^2$ έχει πεδίο τιμών $(-\infty, 0)$.	

7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 10\text{cm}$, $B\Gamma = 14\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Αν Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔEZ . **(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)**

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ η γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν η διάμεσος AM είναι $AM = 6\text{cm}$, να υπολογίσετε:
- (α) την πλευρά $B\Gamma$. (μον. 1)
- (β) την πλευρά AB . (μον. 1)
- (γ) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{B}$. (μον. 3)
- (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)**

9. Κολόνια πωλείται σε δύο είδη μπουκαλιών στην ίδια τιμή το καθένα. Το πρώτο μπουκάλι έχει σχήμα κώνου με διάμετρο βάσης 6cm και ύψος 7cm . Το δεύτερο είναι κυλινδρικό με ακτίνα βάσης 2cm και ύψος 5cm . Ποιο μπουκάλι έχει καλύτερη τιμή;
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

10. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$). Οι ευθείες ΓE και $B\Delta$ διχοτομούν της γωνίες Γ και B αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις της κορυφής του τριγώνου A από τις ευθείες ΓE και $B\Delta$ είναι ίσες.



ΜΕΡΟΣ Β Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4x+5}{x-2} = \frac{3(x-2)}{x} + \frac{15x-4}{x^2-2x}$

2. Στο πάρτι των τελειοφοίτων του Γυμνασίου Επισκοπής πήγαν 177 μαθητές, αγόρια και κορίτσια. Μετά από δύο ώρες έφυγαν 15 αγόρια και 12 κορίτσια και τότε ο αριθμός των κοριτσιών έγινε κατά 15 λιγότερος από τον διπλάσιο αριθμό των αγοριών. Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια πήγαν στο πάρτι.
(Να λυθεί με τη βοήθεια συστήματος δύο εξισώσεων)

3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 cm, πλάτος 12 cm και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του είναι 352 cm^2 . Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει τον ίδιο όγκο με το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και το ύψος της είναι ίσο με το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας.

4. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας (ε).

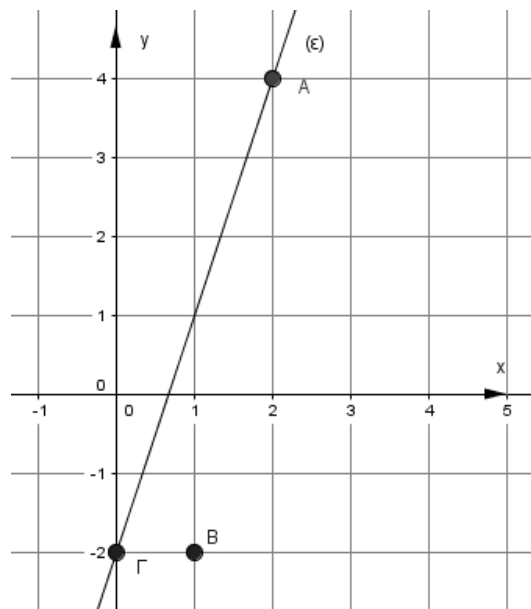
(α) Να βρείτε τον τύπο της ευθείας (ε).

(β) Να βρείτε τον τύπο της ευθείας που είναι
κάθετη στην (ε) και περνά από το σημείο Β.

(γ) Αν η ευθεία (ε) περνά από το σημείο

$(1-\mu, \mu+9)$ να βρείτε την τιμή του μ .

(δ) Να βρείτε την απόσταση του ευθύγραμμου
τμήματος ΑΒ, καθώς και τις συντεταγμένες
του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.



5. (α) Αν $\rho(\chi) = \chi^3 - \chi^2 + 3\chi - 27$, να δείξετε ότι $\rho(\chi - 1) = (\chi - 4)(\chi^2 + 8)$

(β) Να γίνει απλό το σύνθετο κλάσμα:

$$\frac{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} - 2}{\frac{3}{\alpha} - \frac{3}{\beta}} =$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ

.....

Παναγιώτα Μονιάτη

.....

Ελένη Θεοδωρίδη

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

.....

Χριστίνα Μηνά Ισαάκ ΒΔ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Βαρβάρα Κάσσαρη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΤΑΞΗ: Γ	Βαθμός:.....
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/ 06 / 2016	ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ	Υπ. Καθηγ.:
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:		
ΤΜΗΜΑ:		ΑΡ.:

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
(Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(x + 2)^2 =$

β) $(2\beta + 5)(2\beta - 5) =$

2. Να λύσετε το σύστημα :

$x + 3\psi = 11$

$4x - 2\psi = 2$

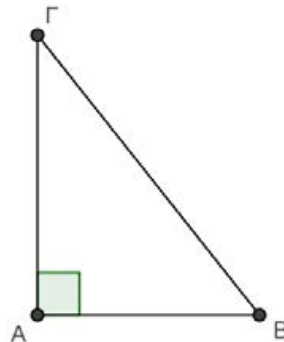
3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 3cm , 5cm και 6cm.

Να βρείτε : α) το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας

β) τον όγκο του.

4. Να λύσετε την εξίσωση : $3x^2 - 5x + 2 = 0$

5. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\angle A = 90^\circ$) δίνεται το $\eta\mu B = \frac{8}{10}$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi\Gamma$.



6. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα :

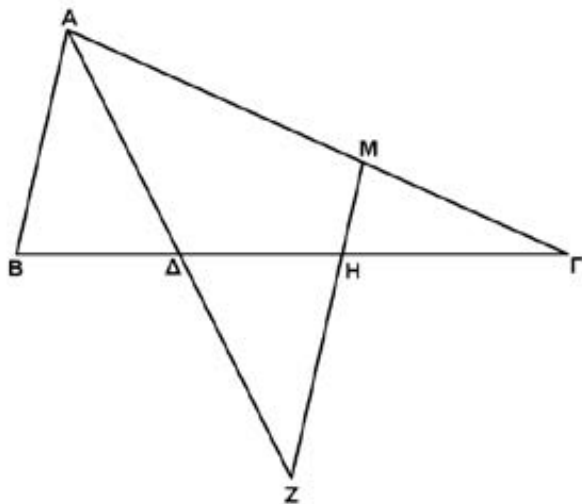
α) $2x^2 + 4x\psi =$

β) $\psi^2 - 9 =$

γ) $x^2 + 3x - 10 =$

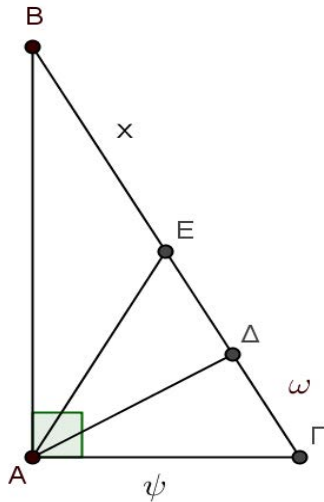
δ) $\alpha^2 - 3\alpha + \alpha\omega - 3\omega =$

7. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD διχοτόμος της γωνίας A . Προεκτείνουμε την AD κατά τμήμα $\Delta Z = AD$. Αν Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$ και η ευθεία ZH τέμνει την $A\Gamma$ στο M , να δείξετε ότι :
- α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και ΔZH είναι ίσα.
 β) το τρίγωνο AMZ είναι ισοσκελές.



8. Να βρείτε για ποια τιμή του K οι ευθείες $\epsilon_1 : \psi = (3K+1)\chi + 1$ και $\epsilon_2 : (K+7)\chi - 2\psi = 2$ είναι παράλληλες.

9. Στο πιο κάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\angle A = 90^\circ$ και $\angle B = 30^\circ$. Η AE είναι διάμεσος και το AD ύψος. Αν $AE = 6\text{ cm}$, $BE = x$, $A\Gamma = \psi$ και $\Delta\Gamma = \omega$, να υπολογίσετε τις τιμές των x , ψ , ω . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



10. Ο Γιώργος και ο Κώστας έχουν μαζί €430. Ο Γιώργος ξόδεψε €30 για την αγορά ενός βιβλίου. Ο Κώστας πήρε δώρο για τα γενέθλιά του €50 και τώρα έχει διπλάσια χρήματα από το Γιώργο. Να βρείτε πόσα χρήματα είχε αρχικά το κάθε παιδί. (Να λυθεί με σύστημα).

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση :

$$\frac{x-7}{x^2-5x+4} - \frac{1}{4-x} = \frac{x-3}{x^2-x}$$

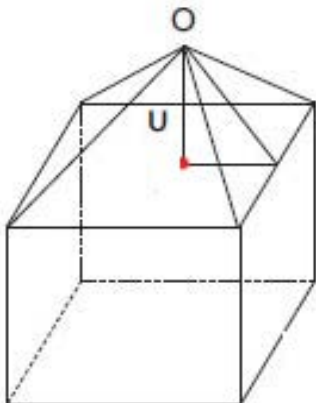
2. (α) Δίνεται η παράσταση: $A = (2x - 3)^2 - (x - 1)(x + 1) + (x - 1)^3 - x^3$
i . Να αποδείξετε ότι: $A = 9(1 - x)$
ii . Αν $B = x^2 + x + 1$, να αποδείξετε ότι: $A \cdot B = 9 - 9x^3$

β) Να βρείτε τις τιμές του χ , για τις οποίες ορίζεται η πιο κάτω αλγεβρική παράσταση και να την απλοποιήσετε :

$$\frac{\frac{\chi^2 - 10\chi + 25}{\chi^3 - 5\chi^2}}{\chi - \frac{25}{\chi}} =$$

3. Το στερεό του σχήματος αποτελείται από ένα κύβο και μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα. Αν η πυραμίδα έχει όγκο $V = 48\text{cm}^3$ και ύψος $u = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε:

- α) την ακμή του κύβου.
- β) τον όγκο του στερεού.
- γ) το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας.
- δ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



4. Οι κορυφές του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι $A(2, 3)$, $B(6, 4)$, $\Gamma(7, \kappa)$ και $\Delta(\chi, \psi)$.

Να βρείτε:

- α) Τις κλίσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$ και να δείξετε ότι $\kappa = 0$.
- β) Την εξίσωση της πλευράς $\Gamma\Delta$.
- γ) Το μήκος της πλευράς AB .
- δ) Τις συντεταγμένες του μέσου M της $A\Gamma$.
- ε) Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο οποίο η πλευρά AB είναι διπλάσια από την πλευρά $A\Delta$. Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AEZ\Delta$ είναι ρόμβος.

β) Το τετράπλευρο $EHZ\Theta$ είναι ορθογώνιο, όπου H το σημείο τομής των $E\Delta$ και AZ και Θ το σημείο τομής των $E\Gamma$ και BZ .

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Σταυρούλα Κλώνη

Ξενάκης Παναγιώτου

Κωνσταντίνος Αντωνίου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Στέλλα Ταμάμη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

Μάθημα : Μαθηματικά Βαθμός :
 Ημερομηνία : 6/6/16 Ολογράφως :
 Διάρκεια : 2 ώρες Υπογραφή καθηγητή :
 Ώρα : 7:45 – 9:45 Τάξη : Γ' Γυμνασίου
 εξέτασης

Ονοματεπώνυμο : Αρ. Τμήμα :

Το δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} -x + 3\psi = -8 \\ 5x + 3\psi = 4 \end{cases}$$

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(2x + 1)(2x - 1) =$

β) $(x + 7)^2 =$

3. Να συμπληρώσετε με το σύμβολο $\checkmark$ στη στήλη που βρίσκεται το Σ (Σωστό) ή το Λ (Λάθος), ανάλογα με το τι ισχύει για καθεμία από τις πιο κάτω προτάσεις:

A/A	Προτάσεις	Σωστό	Λάθος
1.	Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο πλευρές και μια γωνία ίση.	☐	☐
2.	Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίση και την υποτείνουσα ίση, τότε είναι ίσα.	☐	☐
3.	Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο αν είναι ορθογώνιο και ρόμβος.	☐	☐
4.	Αν οι διαγώνιες ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες, τότε είναι ορθογώνιο.	☐	☐

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ προς το B και προς το Γ κατά τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με υποτείνουσα $B\Gamma = 15 \text{ cm}$. Αν η κάθετη πλευρά $AB = 12 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 15\eta\mu\Gamma - 12\varepsilon\varphi B$$

6. Από τα δώδεκα τμήματα της Γ΄ τάξης ενός Γυμνασίου εξετάσαμε όλους τους μαθητές του Γ₁ ως προς την επίδοση στη στατιστική.
- α) Κάναμε απογραφή ή δειγματοληψία, όσο αφορά τον πληθυσμό της Γ΄ τάξης του σχολείου; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
- β) Μπορούμε να γενικεύσουμε τα συμπεράσματα για όλους τους μαθητές της Γ΄ τάξης του Γυμνασίου; Τεκμηριώστε την απάντησή σας.

7. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα που βρίσκονται στην στήλη Α και να τα αντιστοιχίσετε με τα πολυώνυμα της στήλης Β.

Στήλη Α

Στήλη Β

α) $f(x) = x^2 - 4$	i) $(x + 4)(x + 4)$
β) $f(x) = x^2 + 4x$	ii) $(x + 4)(x - 1)$
γ) $f(x) = x^2 - 5x + 4$	iii) $(x - 4)(x + 1)$
δ) $f(x) = x^2 - 3x - 4$	iv) $(x - 4)(x - 1)$
ε) $f(x) = x(x - 4) + 4$	v) $x(x + 4)$
	vi) $(x - 2)^2$
	vii) $(x - 2)(x + 2)$
	viii) Δεν παραγοντοποιείται

α) →	β) →	γ) →	δ) →	ε) →
------------	------------	------------	------------	------------

8. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2$. Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$.

β) Την εξίσωση της παραβολής.

γ) Δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

δ) Το πρόσημο των τιμών $f(-2016)$ και $f(5)$.

ε) Τη μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή της καμπύλης και να τη χαρακτηρίσετε.

9. Να μετατρέψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα σε απλό:

$$\frac{2 - \frac{x+1}{x-1}}{\frac{x+1}{2} - \frac{4}{x-1}} =$$

10. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) και $AB = 3x$, $\Gamma\Delta = 14 \text{ cm}$. Αν η διάμεσος $EZ = x^2$, να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου EZ .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x+1}$$

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$), $B = 30^\circ$ και AM διάμεσος. Από το σημείο M φέρουμε κάθετη πάνω στην AB , που την τέμνει στο σημείο Δ . Προεκτείνουμε τη $M\Delta$ κατά τμήμα $M\Delta = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $AM\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

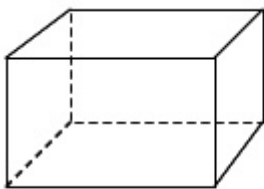
β) Το τετράπλευρο $AEBM$ είναι ρόμβος.

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = \frac{x^2 - \psi^2}{x^2 + \psi^2}$, $A\Gamma = \frac{2x\psi}{x^2 + \psi^2}$ και $B\Gamma = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x} \div \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x}$ με $x, \psi \neq 0$.

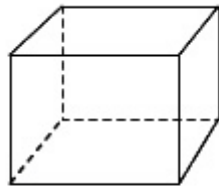
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο, με υποτείνουσα τη $B\Gamma$.

β) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου AD .

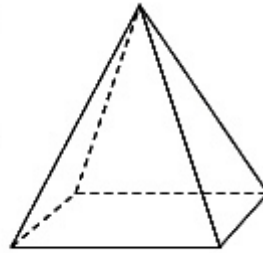
4. α) Σε ένα πάρτι γενεθλίων, θέλουμε να αγοράσουμε τη πιο συμφέρουσα συσκευασία για να σερβίρουμε ποπ κορν. Η χωρητικότητα της κάθε συσκευασίας εξαρτάται από το σχήμα της. Έχουμε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 12 cm, 10 cm και 9 cm, έναν κύβο με εμβαδόν ολικής επιφάνειας 600 cm^2 και μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης 18 cm και ύψος 11 cm. Να αποδείξετε ότι η πιο συμφέρουσα επιλογή, δεδομένου ότι η τιμή αγοράς τους είναι η ίδια, είναι η πυραμίδα.



**Ορθογώνιο
Παραλληλεπίπεδο**

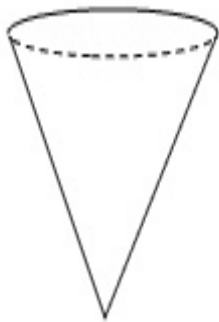


Κύβος



Πυραμίδα

- β) Στη συνέχεια αδειάζουμε τη συσκευασία με σχήμα πυραμίδας σε δοχεία σχήματος κώνου ακτίνας 3 cm και ύψους 7 cm. Αν γεμίζουμε το κάθε δοχείο κατά τα $\frac{2}{3}$ της χωρητικότητας του, να βρείτε πόσα δοχεία θα χρειαστούμε. (Να θέσετε το $\pi = \frac{22}{7}$)



5. Δίνεται το τετράπλευρο με κορυφές $A(-3, -1)$, $B(1, 1)$, $\Gamma(0, 3)$ και $\Delta(-4, 1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των διαγωνίων του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ και είναι κάθετη με την ευθεία $(\varepsilon_1): \psi = \frac{1}{2}x - 7$.

Ο Διευθυντής

Πέτρος Μιχαήλ

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΒΑΘΜΟΣ:

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/06/2016

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση οποιουδήποτε διορθωτικού υλικού.
 - γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια μονάδα.

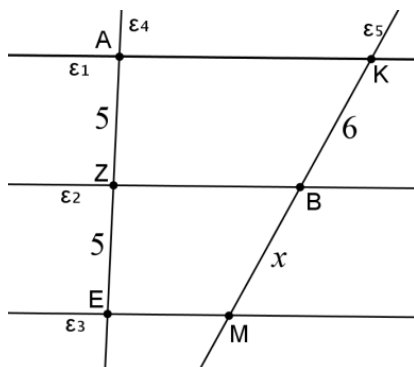
1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα με τη χρήση ταυτοτήτων:

α) $(\chi + 5)^2 =$

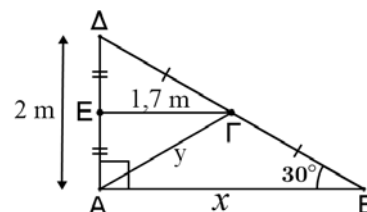
β) $(\alpha + 4)(\alpha - 4) =$

2. Στα πιο κάτω σχήματα, να υπολογίσετε τις τιμές των x και y . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

α) $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$



β)



3. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$3y - \chi = -14$$

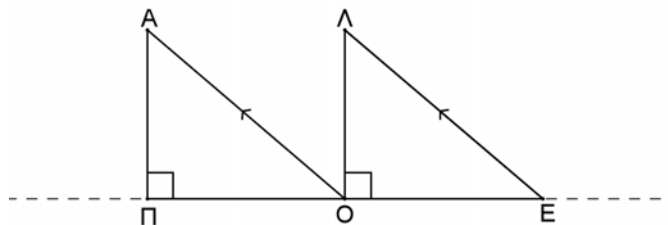
$$2y - 6\chi = -36$$

4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $3\chi^3 y^2 - 6\chi^6 y =$

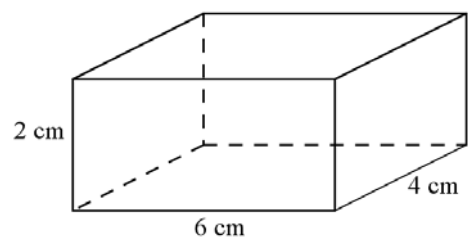
β) $4\alpha^2 - 25 =$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AO \parallel \Lambda E$,
 $\hat{A}\hat{\Pi}O = \hat{\Lambda}\hat{O}E = 90^\circ$ και O μέσο του ΠE .
Να αποδείξετε ότι $\hat{A}\hat{\Pi}O = \hat{O}\hat{\Lambda}E$.

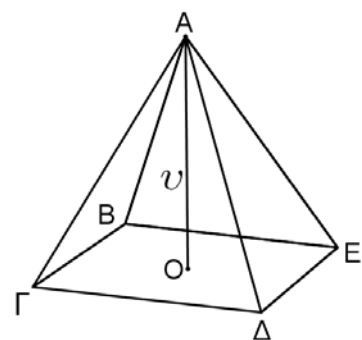


6. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 5\chi - 2 = 0$

7. α) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.

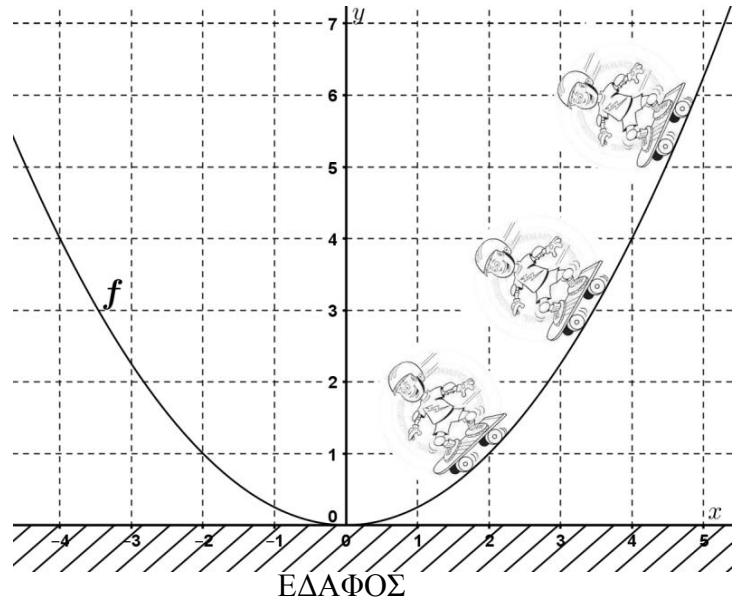


β) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της τετραγωνικής πυραμίδας που έχει ύψος 15 cm και απόστημα 17 cm.



8. Στο διπλανό σχήμα ο Διοκλής με μια σανίδα πατίνι (σκέιτμπορντ) κατεβαίνει μια ράμπα η οποία διαγράφει παραβολική τροχιά. Να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής f .



β) Να γράψετε το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) και το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης f .

γ) Να βρείτε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο η συνάρτηση f .

δ) Να βρείτε την απόσταση του Διοκλή από το έδαφος όταν ο Διοκλής βρισκόταν σ'ένα σημείο με τετμημένη $x = 6$ και να βρείτε τις συντεταγμένες ενός άλλου σημείου της παραβολικής τροχιάς στο οποίο ο Διοκλής απείχε από το έδαφος την ίδια απόσταση.

9. Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\chi^2 - 16}{\chi^2 - 6\chi} \cdot \frac{\chi^2 - 8\chi + 12}{2\chi - 8}$$

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

β) Να αποδείξετε ότι:

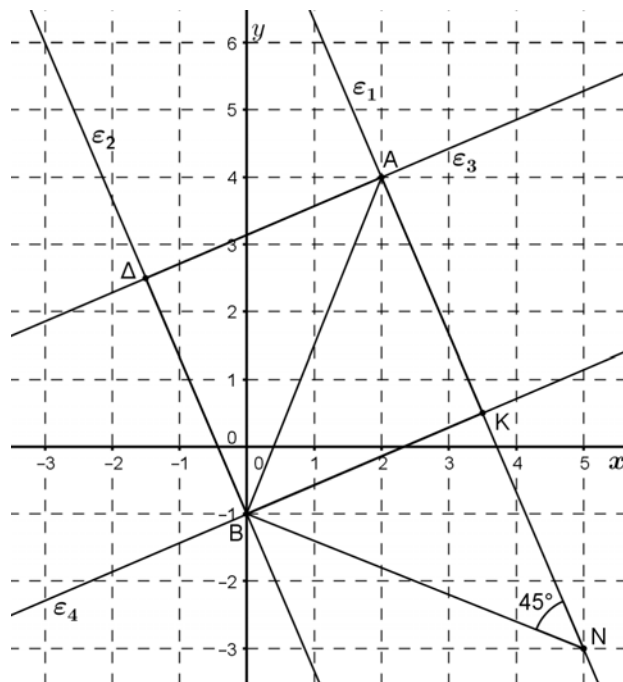
$$\frac{A}{\frac{\chi^2 + \chi - 12}{\chi}} = \frac{\chi - 2}{2\chi - 6}$$

10. Στο πιο κάτω ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των ευθειών ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 : $y = \frac{3}{7}x + \frac{11}{7}$ και ϵ_4 : $6x - 14y = 7$. Αν το τρίγωνο ABN είναι ισοσκελές ($AB = BN$) και $\hat{N} = 45^\circ$, να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Να βρείτε τη **σχετική θέση** των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

β) Να δείξετε ότι η γωνία AKB είναι ορθή.

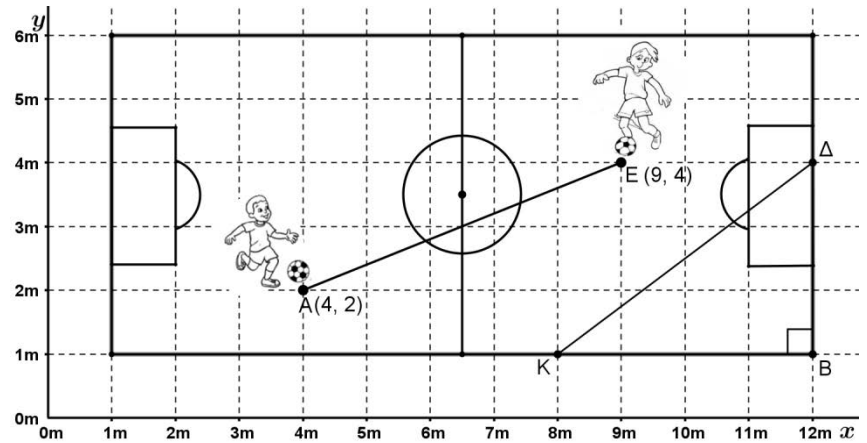
γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο AKBΔ είναι τετράγωνο.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. α) Στο διπλανό σχήμα ο Γιώργος κάνει ένα σουτ με την μπάλα από το σημείο Ε. Η μπάλα σταμάτησε στο σημείο Α.

- i) Να υπολογίσετε πόσα μέτρα μακριά σούταρε την μπάλα ο Γιώργος.



- ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΕ.

- β) Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΔΒ στο πιο πάνω σχήμα, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

i) $\eta\mu K =$

ii) $\epsilon\phi\Delta =$

2. α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\alpha+7}{\alpha^2+4\alpha+3}-\frac{3}{1+\alpha}=$$

β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ισότητα:

$$\left(\chi^2-\frac{y}{\chi}\right)^2+\chi^2-\left(\chi y+\frac{y}{\chi}\right)\left(\frac{y}{\chi}-\chi y\right)-\chi^4=(1-\chi y)^2+\chi^2-1$$

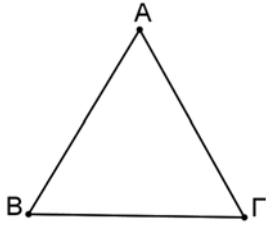
3. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{2\chi-1}{\chi-1} - \frac{\chi+5}{\chi+2} = \frac{9}{\chi^2+\chi-2}$$

4. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB προς το B και $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήματα BE και ΓZ έτσι ώστε $AB = BE$ και $A\Gamma = \Gamma Z$. Αν AK είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$ και Δ είναι το μέσο του EZ , να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

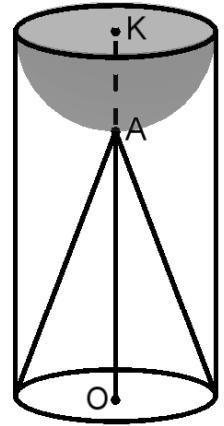
α) Να αποδείξετε ότι $\angle BKE = \angle \Gamma K Z$. β) Το τρίγωνο EKZ είναι ισοσκελές.

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Gamma\Delta E$ είναι ρόμβος.



5. Στο πιο κάτω σχήμα ο κώνος, ο κύλινδρος και το ημισφαίριο έχουν ίσες ακτίνες. Αν το ύψος AO του κώνου είναι 12 cm , AK είναι η ακτίνα του ημισφαιρίου και ο όγκος του κώνου είναι $324\pi\text{ cm}^3$, να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου.



β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

- γ) Το πιο πάνω ημισφαίριο είναι γεμάτο με λάδι, το οποίο θα συσκευαστεί σε μικρά κυλινδρικά δοχεία με ακτίνα 3 cm και ύψος 2 cm . Αν το κάθε κυλινδρικό δοχείο θα πουληθεί €4 το ένα, να βρείτε πόση θα είναι η είσπραξη από τη πώληση όλου του λαδιού.

Οι Εισηγητές:

Στυλιανού Στ.

Λαμπρινός Ν.

Ο Διευθυντής:

Πασχαλής Γεώργιος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Τάξη: Γ΄

Μάθημα: Μαθηματικά

Βαθμός:

Χρόνος: 2 ώρες

Ημερομηνία: 6 / 6 /2016

Υπογραφή:

Όνομα μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε με στυλό μπλε ή μαύρο (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

Μέρος Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄ .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 4)^2 =$

β) $(x + 5)(x - 5) =$

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(6,1) και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = -3x + 4$.

3. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις παραστάσεις:

α) $\chi^2 - 4\chi =$

β) $\alpha\chi - 7\chi + 7\psi - \alpha\psi =$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 + 2\chi - 1 = 0$.

5. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}\chi - 3\psi &= 7 \\ 3\chi + \psi &= 11\end{aligned}$$

6. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B , αν $\varepsilon\varphi\Gamma = \frac{3}{4}$.

7. Κώνος έχει όγκο $96\pi \text{ m}^3$ και ακτίνα βάσης $R=6 \text{ m}$.

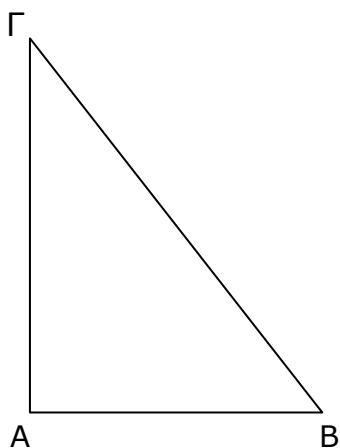
Να βρείτε:

- α) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειάς του.
β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

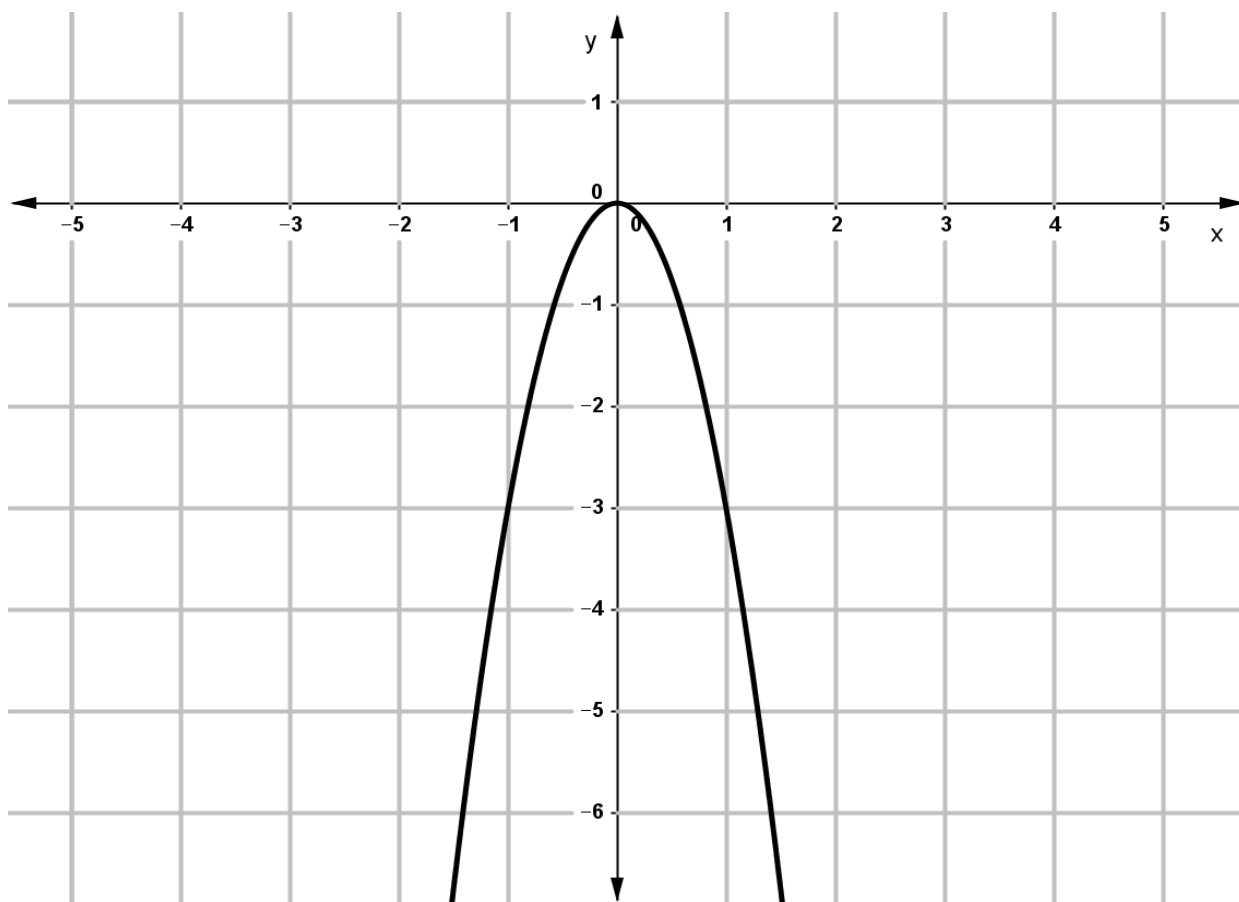
8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν AD είναι το ύψος του και AM είναι η διάμεσός του να δείξετε ότι:

$$B\hat{A}D = \hat{D}AM = M\hat{A}\Gamma$$

(Να κάνετε σχήμα και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



9. Δίνεται η πιο κάτω παραβολή:



Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού..... (β. 1)

β) Το πεδίο τιμών..... (β. 1)

γ) Δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονά της

(β. 1)

δ) Την εξίσωση της παραβολής

(β. 2)

10. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΔEZ ($\hat{\Delta} = 90^\circ$), H μέσο της EZ και Θ μέσο της ΔZ . Προεκτείνουμε την $H\Theta$ κατά τμήμα $\Theta K = H\Theta$. Να δείξετε ότι το $KZH\Delta$ είναι τετράγωνο.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x+1} - \frac{x^2-2x+21}{x^2-2x-3} = \frac{2x}{3-x}$$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $HΘK$ ($HΘ = HK$). Το Λ είναι το μέσο της πλευράς $HΘ$ και το M είναι το μέσο της πλευράς HK . Να φέρετε τις ΛZ και MN κάθετες στην $ΘK$.
Να δείξετε ότι:
- α) $\Lambda Z = MN$
 - β) Το τρίγωνο HZN είναι ισοσκελές.

3. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(4,2)$, $B(0,6)$ και $\Gamma(2,0)$.

α) Να βρείτε το μήκος των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$. (β. 3)

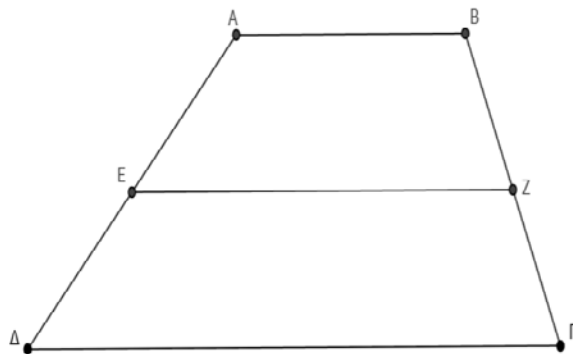
β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. (β. 1)

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της AB . (β. 2)

δ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓM . (β. 1)

ε) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AD . (β. 3)

4. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB \parallel \Delta\Gamma$ και $(AB) < (\Delta\Gamma)$. Το Ε είναι το μέσο του ΑΔ και το Ζ το μέσο του ΒΓ. Αν $(AB) = (x - 1)^3 \text{ cm}$, $(\Delta\Gamma) = (x + 1)^3 \text{ cm}$ και το $(EZ) = 12x \text{ cm}$ να βρείτε το x .



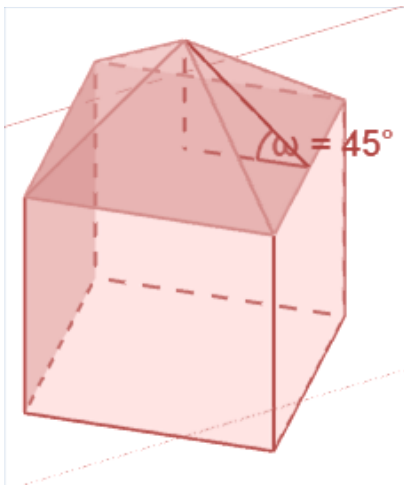
5. Το στερεό αποτελείται από ένα κύβο και μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα.

Το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας h ισούται με $4\sqrt{2}$ cm και σχηματίζει με τη βάση της γωνία $\omega = 45^\circ$.

Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν της εξωτερικής επιφάνειας του στερεού.

β) τον όγκο του στερεού.



Οι διδάσκουσες:

Ειρήνη Σωμαρίπα

Μαρία Πέτρου

Η Διευθύντρια,

Ανδρεανή Στυλιανίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 7:45 – 9:45πμ

Βαθμός Αριθμ.:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

(β) Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες (5/100).

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (\omega - 2)^2 =$$

$$(\beta) (\alpha - 3)(\alpha + 3) =$$

ΘΕΜΑ 2: Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2\alpha - \beta = 1$$

$$3\alpha + \beta = 9$$

ΘΕΜΑ 3: Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $2\beta + 2\kappa =$

(β) $\gamma^2 - 25 =$

(γ) $\kappa\gamma - 4\kappa\chi + \mu\gamma - 4\chi\mu =$

(δ) $x^2 + 7x + 6 =$

ΘΕΜΑ 4: Να κάνετε τις πράξεις αν $\beta \neq 0$ και $\beta \neq -1$.

$$\frac{3}{\beta} - \frac{2}{\beta+1} =$$

ΘΕΜΑ 5: Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΒΓ, ΑΒ και ΑΓ.

(Οι απαντήσεις σας να δοθούν κατά προσέγγιση ακεραίου)

ΘΕΜΑ 6: Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 - 3x - 2 = 0$

ΘΕΜΑ 7: Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε το ύψος $A\Delta$ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Να δείξετε ότι $A\Gamma = \Gamma E$.

(Να κάνετε το σχήμα και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 8: Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \left(\lambda \neq \frac{1}{2} \right)$ έτσι ώστε η παραβολή με εξίσωση

$$y = (2\lambda - 1)x^2, \quad x \in \mathbb{R} \text{ να:}$$

(α) Περνά από το σημείο $(3, 2)$.

(β) Παρουσιάζει μέγιστο.

ΘΕΜΑ 9: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Αν Z, E τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = A\Gamma$.

(Να κάνετε το σχήμα και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 10: Δίνεται κώνος με ακτίνα 6cm και $\varepsilon\varphi\omega = 0,75$. Να υπολογίσετε :

(α) Το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

(β) Τον όγκο του.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες (10/100).

ΘΕΜΑ 1: Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $4\alpha^2 - 25\beta^2 - 4\alpha + 1 =$

(β) $(16x^2 - 25) \cdot (x - 4) + (x^2 + x - 20) \cdot (4x - 5) =$

ΘΕΜΑ 2: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να προεκτείνετε την πλευρά AB προς το B κατά τμήμα $B\Delta$ και την πλευρά $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα ΓE έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ να δείξετε ότι:

(α) $\triangle BM\Delta = \triangle M\Gamma E$.

(β) $\triangle AM\Delta = \triangle AME$.

(Να κάνετε το σχήμα και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

ΘΕΜΑ 3: Δίνονται τα σημεία $A(7, -1)$, $B(0, 2)$, $\Gamma(-1, 5)$ και $\Delta(6, 2)$.

- (α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (μον.4)
- (β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου O του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$. (μον.2)
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο Δ και είναι κάθετη με τη διαγώνιο $ΑΓ$. (μον.2)
- (δ) Να υπολογίσετε την τιμή του μ αν η ευθεία $\varepsilon_1: \psi = (2\mu + 1)x - 4$ είναι παράλληλη με την ευθεία (ε) . (μον.2)

ΘΕΜΑ 4: Το διπλανό σχήμα είναι κλειστός αποθηκευτικός χώρος σιτηρών της βιομηχανίας του κ. Χαρίλαου, η οποία αποτελείται από ένα κύβο με ακμή $12m$ και μια τετραγωνική πυραμίδα με ύψος $8m$. Θέλει να βάψει όλη την εξωτερική επιφάνεια με υλικό που στοιχίζει $\text{€}20$ το m^2 .

(α) Να βρείτε πόσα θα στοιχίσει το βάψιμο. (μον.7)

(β) Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του αποθηκευτικού χώρου. (μον.3)

ΘΕΜΑ 5: Δίνεται η ρητή αλγεβρική παράσταση $A = \frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2 - 3x}}{\frac{x-1}{x-3}}$

με $x \neq 0$, $x \neq 3$, $x \neq 1$ και $x \neq -1$.

(α) Να δείξετε ότι: $A = \frac{x-1}{x(x+1)}$

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} = 2A$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χριστοδούλου Ε.

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15/6/2016

ΧΡΟΝΟΣ : Δύο (2) ώρες

ΣΥΝΟΛΟ ΜΟΝΑΔΩΝ : 20/20

ΒΑΘΜΟΣ

Ολογράφως

Υπογραφή

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αρ. Καταλόγου:...

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Να απαντήσετε σε όλα τα μέρη.
 5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο, στον κενό χώρο ανάλογα με τις οδηγίες των ασκήσεων.
 6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Το μέρος αυτό αποτελείται από **δέκα (10)** ασκήσεις. Να λύσετε **και** τις **δέκα (10)**. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5)** μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(x + 5)(x - 5) =$

β) $(2x + 3)^2 =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$3x - 2\psi = 8$$

$$2x + \psi = 3$$

3. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 4 cm.

4. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $2a^2 + 6ab =$

β) $\beta^2 - 49 =$

γ) $x^2 - 7x + 12 =$

δ) $\alpha^2 + 3\alpha + 6\beta - 4\beta^2 =$

6. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)**, αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)**, αν είναι **λανθασμένες**.

➤ Η παραβολή $y = 5x^2$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 0$.

☐

➤ Η συνάρτηση $y = -2x^2$ έχει πεδίο τιμών το διάστημα $(-\infty, 0]$.

☐

➤ Οι παραβολές $y = x^2$ και $y = -x^2$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα των y .

☐

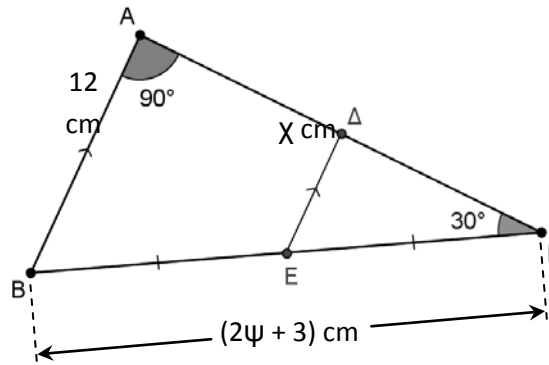
➤ Αν παραβολή $y = ax^2$ διέρχεται από το σημείο $A(-1,3)$, τότε θα διέρχεται και από το σημείο $B(3,-1)$.

☐

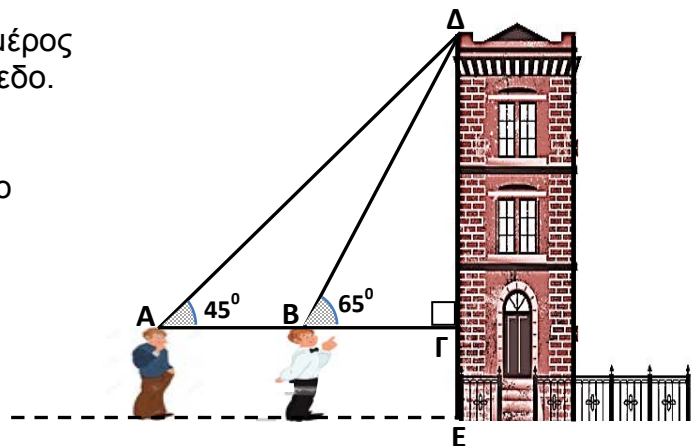
➤ Αν η παραβολή $y = ax^2$ διέρχεται από το σημείο $(1, 4)$ τότε το $a = 4$

☐

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 12 \text{ cm}$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν E μέσο της $B\Gamma$ και $\Delta E \parallel AB$, να υπολογίσετε τα χ και ψ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



8. Δύο άνθρωποι στέκονται προς το ίδιο μέρος ενός κτιρίου και στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ο **A** βλέπει την κορυφή Δ του κτιρίου υπό γωνία 45° και ο **B** υπό γωνία 65° . Αν το ύψος του κτιρίου είναι **11 m** και το ύψος του κάθε ανθρώπου **1,8 m**, να βρείτε την απόσταση (AB) μεταξύ των δύο ανθρώπων. (Η απάντησή σας να δοθεί κατά προσέγγιση δεκάτου).



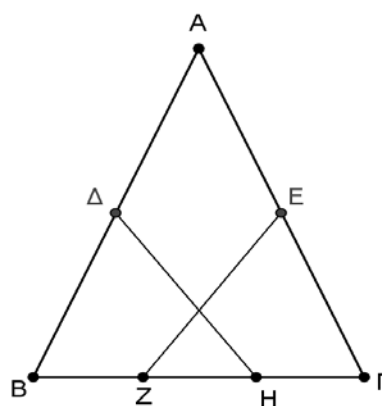
9. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\chi^2 + 2\chi}{\chi^2 - 3\chi - 10} : \frac{4\chi}{\chi^2 - 25} =$$

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ).
Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών
ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.
Αν ΒΖ = ΓΗ να δείξετε ότι:

α) ΔΗ = ΕΖ.

β) ΔΕΗΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Το μέρος αυτό αποτελείται από **πέντε (5)** ασκήσεις. Να λύσετε **και** τις **πέντε (5)**. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10)** μονάδες.

1. α) Να λύσετε το σύστημα: **(μον. 5)**

$$3(\alpha + \beta) - 1 = 2\beta + 30$$

$$\frac{4\alpha - 1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2\alpha + \beta}{4}$$

β) Να λύσετε την εξίσωση. **(μον. 5)**

$$\frac{x+8}{x^2-4x-21} - \frac{1}{x+3} = \frac{x}{2x+6}$$

2. α) Δίνεται η παράσταση : $A = \frac{\frac{\chi - \psi}{\psi} \cdot \frac{\chi}{\frac{\chi}{\psi} - 1}}$ όπου $\chi \neq \psi$ και $\chi, \psi \neq 0$.

Να δείξετε ότι $A = \frac{\chi + \psi}{\chi}$ και να βρείτε το ανάπτυγμα του A^3 . **(μον. 5)**

β) i) Να αποδείξετε την ταυτότητα: **(μον. 3)**

$$\frac{(\alpha - \beta)^3 + 4\alpha\beta(\alpha - \beta)}{\alpha + \beta} = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

ii) Στη **συνέχεια** να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης **(μον. 2)**

$$\frac{(\sqrt{7} - \sqrt{3})^3 + 4\sqrt{21}(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} =$$

3. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(1, -3)$ και $\Gamma(-3, 5)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων του. **(μον. 2)**

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της διαγωνίου $B\Delta$ είναι $2\psi - \chi = 3$. **(μον. 2)**

γ) Αν η πλευρά $\Gamma\Delta$ έχει εξίσωση $\chi + 3\psi = 12$ να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Δ και B . **(μον. 4)**

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$. **(μον. 2)**

4. Το διπλανό σχήμα αποτελείται από ένα ορθό ξύλινο κυλινδρικό τεμάχιο με ακτίνα βάσης 6 cm και με όγκο ίσο με $576\pi \text{ cm}^3$.

Με τη βοήθεια τόννου αφαιρέθηκε μέρος του σε σχήμα ορθού κώνου και ύψους ίσου με το $\frac{1}{2}$ του ύψους του κυλίνδρου. Να υπολογίσετε:

- α) Το ύψος του Κυλίνδρου. **(μον. 2)**
β) Τον όγκο του ξύλου που αφαιρέθηκε. **(μον. 3)**
γ) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του τεμαχίου που παρέμεινε. **(μον. 5)**



5. Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και BZ διχοτόμος της γωνίας B (Z σημείο της $\Delta\Gamma$). Από το σημείο Γ φέρουμε $\Gamma O \perp BZ$ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την AB στο σημείο E . Να δείξετε ότι:
- α) Το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (μον. 3)
- β) Το τετράπλευρο $EB\Gamma Z$ είναι ρόμβος. (μον. 7)

Ο Διευθυντής

.....

Σωτήρης Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ '

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 08/ 06 /2016

ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες
(07:45 – 09:45)

Βαθμός :

Ολογράφως :

Υπογραφή Καθηγητή/τριας :

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα:Αρ.....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται μόνο η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνονται όλες οι απαραίτητες πράξεις και να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε μονάδες(5/100).

Θέμα 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα :

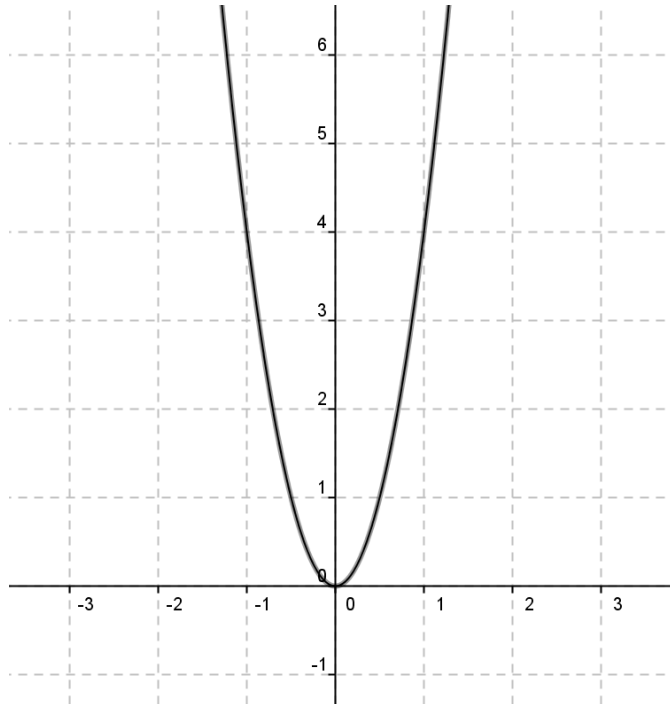
α) $(\chi + 2)^2 =$

β) $(\chi - 4)(\chi + 4) =$

Θέμα 2: Δίνεται κύβος με ακμή $a = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε :

- α) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
β) τον όγκο του.

Θέμα 3: Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = ax^2$.



α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της. _____

β) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της. _____

γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της. _____

δ) Να βρείτε κατά πόσο παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο. _____

ε) Αν το σημείο A(1, 4) ανήκει στην παραβολή να βρείτε την τιμή του a .

Θέμα 4: Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $x^2 - 9 =$

β) $3x - 15 =$

γ) $x^2 + 7x + 10 =$

δ) $ax - ay - bx + by =$

Θέμα 5: Δίνεται το πολυώνυμο $P(\chi) = 3\chi^2 - \chi - 1$, να βρείτε:

α) το πολυώνυμο $P(\chi - 1)$

β) Να αποδείξετε ότι το $P(\chi) - P(\chi - 1) - 6\chi + 4 = 0$

Θέμα 6: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Προεκτείνουμε την AB προς το B κατά τμήμα BE και την $A\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα ΓH έτσι ώστε $BE = \Gamma H$.

Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $ME = MH$.

(Να γίνει σχήμα – δεδομένα – ζητούμενα - Απόδειξη) .

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).

Θέμα 7: Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 3\chi + 2\psi = 6$ και $\varepsilon_2: \psi = 2\chi - 11$. Να εξετάσετε κατά πόσο οι ευθείες είναι παράλληλες, συμπίπτουν ή τέμνονται.

Αν τέμνονται να βρείτε το σημείο τομής τους.

Θέμα 8: Να κάνετε τις πράξεις:

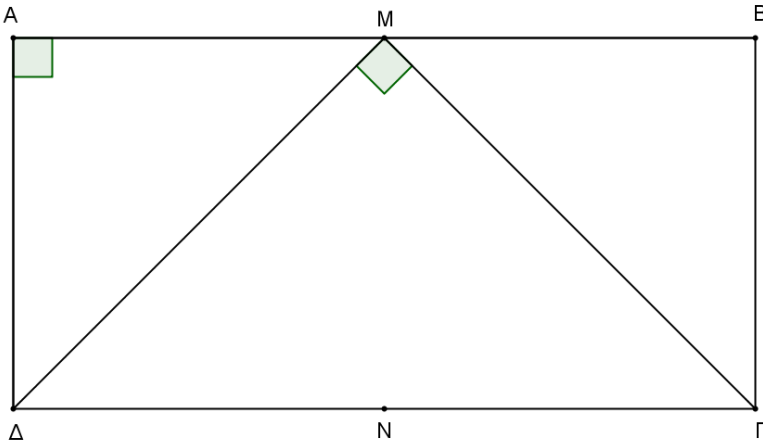
$$\frac{3\chi^2 - 3}{\chi^3 + \chi^2 - 2\chi} : \left(\frac{3}{\chi^2 - 4} + \frac{1}{\chi + 2} \right) = \quad (\chi \neq 0, \chi \neq \pm 2, \chi \neq \pm 1)$$

Θέμα 9: Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$.

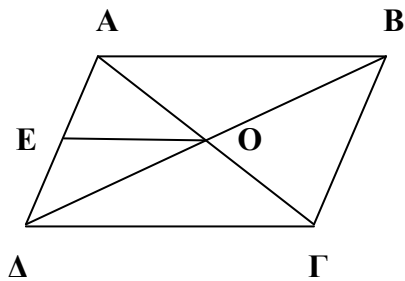
Αν M και N είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα και $\hat{M}\Gamma = 90^\circ$.

Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AMN\Delta$ είναι τετράγωνο.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).



Θέμα 10: Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν $OE \parallel \Gamma\Delta$ και $AG = \Gamma\Delta$ να δείξετε ότι $\Gamma E \perp A\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα μονάδες(10/100).

Θέμα 1: Να λύσετε την εξίσωση: $1 + \frac{\chi + 2}{\chi} = \frac{\chi - 10}{\chi^2 - 2\chi} - \frac{\chi + 2}{2 - \chi}$

Θέμα 2: Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2, 4)$, $B(5, 5)$ και $\Gamma(4, -2)$

- i) Να βρείτε την απόσταση των σημείων B και Γ . (μον.2)
- ii) Αν AM διάμεσος του τριγώνου να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M . (μον.2)
- iii) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (μον.3)
- iv) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $B\Gamma$. (μον.3)

Θέμα 3: Δίνονται οι ρητές αλγεβρικές παραστάσεις :

$$A = \frac{(\chi+1)^3 - \chi(\chi-3)^2 - 4(2\chi^2-1)}{\chi^2} \quad \text{και} \quad B = \frac{\chi^3 - 5\chi^2 + 2\chi - 10}{\chi^3 + 2\chi}$$

α) Να δείξετε ότι $A = \frac{\chi^2 - 6\chi + 5}{\chi^2}$ (μον.4)

β) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τη ρητή αλγεβρική παράσταση B. (μον.2)

γ) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$. $(\chi \neq 0, \chi \neq 5)$ (μον.3)

δ) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{A}{B} = 0$ (μον.1)

Θέμα 4: Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα συμπαγή κύλινδρο από τον οποίον έχει αφαιρεθεί ένας κώνος.

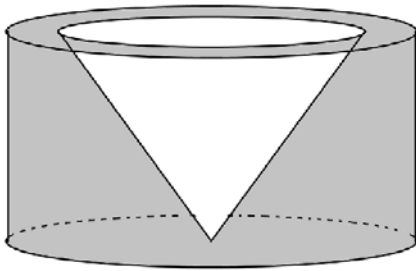
Ο κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης $R = 7\text{m}$ και ύψος 8m .

Ο κώνος έχει ακτίνα βάσης $\rho = 6\text{m}$ και ύψος ίδιο με το ύψος του κυλίνδρου.

Η κορυφή του κώνου βρίσκεται στο κέντρο της βάσης του κυλίνδρου.

Να βρείτε: α) τον όγκο του στερεού (μον.4)

 β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού. (μον.6)

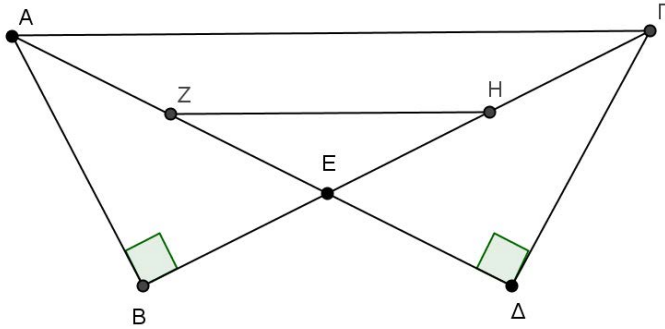


Θέμα 5 : Στο πιο κάτω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνια με $AB = \Delta\Gamma$.
Το σημείο Z είναι το μέσο της AE και το σημείο H είναι το μέσο της $E\Gamma$.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα. (μον.3)

β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma HZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (μον.4)

γ) Αν $BE = 6\text{ cm}$, $A\Gamma = 20\text{ cm}$ και $\hat{B\epsilon A} = 60^\circ$,
να βρείτε τα μήκη των πλευρών ZH και AE . (μον.3)



Η Διευθύντρια

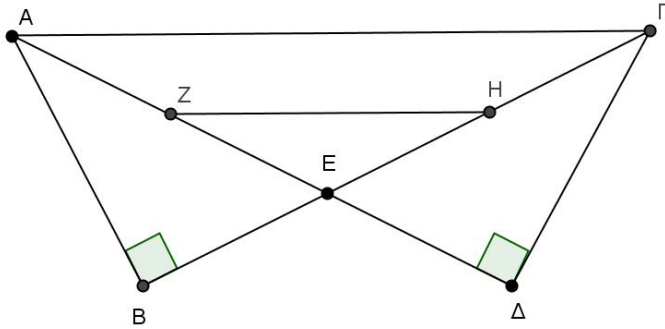
Δρ. Αγάθη Καμμά

Θέμα 5 : Στο πιο κάτω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνια με $AB = \Delta\Gamma$.
Το σημείο Z είναι το μέσο της AE και το σημείο H είναι το μέσο της $E\Gamma$.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα. (μον.3)

β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma HZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (μον.4)

γ) Αν $BE = 6\text{ cm}$, $A\Gamma = 20\text{ cm}$ και $\widehat{BEA} = 60^\circ$,
να βρείτε τα μήκη των πλευρών ZH και AE . (μον.3)



Οι εισηγήτριες:

Η Διευθύντρια

Μ. Παφτανή Β.Δ. _____

Ε. Ελευθεριάδου _____

Ι. Αρσιώτου _____

Δρ. Αγάθη Καμμά



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ'

Χρόνος: 2 ώρες

Ημερομηνία: 15 Ιουνίου 2016

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δέκα (10)** σελίδες και δυο μέρη: Μέρος Α' και Μέρος Β'.

Οδηγίες:

- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο, στον κενό χώρο μετά από την κάθε ερώτηση.
 - Να απαντήσετε υποχρεωτικά σε όλα τα μέρη και σε όλα τα ερωτήματα.
 - Σύνολο μονάδων 100.
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής.
-

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha)(7 - \alpha)(7 + \alpha) = \quad \quad \quad (\text{μον. } 2)$$

$$\beta) (2x - 3)^2 = \quad \quad \quad (\text{μον. } 3)$$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $3\chi^2 - 15\chi =$

β) $36\psi^2 - 49 =$

γ) $\chi^2 - 12\chi + 20 =$

δ) $\alpha^3 + 27 =$

(μον.1/1/1/2)

3. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 8m, 5m και 3m.

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$4\chi + 5\psi = 70$$

$$3\chi - \psi = 5$$

5. Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

6. Κρουαζιερόπλοιο ξεκινά από το λιμάνι του Πειραιά (**Λ**), κάνει ενδιάμεση στάση στην Πάρο (**Π**) και συνεχίζει από Πάρο για Μύκονο (**Μ**). Αν η απόσταση του Λιμανιού του Πειραιά με την Πάρο είναι 110 ναυτικά μίλια και η γωνία μεταξύ Πάρου-Λιμανιού- Μυκόνου είναι 32°

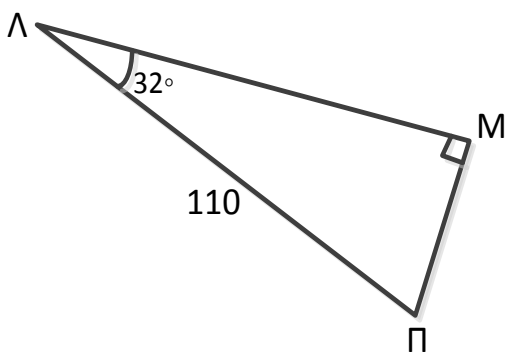
($\angle \Lambda \hat{M} = 32^\circ$), να βρείτε:

α) την απόσταση Λιμανιού του Πειραιά - Μυκόνου (ΛM)

β) την απόσταση Πάρου - Μυκόνου (ΠM).

Οι απαντήσεις σας να δοθούν με ακρίβεια **δύο** δεκαδικών ψηφίων.

$$\eta\mu 32^\circ \cong 0,530 \quad \sigma\upsilon\nu 32^\circ \cong 0,848 \quad \epsilon\phi 32^\circ \cong 0,625$$



7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $\psi = \alpha x^2$.

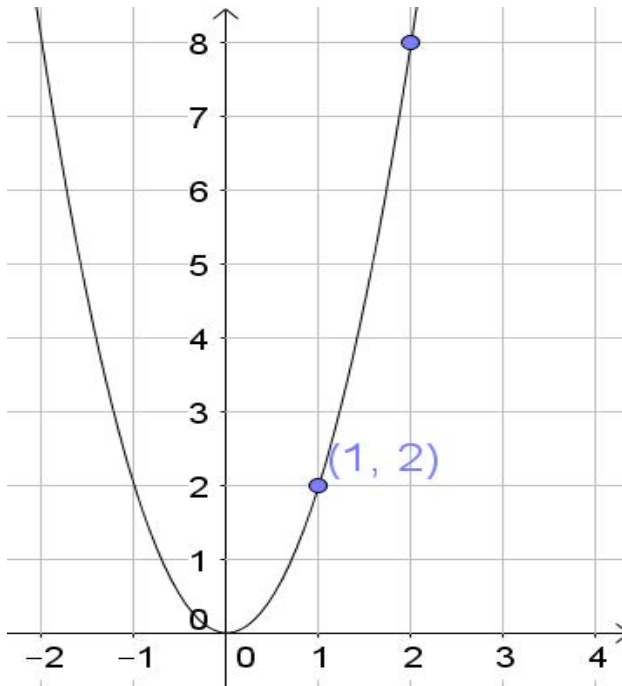
α) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της

β) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της

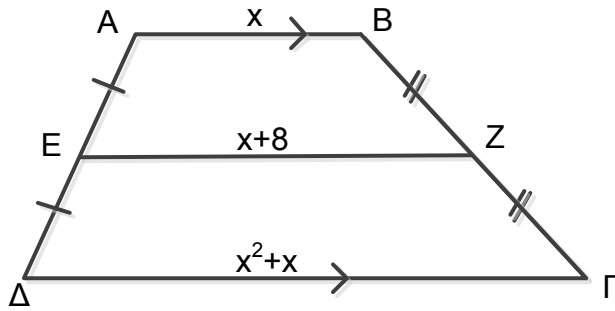
γ) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της παραβολής, ως προς τον άξονα συμμετρίας της

δ) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο

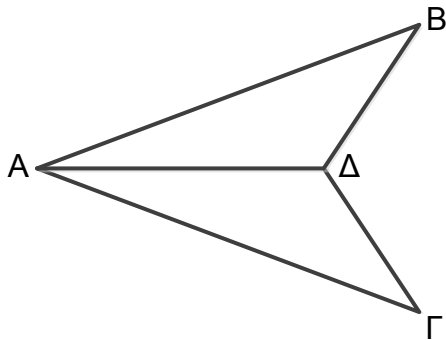
ε) Να βρείτε την τιμή του α .



8. Στο πιο κάτω σχήμα $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο ($AB \parallel \Delta\Gamma$) και η EZ είναι η διάμεσος του τραπεζίου. Να βρείτε την τιμή του x .



-
9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = A\Gamma$ και $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Delta\Gamma$.



10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\chi + 1}{\chi + 5} - \frac{\chi^2 - \chi}{\chi^2 - 25} \right) \div \frac{3\chi + 5}{\chi - 5} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} + \frac{\chi - 3}{\chi - \chi^2} = -\frac{1}{\chi - 4}$$

2. α) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(4, 6) και Γ(3, -2)

i) Να βρείτε την απόσταση των σημείων Α και Γ.

ii) Αν το σημείο Μ (1,3) είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ, να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Β του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων την πιο κάτω αλγεβρική παράσταση:

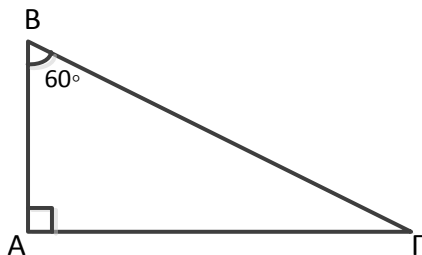
$$(5x - 15)(x^2 - 4) - (4x - 12)(x - 2)^2 =$$

3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$, Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε το ΔE και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.
Να δείξετε ότι:

α) το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

β) το EBA είναι ισόπλευρο τρίγωνο.

(Σχήμα – Δεδομένα – Ζητούμενα)



4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ προς το B και προς το Γ κατά τμήματα $BZ = \Gamma H$ αντίστοιχα. Στις πλευρές AB και AG παίρνουμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta = AE$.

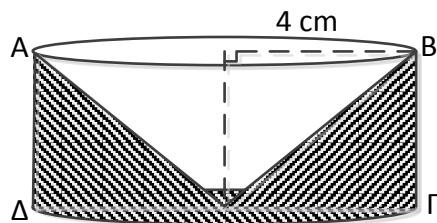
Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα

β) οι αποστάσεις των σημείων Δ και E από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες.

(Σχήμα - Δεδομένα - Ζητούμενα)

5. Κώνος βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο και η κορυφή του κώνου είναι το κέντρο της κάτω βάσης του κυλίνδρου. Αν ο κώνος έχει ακτίνα 4cm και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $20\pi \text{ cm}^2$, να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού, που προκύπτει όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. (Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π .)



Ο Διευθυντής

Γεώργιος Αντωνίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Γ΄ ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2016	<table border="1"><tr><td>ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....</td></tr></table>	ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....
ΒΑΘΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:..... ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:..... ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....		
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ:		
ΟΔΗΓΙΕΣ: Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 δακτυλογραφημένες σελίδες. 1) Να χρησιμοποιήσετε μελάνι μπλε ή μαύρο. 2) Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι. 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής. 4) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.		

ΜΕΡΟΣ Α:

(Μονάδες 50)

Να λύσετε και τις **10** ασκήσεις. Κάθε σωστή άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (\chi - 7)^2 =$$

$$\beta) (5\chi - \psi)(5\chi + \psi) =$$

-
2. Να αναλύσετε **πλήρως** σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$\alpha) 4\chi - \chi\psi =$$

$$\beta) \chi^2 + 7\chi + 12 =$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi - 2\psi = 13$$

$$2\chi + \psi = 4$$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2,5)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3\chi + 7$.

5. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης $a = 12$ cm και παράπλευρο ύψος $h = 10$ cm.

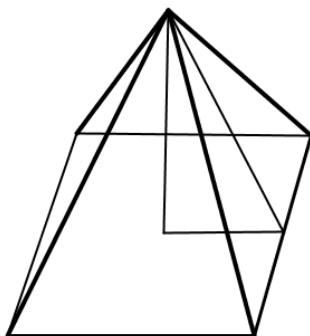
Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο και

β) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

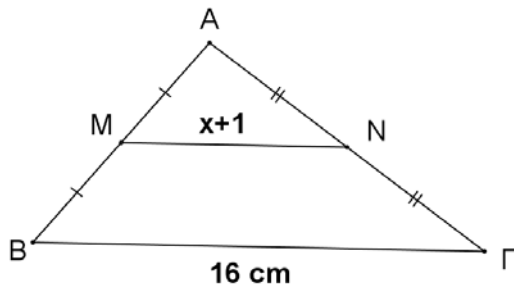
(Δίνονται: **Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας** $= \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$, όπου Π_{β} : Περίμετρος βάσης

και **Όγκος** $= \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$, όπου E_{β} : Εμβαδόν βάσης)

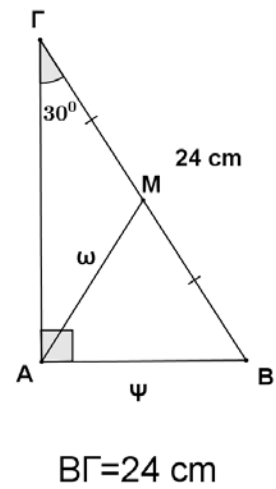


6. Να υπολογίσετε τις τιμές των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα:
 Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α)



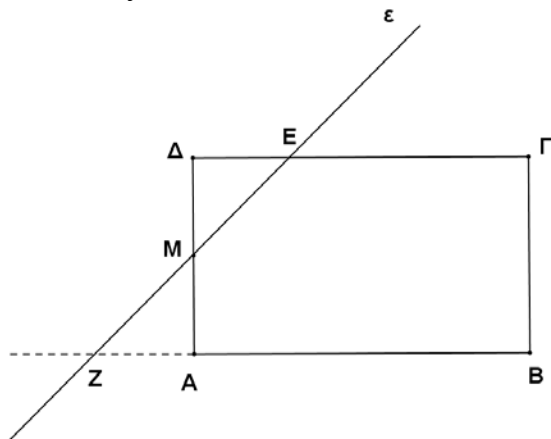
β)



7. Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

$$\frac{3\alpha - \chi\alpha - 3\beta + \chi\beta}{9 - \chi^2} \cdot \frac{\chi + 3}{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2}$$

8. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ. Από το μέσο Μ της πλευράς ΑΔ φέρουμε ευθεία ϵ που τέμνει τη ΓΔ στο Ε και την προέκτασή της ΒΑ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι $ME=MZ$.



-
9. Να λύσετε την εξίσωση: $(2\chi + 5)^2 - (2 - 3\chi)(2 + 3\chi) = 9\chi^2$

10. Σε ρόμβο ΑΒΓΔ, το Μ είναι μέσο της ΑΒ και Κ το μέσο της ΒΓ. Προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά τμήμα ΒΖ, έτσι ώστε ΒΖ=ΒΚ και την ΑΒ κατά τμήμα ΒΛ, έτσι ώστε ΒΛ=ΜΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΖΛΚ ορθογώνιο

(μ.2/100)

β) τα τρίγωνα ΑΜΖ και ΓΚΛ είναι ίσα.

(μ.3/100)

ΜΕΡΟΣ Β:

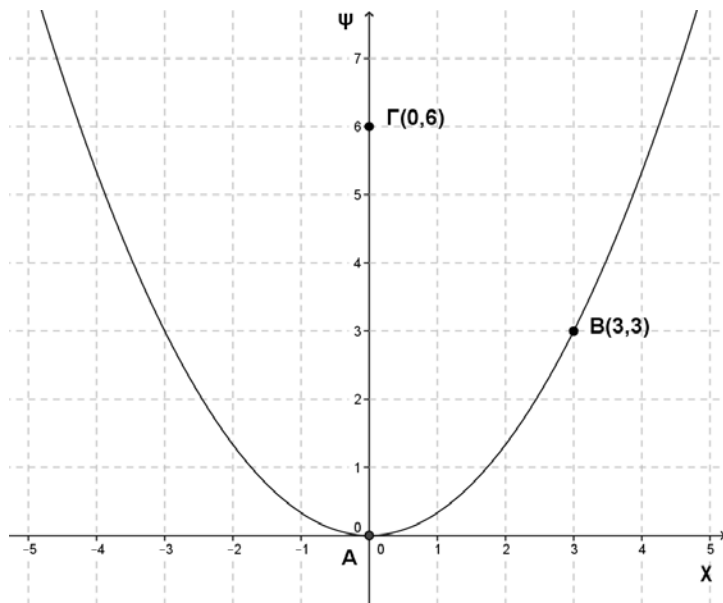
(Μονάδες 50)

Να λύσετε και τις **5 ασκήσεις**. Κάθε σωστή άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2\chi - 1}{\chi^2 - \chi - 12} - \frac{5 - \chi}{\chi - 4} = \frac{6}{\chi + 3}$$

2. Η παραβολή του πιο κάτω σχήματος διέρχεται από το σημείο $B(3,3)$.



α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.

(μ.2/100)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
και να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

(μ.1/100)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $BΓ$.

(μ. 3/100)

δ) Αν $\Delta(-3,3)$ να αποδείξετε ότι το $ABΓ\Delta$ είναι **τετράγωνο**.

(μ. 4/100)

3. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{6\chi}{\chi^2-9} + \frac{\chi}{\chi+3} \quad \text{και} \quad B = \frac{\chi^2-4}{\chi^2+2\chi} \div \left(\frac{2}{\chi^2} - \frac{1}{\chi} \right) \quad \text{και} \quad \Gamma = B \div A ,$$

με $\chi \neq 3, \chi \neq -3, \chi \neq 0, \chi \neq -2, \chi \neq 2$

α) Να αποδείξετε ότι: $A = \frac{\chi}{\chi-3}$, $B = -\chi$ και $\Gamma = 3 - \chi$

β) Να αποδείξετε ότι: $\Gamma^3 - B^2(9 - \chi) = 27(1 - \chi)$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$). Να τοποθετήσετε σημεία Δ και E πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $A\Delta=AE$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) οι αποστάσεις ΔH και EZ των σημείων Δ και E από τη βάση $B\Gamma$ είναι ίσες (μ.2/100)

ii) $\Delta Z=EH$ (μ.4/100)

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $EZ\Gamma$ ($\hat{Z}=90^\circ$) δίνονται τα μήκη των πλευρών του:

$Z\Gamma=3\text{ cm}$, $E\Gamma=(\chi^2 + 1)\text{ cm}$ και $EZ=2\chi\text{ cm}$, $\chi > 0$

Αν η περίμετρος του τριγώνου $EZ\Gamma$ είναι 12 cm να βρείτε:

i) την τιμή του χ (μ 1,5/100)

ii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\Gamma$ και $\epsilon\phi\Gamma$, αν $\chi=2$ (μ. 2,5/100)

5. Ο κ. Λάκης καθημερινά αγοράζει **20 ίδια** δοχεία σχήματος **ορθού τετραγωνικού πρίσματος**, γεμάτα με χυμό. Η πλευρά της βάσης κάθε δοχείου είναι 10 cm και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του 880 cm^2 . Έπειτα βάζει το χυμό σε συσκευασίες που έχουν σχήμα **κυλίνδρου για να τις μεταπουλήσει. Οι κυλινδρικές συσκευασίες έχουν** ύψος 5 cm και ακτίνα βάσης 4 cm.

α) Να βρείτε πόσα κυλινδρικά δοχεία θα γεμίσει **πλήρως**, αν χρησιμοποιήσει και τα **20 δοχεία χυμού** που διαθέτει χωρίς απώλειες. (μ.6/100)

β) Να βρείτε το συνολικό κόστος της κάλυψης της κυρτής επιφάνειας των κυλινδρικών δοχείων με ετικέτα που στοιχίζει 2 σεντ το τετραγωνικό εκατοστό. (μ.4/100)

(Δίνονται οι τύποι: **$\text{Εμβαδόν κύκλου} = \pi R^2$** και **$\text{Περίμετρος κύκλου} = 2\pi R$**)

Η Διευθύντρια

Ελένη Αβραάμ Αντωνίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13 / 06 / 16

Βαθμός/Αριθμητικώς:

ΩΡΑ : 7:45 – 9:45

Ολογράφως:

ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες (120 λεπτά)

Υπογραφή Καθηγητή/τριας:

Ονοματεπώνυμο: Αριθμός: Τμήμα:

Οδηγίες:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από ΔΥΟ ΜΕΡΗ.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) αριθμημένες σελίδες.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας (Tipp-Ex).
- Τα ερωτήματα να απαντηθούν **με μπλε μελάνι στα φύλλα εξέτασης**.
- Τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:

$$1) (x - 2)^2 =$$

$$2) (x + 4)(x - 4) =$$

2. Να λύσετε την εξίσωση:

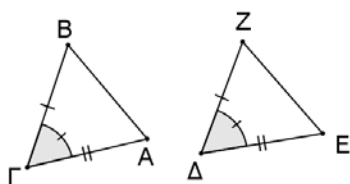
$$(x - 3)(x + 5) = 0$$

3. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

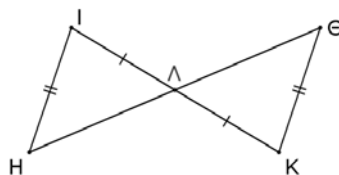
1) $\alpha x + \alpha y =$

2) $x^2 + 2x + 1 =$

4. Από τα στοιχεία που δίνονται, να εξετάσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ζεύγη τριγώνων είναι ίσα. Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



.....



.....

5. Να λύσετε το σύστημα

$$2x + y = 8$$

$$4x - 3y = 6$$

6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, αν ο όγκος του είναι 336cm^3 , το μήκος του 8cm και το πλάτος του 7cm .

7. Να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών ε_1 και ε_2 στις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) $\varepsilon_1: y = -\frac{2}{3}x + 4$

(β) $\varepsilon_1: 3x + y = 5$

$\varepsilon_2: \frac{2}{3}x - 4 = y$

$\varepsilon_2: 2y + 6x = 10$

8. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής f .

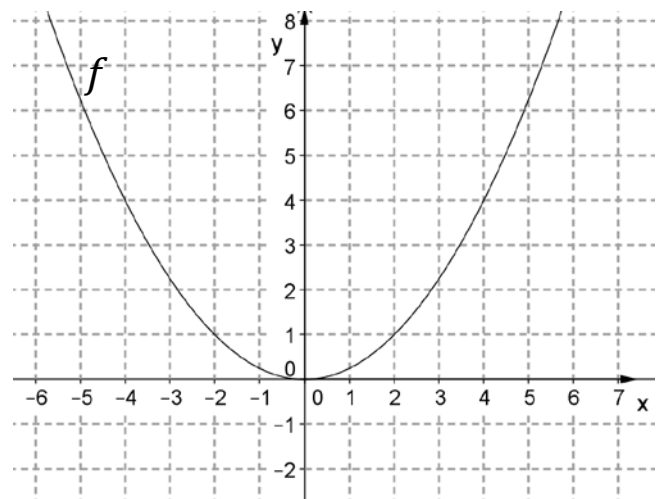
1) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

2) Να γράψετε δύο συμμετρικά σημεία της ως προς τον άξονα συμμετρίας της.

3) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της και να βρείτε κατά πόσο η παραβολή f έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

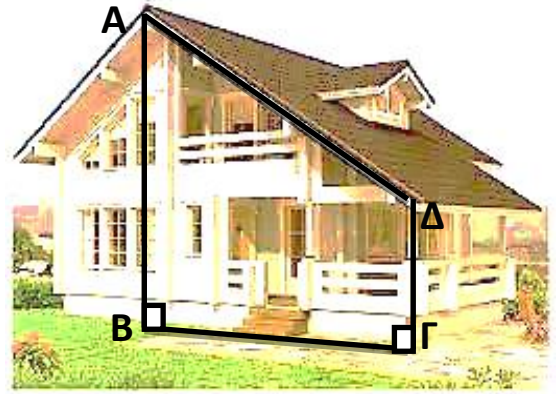
4) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) και το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της παραβολής f .

5) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής f .



9. Το σπίτι της διπλανής εικόνας έχει συνολικό ύψος 7,5m. Η γωνία που σχηματίζει η στέγη του ΑΔ με την κολώνα ΑΒ είναι 63° . Αν η απόσταση ΒΓ είναι ίση με 7 m, να υπολογίσετε κατά προσέγγιση εκατοστού:

- (α) το μήκος ΑΔ της στέγης και
(β) την απόσταση του χαμηλότερου σημείου Δ της στέγης από το έδαφος.
($\eta\mu 63^\circ = 0,891$ $\sigma\upsilon\nu 63^\circ = 0,454$ $\epsilon\phi 63^\circ = 1,963$)



10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ΒΔ διχοτόμος του τριγώνου. Από την κορυφή Α, φέρουμε $AE \perp BD$, η οποία τέμνει την ΒΓ στο Ζ.

- 1) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΑΖ είναι ισοσκελές.
2) Προεκτείνουμε την ΒΕ κατά τμήμα ΕΗ=ΒΕ. Να δείξετε ότι ΖΗ=ΑΒ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

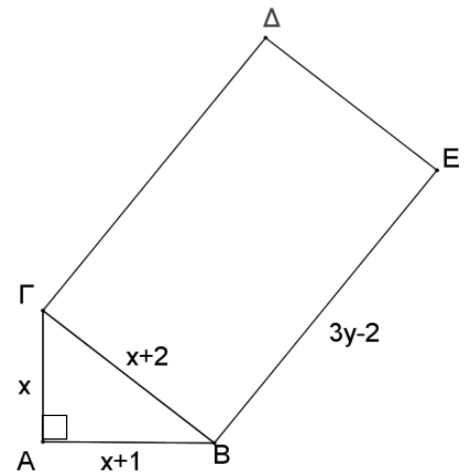
$$\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{1}{2x - x^2} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

2. Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(5,5)$, $\Gamma(8,2)$, $\Delta(4,-2)$.
- 1) Να δείξετε ότι είναι κορυφές παραλληλογράμμου.
 - 2) Να εξετάσετε αν η γωνία A είναι ορθή.
 - 3) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου O του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 - 4) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που περνά από το O και είναι παράλληλη με την AB .
 - 5) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου $B\Delta$.

3. Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και το τετράπλευρο $B\Gamma\Delta E$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

α) Να υπολογίσετε το x .

β) Αν $x = 3$ και το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ίσο με $2(y^2 + 5y - 4)$, να υπολογίσετε το y .



4. Με την ευκαιρία των γενεθλίων της, η Ανδριανή κάλεσε στο σπίτι της τις φίλες της, για να τις κεράσει. Μαζεύτηκαν συνολικά 12 κορίτσια. Τους πρόσφερε χυμό, σε ποτήρια όπως αυτό που είναι στη διπλανή εικόνα. Για να γεμίσουν τα ποτήρια όλων των κοριτσιών, άδειασε εντελώς η γυάλινη κανάτα που φαίνεται στην εικόνα. Το συνολικό ύψος του ποτηριού είναι 12cm, το πόδι του έχει ύψος 4cm και το πάνω μέρος του έχει διάμετρο 6cm. Η γυάλινη κανάτα έχει ύψος ίσο με 18cm.

Αν η γυάλινη κανάτα που ήταν ανοικτή από πάνω, ήταν γεμάτη με χυμό, να υπολογίσετε:

- 1) τον όγκο του χυμού που χωρεί η κανάτα και
- 2) το εμβαδόν της γυάλινης επιφάνειάς της (εκτός το χερούλι).

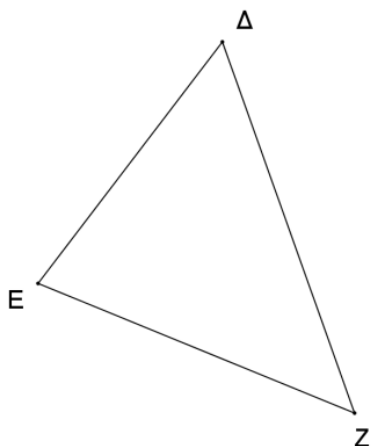
(Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π)



5. Δίνεται τρίγωνο ΔΕΖ. Αν Κ,Λ,Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΔΕ, ΔΖ,ΕΖ και ΖΗ ύψος του τριγώνου, να δείξετε ότι:

1) $HM = \frac{EZ}{2}$

2) Το τετράπλευρο ΚΛΜΗ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



Η Διευθύντρια

Χρυστάλλα Κουτσόφτα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 / 6 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα :..... Αρ.:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - (β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 - (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - (δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να απαντήσετε και στις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

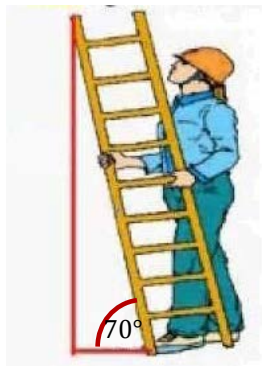
(α) $(x+3)^2 =$

(β) $(x-8)(x+8) =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα, η εργάτρια για να βάψει τον τοίχο χρησιμοποιεί σκάλα μήκους 3m. Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι 70° , να υπολογίσετε το ύψος του τοίχου στο οποίο φτάνει η σκάλα. Δίνονται: $\eta\mu 70^\circ \cong 0,94$

$$\sigma\upsilon\nu 70^\circ \cong 0,34$$

$$\epsilon\phi 70^\circ \cong 2,75$$



3. Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(-5, 5)$.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .

(β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB .

4. Να υπολογίσετε τον όγκο κυβικού ενυδρείου που έχει ολική επιφάνεια $54m^2$.



5. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η εξίσωση της παραβολής $\psi = \alpha\chi^2$, $\alpha \neq 0$.

Να βρείτε:

(α) την τιμή του α ,

(β) τον άξονα συμμετρίας,

(γ) το πεδίο ορισμού και

(δ) το πεδίο τιμών της παραβολής.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x - 3 = 0$

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$, ΓE .
Να αποδειχθεί ότι $B\Delta = \Gamma E$.

8. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $4x^2 - 8x =$

(β) $x^2 - \alpha x + 5x - 5\alpha =$

(γ) $(x-4)^2 - 36 =$

(δ) $3x^2 + 18x - 81 =$

9. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\chi^2 - \psi^2)(\chi^2 + \psi^2) - (\chi - \psi)^3(\chi + \psi) = 2\chi\psi(\chi - \psi)(\chi + \psi)$$

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ και E τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να προεκτείνετε το ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.
Να δείξετε ότι: **(α)** Το τρίγωνο AEB είναι ισόπλευρο.
(β) Το τετράπλευρο $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να απαντήσετε και στις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{2x-1}{x^2-x-12} - \frac{x-5}{4-x} = \frac{6}{x+3}$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$(α) \quad \left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 : \frac{\chi-1}{5} - \frac{\psi+5}{2} = -3 \\ \varepsilon_2 : 3(\psi+2) - 4(\chi-3) = 3 \end{array} \right\}$$

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του α , ώστε η ευθεία $\varepsilon_3 : \psi = (\alpha - 3)\chi + 4$ να είναι κάθετη με την ευθεία ε_2 .

3. (α) Αν $\chi^2 + \psi^2 = 45$ και $\chi - \psi = 5$, να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

(i) $\chi\psi$

(ii) $\chi^3 - \psi^3$

(β) Να κάνετε τις πράξεις:

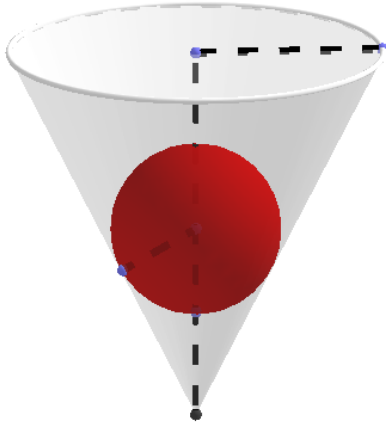
$$\left(\frac{3}{\chi^2 - 4} - \frac{2}{\chi^2 - 4\chi + 4} \right) : \frac{2\chi - 20}{3\chi^2 - 12} =$$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και Δ και E τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα ΔZ έτσι ώστε $\Delta Z = E\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα $E\Delta\Gamma$ και $B\Delta Z$ είναι ίσα,
- (β) το τετράπλευρο $AEZB$ είναι παραλληλόγραμμο.
- (γ) το τρίγωνο $\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές.

5. Κωνικό ανοιχτό δοχείο περιέχει μια μεταλλική σφαίρα όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Η επιφάνεια της σφαίρας είναι $36\pi\text{cm}^2$, το ύψος του κώνου είναι τετραπλάσιο από την ακτίνα της σφαίρας και η ακτίνα του είναι 5cm .
- (α) Να βρείτε την κυρτή επιφάνεια του κωνικού δοχείου.
- (β) Να υπολογίσετε τον όγκο του νερού που χρειάζεται για να γεμίσει το δοχείο.
- (Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π)**



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΧΡΙΣΤΟΥΛΛΑ ΣΥΡΙΜΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΘΕΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2016

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες
(07:45 – 09:45)

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ:.....

ΒΑΘΜΟΣ:

ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ / ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑΣ:

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
- α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.
 - β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - γ) Να γράφετε μόνο με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να τα κάνετε με μολύβι).
 - δ) Στις απαντήσεις σας να φαίνονται όλες οι πράξεις που σας οδήγησαν στη λύση.
 - ε) Το γραπτό χωρίζεται σε Μέρος Α΄ και σε Μέρος Β΄ και αποτελείται από ΕΝΝΙΑ (9) συνολικά ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α: Να απαντήσετε και στα δέκα (10) θέματα του μέρους Α΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

Θέμα 1. Να βρείτε, στην πιο απλή τους μορφή, τα παρακάτω αναπτύγματα:

(α) $(x - 2)(x + 2)$

(β) $(x - 3)^2$

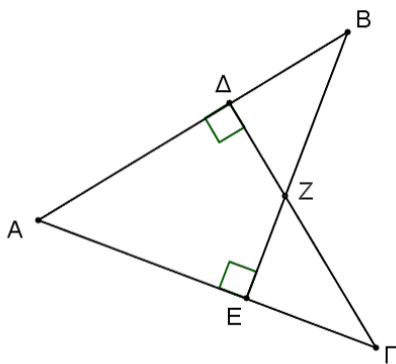
Θέμα 2. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 3 \\ 2\chi - 3\psi = -8 \end{cases}$$

Θέμα 3. Κύβος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 150cm^2 . Να υπολογίσετε:

- (α) τον όγκο του.
- (β) τη διαγώνιό του.

Θέμα 4. Στο πιο κάτω επίπεδο σχήμα $(\Delta B) = (E\Gamma)$. Τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma\Delta$ και BE είναι κάθετα στα ευθύγραμμα τμήματα AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $(\Delta Z) = (ZE)$.



Θέμα 5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $5\chi - 10\chi^2 =$

(β) $9\chi^2 - 49\psi^2 =$

(γ) $2\chi + 2\psi + 5\chi^2 - 5\psi^2 =$

(μονάδες 1,5/1,5/2)

Θέμα 6. Αν $\varepsilon\varphi B = \frac{5}{12}$, $0^\circ < B < 90^\circ$

(α) να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

(β) να δείξετε ότι $\frac{26\eta\mu B + 39\sigma\upsilon\nu B + 2}{13\sigma\upsilon\nu B} = 4$

Θέμα 7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

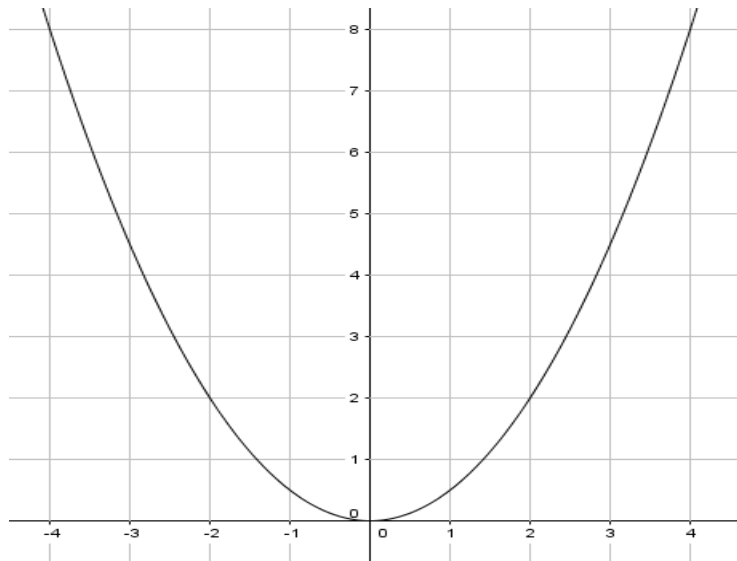
(α) $3\chi^2 - 5\chi = 0$

(β) $2\chi^2 - 7\chi + 6 = 0$

(μονάδες 2/3)

Θέμα 8. Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε η ευθεία $(\kappa - 2)\chi + 4\psi - 8 = 0$ να είναι κάθετη με την ευθεία $4\chi - 2\psi + 9 = 0$

Θέμα 9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = ax^2$.



- (α) Να αναφέρετε τον άξονα συμμετρίας της καμπύλης.
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της καμπύλης.
- (γ) Να βρείτε την τιμή της τεταγμένης αν η τετμημένη είναι 6.
- (δ) Να βρείτε τιμές των τετμημένων αν η τεταγμένη είναι 8.

Θέμα 10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\psi \neq 0, \chi \neq 0, \psi \neq 2\chi)$

$$\left(\frac{2\chi}{\psi} - \frac{\psi}{2\chi}\right)\left(\frac{\psi^2}{2\chi - \psi} + \psi\right) = 2\chi + \psi.$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να απαντήσετε και στα πέντε (5) θέματα του μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

Θέμα 1. (α) Να γίνουν οι πράξεις: $(\chi \neq 0, \chi \neq 3, \chi \neq -3)$

$$\left(\frac{1}{\chi^2 + 3\chi} - \frac{1 - \chi}{2\chi^2 - 18}\right) \div \frac{\chi + 3}{\chi^2 - 3\chi}$$

(β) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{2x-19}{x^2+x-6} - \frac{x}{2-x} = \frac{5}{x+3}$$

Θέμα 2.(α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $216\pi \text{ m}^2$. Αν η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου ισούται με το μισό του ύψους του κυλίνδρου να υπολογίσετε τον όγκο του.

(β) Αν ο Ανδρέας δώσει δύο ευρώ στον Πέτρο τότε ο Πέτρος θα έχει διπλάσια χρήματα από τον Ανδρέα. Αν ο Πέτρος δώσει δύο ευρώ στον Ανδρέα τότε θα έχουν τα ίδια χρήματα. Πόσα χρήματα έχει ο Πέτρος και πόσα ο Ανδρέας.
(Το πρόβλημα να λυθεί με σύστημα)

Θέμα 3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A = 90^\circ$ και $\Gamma = 30^\circ$. Αν Δ το μέσο του ΓB και E το μέσο του $A\Gamma$, φέρουμε το ΔE και το προεκτείνουμε προς το E κατά τμήμα $\Delta E = EZ$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AZ\Delta B$ είναι ρόμβος.

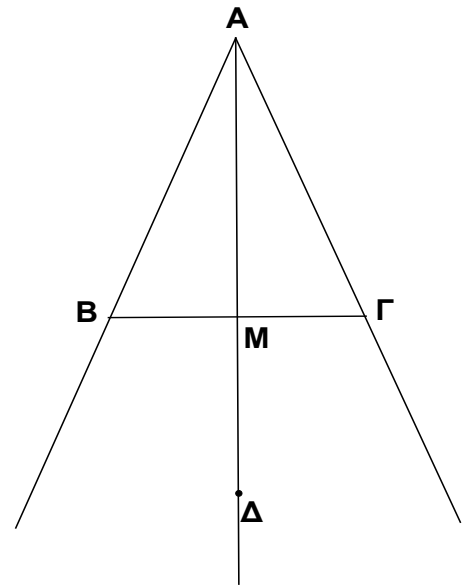
Θέμα 4. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=A\Gamma$ και AM διάμεσος.

Πάνω στην προέκταση της AM προς το μέρος του M παίρνουμε τυχαίο σημείο Δ .

Να δείξετε ότι:

(α) το τρίγωνο $\Delta B\Gamma$ είναι ισοσκελές.

(β) οι αποστάσεις του σημείου Δ από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ είναι ίσες.



Θέμα 5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-2,6)$, $B(-3,2)$ και $\Gamma(5,0)$.

- (α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- (β) να βρείτε της συντεταγμένες του μέσου M του $A\Gamma$.
- (γ) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$.
- (δ) να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM .
- (ε) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ANNA ΓΙΑΚΟΥΜΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ '

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες ώρα: 7:45 – 9:45

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 Ιουνίου 2016

Όνομα μαθητή: Τμήμα: Αριθμ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (Tirrex)

ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\psi - 2)^2 =$

β) $(2\chi - 3)(2\chi + 3) =$

2) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} \chi - 3y &= 11 \\ 3\chi + 4y &= -6 \end{aligned}$$

3) Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 5cm και ύψος 6cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του. (Η απάντησή σας να δοθεί συναρτήσει του π)

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

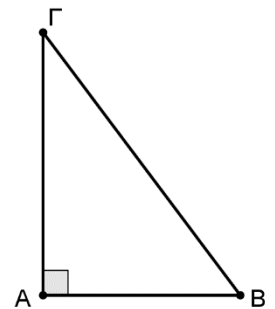
α) $3\chi^2\psi^2 + 6\chi^3\psi =$

β) $64 - \psi^2 =$

γ) $\chi^2 + 8\chi + 12 =$

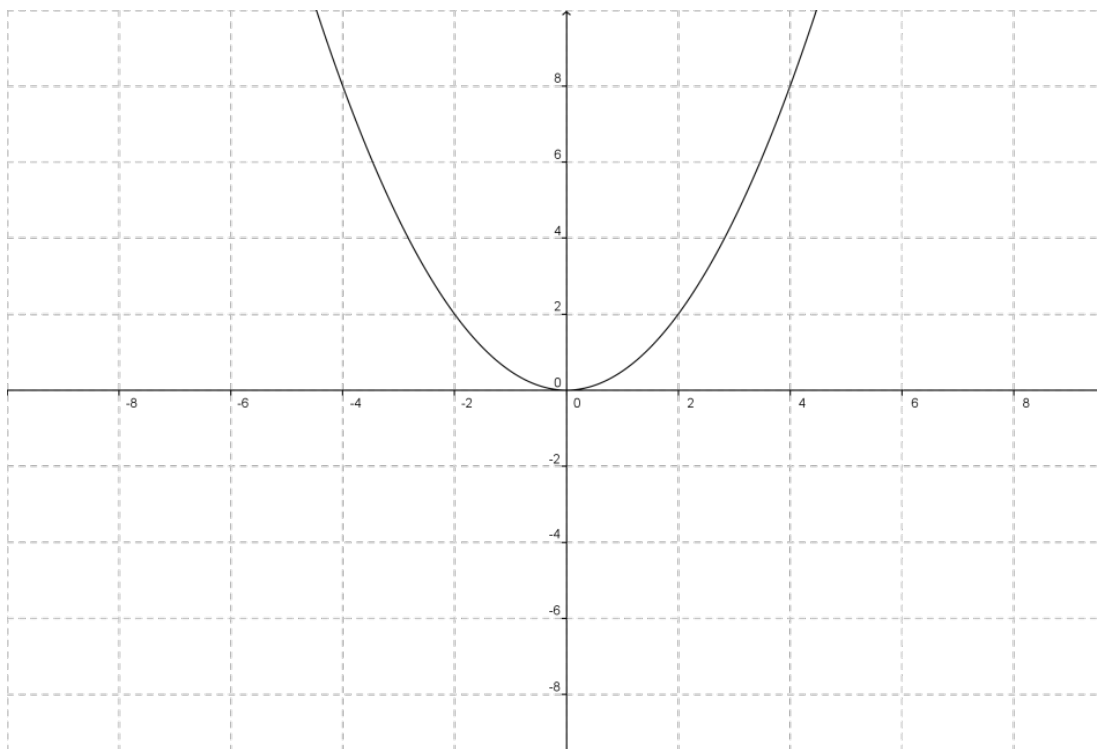
δ) $9\chi^2 - 30\chi + 25 =$

5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με AB=6 cm και AΓ=8 cm.
Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ
(ημΓ , συνΓ , εφΓ).



6) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση

$$\psi = \frac{1}{2}x^2.$$



α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της:.....

β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της:.....

γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της:.....

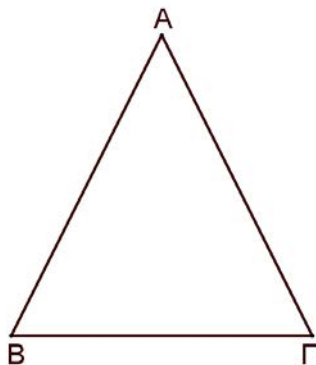
δ) Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο:.....

ε) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη $\frac{9}{8}$.

7) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

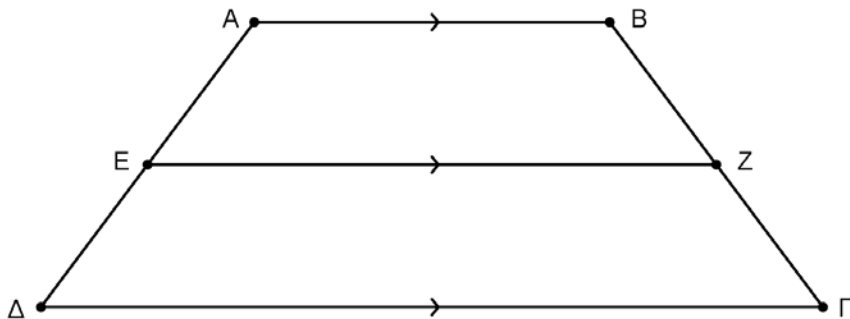
i.	Δύο τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία γωνία ίση, είναι ίσα.	
ii.	Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.	
iii.	Δύο τρίγωνα που έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.	
iv.	Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει τις διαγώνιες του ίσες.	
v.	Μπορεί να κατασκευαστεί τρίγωνο αν έχει μήκη πλευρών 4cm , 6cm 8cm.	

- 8) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και AG , παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta$ και ΓE έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Να δείξετε ότι:
- $BE=\Gamma\Delta$
 - Οι αποστάσεις των σημείων Δ και E από την ευθεία $B\Gamma$ είναι ίσες.
- (ΣΧΗΜΑ – ΔΕΔΟΜΕΝΑ –ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ)



9) Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{2x^3-16}{3x+3} \div \frac{x^2+2x+4}{x^2-x-2} =$

10) Στο ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) , είναι $AB = (3x)$ cm , $B\Gamma = (2x+5)$ cm, $\Delta\Gamma = (\psi)$ cm και $A\Delta = (\psi-9)$ cm. Αν $EZ = (5x-3)$ cm και είναι η διάμεσος του τραpezίου , να υπολογίσετε τα **μήκη των βάσεων** του τραpezίου.



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση

α) $2x^2 - 3x - 9 = 0$

β) $\frac{2x}{x-2} + \frac{x}{5-x} = \frac{-12}{x^2 - 7x + 10}$

2. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(x - 2)^3 - x(x - 5)^2 - 7x + 33 = (2x - 5)^2$$

β) Αν $x + 2\psi = 7$ και $x\psi = 3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$\frac{x^2\psi - x + 2x\psi^2 - 2\psi}{x^2\psi^2 - 4}$$

3. Η διπλανή κατασκευή είναι στερεωμένη στο έδαφος.
Η περίμετρος της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι ίση με 40m, το ύψος του 15m και το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας 13m.
Να βρείτε: i) Το ύψος της πυραμίδας.(2 μ.)
ii) Τον όγκο της κατασκευής.(4 μ.)
iii) Η κατασκευή θα βαφτεί εξωτερικά. Πόσο θα είναι το κόστος αν γνωρίζετε ότι ο τεχνίτης χρεώνει €12 το τετραγωνικό μέτρο (βάψιμο και μπογιά).(4 μ.)

4. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(4, 2)$, $B(2, 5)$ και $\Gamma(7, 4)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. (3μ.)
 - β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. (3 μ.)
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM του τριγώνου. (4 μ.)

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε το ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να δείξετε ότι:

α) το $A\Delta ZB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (3,5 μ.)

β) Το AEB είναι ισόπλευρο τρίγωνο (3,5 μ.) και

γ) $EZ = \frac{B\Gamma}{4}$ (3 μ.)

Η Διευθύντρια

Χρυστάλλα Παντελή

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΙ ΛΥΚΕΙΟ ΛΕΥΚΑΡΩΝ
Σχολική χρονιά 2015 – 2016

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ: _____

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: Τετάρτη, 08.06.2016

Ώρα: 7.45 π.μ.

Διάρκεια: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο: _____ Τμήμα: ____ Αρ: ____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλέ πένα. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας
3. Επιτρέπεται η χρήση μη-προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
5. Το γραπτό αποτελείται από 10 σελίδες.
6. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α': (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(x - 3)(x + 3) =$

(β) $(a - 6)^2 =$

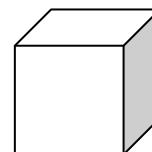
2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2: y = \alpha_2 x + \beta_2$. Να αντιστοιχίσετε την πρώτη στήλη με τη δεύτερη.

(α) $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ παράλληλες	i. $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$
(β) $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ κάθετες	ii. $\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \beta_2$
(γ) $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ταυτίζονται	iii. $\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 \neq \beta_2$

- (α) $\longrightarrow$
- (β) $\longrightarrow$
- (γ) $\longrightarrow$

3. Ένα κουτί σε σχήμα κύβου έχει ακμή $a = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας και
(β) τον όγκο του.



4. Να λυθεί το σύστημα

$$3x - 2y = 6$$

$$2x + 3y = 17$$

5. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

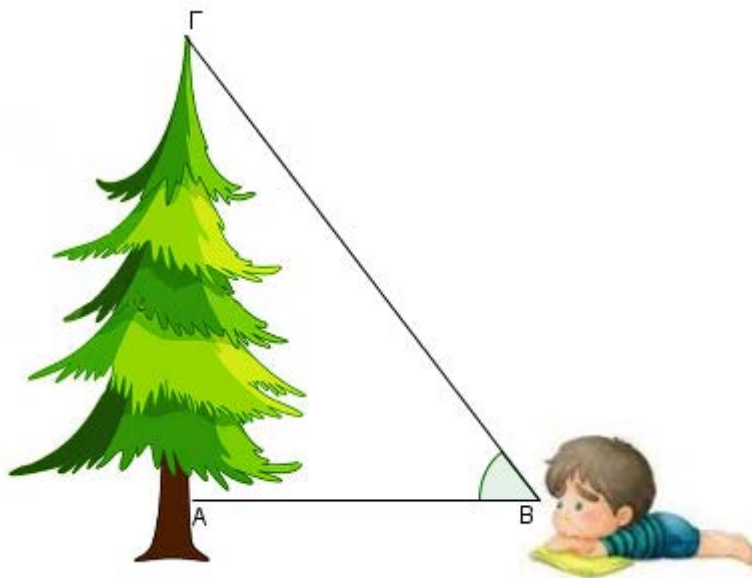
(α) $6x^2y - 3x^3y^2 =$

(β) $x^2 - 49 =$

(γ) $x^2 + 5x + 6 =$

(δ) $x^3 - 8 =$

6. Ένα παιδί είναι ξαπλωμένο 3m μακριά από ένα δέντρο και βλέπει την κορυφή του δέντρου υπό γωνία $B=52^\circ$. Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου αν γνωρίζουμε επιπλέον ότι τα μάτια του παιδιού από το έδαφος απέχουν 30cm. (ημ $52^\circ=0,788$ συν $52^\circ=0,615$ εφ $52^\circ=1,28$).



7. Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της στήλης Α με μια πρόταση της στήλης Β.

A	B
(α) Τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες και τις διαγώνιες του ίσες.	i. Τετράγωνο
(β) Τετράπλευρο που έχει μόνο τις δύο πλευρές του παράλληλες.	ii. Ορθογώνιο
(γ) Τετράπλευρο που οι διαγώνιοι του διχοτομούνται, είναι ίσες και κάθετες.	iii. Ρόμβος
(δ) Τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες και δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες.	iv. τραπέζιο

(α) $\longrightarrow$

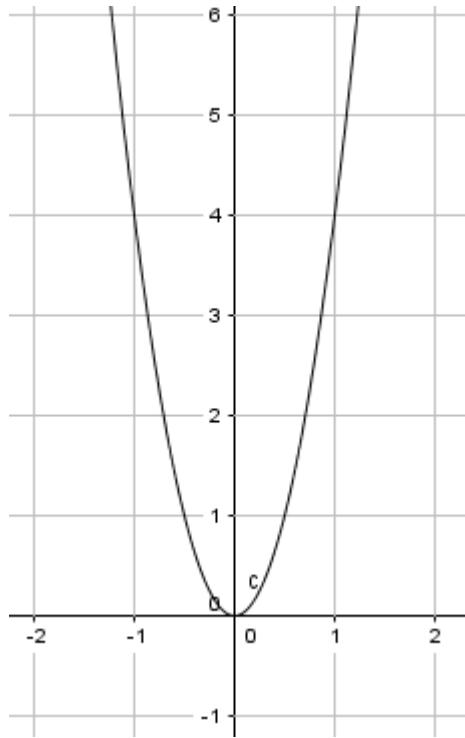
(β) $\longrightarrow$

(γ) $\longrightarrow$

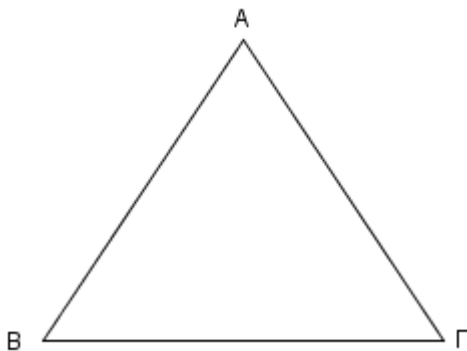
(δ) $\longrightarrow$

8. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - x - 3 = 0$

9. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής.
- Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
 - Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της.
 - Να βρείτε κατά πόσο έχει μέγιστο ή ελάχιστο.
 - Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.



10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$. Αν M μέσο της $B\Gamma$, να δείξετε ότι οι αποστάσεις $ΜΔ$ και $ΜΕ$ του σημείου M από τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα είναι ίσες.



Μέρος Β:(50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνονται $A = \frac{\frac{4x}{x^2-9}}{\frac{x}{x+3}}$ και $B = \frac{x^2+5x}{x^2+3x-10}$

(α) Να δείξετε ότι $A + B = \frac{4}{x-3} + \frac{x}{x-2}$

(β) Να λυθεί η εξίσωση $A + B = \frac{4}{x^2-5x+6}$

2. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ , E , Z τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $\Delta E\Gamma Z$ είναι ρόμβος.

3. Να αποδείξετε την πιο κάτω ισότητα:

$$\left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x^2-4x} - \frac{8}{16-x^2}\right) : \frac{x^2-1}{x^3-5x^2+4x} = 1$$

4. Στην πιο κάτω εικόνα απεικονίζονται τέσσερις όμοιες κυλινδρικές αποθήκες σιτηρών με κωνικές οροφές. Η διάμετρος της κάθε κυλινδρικής αποθήκης είναι 8m, το ύψος της είναι 12m και το ύψος του κώνου είναι 3m. Να βρείτε:
- (α) Τον συνολικό όγκο σιτηρών που χωράνε και οι τέσσερις σιταποθήκες.
- (β) Αν κάθε κυβικό μέτρο σιταριού θα πωληθεί προς €250, πόσα θα εισπράξει ο αγρότης συνολικά και από τις τέσσερις σιταποθήκες;
- (γ) Αν θα βάψουμε την εξωτερική επιφάνεια και των τεσσάρων σιταποθηκών με μπογιά που κοστίζει €0,60/m² πόσα θα κοστίσει η αγορά της μπογιάς;



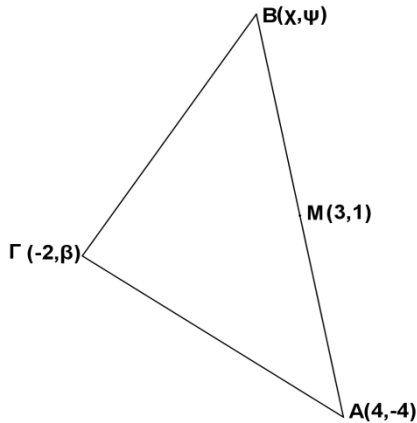
5. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(4, -4)$, $B(x, y)$, $\Gamma(-2, \beta)$ και $M(3, 1)$ το μέσο της πλευράς AB .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής B .

β) Αν $B(2, 6)$ να βρείτε την εξίσωση της AB .

γ) Αν το μήκος της διαμέσου ΓM του τριγώνου είναι $\sqrt{26}$ μονάδες, να βρείτε τις δυνατές τιμές του β .

δ) Αν $\Gamma(-2, 0)$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.



Οι Εισηγητές:

Μάρθα Λαμπράκη

Μαρία Καϊττανή

Ο Διευθυντής:

Αλέξης Ντίσκος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **14/6/2016**
ΤΑΞΗ: **Γ'**
ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

ΒΑΘΜΟΣ:

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου.
 3. Να γράφετε μόνο με μελάνι (μπλε ή μαύρο). Με μολύβι μόνο τα σχήματα.
 4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP – EX).

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από 10 Θέματα.

Να λύσετε ΟΛΑ τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

ΘΕΜΑ 1

Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

(α) $5\omega - 5\psi =$

(β) $\alpha\chi + \alpha\psi + \beta\chi + \beta\psi =$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\chi - 4\psi = 7$$

$$5\chi + 4\psi = 11$$

ΘΕΜΑ 3

Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(\omega + 4)^2 =$

(β) $(7 - 3\beta) \cdot (7 + 3\beta) =$

ΘΕΜΑ 4

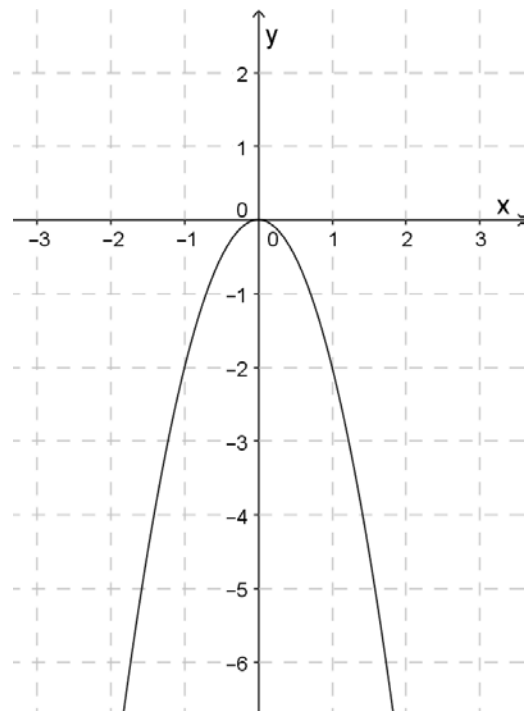
Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $\psi = -2x^2$.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

(β) Να εξετάσετε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.

(γ) Να βρείτε το πεδίο τιμών της.

(δ) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.



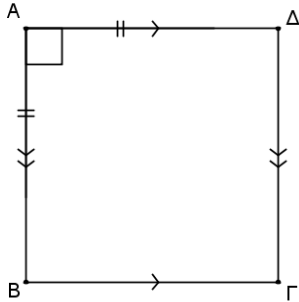
(ε) Να βρείτε το συμμετρικό σημείο του $A(-1, -2)$ ως προς τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.

ΘΕΜΑ 5

Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x + 2 = 0$

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να ελέγξετε αν είναι παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο ή/και τραπέζιο. Αν η απάντησή σας είναι θετική, να γράψετε το **αντίστοιχο κριτήριο**. Αν είναι αρνητική, να γράψετε τη φράση «Δεν είναι».



Παραλληλόγραμμο:.....

Ορθογώνιο:.....

Ρόμβος:.....

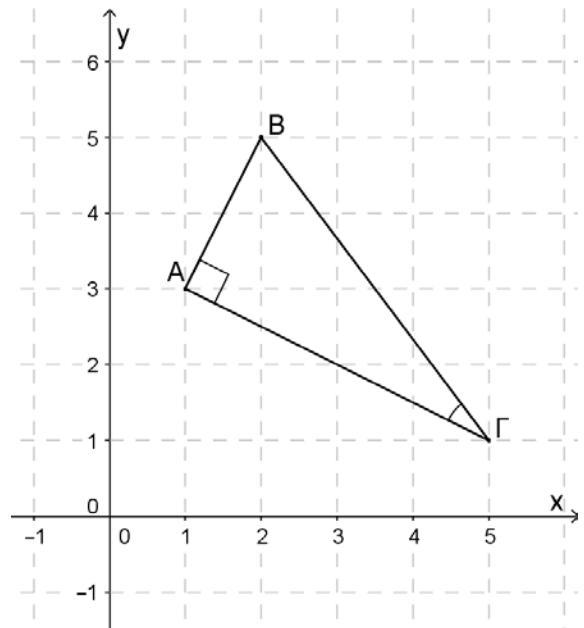
Τετράγωνο:.....

Τραπέζιο:.....

ΘΕΜΑ 7

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ.

(α) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις (ΑΒ) και (ΒΓ).
(μονάδες 0,6)



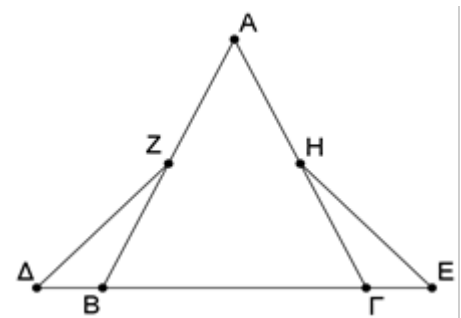
(β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς **ημΓ** και **εφΓ** της γωνίας Γ του τριγώνου αν $(ΑΓ) = 2\sqrt{5}cm$.
(μονάδες 0,4)

ΘΕΜΑ 8

Δίνονται κώνος με ακτίνα βάσης $R=6\text{cm}$ και γενέτειρα $\lambda=10\text{cm}$, και κύλινδρος με ακτίνα βάσης $\rho=4\text{cm}$. Αν τα δύο στερεά έχουν τον ίδιο όγκο, να υπολογίσετε το ύψος του κυλίνδρου.

ΘΕΜΑ 9

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$), με $B\Delta$ και ΓE ίσες προεκτάσεις της $B\Gamma$, και Z, H είναι τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.



(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔBZ και $H\Gamma E$ είναι ίσα. **(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.)**

(β) Να αποδείξετε ότι το $ZHE\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. **(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.)**

ΘΕΜΑ 10

Δίνονται δύο ορθογώνια παραλληλεπίπεδα. Το πρώτο έχει πλάτος $(x - 6)cm$, μήκος $(x + 6)cm$ και ύψος $2cm$. Το δεύτερο έχει πλάτος $1cm$, μήκος $(x - 6)^2cm$ και ύψος $(x + 2)cm$. Να αποδείξετε ότι ο συνολικός όγκος των δύο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων είναι ίσος με $V_{ολ} = x(x - 2)(x - 6)$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 θέματα.

Να λύσετε **ΟΛΑ** τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

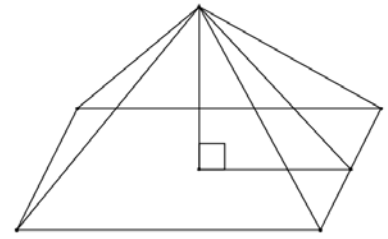
ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2x-2}{x^2-25} + \frac{1}{5x-x^2} = \frac{x-1}{x^2+5x}$.

ΘΕΜΑ 2

Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης $a=18\text{m}$ και ύψος $u=12\text{m}$.

(α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας $E_{ολ}$ της πυραμίδας.
(μονάδα 1)



(β) Να υπολογίσετε τον όγκο V της πυραμίδας.

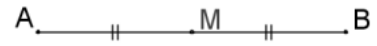
(μονάδες 0,5)

(γ) Να υπολογίσετε πόσο θα μας κοστίσει αν θέλουμε να βάψουμε την ολική επιφάνεια της πυραμίδας με κόκκινη μπογιά αξίας €2 το m^2 .
(μονάδες 0,5)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα με άκρα τα σημεία A και B με συντεταγμένες

$$A((\alpha + \beta)^2, \alpha^2 + \beta^2) \text{ και } B((\alpha - \beta)^2, (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)).$$



(α) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB είναι $M(\alpha^2 + \beta^2, \alpha^2)$.

(β) Αν $\alpha=2$ και $\beta=1$:

(i) να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M

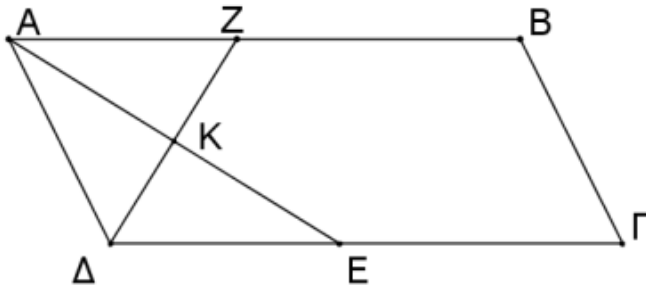
(μονάδες 0,4)

(ii) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 που περνά από το σημείο M και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_1: \psi=2x+3$.

(μονάδες 0,6)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο και ΔZ διχοτόμος της γωνίας Δ (Z σημείο της AB). Φέρουμε AK κάθετη στη ΔZ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο E .



Να δείξετε, **δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας**, ότι

(α) το τρίγωνο ΔDE είναι ισοσκελές

(μονάδες 0,6)

(β) τα τρίγωνα AKZ και ΔKE είναι ίσα

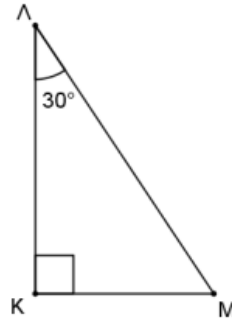
(μονάδες 0,8)

(γ) το τετράπλευρο $AZED$ είναι ρόμβος.

(μονάδες 0,6)

ΘΕΜΑ 5

Δίνονται το ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AD=BG$) και το ορθογώνιο τρίγωνο $K\Lambda M$ ($\hat{K} = 90^\circ$). Στο τραπέζιο τα E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AD και $B\Gamma$ αντίστοιχα, και $AB=2x+4\psi$, $EZ=10x-2$ και $\Delta\Gamma=x+6\psi$. Στο τρίγωνο $\hat{\Lambda} = 30^\circ$, $\Lambda M=38$ μονάδες και $KM=2x+5\psi$. Να υπολογίσετε τα x και ψ με τη χρήση συστήματος. **(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.)**



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κατερίνα Χρίστου Γεωργίου (Β.Δ.)
Μαρία Νεοφύτου
Ελένη Κωστή
Χρίστος Θεοδούλου
Άρτεμις Ορφανού
Μιχάλης Κουρουντζής

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Νίκος Πρόξενος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10 / 6 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

ΒΑΘΜΟΣ: $\frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{20}$

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

Υπ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ **ΤΜΗΜΑ:** _____ **ΑΡΙΘ.:** _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ✚ Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- ✚ Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- ✚ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- ✚ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **11** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(1) $(x + 3)^2 =$

(2) $(x - 5)(x + 5) =$

2. Να λύσετε το σύστημα:

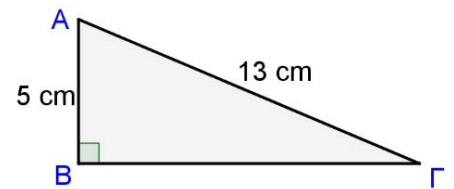
$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 18 \end{array} \right\}$$

3. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(1) $a^2 - 9b^2 =$

(2) $y^2 - y - 12 =$

4. Στο διπλανό σχήμα, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu A$ και $\varepsilon\varphi\Gamma$.

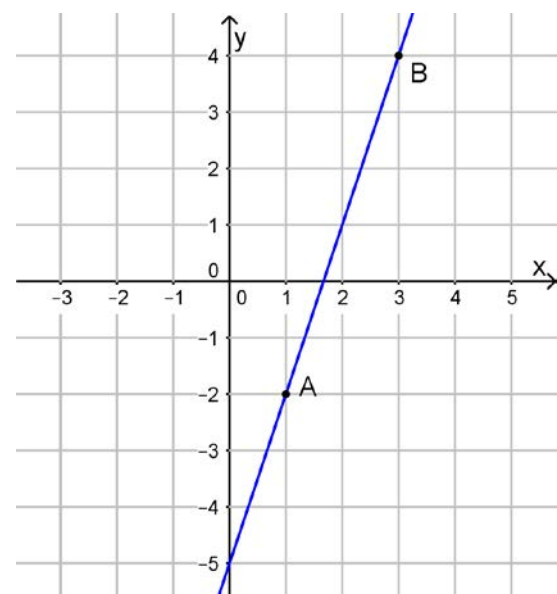


5. Να βρείτε τον όγκο πυραμίδας με πλευρά βάσης 10 cm και ύψος 9 cm .

6. Δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας AB . Να βρείτε, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

(1) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(2) Την εξίσωση της ευθείας AB .



7. Να βρείτε την ακμή κύβου που έχει όγκο αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας (Να λυθεί με εξίσωση).

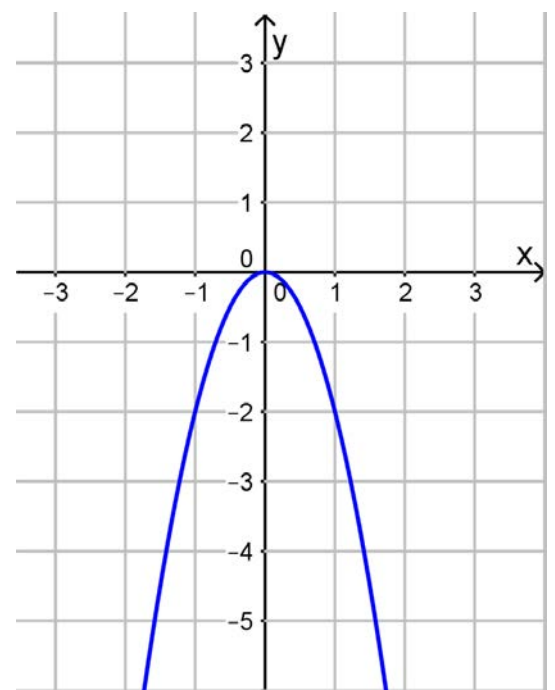
8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μίας παραβολής. Να βρείτε:

(1) Την εξίσωση της παραβολής.

(Μον. 2)

(2) Το Πεδίο τιμών της.

(Μον. 1)

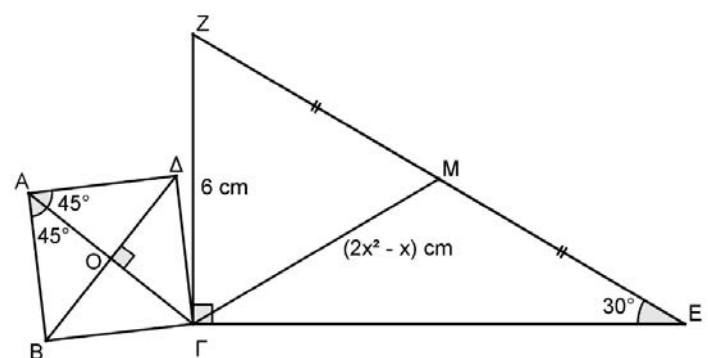


(3) Τις τιμές του κ , ώστε το σημείο $A(\kappa + 1, 28 - 20\kappa)$
(Μον. 2)

να ανήκει στην παραβολή.

9. Στο διπλανό σχήμα το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς ZE .

(1) Αν $ΓΜ = (2x^2 - x) \text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του x , αν $x > 0$.



- (2) Αν $x = 2$, να εξετάσετε κατά πόσο το τετράπλευρο $ABΓΔ$ είναι τετράγωνο, αν ισχύει:
 $AO = x \text{ cm}$, $BO = 4 - x \text{ cm}$, $ΓO = \frac{x^2}{x} \text{ cm}$, $ΔO = \sqrt{x^2} \text{ cm}$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

10. Δίνεται τετράγωνο $ABΓΔ$ με πλευρά 8 cm . Το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς $BΓ$.

(1) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AMΔ$ είναι ισοσκελές.

(2) Να υπολογίσετε, κατά προσέγγιση ακεραίου, τις γωνίες του τριγώνου $AMΔ$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x+4}{x+3} + \frac{x+1}{1-x} = \frac{8}{x^2+2x-3}$$

2. Δίνονται οι πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{2\alpha+3\beta}{6\beta}\right)^2 - \left(\frac{2\alpha-3\beta}{6\beta}\right)^2 \quad \text{και} \quad B = \left(1 - \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2+\beta^2}\right) \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}\right) : \frac{2\alpha^2-2\alpha\beta}{3\beta^2}$$

(1) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

(Μον.

4)

(2) Να απλοποιήσετε την παράσταση B .

(Μον.

5)

(3) Να δείξετε ότι $A^{2016} = B^{-2016}$.

(Μον.

1)

3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $B(5, 5)$ και $\Gamma(7, 1)$. Οι πλευρές AB , $A\Delta$ και $\Delta\Gamma$ έχουν εξισώσεις $AB: x - 2y = -5$, $A\Delta: y = -2x$ και $\Delta\Gamma: y = (3\kappa - 4)x - \frac{5}{2}$.

(1) Να βρείτε την τιμή του κ .

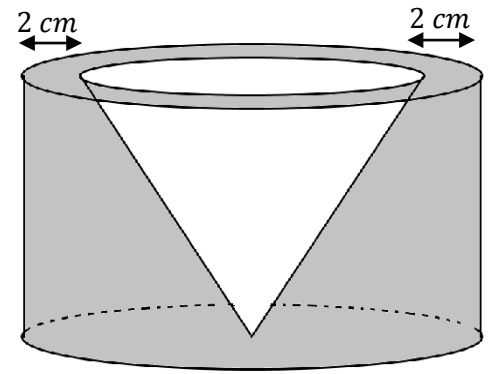
- (2) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής A .
- (3) Να εξετάσετε κατά πόσο το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.
- (4) Να δείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ δεν είναι τετράγωνο.

4. Ένας συμπαγής κύλινδρος, κατασκευασμένος από μέταλλο, έχει εμβαδόν βάσης $121\pi \text{ cm}^2$ και ύψος 12 cm .

(1) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.
(Μον. 3)

(2) Στη συνέχεια από το στερεό αφαιρείται ένας κώνος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Με το υλικό που αφαιρείται κατασκευάζονται 9 ίσες σφαίρες. Να υπολογίσετε την ακτίνα της κάθε σφαίρας.
(Μον. 4)

(3) Να βρείτε το συνολικό εμβαδόν του στερεού που προέκυψε μετά τη αφαίρεση του κώνου.
(Μον. 3)



5. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$). Φέρουμε τις διαγωνίους $A\Gamma$ και $B\Delta$. Το N είναι το μέσο της διαγωνίου $A\Gamma$ και το M είναι το μέσο της διαγωνίου $B\Delta$. Από την κορυφή A φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα AM . Η προέκταση του AM τέμνει την πλευρά $\Gamma\Delta$ στο E . Να αποδείξετε ότι:
- (1) Τα τρίγωνα ABM και $ME\Delta$ είναι ίσα. (Μον. 4)
- (2) $MN \parallel AB$ (Μον. 3)
- (3) $MN = \frac{\Delta\Gamma - AB}{2}$ (Μον. 3)

ΑΡΜΕΝΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΝΑΡΕΚ ΛΕΥΚΩΣΙΑΣ

2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/Ιουνίου 2016

ΤΑΞΗ: Γ' Γυμνασίου

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 Ωρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ : _____

ΤΕΛΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΟΛΟΓΡ. : _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού .

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 7 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΜΕΝΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΝΑΡΕΚ ΛΕΥΚΩΣΙΑΣ

2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/Ιουνίου 2016

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 Ωρες

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (x+5)^2 =$$

$$\beta) (5+2x)(5-2x) =$$

2. Να βρείτε το α ώστε οι ευθείες $\psi = -3x-5$ και $\psi = (2\alpha-5)x+9$ να είναι κάθετες .

3. Η ακμή α ενός κύβου είναι τετραπλάσια της ακμής ενός άλλου κύβου. Ο λόγος του όγκου του πρώτου κύβου προς τον όγκο του δεύτερου κύβου είναι:

$$\alpha) \frac{1}{4} \quad \beta) \frac{4}{1} \quad \gamma) \frac{1}{64} \quad \delta) \frac{64}{1} \quad \epsilon) \frac{12}{1}$$

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} 5x + 3\psi &= 1 \\ 3x - 4\psi &= 18 \end{aligned}$$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $4x^2 - 5x - 6 = 0$

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

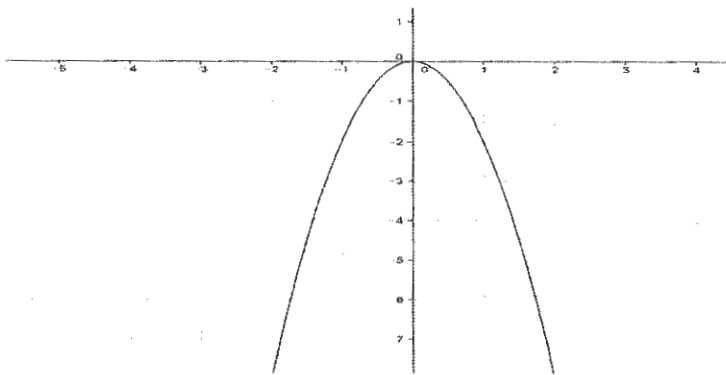
α) $3x^2 - 9x =$

β) $x^2 - 7x + 12 =$

γ) $25x^2 - 9 =$

δ) $x^2 - 4x - \psi^2 + 4\psi =$

7. Το πιο κάτω σχήμα παριστάνει τη γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = ax^2$.



Να βρείτε:

i) το πρόσημο του a ,

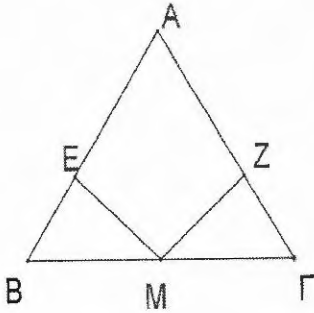
ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

iii) τις συντεταγμένες της κορυφής του,

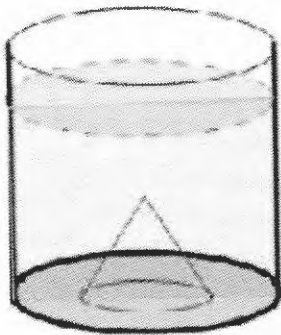
iv) αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο και να γράψετε τις συντεταγμένες του,

v) την εξίσωση της παραβολής αν το σημείο $(-2, -8)$ ανήκει στην παραβολή.

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και M το μέσο της $B\Gamma$. Αν $ME \perp AB$ και $MZ \perp A\Gamma$, να αποδείξετε ότι $ME=MZ$.



9. α) Κώνος με ακτίνα $\rho=5\text{m}$ και ύψος $u=6\text{m}$ είναι πλήρως βυθισμένος μέσα σε νερό που βρίσκεται μέσα σε ένα κύλινδρο με ακτίνα βάσης $R=10\text{m}$. Να υπολογίσετε πόσο θα κατέβει η στάθμη του νερού στον κύλινδρο αν ο κώνος αφαιρεθεί.



- β) Σε πρίσμα με βάση ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο, το ύψος του το οποίο ισούται με την υποτείνουσα της βάσης, είναι $u=10\sqrt{2}\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του και τον όγκο του.

10. Να κάνετε τις πράξεις:

α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{7}{x^2 + 3x - 10} - \frac{2}{x^2 + 5x} - \frac{2}{x^2 - 2x} =$$

β) $\left(\frac{x-3}{x+3} - \frac{1}{x^2-9} \right) \div \frac{x^2-4}{x^2+5x+6} =$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την κλασματική εξίσωση: $\frac{2x-19}{x^2+x-6} - \frac{x}{2-x} = \frac{5}{x+3}$

2. α) Αν $\chi = \frac{3}{\psi}$, να δείξετε ότι:

$$(2\chi - \psi)^2 - 4(3\psi + \chi)(\chi - 3\psi) - 37\psi^2 = -12$$

β) Να βρείτε τις τιμές του κ για τις οποίες οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\varepsilon_1 : (\kappa - 1)\chi - \psi = 3$ και $\varepsilon_2 : \psi = (\kappa^2 - 2\kappa - 11)\chi - 1$ είναι ευθείες παράλληλες.

3. Δίνονται τρίγωνο $AB\Gamma$ με συντεταγμένες $A(6, -2)$, $B(-2, 4)$ και $\Gamma(0, 5)$. Να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες του μέσου M του πλευράς AB , (Μον.3,3,2,2)

β) το μήκος της πλευράς AB ,

γ) την κλίση του AB ,

δ) την εξίσωση της ευθείας ϵ_1 , η οποία περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη προς το AB ,

ε) την εξίσωση της μεσοκάθετης της πλευράς AB .

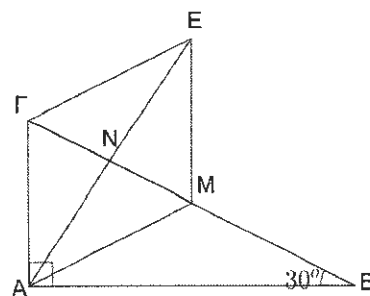
4. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο:

$$\alpha\chi^2 + 2\chi\psi - \alpha\psi^2 - \chi^2 - \psi^2 =$$

5. α) Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) είναι ορθογώνιο, M μέσο της $B\Gamma$, N μέσο της MG και $AN=NE$. Να αποδείξετε ότι:

- i) Το τρίγωνο $AM\Gamma$ είναι ισόπλευρο,
- ii) Το τετράπλευρο $AME\Gamma$ είναι ρόμβος.

(Μον.6,4)



β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν Δ, E, Z είναι τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma, B\Gamma$ αντίστοιχα να δείξετε ότι το $AEZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

Η Διευθύντρια

Ταχμαζιάν Βέρα



ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13 / 06 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: **Τμήμα:** **Αριθμός:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 γ. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 11 ΣΕΛΙΔΕΣ

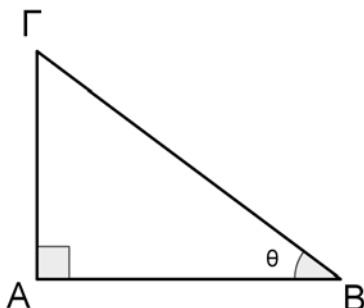
ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (\chi - 5)^2 =$$

$$\beta) (\psi - 4)(\psi + 4) =$$

2) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$. Να υπολογίσετε το συνθ και την εφθ.



3) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 5 m, 7 m και 10 m.

4) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις: (MON 1-1-1-2)

α) $\chi^2 - 9\chi =$

β) $4\chi^2 - 25 =$

γ) $\chi^2 + 10\chi + 9 =$

δ) $\chi^2 - \psi^2 + 2\chi - 2\psi =$

5) Να λύσετε τις εξισώσεις: (MON 2-3)

α) $(\chi - 4) \cdot (2\chi + 5) = 0$

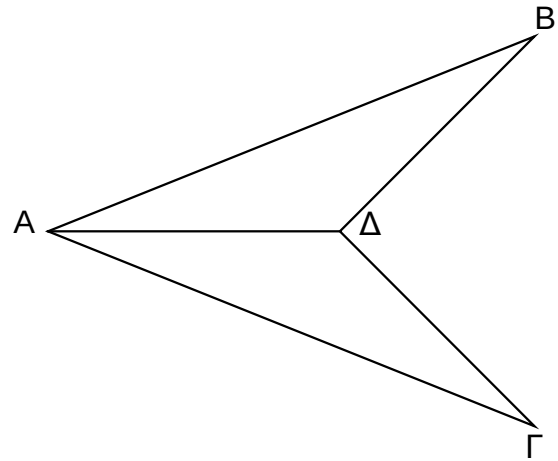
β) $3\chi^2 + 4\chi - 7 = 0$

6) Στο σχήμα $AB=AG$ και $BD=ΔΓ$. Να κατασκευάσετε το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ$ και να προεκτείνετε την $AΔ$ ώστε να τέμνει την $BΓ$ στο E . (ΜΟΝ 3-2)

Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα $ABΔ$ και $AΓΔ$ είναι ίσα.

β) Η $ΔE$ είναι διχοτόμος της γωνίας $BΔΓ$.



7) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{\chi+2}{\chi-2} - \frac{\chi^2}{\chi^2-4} \right) \div \frac{2\chi^2-2}{\chi^3-3\chi^2+2\chi} =$$

8) Να λύσετε το σύστημα:

$$2(\psi - 3\chi) + 20 = 14$$

$$\frac{4\chi + 7}{5} - \frac{3(2\chi - \psi)}{10} = \frac{1}{2}$$

9) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 384 cm^2 και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 240 cm^2 . Να βρείτε τον όγκο της.

10) Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση παραβολής $y = ax^2$.

(MON 1-0.5-1.5-1-1)

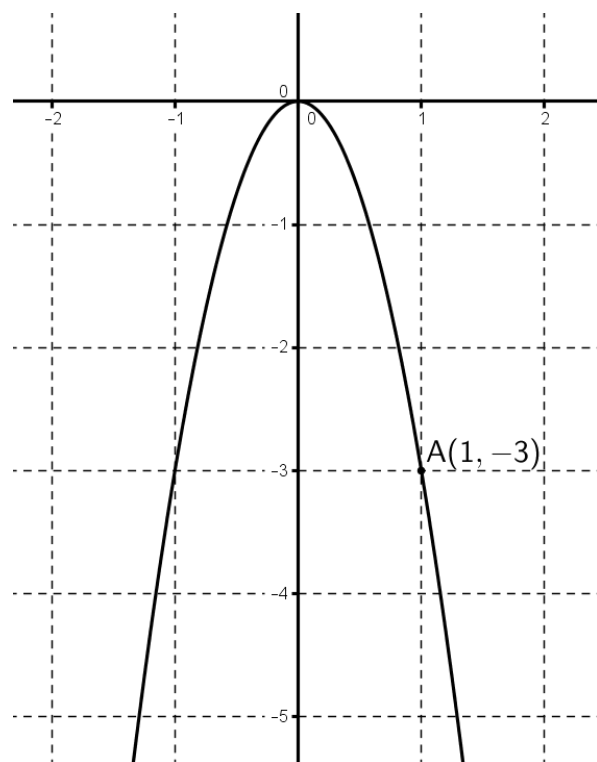
Να βρείτε:

(i) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

(ii) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

(iii) Να δείξετε ότι η εξίσωση της παραβολής

είναι ίση με $y = -3x^2$



(iv) Το σημείο της παραβολής με τετμημένη $x = \frac{2}{3}$.

(v) Το K ώστε το σημείο $B(K - 2, -12)$ να ανήκει στην παραβολή.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4\chi+4}{\chi^2+2\chi-15} + \frac{2}{3-\chi} = \frac{\chi+4}{\chi^2+5\chi}$$

2) Α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα : (MON 4)

$$(\chi-2)^3 - \chi(\chi-3)^2 + (\chi-1)(\chi+1) + 5\chi = (\chi+9)(\chi-1)$$

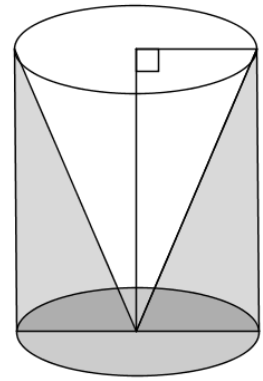
Β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα : (MON 6)

(α) $\chi^2 - 4\chi - 12 + \alpha\chi - 6\alpha =$

(β) $\chi^2 + 4\chi - \psi^2 + 4 =$

(γ) $9\chi^2(\chi-5) + 4 \cdot (5-\chi) =$

- 3) A) Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κενό κώνο του ίδιου ύψους. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $135\pi \text{ cm}^2$ και η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $18\pi \text{ cm}$. Να υπολογίσετε: (MON 7)
- (α) το εμβαδόν της βάσης του κώνου.
 - (β) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.
 - (γ) τον όγκο του στερεού.
- Οι απαντήσεις σας να δοθούν συναρτήσει του π



- B) Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχουν ίσους όγκους. Αν το ορθογώνιο (MON3) παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις 4 cm , 9 cm και ύψος ίσο με την ακμή του κύβου, να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου.

-

-
- A diagram of a rectangle with vertices labeled A (top-left), B (top-right), C (bottom-right), and D (bottom-left). Each corner is marked with a small green square, indicating right angles.

5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-3, 2)$, $B(-5, 6)$ και $\Gamma(1, 4)$ (3-3-2-2)

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Να βρεθεί η εξίσωση της διαμέσου AM .

γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου AM .

δ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία AM και περνά από το σημείο Γ .

Οι Εισηγητές:

Μιχαήλ Π.Κ.(Β.Δ.)

Σάββα Ε.

Γερμανός Γ.

Η Διευθύντρια:

Βυρίδου Παρθενόπη

ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΧΩΡΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 08/06/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: **Τμήμα:** **Αριθμός:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(x - 7) \cdot (x + 7) =$

2. Να λύσετε την εξίσωση $5x^2 - x - 4 = 0$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 3\chi + 4\psi = 7 \\ 2\chi - 3\psi = -1 \end{cases}$$

4. Να βρεθεί το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και ο όγκος κύβου με ακμή $\alpha = 3\text{cm}$.

5. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

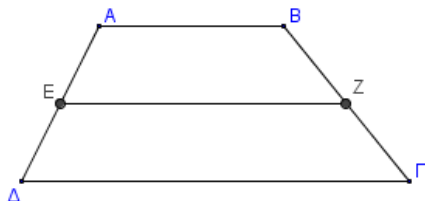
α) $\chi\psi - 3\chi =$

β) $\chi^2 - 25\psi^2 =$

γ) $\chi^2 - 5\chi + 6 =$

δ) $\alpha\chi + \beta\psi + \alpha\psi + \beta\chi =$

6. Το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο με βάσεις ΑΒ και ΓΔ και διάμεσο ΕΖ. Αν γνωρίζετε ότι: ΑΒ=4cm, ΕΖ=(3χ-1)cm και ΓΔ= (2χ+6)cm, να βρείτε το χ και το μήκος της διαμέσου.

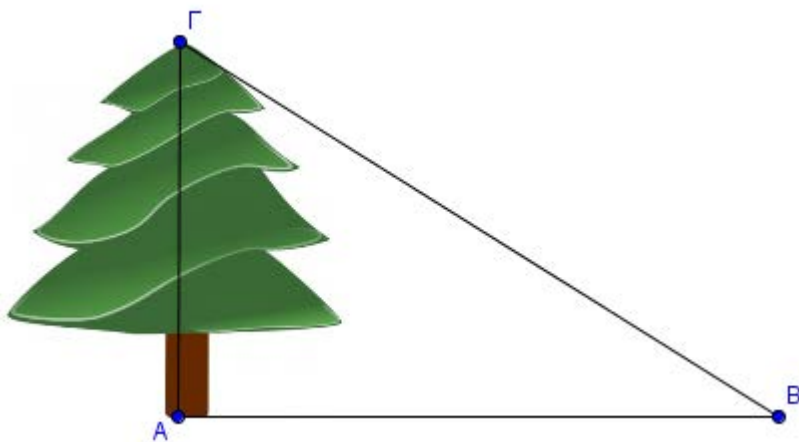


7. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{\chi^2 - 6\chi + 9}{\chi - 5} \div \frac{\chi^3 - 9\chi}{\chi^2 - 25} =$

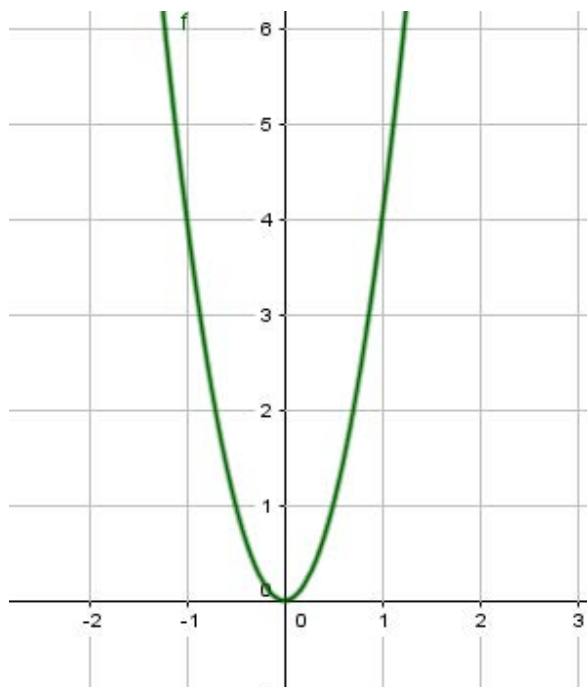
β) $\frac{3}{\chi - 4} + \frac{24}{16 - \chi^2} =$

8. α) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}\Gamma = 60^\circ$, $\hat{\Gamma}\hat{A}B = 90^\circ$ και $AB = 12\text{m}$. Να υπολογίσετε το ύψος $A\Gamma$ του δέντρου.



- β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x)=ax^2$ ($a \neq 0$).
Να γράψετε:

- i) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της
- ii) τον άξονα συμμετρίας της
- iii) τις συντεταγμένες κορυφής της
- iv) το πρόσημο του a



9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Δ μέσο της πλευράς $A\Gamma$ και Z μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε το ΔZ και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta H = Z\Delta$. Να δείξετε ότι το $AH\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο.
10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 100 cm^2 και παράπλευρο ύψος 13 cm . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi - 7}{\chi^2 - 5\chi + 4} - \frac{1}{4 - \chi} = \frac{\chi - 3}{\chi^2 - \chi}$$

β) Αν $\kappa = (\chi + 1)^2$, $\lambda = (\chi - 1)^2$ και $\mu = \kappa + 8$ να δείξετε ότι $\kappa - \lambda + \mu = (\chi + 3)^2$.

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). K και Λ είναι δύο σημεία πάνω στη $B\Gamma$ τέτοια ώστε $BK = \Gamma\Lambda$. Στην προέκταση της πλευράς AB προς το μέρος του B και στην προέκταση της πλευράς $A\Gamma$ προς το μέρος του Γ , παίρνουμε τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα τέτοια $B\Delta = \Gamma E$. Να δείξετε ότι:

α) $K\Delta = \Lambda E$

β) τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.

Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις.

3. Παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφές $A(1, 2)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(3, -1)$. Να βρείτε:
- α) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων του,
 - β) τις συντεταγμένες της κορυφής Δ ,
 - γ) την εξίσωση της πλευράς AB ,
 - δ) το μήκος της διαγωνίου $A\Gamma$.

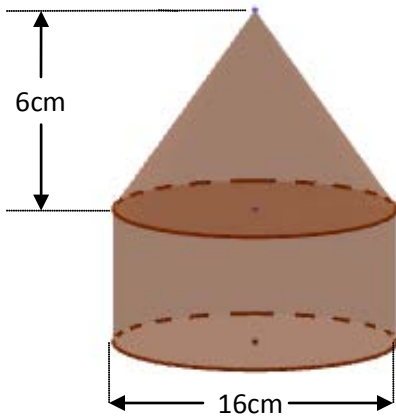
4. α) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$), φέρουμε τη διάμεσο AM . Αν E είναι το μέσο της AB και Z το μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZME$ είναι ορθογώνιο.
Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις.

β) Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο BD . Αν H σημείο πάνω στη $B\Gamma$ έτσι ώστε $BH = \frac{\Gamma B}{4}$ και σημείο E το μέσο της διαμέσου BD , να δείξετε ότι $HE \parallel \frac{AB}{4}$.

(Υπόδειξη: Να φέρετε τη διάμεσο ΔK του τριγώνου $B\Delta\Gamma$)

Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις.

5. Μια εταιρεία σχεδίασε μια κλειστή μεταλλική κατασκευή, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Η κατασκευή αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο. Η βάση της κατασκευής έχει διάμετρο 16cm και το ύψος του κώνου είναι 6cm. Ο συνολικός όγκος της κατασκευής είναι $384\pi \text{ cm}^3$.
- α) Να δείξετε ότι το ύψος του κυλίνδρου είναι 4cm.
- β) Όλη η επιφάνεια της κατασκευής βάφεται με ειδική αντισεισμική μπογιά, η οποία κοστίζει 1 σεντ ανά τετραγωνικό εκατοστόμετρο. Να υπολογίσετε πόσο θα κοστίσει το βάψιμο της κατασκευής.



Οι Εισηγήτριες:

Παπαντωνίου Άντρη

.....

Μαθαίου Αφροδίτη

.....

Η Διευθύντρια

Θεοφάνους Μαρία

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ: Γ'

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/06/2016

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να βρείτε τα αναπύγματα χρησιμοποιώντας ταυτότητες:

$$\alpha) (\chi - 3)^2 =$$

$$\beta) (\chi - 6) \cdot (\chi + 6) =$$

- 2) Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi + 3y = -5$$

$$4\chi + 2y = 2$$

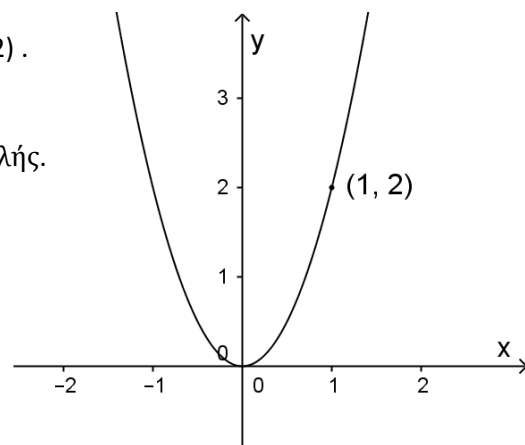
3) α) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενα παραγόντων τις παραστάσεις:

i) $x^2 - 16 =$

ii) $αχψ - 3αψ =$

β) Η παραβολή του διπλανού σχήματος περνά από το σημείο $(1, 2)$.

i) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.



ii) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.

4) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος βάσης ίσο με 4cm και πλάτος βάσης 5cm. Αν ο όγκος του είναι ίσος με 160cm^3 να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 - 4 = 0$

β) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

6) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης ίσο με 144 cm^2 και ύψος ίσο με 8 cm . Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

7) Να κάνετε τις πράξεις (η απάντηση να δοθεί στην πιο απλή μορφή):

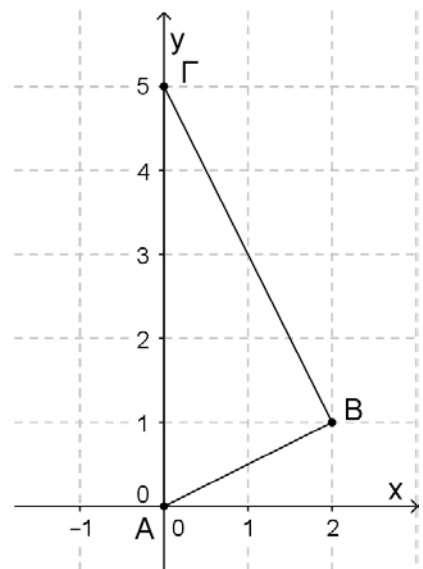
$$\alpha) \frac{6x}{x^2 - 2x - 8} - \frac{2}{x + 2} =$$

$$\beta) \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} : \frac{x^2 + 2x}{2x^2 - x} =$$

8) Στο σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(0,0)$, $B(2,1)$ και $\Gamma(0,5)$.

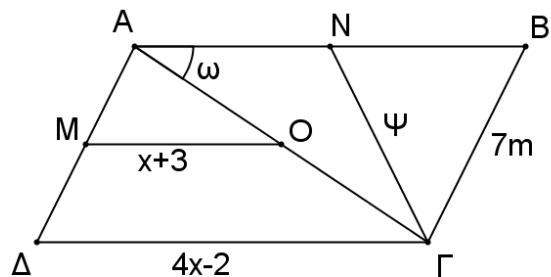
α) Να δείξετε ότι $\widehat{B} = 90^\circ$.

β) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$.

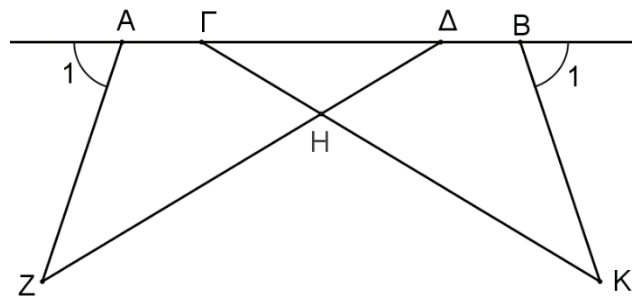


γ) Να βρείτε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας $\widehat{\Gamma AB}$.

- 9) Στο σχήμα που δίνεται πιο κάτω το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Τα σημεία M και O είναι τα μέσα των πλευρών AD και AG αντίστοιχα. Αν $\widehat{A\Gamma B} = 90^\circ$, N το μέσο της AB και $B\Gamma = 7m$, να υπολογίσετε τα χ , ψ και $\widehat{\omega}$.



- 10) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $A\Gamma = \Delta B$, $AZ = BK$ και $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$. Να αποδείξετε ότι $\triangle AZ\Delta = \triangle BK\Gamma$



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\chi - 5\psi)^2 - 2\chi(2\chi - 9\psi) + (2\chi + 3\psi)(2\chi - 3\psi) = (\chi + 4\psi)^2$$

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενα παραγόντων τις παραστάσεις:

i) $\chi^2(\chi - 4) + \alpha^2(4 - \chi) =$

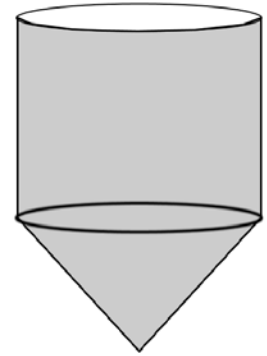
ii) $\chi^2 - 5\chi + 6 - \kappa\chi + 3\kappa =$

2) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4\chi + 4}{\chi^2 + 2\chi - 15} - \frac{2}{\chi - 3} = \frac{\chi + 4}{\chi^2 + 5\chi}$$

3) Το στερεό του διπλανού σχήματος είναι φτιαγμένο από λαμαρίνα κόστους €20/m² και είναι ανοικτό από πάνω. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 3m και ύψος 10m. Η γενέτειρα του κώνου είναι 5m.

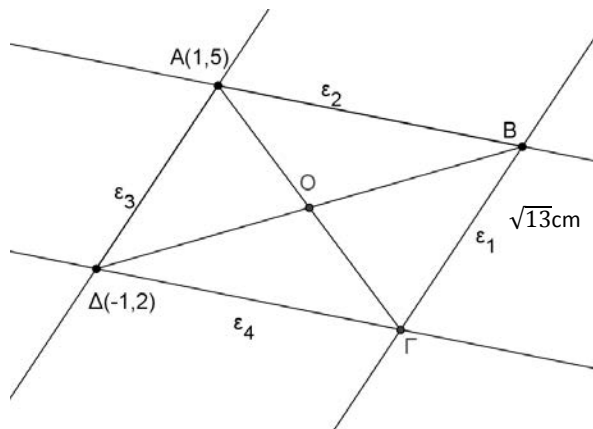
α) Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού.



β) Να βρείτε το κόστος κατασκευής του στερεού.

γ) Το στερεό είναι γεμάτο με σιτάρι και θα το αδειάσουμε σε τετραγωνικό πρίσμα με εμβαδόν παράπλευρης 160m² και ύψος 4m, να εξετάσετε αν το σιτάρι θα χωρέσει στο τετραγωνικό πρίσμα.

- 4) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(1, 5)$ και $\Delta(-1, 2)$. Η ευθεία ε_1 έχει εξίσωση $\varepsilon_1: 3\chi - 2\psi = 10$ ενώ η ευθεία ε_4 έχει εξίσωση $\varepsilon_4: \chi + 5\psi = 9$. Επιπρόσθετα, δίνεται ότι η πλευρά $B\Gamma$ έχει μήκος $B\Gamma = \sqrt{13}$ cm.



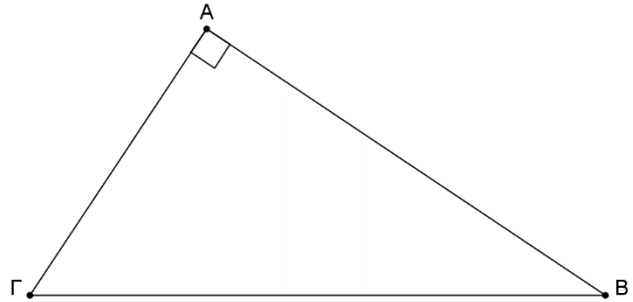
α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 .

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του O .

- 5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ της AB να φέρετε ευθεία ΔΕ παράλληλη με την ΑΓ (Ε σημείο της ΓΒ). Από το σημείο Ε να φέρετε ευθεία ΕΖ παράλληλη με την ΑΒ (Ζ σημείο της ΑΓ).



- α) Να δείξετε ότι το ADEZ είναι ορθογώνιο

- β) Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των ΓΕ και ΕΒ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $ZM + \Delta N = \frac{\Gamma B}{2}$.

Ο Διευθυντής

Στυλιανός Τσιακκαρής



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ' Γυμνασίου

Ημερομηνία: 10 Ιουνίου 2016

Ώρα: 07:45 – 09 :45

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑ : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10** σελίδες.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο** μέρη.
- Το **μέρος Α'** αποτελείται από **δέκα (10) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.
- Το **μέρος Β'** αποτελείται από **πέντε (5) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirerex).
- Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

Μέρος Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

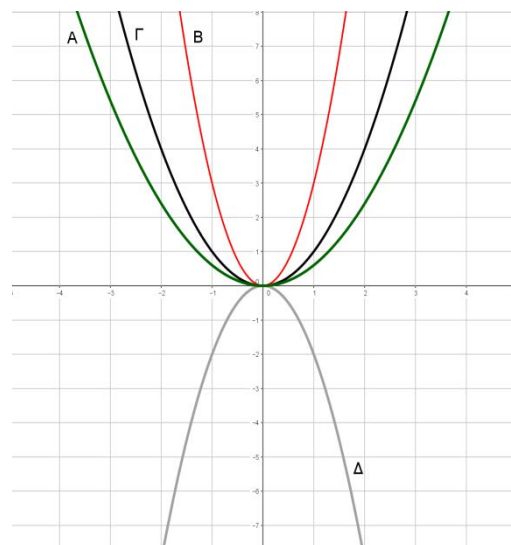
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$y = 0.6x^2, \quad y = x^2, \quad y = -2x^2 \quad \text{και} \quad y = 3x^2$$

Να βρείτε το γράμμα που αντιστοιχεί στη κάθε γραφική παράσταση.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	ΓΡΑΜΜΑ
$y = 0.6x^2$	
$y = x^2$	
$y = -2x^2$	
$y = 3x^2$	



- A2. Να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν σφαίρας με ακτίνα 8cm.

- A3. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.
- α. Δύο τρίγωνα είναι ίσα, αν μπορεί με κατάλληλη μετατόπιση το ένα από αυτά να ταυτιστεί (συμπέσει) με το άλλο. _____
 - β. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες _____
 - γ. Αν οι πλευρές ενός τριγώνου είναι ίσες μία προς μία με τις πλευρές ενός άλλου τριγώνου, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα _____
 - δ. Η διάμεσος προς την βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ίσα τρίγωνα _____

A4. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 =$

β) $(3x + 1)(3x - 1) =$

A5. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

A6. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

α) $4xy - 2y =$

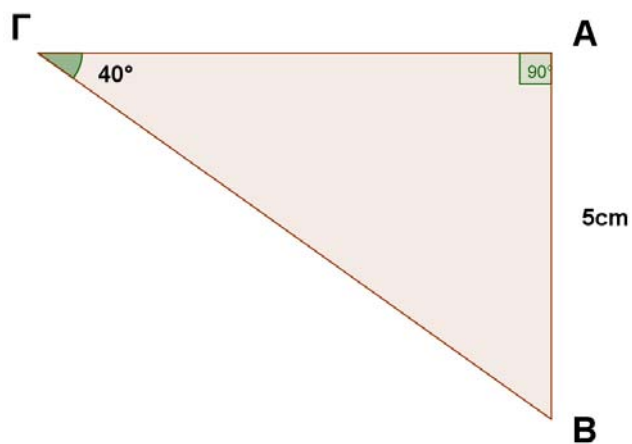
β) $x^2 - 81 =$

γ) $\alpha\beta + 5\alpha + 2\beta + 10 =$

δ) $x^2 - 7x + 10 =$

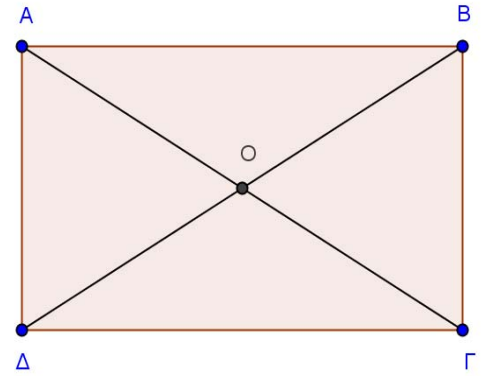
- A7. Να βρείτε το μέσο και την απόσταση του ευθύγραμμου τμήματος AB αν A(1,7) και B(4,11).

- A8. Να επιλύσετε το πιο κάτω τρίγωνο.



Σημείωση : $\eta\mu 40^\circ = 0,64$ $\sigma\upsilon\nu 40^\circ = 0,77$ $\epsilon\phi 40^\circ = 0,84$

- A9.** Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.
Αν K , Λ , M και N είναι τα μέσα των AO , BO , ΓO και ΔO αντίστοιχα, να δείξετε ότι το $K\Lambda MN$ είναι ορθογώνιο.



- A10.** Να βρείτε την ολική επιφάνεια και τον όγκο κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με ακμή βάσης 24cm και παράπλευρο ύψος 13cm .

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. α. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$5x - 3y = 2$$

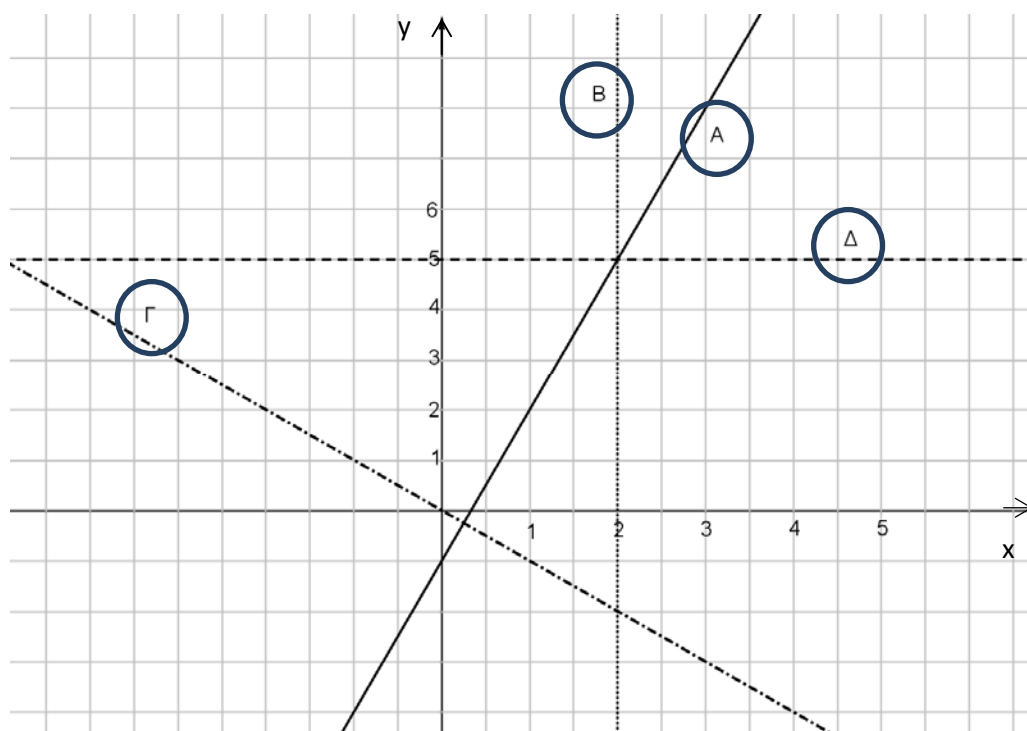
$$y = 4x - 3$$

β. Ο Κώστας κρατεί €205 σε χαρτονομίσματα των €5 και των €10. Αν όλα τα χαρτονομίσματα είναι 26, πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των €10;

B2. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε την απάντησή σας.

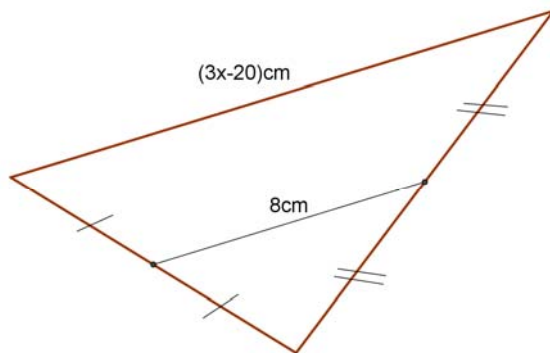
$$\left(\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 + 2x} \right) : \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x} =$$

B3. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών Α, Β, Γ και Δ.

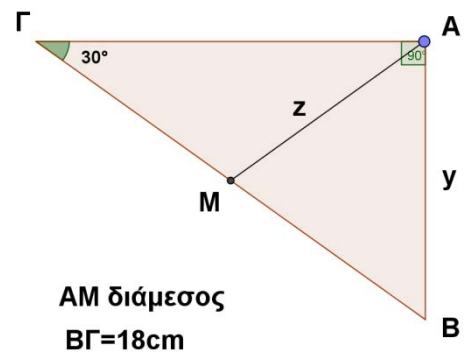


B4. α. Να υπολογίσετε τις τιμές των x, y, z στο κάθε ένα από τα πιο κάτω τρίγωνα.

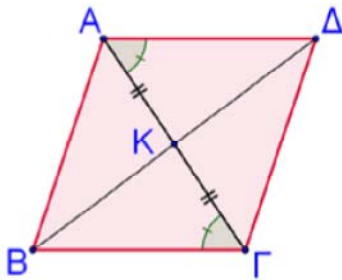
i.



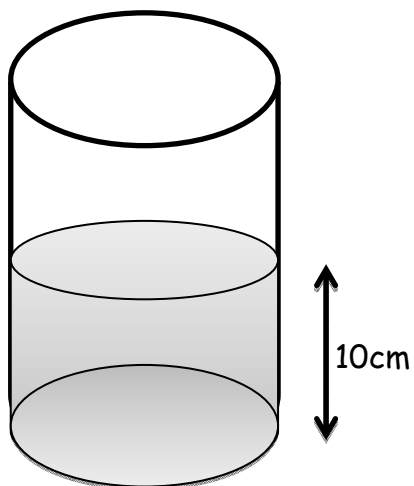
ii.



β. Στο πιο κάτω τετράπλευρο ΑΒΓΔ , $\text{ΑΚ} = \text{ΚΓ}$ και $\widehat{\text{ΚΑΔ}} = \widehat{\text{ΚΓΒ}}$. Να δείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



B5.



Ο Διευθυντής

Ευάγγελος Ζώτος

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

ΜΑΘΗΜΑ: **Μαθηματικά**

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **08/06/2016**

ΧΡΟΝΟΣ: **2 ώρες**

Βαθμός:

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
 (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 (δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **9** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α':

Να λύσετε **και τις 10** ασκήσεις του Μέρους Α'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτόγματα:

(α) $(\psi + 5)^2 =$

(β) $(7 + \alpha)(7 - \alpha) =$

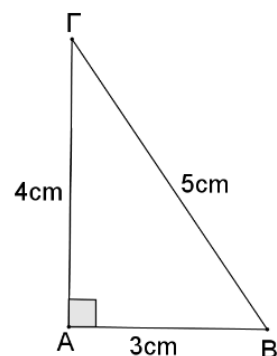
2. Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων:

$$\left. \begin{array}{l} \psi = 2\chi \\ 4\chi - \psi = 2 \end{array} \right\}$$

3. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$\sin \hat{\Gamma} =$

$\varepsilon\phi \hat{B} =$



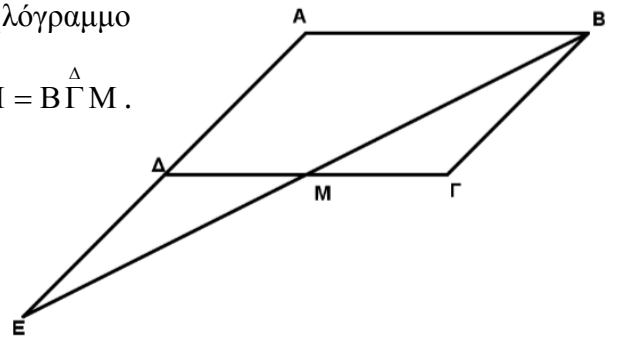
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^2 - 2x = 0$

(β) $3x^2 - 10x + 3 = 0$

5. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο

και το σημείο M το μέσο της $\Delta\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\hat{E}\hat{\Delta}M = \hat{B}\hat{\Gamma}M$.



6. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 8cm , 5cm και 10cm . Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

7. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολώνυμα:

(α) $4x^2 - 20x =$

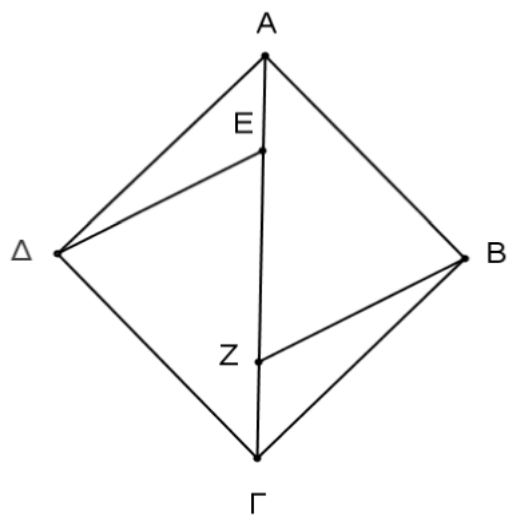
(β) $25a^2 - 9 =$

(γ) $x^2 - 3x + 2 =$

(δ) $5x^2 + x\psi + 15x + 3\psi =$

8. Σ' ένα χώρο στάθμευσης υπάρχουν σταθμευμένα συνολικά 90 οχήματα (αυτοκίνητα και μοτοσικλέτες). Ο συνολικός αριθμός των τροχών των οχημάτων είναι 240. Πόσα αυτοκίνητα και πόσες μοτοσικλέτες υπάρχουν στο χώρο στάθμευσης; (Να λυθεί με σύστημα εξισώσεων)

9. Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΒΓΔ τετράγωνο	ΔΕΒΖ ρόμβος
ΑΕ=ΓΖ	
ΑΓ, ΔΒ διαγώνιοι τετραγώνου	
(Να συμπληρώσετε το σχήμα)	



10. (α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{2\alpha^2 - 32}{2\alpha^2 - 16\alpha + 32} =$

(β) Να κάνετε τη διαίρεση : $(10\chi^3 + 13\chi^2 + \chi + 6) \div (2\chi + 3)$

ΜΕΡΟΣ Β':

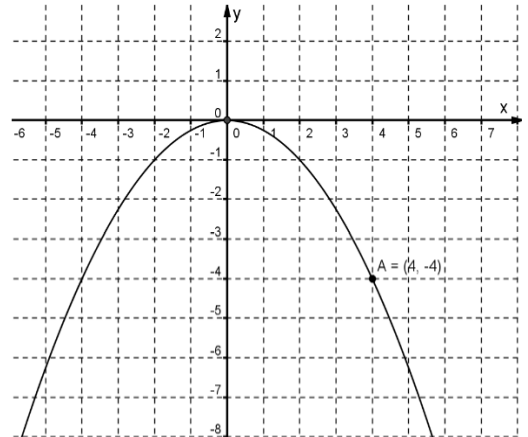
Να λύσετε **και τις 5** ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. (α) Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $\psi = -\frac{1}{4}\chi^2$. Να βρείτε:

(i) Το Π.Ο και το Π.Τ της συνάρτησης.

(ii) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

(iii) Τις συντεταγμένες της κορυφής.
Πως ονομάζεται για την παραβολή η κορυφή;



(v) Αν το σημείο $B(\mu, -9)$ ανήκει στην παραβολή, να βρείτε τις τιμές του μ .

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\chi - 2)^3 - \chi(\chi - 3)(\chi - 2) = 4\chi - 7 - (\chi - 1)^2$

2. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2}{x-3} + \frac{x}{x-5} = \frac{4x-16}{x^2-8x+15}$

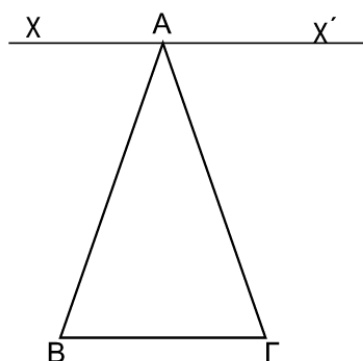
(β) Να κάνετε τις πράξεις: $(\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x-4}) \div \frac{x-7}{x^2-6x+8} =$

3. (α) Για την παρασκευή ενός κέικ, γεμίζουμε το πιο κάτω κυλινδρικό δοχείο με ζάχαρη χρησιμοποιώντας χάρτινο κύπελλο σχήματος κώνου. Η διάμετρος του κυλινδρικού δοχείου είναι 8cm και το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας είναι $240\pi\text{cm}^2$. Επίσης, δίνονται ότι το εμβαδόν της βάσης του κωνικού κυπέλλου είναι $36\pi\text{cm}^2$ και η γενέτειρα του είναι ίση με 10cm . Να βρείτε πόσες φορές θα χρειαστεί να αδειάσουμε το κύπελλο στο δοχείο για να γεμίσει. (β. 6)

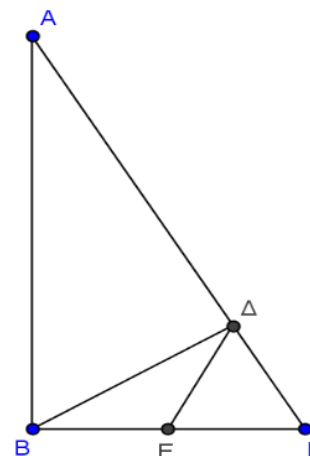


- (β) Αν E_1 είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του ανοικτού κυλινδρικού δοχείου και E_2 είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του ανοικτού κωνικού κυπέλλου να αποδείξετε ότι $\frac{15E_1}{E_2} = 64$. (β. 4)

4. (α) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) και η ευθεία XX' είναι παράλληλη προς την $B\Gamma$ και περνά από την κορυφή A . Να σημειώσετε τα μέσα Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να φέρετε τις αποστάσεις ΔZ και EH από την ευθεία XX' . Να αποδείξετε ότι $\Delta Z = EH$.



<u>Δεδομένα</u>	<u>Ζητούμενα</u>
$B\Delta$ ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ E μέσο της $B\Gamma$ $\hat{\Gamma} = 60^\circ$	$\triangle E\Gamma$ ισόπλευρο



5. Δίνονται τα σημεία $A(-1,2)$, $B(3,6)$, $\Gamma(5,4)$, $\Delta(1,0)$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(β. 4)

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής K των διαγώνιων του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$. (β. 3)

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που είναι κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$ του ορθογωνίου στο σημείο K . (β. 3)

Ο Διευθυντής

Δαυίδ Δαυίδ

Σελίδα 9 από 9

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/6/2016

ΤΑΞΗ: Γ'

ΒΑΘΜΟΣ : _____

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ: _____

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ ΤΜΗΜΑ: _____ ΑΡ: _____

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 9 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνονται μολύβι)

γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

δ) Να λύσετε τις ασκήσεις ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ.

ε) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη αναγκαία εργασία. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης εργασίας, δεν θα βαθμολογούνται πλήρως.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

$$(\alpha) (x - 3)^2 =$$

$$(\beta) (x + 2)(x - 2) =$$

2) Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) 6x + 6y =$$

$$(\beta) x^2 + 7x + 10 =$$

3) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$x + y = 10$$

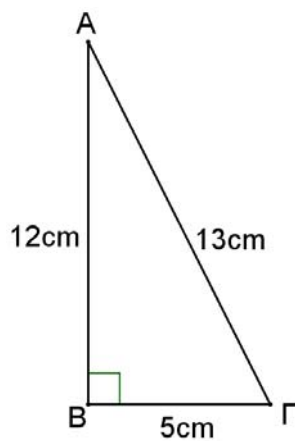
$$x - y = 4$$

4) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

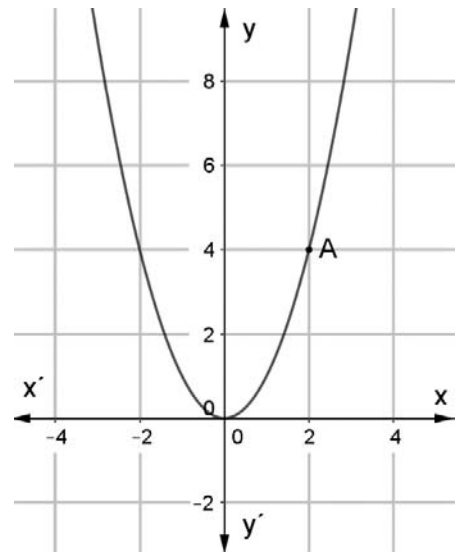
$$x^2 - 25 = 0$$

5) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου, με ακμή $a=4\text{m}$.

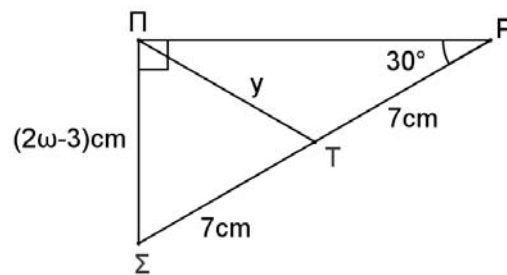
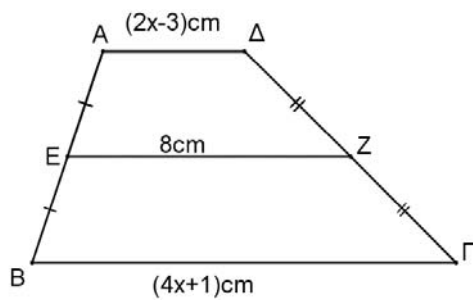
6) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{B} = 90^\circ$). Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ .



- 7) Η παραβολή του πιο κάτω σχήματος διέρχεται από το σημείο $A(2,4)$. Να βρείτε:
 (α) την εξίσωση της παραβολής,
 (β) το σημείο της παραβολής με τετμημένη -5 .



- 8) Στα πιο κάτω σχήματα δίνονται ότι $AD \parallel BG$ και $\hat{\Pi} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε τα x , y και ω .
 Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



- 9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$).
- (α) Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE είναι ίσες.
 - (β) Να δείξετε ότι $A\Delta = AE$.

10)(α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$A = \frac{2}{x+2} - \frac{4x}{x^2-4}$$

(β) Να απλοποιήσετε το πιο κάτω κλάσμα:

$$B = \frac{4x^2 - 8x}{x^3 - 4x^2 + 4x}$$

(γ) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $\frac{A}{B}$ είναι ανεξάρτητη του x .

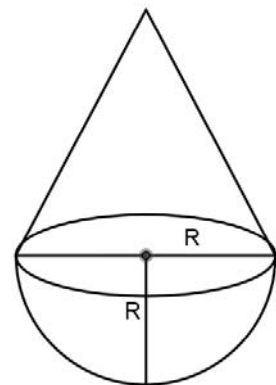
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} + \frac{x+1}{x^2-x} = 0$$

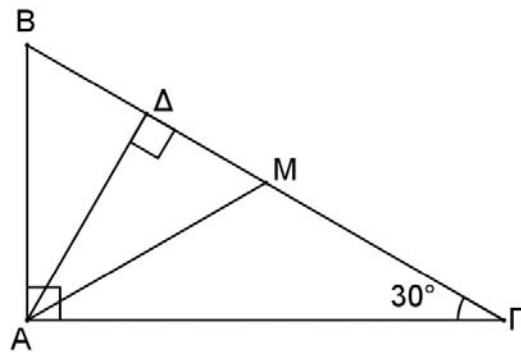
2) Στο πιο κάτω στερεό η γενέτειρα του κώνου είναι $\lambda = 13\text{cm}$ και το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $E_{\kappa} = 65\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού.



- 3) Αν οι αποστάσεις που φέρουμε από την κορυφή A στις πλευρές $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$ ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι ίσες, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.

- 4) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: x - 2y = -2$, $\varepsilon_2: 3x + y = 1$ και το σημείο $A(4, 3)$.
- (α) Να βρείτε το σημείο τομής B των ευθειών ε_1 και ε_2 .
 - (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB .
 - (γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, όπου $\Gamma(0, 6)$.
 - (δ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $B\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

- 5) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος $A\Delta$ και την διάμεσο AM . Αν $\Gamma E \perp AM$ να αποδείξετε ότι:
- (α) $\Gamma E = E\Delta = \Delta A$
(β) $\Delta E\Gamma A$ ισοσκελές τραπέζιο.



Εισηγητές:
Χαρή Δήμητρα Β.Δ.

Η Συντονίστρια:

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Πολυκάρπου Δέσπω
Γλυκαίνος Κώστας
Πιττάτζη Δημήτρα
Σάββα Σοφία

Σκαπούλλαρου – Χαρή Δήμητρα Β.Δ.

Ιωάννου Σοφία

ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘ. : _____

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13 / 06 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

Ονοματεπώνυμο : _____ Τμήμα: _____ Αρ.: _____

Οδηγίες:

(α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρη πένα (μολύβι μόνο για τα σχήματα).

(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 2cm, 3cm και 5cm. Να βρείτε :
- (α) τον όγκο του,
- (β) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας.

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

(α) $(x - 3)^2 =$

(β) $(2 - y)(2 + y) =$

3. Να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω :

(α) $5xy - 10x =$

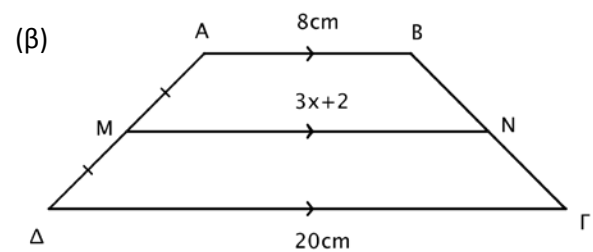
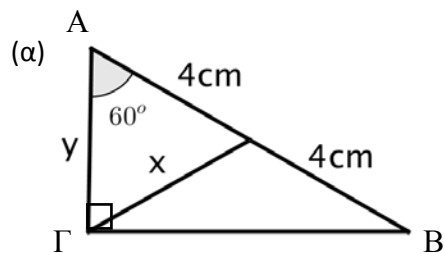
(β) $x^2 + 7x + 10 =$

4. Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα AB με άκρα A(-1,7) και B(2,3). Να βρείτε :

(α) τις συντεταγμένες του μέσου M του AB.

(β) το μήκος του AB.

5. Να υπολογίσετε την τιμή του x και του y στα παρακάτω σχήματα
(να δικαιολογήσετε τια απαντήσεις σας)



6. (α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

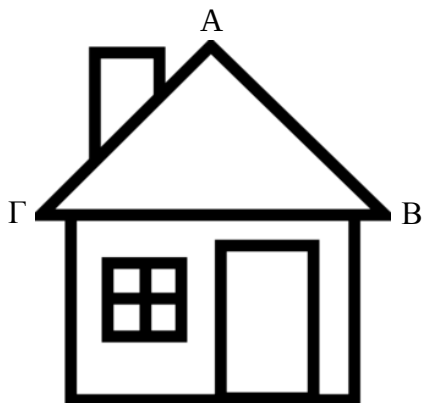
$$\frac{3x^2\omega^2\psi^7}{9x^5\psi^3\omega^2} =$$

(β) Να κάνετε τις πράξεις :

Γωνιά	Ημίτονο	Συνημίτονο	Εφαπτομένη
44°	0.695	0.719	0.966
46°	0.719	0.695	1.035

$$\frac{x^2 + 2x}{3x} \cdot \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} =$$

7. Πιο κάτω φαίνεται η πρόσοψη ενός σπιτιού. Το ABΓ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($AB = AG$). Αν η γωνιά $\hat{A}B = 92^\circ$ και οι πλευρές AB και AG έχουν μήκος 7m η κάθε μια, να βρείτε το μήκος της πλευράς BG.

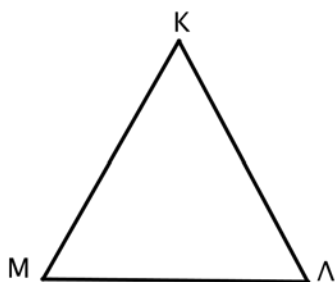


8. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\frac{4x}{x-4} - \frac{5x}{x-3} = \frac{x^2-8x}{x^2-5x+6}$$

9. Σε ένα χώρο στάθμευσης μια μέρα καταμετρήθηκαν συνολικά 60 οχήματα (δίτροχες μοτοσυκλέτες και αυτοκίνητα) . Αν γνωρίζουμε ότι συνολικά οι τροχοί όλων των οχημάτων είναι 232, να βρείτε πόσα είναι τα αυτοκίνητα και πόσες οι μοτοσυκλέτες.
(Να λυθεί με χρήση συστήματος)

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΚΛΜ (ΚΛ=ΚΜ). Προεκτείνουμε την πλευρά ΚΛ προς το Λ και την πλευρά ΚΜ προς το Μ κατά τμήματα ΛΑ=ΜΒ. Αν Η είναι το σημείο τομής των ΛΒ και ΜΑ να αποδείξετε ότι:
(α) Τα τρίγωνα ΚΑΜ και ΚΛΒ είναι ίσα.
(β) Το τρίγωνο ΑΗΒ είναι ισοσκελές.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :

(α) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

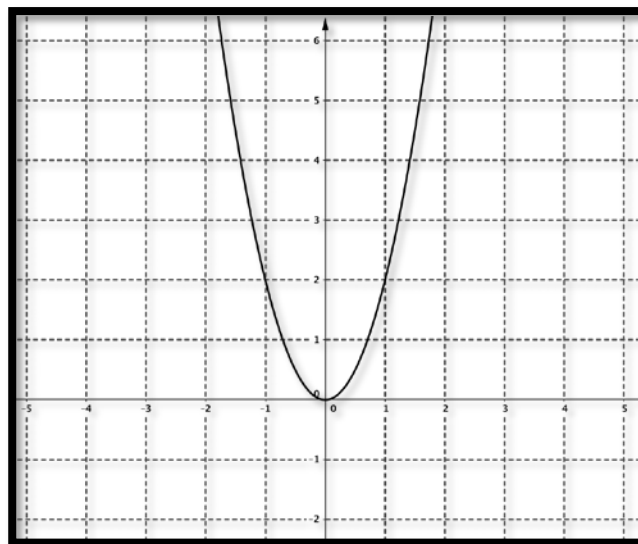
$$(β) \frac{7}{x^2-1} - \frac{2-x}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-x}$$

2. (α) Αν ισχύει η σχέση $(x+2)^3 - (2x-1)^2 - (y-1)(y+1) = x(x^2+16) + y(1-y) + 8$
να δείξετε ότι $y^2 = 2x$.

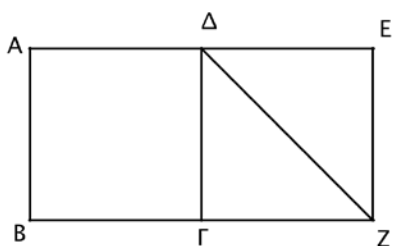
(β) Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$

Να βρείτε :

- i. Την τιμή του a και την εξίσωση της παραβολής
- ii. Το πεδίο τιμών της παραβολής.
- iii. Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- iv. Να βρείτε αν έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή



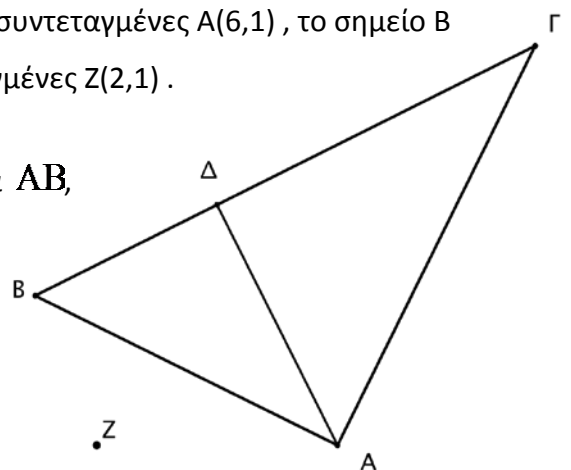
3. Δίνονται τα διαδοχικά (ίσα) τετράγωνα $AB\Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta EZ$. Η προέκταση της διαγωνίου ΔZ προς το Δ τέμνει την AB στο H . Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AHEZ$ είναι παραλληλόγραμμο.



4. Μια εταιρεία αποθηκεύει το άρωμά της σε δεξαμενή σχήματος κυλίνδρου ακτίνας βάσης 5m και ύψους 4m. Αν η δεξαμενή αυτή είναι τελείως γεμάτη τότε μπορεί να συσκευάσει 314 αρώματα σε μπουκαλάκι σχήματος τετραγωνικής πυραμίδας. Αν το ύψος της πυραμίδας είναι 30cm να βρείτε :
- (α) την ακμή της βάσης της πυραμίδας (σε cm). (Δίνεται ότι $1\text{m}^3 = 1000\text{cm}^3$)
- (β) Η εταιρεία για να παρακάμψει το πρόβλημα απώλειας αρώματος λόγω εξάτμισης, στεγανοποιεί την κυρτή επιφάνεια της δεξαμενής με ειδική ταινία η οποία έχει κόστος 3 €/m². Να βρείτε πόσα θα στοιχίσει στην εταιρεία η διαδικασία στεγανοποίησης;

5. Δίνεται το πιο κάτω τρίγωνο $AB\Gamma$, η ευθεία $B\Gamma$ έχει εξίσωση $-x + 2y = 6$ και η ευθεία AB έχει εξίσωση $2y + x = 8$. Το σημείο A έχει συντεταγμένες $A(6,1)$, το σημείο B έχει συντεταγμένες $B(1, \frac{7}{2})$ και το σημείο Z έχει συντεταγμένες $Z(2,1)$.

- (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο Z και είναι παράλληλη με την ευθεία AB ,
(β) να βρείτε την εξίσωση του ύψους AA' ,
(γ) να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ ,
(δ) να βρείτε τη θέση των ευθειών AA' και BZ .



Οι εισηγητές

Κουδουνάς Ανδρέας Β.Δ
Γιωργαλλή Δέσποινα
Κουής Μάρκος
Σωτηρίου Βάσω

Η Διευθύντρια

Μαρία Χάλλα - Ζάρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΒΑΘΜΟΣ: $\frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{20}$ (.....)

ΤΑΞΗ: Γ΄

Υπογραφή Καθηγητή:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ(10) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

Να λύσετε και τα 10 θέματα του μέρους Α. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (\psi + 4)^2 =$$

$$(\beta) (3 - 2\chi) \cdot (3 + 2\chi) =$$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - 3\psi = -6$$

$$\chi - 2\psi = -5$$

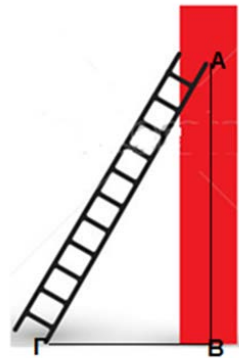
ΘΕΜΑ 3

Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

ΘΕΜΑ 4

Στο πιο κάτω σχήμα η σκάλα έχει μήκος $6m$. Αν η γωνία που σχηματίζει με το έδαφος είναι 54° , να υπολογίσετε το ύψος του τοίχου μέχρι το σημείο Α που ακουμπά η σκάλα.



ΘΕΜΑ 5

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $5\alpha + 5\beta =$

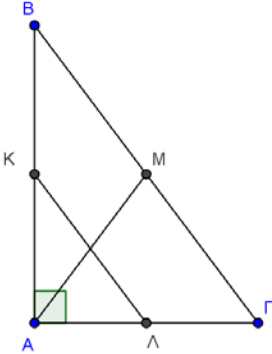
(β) $16x^2 - 1 =$

(γ) $x^2 - 6x + 5 =$

(δ) $3x - 3\psi - \omega x + \omega \psi =$

ΘΕΜΑ 6

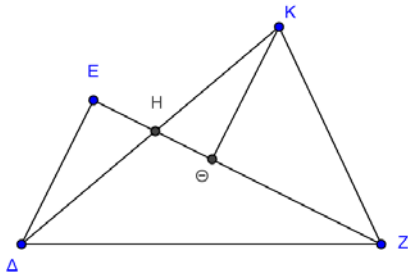
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν Κ, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ αντίστοιχα με $\hat{B} = 30^\circ$ και $AM = 6\text{cm}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΑΓ, ΒΓ, ΚΛ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ 7

Δίνεται το πιο κάτω σχήμα με ΚΘ ύψος του τριγώνου $\triangle HKZ$, ΔΕ ύψος του τριγώνου $\triangle HZ$ και ΖΗ διάμεσος του τριγώνου $\triangle KZ$.

- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle H\epsilon$ και $\triangle K\Theta$ είναι ίσα
(β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΚΘ είναι παραλληλόγραμμο.



ΘΕΜΑ 8

Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(4\chi + 3\psi)^2 - (3\chi + 4\psi)^2 = 7(\chi + \psi) \cdot (\chi - \psi)$$

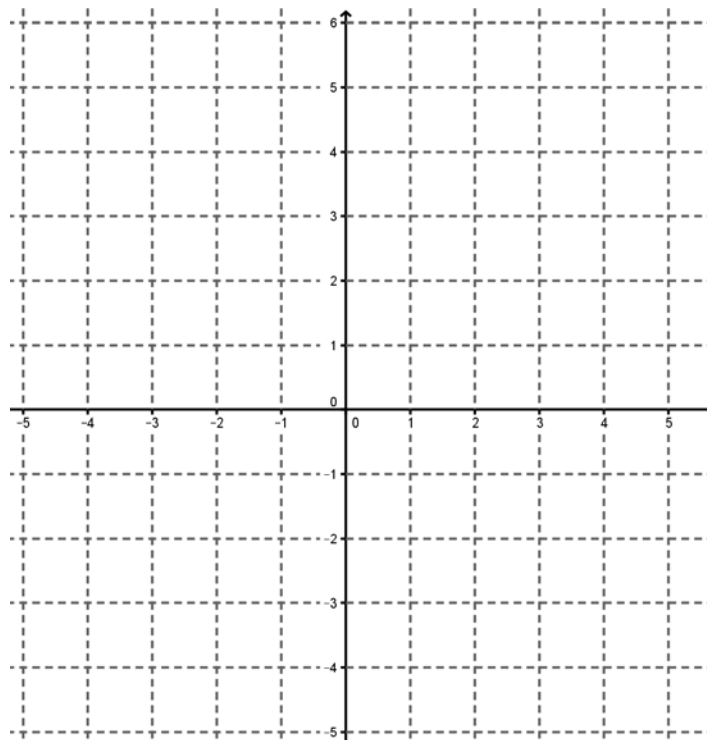
ΘΕΜΑ 9

Το μήκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι οκταπλάσιο από το ύψος του, ενώ το πλάτος του είναι τετραπλάσιο από το ύψος του. Αν η διαγώνιος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 9 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του παραλληλεπιπέδου.

ΘΕΜΑ 10

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = (\beta^2 - 5\beta + 7)x^2$ περνά από το σημείο $P(-4, 16)$.

- (α) Να βρείτε τις πιθανές τιμές του β .
- (β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης
- (γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (δ) Να ελέγξετε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο.



ΜΕΡΟΣ Β΄ :

Να λύσετε και τα 5 θέματα του μέρους Β. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x^2 - x - 2} + \frac{x + 5}{2x + 2} = \frac{2x}{3x - 6}$$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{\chi + \frac{5\chi}{\chi-5}}{1 + \frac{25}{\chi^2-25}}$ με $\chi \neq 5, \chi \neq -5, \chi \neq 0$

και $B = \chi^2(\chi+5) + (\chi+5)(5\chi-2) - 25 + \chi^2$

(α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B (μ.6)

(β) Να δείξετε ότι $\frac{B}{(\chi+7) \cdot A} = \chi - 1$ με $\chi \neq -5, \chi \neq -7$ (μ.2)

(γ) Να βρείτε το ανάπτυγμα $\left(\frac{B}{(\chi+7) \cdot A} \right)^3$. (μ.2)

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα σημεία $A(1,4)$, $B(3,0)$, $\Gamma(-2,2)$. Να βρείτε

- (α) την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A και B
- (β) το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος $B\Gamma$
- (γ) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $A\Gamma$
- (δ) την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι κάθετη στην ευθεία $B\Gamma$ στο μέσο M
- (ε) Αν η ευθεία $\psi = (2\kappa - 1)\chi + (\rho - 4)$ είναι παράλληλη με την AB και περνά από το σημείο Γ , να βρείτε τις τιμές κ , ρ .

ΘΕΜΑ 4

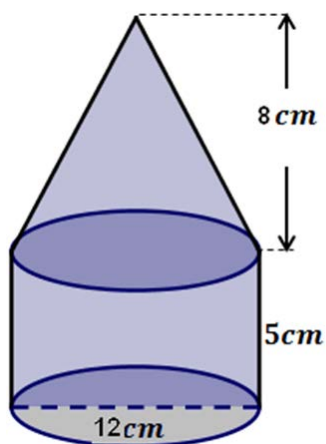
Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma \left(\hat{A} = 90^0 \right)$, Μ μέσο της ΒΓ και Κ μέσο της ΑΓ.

Προεκτείνουμε την ΜΚ κατά τμήμα ΜΚ=ΚΘ. Να δείξετε ότι ΜΓΘΑ είναι τετράγωνο.

(σχήμα-δεδομένα- ζητούμενα , απόδειξη).

ΘΕΜΑ 5

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ένας κύλινδρος και ένας κώνος. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που δημιουργείται.



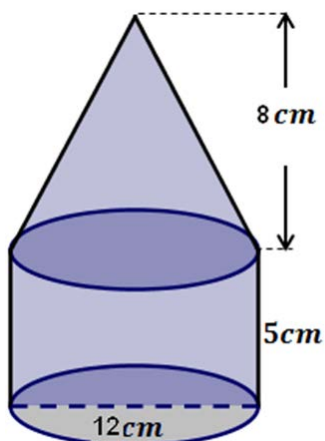
Η Διευθύντρια

.....

Σάββα Μιχαηλίδου Κυριακούλα

ΘΕΜΑ 5

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ένας κύλινδρος και ένας κώνος. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που δημιουργείται.



Εισηγήτριες:

.....

Χαραλάμπους Γιώτα Σελιά

.....

Παστού Φωτεινή

.....

Γενεθλίου Δώρα

Η Διευθύντρια :

.....

Σάββα Μιχαηλίδου Κυριακούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Τάξη: Γ ' Γυμνασίου Μάθημα: Μαθηματικά Ημερομηνία: 17/ 06 /2016 Χρόνος εξέτασης: 2 (δύο ώρες)	ΒΑΘΜΟΣ Αριθμητικά : Ολογράφως: Υπ. Καθηγητή:.....
---	--

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: **ΤΜΗΜΑ:** **Αρ.**

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **11** σελίδες (συμπεριλαμβανομένης της 1^{ης} σελίδας)
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη. Να απαντήσετε **και στα δύο** μέρη και σε **όλα** τα ερωτήματα.
- Όλες οι απαντήσεις να γραφούν στο εξεταστικό δοκίμιο.
- **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι.
- **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικών υλικών.
- Γράφετε **μόνο με μελάνι**, μπλε ή μαύρου χρώματος.
- Η δολίευση τιμωρείται αυστηρά.

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(\alpha + 2)^2 =$

(β) $(x - 5) \cdot (x + 5) =$

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου ακμής $a=3\text{cm}$.

3. Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις

(α) $6x^2 - 6x =$

(β) $\psi^2 - 4 =$

(γ) $2\psi - x\psi + 2x - x^2 =$

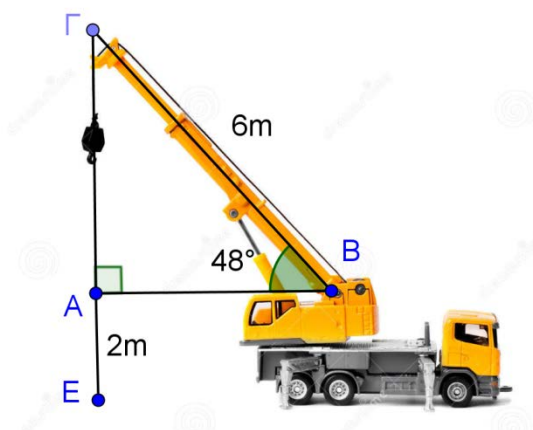
(δ) $x^2 + 9x + 14 =$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $4x^2 - 5x - 6 = 0$

5. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

i. Ένας ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii. Οι διαγώνιες του τετραγώνου τέμνονται κάθετα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii. Ένα τετράπλευρο που οι δύο διαγώνιοι του διχοτομούνται κάθετα είναι ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο πλευρές μία προς μία ίσες και τις γωνίες που περιέχονται των πλευρών αυτών ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
v. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία πλευρά και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

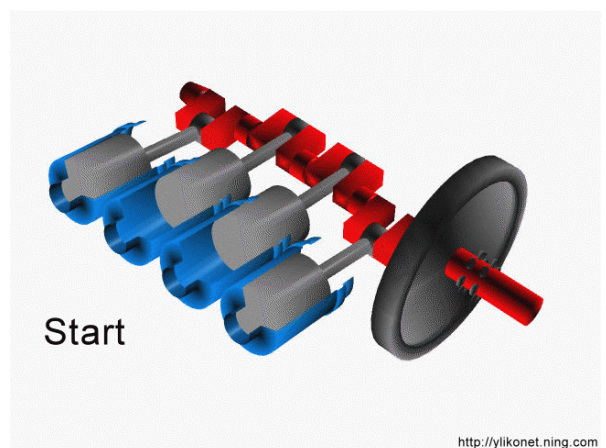
6. Πιο κάτω φαίνεται ένας γερανός. Η απόσταση ΒΓ είναι 6m και η γωνία ΑΒΓ είναι 48° . Η απόσταση του σημείου Α από το έδαφος είναι 2m. Αν $AB \perp AG$, να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου Γ από το έδαφος ΓΕ. (ημ $48^\circ=0,74$, συν $48^\circ=0,67$, εφ $48^\circ=1,11$)



7. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \chi - 3\psi = 7 \\ 3\chi + 2\psi = -1 \end{cases}$

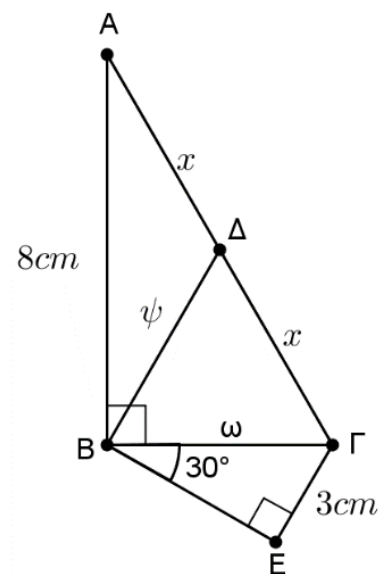
8. Ένα αυτοκίνητο έχει τετρακύλινδρη μηχανή όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ακτίνα της βάσης κάθε κυλίνδρου είναι 4cm και το ύψος του 10cm. Να βρείτε τον κυβισμό του αυτοκινήτου, που ισούται με τον όγκο των τεσσάρων κυλίνδρων μαζί.

Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π .



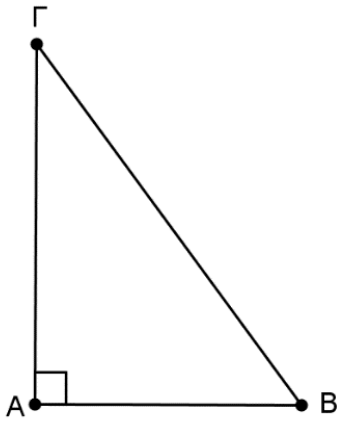
- 9.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta$ και ΓE έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Να δείξετε ότι:
- α) $BE=\Gamma\Delta$
 - β) Οι αποστάσεις των σημείων Δ και E από την ευθεία $B\Gamma$ είναι ίσες.

10. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τα x , ψ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β' .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Από το μέσο Δ της AG φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την AB που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Προεκτείνουμε το ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να αποδειχθεί ότι :
- (α) το τετράπλευρο $\Delta BZ\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο,
 - (β) το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



2. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(0,4)$ $B(4,0)$ και $\Gamma(4,8)$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (β. 2,5)

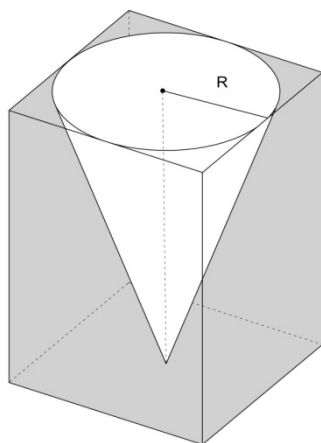
β) Να βρείτε:

i) Τις συντεταγμένες του σημείου M , όπου M το μέσο της πλευράς $A\Gamma$.

ii) Την κλίση της διαμέσου BM .

iii) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη με τη διάμεσο BM . (β. 7,5)

3. Σε τετραγωνικό πρίσμα αφαιρέθηκε από μέσα του κώνος όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το εμβαδόν της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι 144cm^2 και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου $60\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που απέμεινε.



4. Ένα ζαχαροπλαστείο πωλεί ένα κουτί σοκολατάκια προς €4 και ένα κουτί τάρτες προς €3. Σήμερα πώλησε 10 κουτιά τάρτες λιγότερα από το διπλάσιο των κουτιών με σοκολατάκια και είσπραξε €90. Να βρείτε πόσα κουτιά από το κάθε είδος πούλησε.
(Να λύσετε το πρόβλημα με χρήση συστήματος).

5. Αν $A = \frac{\frac{(x-2)}{(x+2)} \div \frac{1}{x^2-4}}{x^3-4x^2+4x}$ να δείξετε ότι $A = \frac{1}{x}$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{1}{x^2-4} - \frac{2}{2-x} = A$$

-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ-

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

ΑΝΤΡΕΑΣ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΙΔΗΣ

5. Αν $A = \frac{\frac{(x-2)}{(x+2)} \div \frac{1}{x^2-4}}{x^3-4x^2+4x}$ να δείξετε ότι $A = \frac{1}{x}$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{1}{x^2-4} - \frac{2}{2-x} = A$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ ΠΑΝΤΕΛΙΤΣΑ

.....

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΟΥ ΑΣΤΕΡΩ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

ΑΝΤΡΕΑΣ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΙΔΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Γ' Γυμνασίου

Ημερομηνία: 15 Ιουνίου 2016

Διάρκεια: 2 ώρες

Βαθμός αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή Εισηγητή:

Ονοματεπώνυμο:	Αριθμός:	Τμήμα:
----------------	----------	--------

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έντεκα (11) σελίδες και είναι χωρισμένο σε δύο (2) μέρη.
Να απαντήσετε και στα δύο μέρη.

Γενικές Οδηγίες:

- ✓ Να χρησιμοποιήσετε **μπλε** ή **μαύρο** στυλό μόνο.
- ✓ **Επιτρέπεται** η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- ✓ Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- ✓ **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x-6)^2 =$

(β) $(x-2y) \cdot (x+2y) =$

ΘΕΜΑ 2: Δίνεται κύβος με ακμή 4 cm. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και (β) τον όγκο του.

ΘΕΜΑ 3: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α) $3x + 15 =$

(β) $9x^2 - 16 =$

(γ) $x^2 - 3x - 10 =$

(δ) $7x + 7y + x^2 - y^2 =$

ΘΕΜΑ 4: Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 5: Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

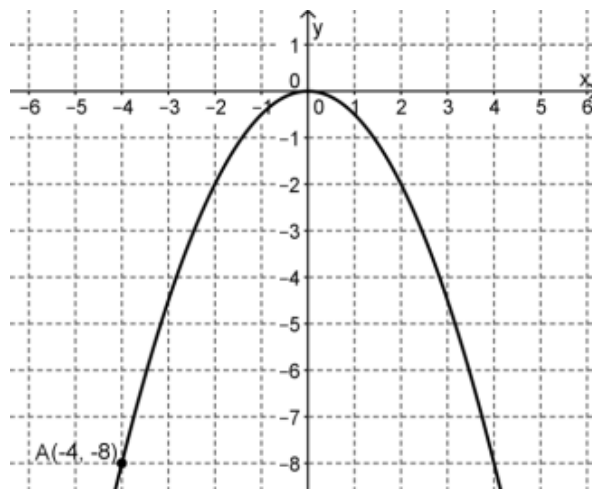
(α) Το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της.

(β) Το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της.

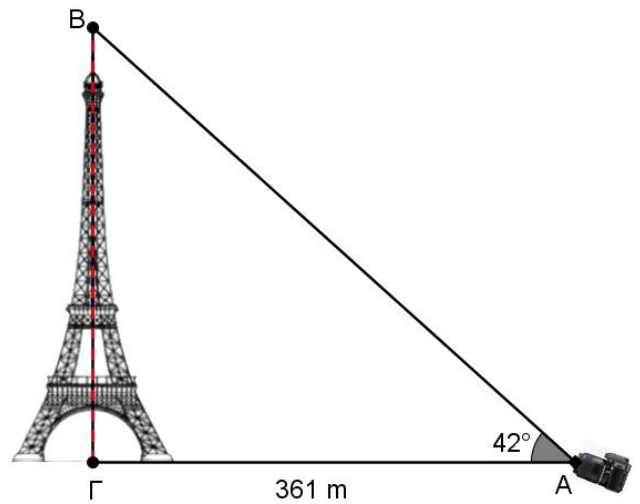
(γ) Την τιμή του a .

(δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

(ε) Τις τετμημένες των σημείων με τεταγμένη ίση με -2 .



ΘΕΜΑ 6: Ένας φωτογράφος βρίσκεται στο σημείο Α σε απόσταση 361m από το σημείο Γ. Ο φακός της φωτογραφικής μηχανής του βλέπει τον πύργο του Άιφελ υπό γωνία 42° , όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε το ύψος ΒΓ του πύργου του Άιφελ. ($\eta\mu 42^\circ = 0,67$, $\sigma\upsilon\nu 42^\circ = 0,74$, $\epsilon\phi 42^\circ = 0,9$)



ΘΕΜΑ 7: Να υπολογίσετε το x στο πιο κάτω σχήμα. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

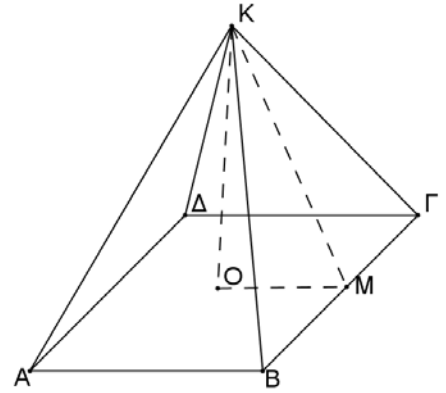
$$\begin{array}{rcl}
 x & \gg & \\
 - & & \\
 2x-1 & \parallel & \\
 - & & \\
 2x+1 & \gg & \parallel
 \end{array}$$

ΘΕΜΑ 8: Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης $a = 18\text{ cm}$ και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας $E_{\pi} = 540\text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε:

(α) Το παράπλευρο ύψος (h) της πυραμίδας. **(μον. 2)**

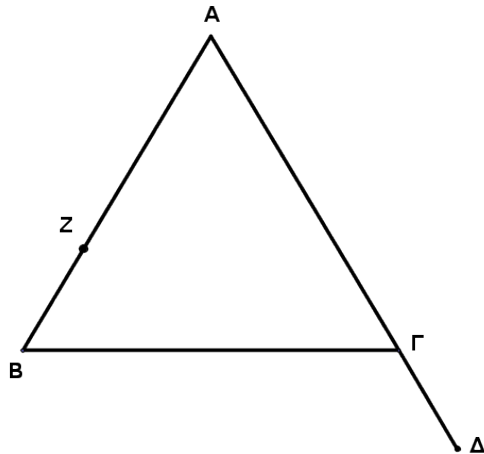
(β) Τον όγκο (V) της πυραμίδας. **(μον. 3)**



ΘΕΜΑ 9: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$ και Z τυχαίο σημείο της πλευράς AB . Το τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι προέκταση της $A\Gamma$ έτσι ώστε $\Gamma\Delta=BZ$. Να φέρετε τμήμα $Z\Delta$ το οποίο να τέμνει την $B\Gamma$ στο M και να προεκτείνετε την ΓB κατά τμήμα $BE = M\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα ZEB και $\Gamma\Delta M$ είναι ίσα. (μον. 3,5)

(β) Το τρίγωνο EZM είναι ισοσκελές. (μον. 1,5)



ΘΕΜΑ 10: Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (2x-3)^2 - (5+x)(5-x) - 3(x^2 - 3x - 4) - 1$.

(α) Να δείξετε ότι: $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$. **(μον. 2)**

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $P(x) = 0$. **(μον. 3)**

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: (α) Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών υπάρχουν συνολικά 18 ασκήσεις. Το γραπτό αποτελείται από ασκήσεις των 5 μονάδων και από ασκήσεις των 7 μονάδων. Η συνολική βαθμολογία του γραπτού είναι 100 μονάδες. Πόσες ασκήσεις των 5 μονάδων και πόσες ασκήσεις των 7 μονάδων περιέχει το γραπτό; **(Να λυθεί με σύστημα)**

(β) Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα σε απλό και να κάνετε όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\frac{\frac{\alpha}{x^2} + \frac{x}{\alpha^2}}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha x} + \frac{1}{x^2}} =$$

ΘΕΜΑ 2: (α) Να κάνετε τις πράξεις: (η απάντηση να δοθεί στην πιο απλή μορφή)

$$\frac{4x^2 - 1}{x^3 - 3x^2 + 2x} : \left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) =$$

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x-1}{x^2-x-12} + \frac{5-x}{4-x} = \frac{6}{x+3}$

ΘΕΜΑ 3: Μια εταιρεία παρασκευής αρωμάτων παράγει ένα άρωμα σε δύο διαφορετικές συσκευασίες και το πωλεί στην ίδια τιμή. Η μια συσκευασία έχει σχήμα κώνου με γενέτειρα $\lambda = 5\text{ cm}$. Η άλλη συσκευασία έχει σχήμα κυλίνδρου με ακτίνα βάσης 2 cm και ύψος διπλάσιο από το ύψος του κώνου. Αν το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $24\pi\text{ cm}^2$, να βρείτε ποια συσκευασία συμφέρει να αγοράσουμε.

ΘΕΜΑ 4: Οι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ έχουν συντεταγμένες $A(-3,1)$, $B(-2,4)$ και $\Gamma(-5,5)$.

- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $A\Gamma$. (μον. 2)
(β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM . (μον. 3)
(γ) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (μον. 2)
(δ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (μον. 3)

ΘΕΜΑ 5: Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με $\hat{B}\hat{D}\hat{G} = 30^\circ$ και Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του.

Από το Ε να φέρετε παράλληλη προς την ΑΔ η οποία τέμνει τη ΔΓ στο σημείο Θ. Στη συνέχεια να προεκτείνετε την ΕΘ κατά τμήμα $\Theta\text{H} = \text{ΕΘ}$. Να δείξετε ότι:

(α) Το τετράπλευρο ΔΕΓΗ είναι ρόμβος. (μον. 6)

(β) $\text{ΕΘ} = \frac{\text{ΒΔ}}{4}$ (μον. 4)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
ΑΝΔΡΕΑΣ ΑΛΕΞΗ

ΘΕΜΑ 5: Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με $\hat{B\Delta\Gamma} = 30^\circ$ και Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του.

Από το Ε να φέρετε παράλληλη προς την ΑΔ η οποία τέμνει τη ΔΓ στο σημείο Θ. Στη συνέχεια να προεκτείνετε την ΕΘ κατά τμήμα $\Theta\text{H} = \text{ΕΘ}$. Να δείξετε ότι:

(α) Το τετράπλευρο ΔΕΓΗ είναι ρόμβος. (μον. 6)

(β) $\text{ΕΘ} = \frac{\text{ΒΔ}}{4}$ (μον. 4)

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....
1. ΙΩΑΚΕΙΜ ΚΥΡΙΑΚΟΥ

.....
2. ΜΑΡΙΑΝΝΑ ΚΥΠΡΙΑΝΙΔΟΥ

.....
3. ΝΕΟΦΥΤΟΣ ΚΛΕΑΝΘΟΥΣ

Η ΒΟΗΘΟΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....
ΜΑΡΙΑ ΣΤΑΥΡΙΝΟΥ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
ΑΝΔΡΕΑΣ ΑΛΕΞΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ:	Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2016
ΜΑΘΗΜΑ:	Μαθηματικά	ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες (120΄ λεπτά)
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:	ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:	

ΟΔΗΓΙΕΣ / ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Το δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

- 1. Να απαντήσετε σε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις και στα ΔΥΟ ΜΕΡΗ.**
- 2. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).**
- 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).**
- 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**

ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

α) $(x - 5)^2 =$

β) $(2x - 3)(2x + 3) =$

2. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$4x + 2\psi = -2$$

$$3x - \psi = 11$$

3. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 3 m, 7 m και 5 m. Να υπολογίσετε: α) τον όγκο του και

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

4. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

5. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών του τριγώνου ΚΛΜ με $\hat{K} = 90^\circ$, $LM = 13$ cm και $KL = 5$ cm.

$\eta\mu\Lambda =$

$\sigma\upsilon\nu M =$

$\epsilon\phi\Lambda =$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = ax^2$, η οποία περνά από το σημείο $A(2, -12)$.

α) Να γράψετε το πρόσημο του a

β) Να γράψετε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

γ) Να γράψετε εάν η καμπύλη έχει μέγιστο ή ελάχιστο

δ) Να υπολογίσετε την τιμή του a .

7. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $2x + 8x^5 =$

β) $9x^2 - 25 =$

γ) $\omega^2 - 2\omega - 15 =$

γ) $x^2 + 4x\psi + 4\psi^2 - x - 2\psi =$

8. Να υπολογίσετε την τιμή του μ ώστε η ευθεία $\varepsilon_1 : 2\psi - x = 6$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_2 : \psi = (2\mu - 3)x + 4$.

9. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα:

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4} \div \frac{x^4 - 25x^2}{x(x^2 + 3x - 10)} =$$

10. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρουμε τη διάμεσο AD . Στην προέκταση της AD προς το μέρος του Δ παίρνουμε τυχαίο σημείο E . Να δείξετε ότι:
- α) το τρίγωνο BEG είναι ισοσκελές
 - β) το σημείο E ισαπέχει από τις πλευρές AB και AG .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+2}{x} + \frac{x+2}{2-x} = \frac{x-10}{x^2-2x} - 1$

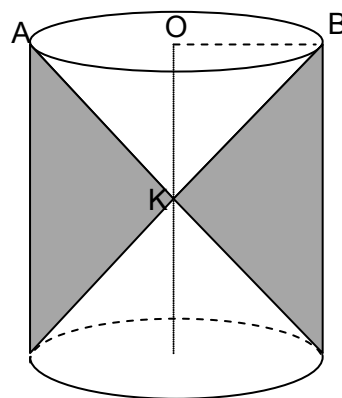
2. α) Το παράπλευρο ύψος μίας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας δίνεται από τη σχέση $h = (2x+1)^2 - 5(x-1)(x+1) + (x-2)^2$. Να κάνετε τις πράξεις και να το υπολογίσετε.

β) Εάν το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας είναι 10 cm και η περίμετρος της βάσης της είναι 64 cm, να υπολογίσετε τον όγκο της.

3. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(4,4) , Β(9,1) , Γ(8,-5) και Δ(3,-2).
- α) Να δείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο.
 - β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του.
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην πλευρά ΑΒ και περνά από το σημείο Ε (-6,2).

4. Από τον πιο κάτω κύλινδρο έχουν αφαιρεθεί δύο ίσοι κώνοι με κοινή κορυφή Κ. Εάν η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι 12 cm και ο όγκος του κυλίνδρου είναι 576π cm^3 , να υπολογίσετε:

- α) τον όγκο του σκιασμένου στερεού που έμεινε και
β) το εμβαδόν της επιφάνειάς του.



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της AB και E το μέσο της $B\Gamma$, να προεκτείνετε το $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = \Delta E$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος.
- β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\hat{BAE}$.
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Ο Διευθυντής

Δρ Κώστας Κωνσταντίνου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 10/06/2016

ΩΡΑ: 7:45π.μ – 9:45π.μ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή καθηγήτριας:.....

Όνοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΟΚΤΩ (8) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε να αναπτύγματα:

α) $(5 + \psi)(5 - \psi) =$

β) $(3\beta + 1)^2 =$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή 3cm.

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$3\chi - \psi = -11$$

$$4\chi + 3\psi = 7$$

4. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

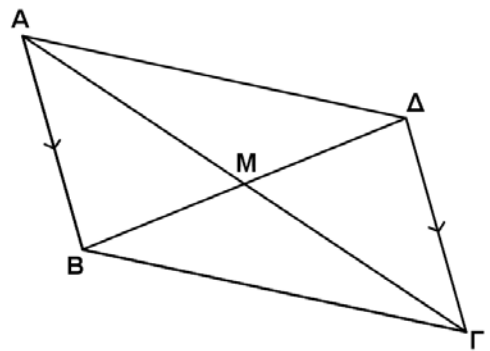
α) $\chi^2 - 49\psi^2 =$

β) $5\alpha + 15\alpha^2 =$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται M μέσο της BΔ και AB//ΓΔ. Να αποδείξετε ότι:

(α) AB=ΓΔ

(β) το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



6. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi = 5 - 2\chi^2$

7. Να βρείτε την τιμή των χ , ψ και ω στα πιο κάτω σχήματα:

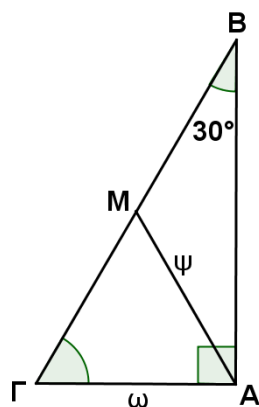
(α) Δεδομένα

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 30^\circ$$

$$B\Gamma = 12\text{cm}$$

M μέσο BΓ



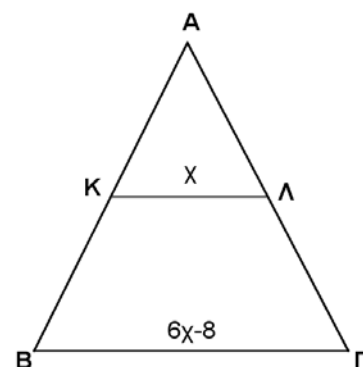
(β) Δεδομένα

K μέσο AB

Λ μέσο AΓ

$$KL = \chi$$

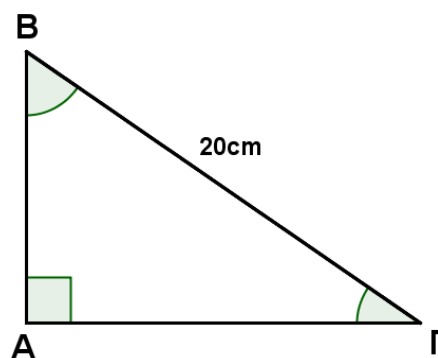
$$B\Gamma = 6\chi - 8$$



8. Στο σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\eta\mu\Gamma = \frac{1}{2}$ και $B\Gamma = 20\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

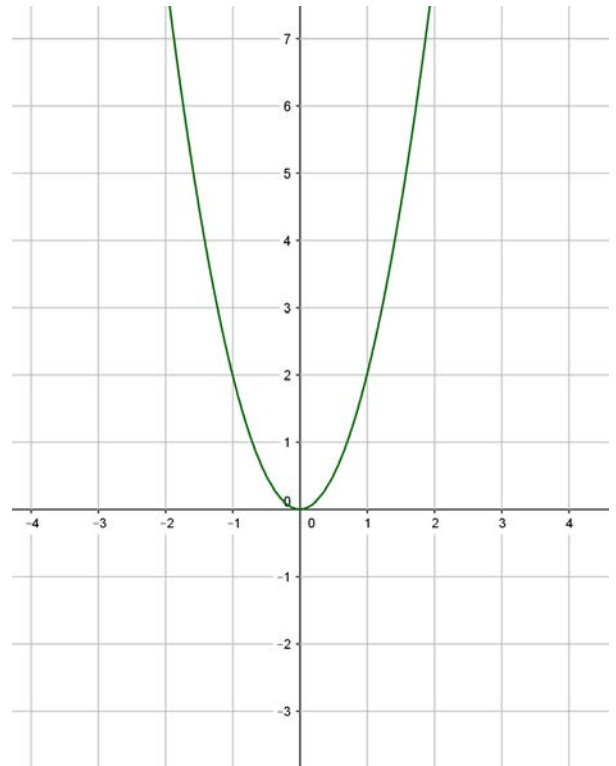
(α) την πλευρά AB

(β) εφB



9. Δίνεται η παραβολή $\psi = \alpha\chi^2$. Αν η παραβολή περνά από το σημείο (1,2) να βρείτε:

- (α) την τιμή του α
- (β) την κορυφή της παραβολής και αν παρουσιάζει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- (γ) τον άξονα συμμετρίας
- (δ) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.



10. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\frac{\kappa\chi + \kappa\psi + 3\chi + 3\psi}{\kappa^2 + 6\kappa + 9} : \frac{\chi^2 - \psi^2}{3\kappa + 9} =$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

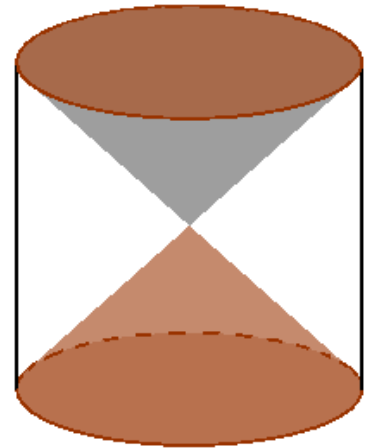
- 1.** Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(4,-1)$, $B(4,5)$ και $\Gamma(7,2)$.
 - (α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ.

2. (α) Να υπολογίσετε την τιμή του α αν οι ευθείες $\varepsilon_1: (\alpha^2 - 2)\chi + 4\psi = 1$ και $\varepsilon_2: 4\chi - 2\psi = 2$ είναι κάθετες.
- (β) Να βρείτε δύο αριθμούς οι οποίοι έχουν άθροισμα 10 και το εννεαπλάσιο του ενός ισούται με το εξαπλάσιο του άλλου. **(Να λύσετε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας σύστημα).**

3. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4\chi}{\chi^2 - 3\chi + 2} - \frac{4}{1 - \chi} = 1$$

4. Στο σχήμα δίνεται κύλινδρος και δύο ίσοι κώνοι. Αν το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι $135\pi\text{cm}^2$ και η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι $18\pi\text{cm}$ να υπολογίσετε τον όγκο του κενού χώρου. **(Μπορείτε να δώσετε την απάντηση σας συναρτήσει του π .)**



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και K, Λ, M είναι τα μέσα των πλευρών AB, AG και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Lambda MK$ είναι ρόμβος.

(β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $KOMZ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου $A\Lambda MK$ και Z είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος BM τέτοιο ώστε $KZ \perp B\Gamma$.

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

Η Διευθύντρια

Μαρία Χριστούδια

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και K, Λ, M είναι τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Lambda MK$ είναι ρόμβος.

(β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $KOMZ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο όπου O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου $A\Lambda MK$ και Z είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος BM τέτοιο ώστε $KZ \perp B\Gamma$.

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

Οι εισηγητές

Α. Μαλτέζος Β.Δ

Σ. Αλεξάνδρου

Η Διευθύντρια

Μαρία Χριστούδια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 08 / 06 / 2015**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ΩΡΕΣ**ΣΕΛΙΔΕΣ:** ΔΕΚΑ (10)**ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:****ΤΜΗΜΑ:** **ΑΡ.:****ΒΑΘΜΟΣ:****ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΚΑΙ ΤΑ 10 ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Α΄.**ΚΑΘΕ ΘΕΜΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 5 ΜΟΝΑΔΕΣ.****Θέμα 1:** Να κάνετε τις πράξεις :

$$(α) (x + 2)^2 =$$

$$(β) (x - 1)^2 - 2(x - 3)(x + 3) =$$

Θέμα 2 : Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες:

$$(α) x^2 + 4x = \square (x + \square)$$

$$(β) 8a^2 - 2a = \square (4a - \square)$$

$$(γ) x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(\square + \square)$$

$$(δ) x^2 - \square = (x - 4)(x + \square)$$

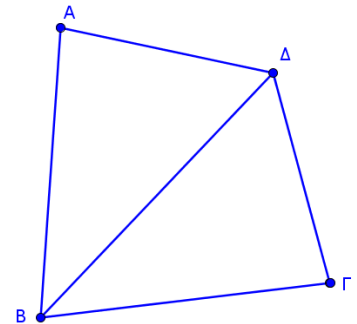
Θέμα 3: Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2\chi + \psi = 7$$

$$3\chi + 2\psi = 12$$

Θέμα 4: Στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ, ΑΒ=ΒΓ και ΑΔ=ΓΔ.

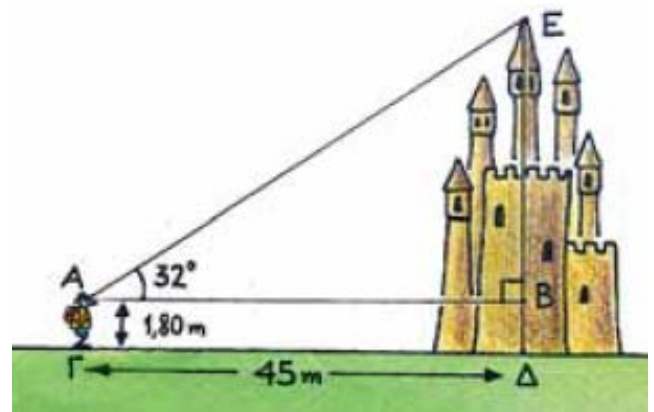
(α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΒΓΔ. (μονάδες 3)



(β) Να συγκρίνετε τις γωνίες Α και Γ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

(μονάδες 2)

Θέμα 5: Ένας τουρίστας ύψους 1,80 m «βλέπει» τον πύργο με γωνία 32° και απέχει από αυτόν 45 m. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση εκατοστού, το ύψος ΕΔ του πύργου.



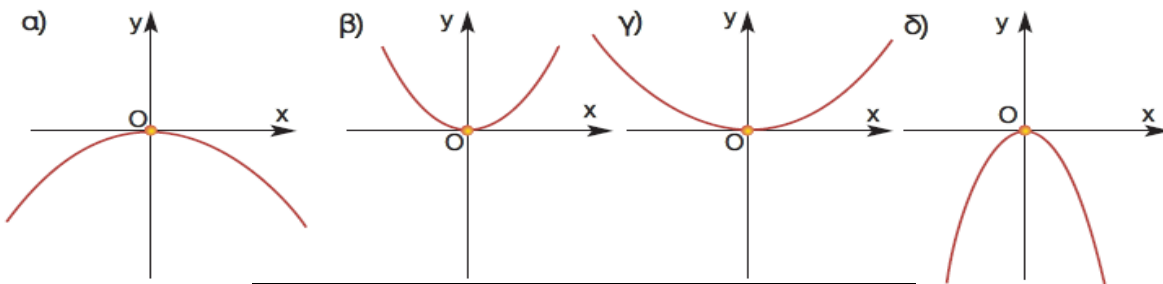
Θέμα 6: Το εμβαδόν ολικής επιφάνειας ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 548 cm^2 . Οι διαστάσεις της βάσης του είναι 12 cm και 7 cm . Να βρείτε το ύψος και τη διαγώνιο του παραλληλεπιπέδου (κατά προσέγγιση εκατοστού).

Θέμα 7: Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 - 4\alpha - 5} \div \frac{\alpha^2 - \alpha}{\alpha - 5} =$

(β) $\left(\frac{\alpha\chi + \beta\psi}{\chi^2 - \psi^2} - \frac{\alpha}{\chi + \psi} \right) \cdot \left(\frac{\psi + \chi}{\psi} \right) =$

Θέμα 8: (α) Να αντιστοιχίσετε τη γραφική παράσταση κάθε μιας από τις πιο κάτω παραβολές με την αντίστοιχη εξίσωση που τη χαρακτηρίζει.



Εξίσωση Παραβολής	Γραφική Παράσταση
(1) $\psi = \frac{1}{3}\chi^2$	
(2) $\psi = -3\chi^2$	
(3) $\psi = -\frac{1}{3}\chi^2$	
(4) $\psi = \chi^2$	

(μονάδες 2)

(β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) αν είναι σωστές και Λάθος (Λ) αν είναι λανθασμένες.

Πρόταση	Σωστό	Λάθος
(1) Ο άξονας $\chi\chi'$ είναι ο άξονας συμμετρίας της παραβολής $\psi = \chi^2$.		
(2) Η συνάρτηση $\psi = -3\chi^2$ παίρνει μέγιστη τιμή τη $\psi = 0$.		
(3) Το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο) της $\psi = -\frac{1}{3}\chi^2$ είναι $[0, \infty)$.		

(μονάδες 3)

Θέμα 9: Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 στις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) $\varepsilon_1 : 2\chi - 4\psi = 4$

(β) $\varepsilon_1 : 6\chi + 2\psi = 10$

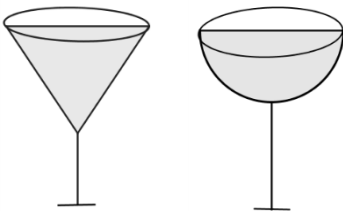
$\varepsilon_2 : -2\chi + 4\psi = 2$

$\varepsilon_2 : \psi = -\frac{1}{2}\chi - 7$

(i) Χωρίς να λύσετε τα συστήματα να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών ε_1 και ε_2 .

(ii) Χωρίς να λύσετε τα συστήματα να εξετάσετε κατά πόσο έχουν λύση ή όχι.

Θέμα 10: Ένα ποτήρι σχήματος ορθού κώνου έχει ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 4 cm. Ένα δεύτερο ποτήρι έχει σχήμα ημισφαίριο ακτίνας 4 cm. Αν χρειάζονται 20 ποτήρια του πρώτου είδους για να γεμίσει ένα μπουκάλι κρασί, πόσα ποτήρια του δεύτερου είδους μπορούν να γεμίσουν από το ίδιο μπουκάλι;



ΜΕΡΟΣ Β': ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΚΑΙ ΤΑ 5 ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Β'.
ΚΑΘΕ ΘΕΜΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 10 ΜΟΝΑΔΕΣ.

Θέμα 1: (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x-19}{x^2+x-6} - \frac{x}{2-x} = \frac{5}{x+3}$

(μονάδες 7)

(β) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για κάθε μια πρόταση πολλαπλής επιλογής.

i. $x(2x-3)=0$

A: $x = 0$ $x = \frac{3}{2}$	B: $x = 0$ $x = -\frac{3}{2}$	Γ: $x = 0$ $x = \frac{2}{3}$	Δ: κανένα από τα προηγούμενα
--	---	--	-------------------------------------

ii. Η εξίσωση $x^2 = 4x$ έχει λύσεις:

A: $x = 4$	B: $x = 0$ $x = 4$	Γ: $x = 2$ $x = -2$	Δ: κανένα από τα προηγούμενα
-------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------------

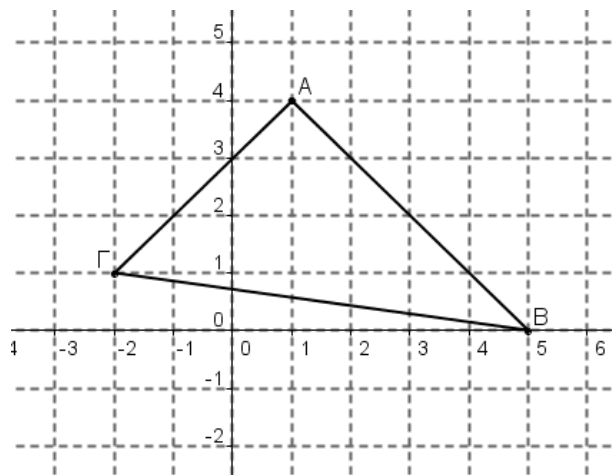
iii. Η εξίσωση: $2\omega^2 - 3\omega + 1 = 0$ έχει λύσεις:

A: $\omega = 1$ $\omega = \frac{1}{2}$	B: $\omega = -1$ $\omega = -\frac{1}{2}$	Γ: $\omega = -1$ διπλή	Δ: κανένα από τα προηγούμενα
--	--	----------------------------------	-------------------------------------

(μονάδες 3)

Θέμα 2: Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ.



(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.

(γ) Να βρείτε την κλίση της ευθείας ΑΓ.

(δ) Να βρείτε τη θέση των ευθειών ΑΒ και ΑΓ (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

(ε) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

Θέμα 3: (α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\chi + \psi)^3 + \psi(\chi - \psi)(\chi + \psi) - \chi(2\chi - \psi)^2 =$$

(μονάδες 4)

(β) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(i) $\alpha^3 - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + \beta^3 =$

(ii) $(\alpha + 3)(\alpha - 1)^2 - 4(\alpha + 3) =$

(iii) $1 - 64\chi^3 =$

(μονάδες 6)

Θέμα 4: Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) παίρνουμε σημεία Δ , E στις προεκτάσεις των πλευρών BA και ΓA αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Delta = AE$.

(α) Να δείξετε ότι: $BE = \Gamma\Delta$

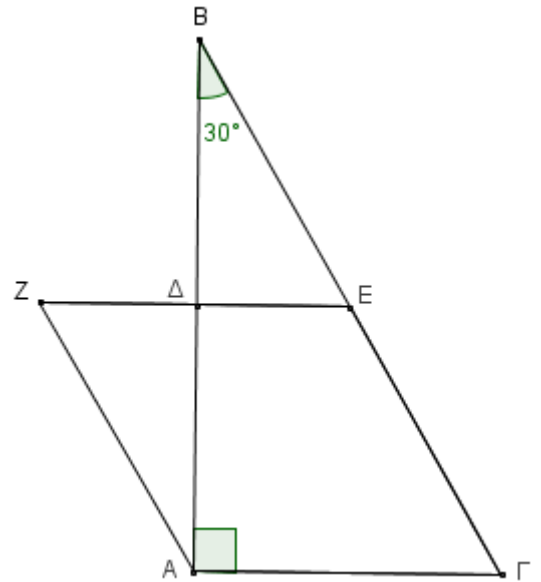
(β) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta M$ είναι ισοσκελές.

Θέμα 5: Στο διπλανό σχήμα $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο

($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 30^\circ$ και

$Z\Delta = \Delta E$. Αν Δ , E τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:

(α) $A\Gamma EZ$ ρόμβος (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



(β) Αν $AE = 5$ cm, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $A\Gamma E\Delta$ κατά προσέγγιση δεκάτου.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: ΔΥΟ (2) ΩΡΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2016

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7:45 – 9:45 πμ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΒΑΘΜΟΣ: $\frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{20}$ ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού. (Tipp Ex)
(γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha + 2)^2 =$

β) $(\chi + 5) \cdot (\chi - 5) =$

ΘΕΜΑ 2:

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $2\chi^2\psi + 4\chi^3 =$

β) $\chi^2 - 9 =$

ΘΕΜΑ 3:

Να λύσετε το σύστημα:

$$2\chi - \psi = -3$$

$$3\chi - 7\psi = 1$$

ΘΕΜΑ 4:

Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\chi^2 - \chi - 3 = 0$$

ΘΕΜΑ 5:

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που περνά από το σημείο $A(3, -1)$ και είναι κάθετη στην ευθεία: $\varepsilon_1 : \psi = 3\chi - 1$.

ΘΕΜΑ 6:

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{6\alpha^2}{3\beta} \cdot \frac{9\beta^5}{2\alpha^6} =$

β) $\frac{2}{\psi+1} - \frac{1}{\psi} =$

ΘΕΜΑ 7:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Αν Μ είναι τυχαίο σημείο του ύψους ΑΔ, να δείξετε ότι ΜΒ = ΜΓ (σχήμα, δεδομένα – ζητούμενα).

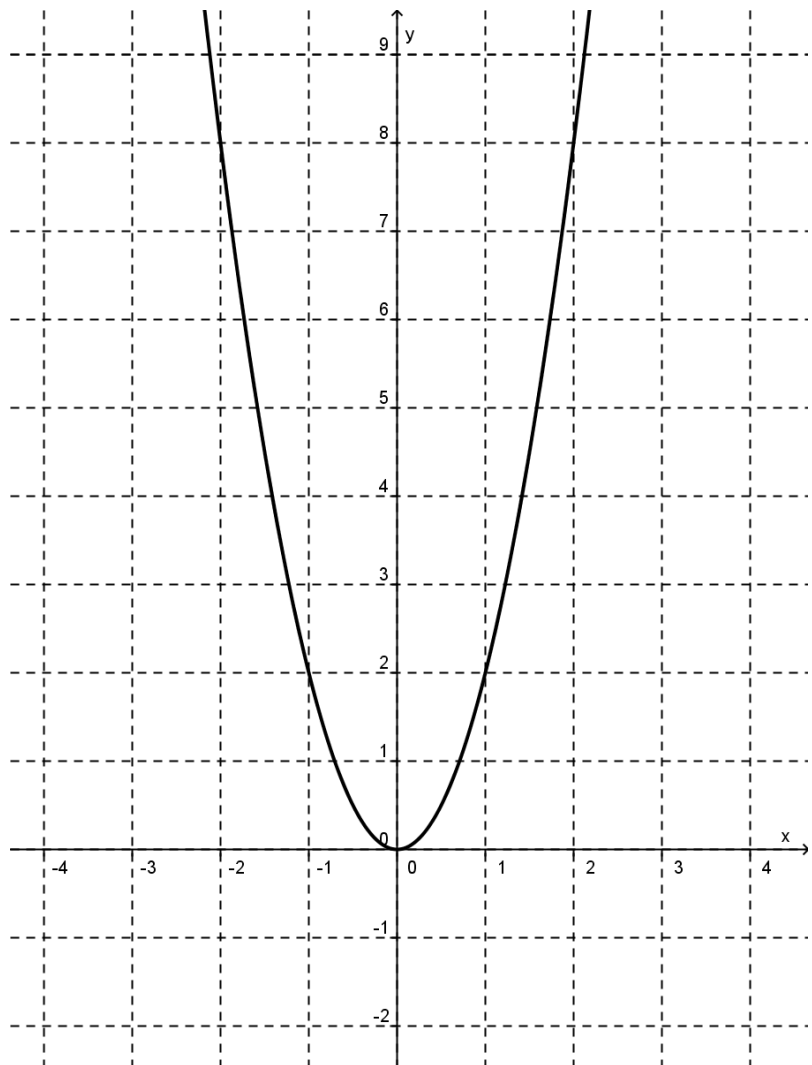
ΘΕΜΑ 8:

Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής, με εξίσωση $\psi = (a-3)x^2$.

α) Να αποδείξετε ότι: $a = 5$.

β) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

γ) Να βρείτε το συμμετρικό σημείο του σημείου $(1, 2)$ ως προς τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.



δ) Να εξετάσετε αν το σημείο $(2, 32)$ ανήκει στην παραβολή.

ε) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της παραβολής.

ΘΕΜΑ 9:

Το ύψος ενός κυλίνδρου είναι ίσο με το ύψος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 3cm, πλάτος 5cm και εμβαδόν ολικής επιφάνειας 62cm^2 . Αν η περίμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι ίση με 8π cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

ΘΕΜΑ 10:

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και Κ , Λ , Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ , ΒΓ , ΓΑ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) Το ΚΛΜΑ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (σχήμα, δεδομένα – ζητούμενα).
β) Το άθροισμα των διαγωνίων του ορθογωνίου ΚΛΜΑ είναι ίσο με την υποτείνουσα ΒΓ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x}{3x-6} - \frac{x+5}{2x+2} = \frac{4}{x^2-x-2}$

ΘΕΜΑ 2:

Δίνονται τα πολυώνυμα: $A(x) = (3x + 2)^2 - 5(x - 2)^2 - 20(2x - 1)$

$$B(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$$

α) Να δείξετε ότι: $A(x) = 4x^2 - 8x + 4$.

(Μον. 4)

β) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το πολυώνυμο $B(x)$.

(Μον. 3)

γ) (i) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A(x)}{B(x)}$.

(ii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A(x)}{B(x)}$.

(Μον. 3)

ΘΕΜΑ 3:

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(3, 2)$, $B(9, 4)$ και $\Gamma(13, 0)$.

α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του παραλληλόγραμμου. (Μον. 4)

β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $\Delta\Gamma$ του παραλληλόγραμμου. (Μον. 3)

γ) Αν O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του παραλληλόγραμμου, να βρείτε:

- (i)** τις συντεταγμένες του σημείου O
- (ii)** την εξίσωση της ευθείας BO .

(Μον. 3)

ΘΕΜΑ 4:

- α) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Το Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και E το μέσο της πλευράς $A\Gamma$. Προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔE κατά τμήμα $EZ = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Delta Z$ είναι ρόμβος. (σχήμα, δεδομένα – ζητούμενα).

(Mov. 7)

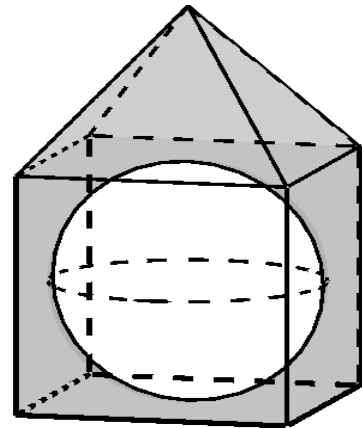
- β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 55^\circ$ και $B\Gamma = 20$ cm. Να βρείτε τα μήκη των πλευρών AB και $A\Gamma$.

(Mov. 3)

$\eta\mu 55^\circ = 0,8191$	$\eta\mu 35^\circ = 0,5736$
$\sigma\upsilon\nu 55^\circ = 0,5736$	$\sigma\upsilon\nu 35^\circ = 0,8192$
$\epsilon\phi 55^\circ = 1,4281$	$\epsilon\phi 35^\circ = 0,7002$

ΘΕΜΑ 5:

Στο πιο κάτω στερεό, ο κύβος και η τετραγωνική πυραμίδα έχουν κοινή βάση και η σφαίρα εφάπτεται στις έδρες του κύβου. Η πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 64cm και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 320cm^2 . Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10/06/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 07.45π.μ.– 09.45μ.μ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:ΑΡ. :

ΤΜΗΜΑ :

ΒΑΘΜΟΣ : ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
γ) Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
δ) **ΤΟ ΓΡΑΠΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 8 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)

Να απαντήσετε και στα 10 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να βρείτε τα αναπτύγματα :

α) $(\omega + 6)^2 =$

β) $(\chi - 5)(\chi + 5) =$

ΘΕΜΑ 2: Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:

α) $\omega^2 - 81 =$

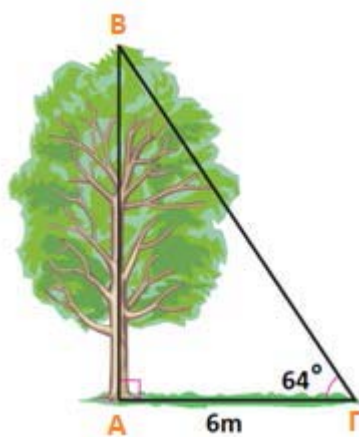
β) $3\alpha\beta - \alpha^2 =$

ΘΕΜΑ 3: Κύβος έχει ακμή 4cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο του.

ΘΕΜΑ 4: Να λύσετε το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} 3\chi + 2\psi = 8 \\ \chi - \psi = 1 \end{array} \right\}$$

ΘΕΜΑ 5: Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 10\chi + 3 = 0$

ΘΕΜΑ 6: Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου.



	ημ	συν	εφ
64°	0,90	0,44	2,05
26°	0,44	0,90	0,49

ΘΕΜΑ 7: Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

$$\left(\frac{1}{2\chi - 6} - \frac{4}{\chi^2 - 9} \right) : \frac{\chi^2 - 10\chi + 25}{\chi^2 - 2\chi - 15} =$$

ΘΕΜΑ 8: Αν $\chi\psi = -1$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (2\chi - \psi)^2 - (3\chi + \psi)(\psi - 3\chi) - 13\chi(\chi - \psi) =$$

ΘΕΜΑ 9: Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Αν Ε είναι το μέσον της διαμέσου ΑΔ, Ζ το μέσον της ΒΔ και Η το μέσον της ΑΓ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΗΔΖ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 10: Τρίγωνο έχει κορυφές $A(3,5)$, $B(-2,4)$ και $\Gamma(2,0)$.

α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .

ΜΕΡΟΣ Β΄ (50 μονάδες)

Να απαντήσετε και στα 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1: Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2}{x^2-5x+6} + \frac{x}{4-2x} = \frac{2}{x-3}$$

ΘΕΜΑ 2: Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις πλευρές AB και $B\Gamma$ παίρνουμε δύο σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = BE$ και Z τυχαίο σημείο της διχοτόμου BH .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta Z$ και BEZ είναι ίσα.

β) Αν ZM και ZN είναι οι αποστάσεις του Z από τις πλευρές AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $\Delta M = EN$.

ΘΕΜΑ 3: α) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (4\kappa + 1)\chi + 7$ και $\varepsilon_2 : -3\chi + \psi = -5$. Να βρείτε τη τιμή του κ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι κάθετες.

β) i) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που περνά από το σημείο $(-1,4)$.

ii) Να βρείτε τη τιμή του ν ώστε το σημείο A με συντεταγμένες $(\nu, 4\nu-1)$ να ανήκει στη πιο πάνω παραβολή.

ΘΕΜΑ 4: Κύλινδρος έχει ακτίνα 10cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $120\pi \text{ cm}^2$. Κώνος έχει ύψος διπλάσιο από το ύψος του κυλίνδρου και όγκο ίσο με το $\frac{1}{6}$ του όγκου του κυλίνδρου. Να βρείτε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του κώνου.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)

ΘΕΜΑ 5: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{B} = 90^\circ$) και $\widehat{A} = 30^\circ$. Φέρουμε $B\Delta \perp A\Gamma$ και παίρνουμε E μέσον της AB . Προεκτείνουμε τη ΔE προς το μέρος του E κατά τμήμα $EZ = \Delta E$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $A\Delta BZ$ είναι ορθογώνιο.
- β) Το τρίγωνο $E\Delta B$ είναι ισόπλευρο.

Η Διευθύντρια

.....
Άνδρη Αντωνιάδου

ΤΣΙΡΕΙΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΛΕΜΕΣΟΥ

Σχολική χρονιά : 2015-2016

Βαθμός:

Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 15-06-2016

Σελίδες : 9

Τάξη : Γ΄

Διάρκεια : 2 ώρες

Ώρα: 08:00-10:00

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i) $(x + 5)^2 =$

ii) $(x - 4)(x + 4) =$

ΘΕΜΑ 2

Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

ΘΕΜΑ 3

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 3cm , 4cm και 5cm .

ΘΕΜΑ 4

Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

i) $y^2 - 81 =$

ii) $x^2 - 6x - 16 =$

iii) $x^3 - 27 =$

iv) $x^2 + 5x + \psi x + 5\psi =$

ΘΕΜΑ 5

Ένα σχολείο θέλει να διεξάγει μια έρευνα με σκοπό να εξάγει συμπεράσματα για τη δημοφιλέστερη ποδοσφαιρική ομάδα της πόλης ανάμεσα στους μαθητές του σχολείου. Αποφασίστηκε το δείγμα να συλλέγει στην κύρια είσοδο του σχολείου ρωτώντας κάθε 5ο μαθητή που θα μπαίνει στο σχολείο από αυτή την είσοδο.

i) Να αναφέρετε την μέθοδο δειγματοληψίας που χρησιμοποιήθηκε. (μ. 2)

ii) Να αναφέρετε ένα πλεονέκτημα και ένα μειονέκτημα της μεθόδου αυτής στην συγκεκριμένη περίπτωση. (μ. 2)

iii) Ποια άλλη μέθοδο δειγματοληψίας μπορούσε να χρησιμοποιήσει. (μ. 1)

ΘΕΜΑ 6

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, κυκλώνοντας κατάλληλα:

i) Τραπεζίο του οποίου οι διαγώνιοι δεν είναι ίσες, είναι ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii) Όλα τα τετράγωνα είναι ορθογώνια.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii) Στο παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv) Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας αυτής ισούται με το μισό της υποτείνουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 7

Να εξετάσετε την θέση των δύο ευθειών
$$\begin{aligned} 2\chi + 3\psi &= -6 \\ 9\psi + 6\chi - 4 &= 0 \end{aligned}$$
 (τέμνονται, παράλληλες ή ταυτίζονται) και αν τέμνονται να βρείτε το σημείο τομής τους.

ΘΕΜΑ 8

Σε ορθογώνιο τρίγωνο μια οξεία γωνία του είναι πενταπλάσια από την άλλη, ενώ η υποτείνουσα του είναι 10 cm. Να επιλύσετε το τρίγωνο, δηλαδή να βρείτε όλες τις άγνωστες πλευρές και γωνίες του τριγώνου. Οι απαντήσεις σας να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών.

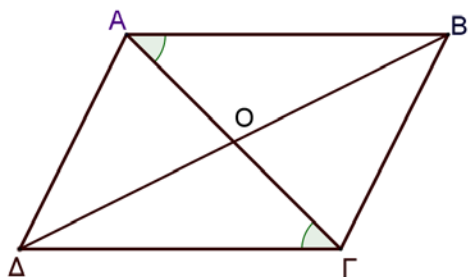
ΘΕΜΑ 9

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{1-\frac{5}{y}}{\frac{y}{y-5}} : \frac{y^2-10y+25}{y^2-5y}$, $y \neq 0, y \neq 5$. Να βρείτε το ανάπτυγμα A^3 .

ΘΕΜΑ 10

Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται $AO=O\Gamma$ και $\widehat{OAB} = \widehat{O\Gamma\Delta}$. Να δείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα ABO και $O\Delta\Gamma$ είναι ίσα. (μ. 3)
- ii. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (μ. 2)



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1

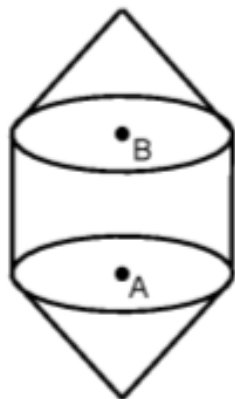
Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-7}{x^2-5x+4} + \frac{x-3}{x^2-x} = \frac{1}{4-x}$$

ΘΕΜΑ 2

Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύλινδρο και δύο ίσους κώνους ενωμένους στις βάσεις του. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι ίσος με $360\pi \text{ m}^3$ και το ύψος του είναι 10m . Αν η γενέτειρα του κώνου ισούται με το ύψος του κυλίνδρου, να βρείτε:

- i) Τον όγκο του στερεού
- ii) Πόσα θα πληρώσουμε αν βάψουμε όλη την εξωτερική επιφάνεια του στερεού πληρώνοντας €12 το τετραγωνικό μέτρο;



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-4,1)$, $B(2,-3)$ και $\Gamma(4,1)$.

- i) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB . (μον.2)
- ii) Να εξετάσετε κατά πόσο το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (μον.2)
- iii) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $B\Gamma$. (μον.2)
- iv) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς AB . (μον.2)
- v) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου της πλευράς AB . (μον.2)

ΘΕΜΑ 4

Ο καθηγητής της Γεωγραφίας θέλει να γράψει ένα διαγώνισμα συνολικής βαθμολογίας 100 μονάδων, με ερωτήσεις σωστού/λάθους 2 μονάδων και ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής 4 μονάδων. Οι ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής θέλει να είναι διπλάσιες από τις ερωτήσεις σωστού/λάθους.

- i. Να γράψετε ένα σύστημα εξισώσεων σύμφωνα με το πιο πάνω σενάριο. (μ. 2)
- ii. Πόσες ερωτήσεις κάθε είδους πρέπει να βάλει στο διαγώνισμα; (μ. 5)
- iii. Εάν οι περισσότεροι μαθητές χρειάζονται περίπου 1 λεπτό να απαντήσουν κάθε ερώτηση σωστού λάθους και 1,5 λεπτά για κάθε ερώτηση πολλαπλής επιλογής, να εξετάσετε κατά πόσο τα 45 λεπτά είναι αρκετός χρόνος για να τελειώσουν το διαγώνισμα. (μ. 3)

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της AB και E το μέσο της $B\Gamma$, να προεκτείνετε το $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = \Delta E$.

- i. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος. (μ. 7)
 - ii. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας BAE . (μ. 3)
- (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

Ο Διευθυντής

Δρ. Άγγελος Παπαγεωργίου

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Αν Δ είναι το μέσο της AB και E το μέσο της $B\Gamma$, να προεκτείνετε το $E\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = \Delta E$.

- i. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma EZ$ είναι ρόμβος. (μ. 7)
 - ii. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας BAE . (μ. 3)
- (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

Εισηγητές
Πάυλου Ανδρέας
Αβραάμ Νοταρίδης
Ηρακλής Αριστείδου

Ο Διευθυντής

Δρ. Άγγελος Παπαγεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/06/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:..... Τμήμα:..... Αριθμός:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπονται με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

(α) $(x - 5)^2 =$

(β) $(4x - 3)(4x + 3) =$

2. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $4x + 2 =$

(β) $x^2 - 5x + xk - 5k =$

3. Δίνεται κύβος με ακμή $a = 7 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου.

(β) Τον όγκο του κύβου.

4. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου του Αιφελ αν $AB=430\text{m}$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 37^\circ$.

$\hat{\theta}$	ημθ	συνθ	εφθ
37°	0,602	0,799	0,754
53°	0,799	0,602	1,327

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

- (α) Το πρόσημο του a .
- (β) Τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- (γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
- (δ) Την εξίσωση της παραβολής.
- (ε) Τις τετμημένες των σημείων της παραβολής που έχουν τεταγμένη -20.

6. Να λύσετε την εξίσωση $4x^2 - 3x - 1 = 0$.

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$).

- (α) Στις προεκτάσεις των πλευρών BA και GA παίρνουμε σημεία E και Δ αντίστοιχα, έτσι ώστε $AE=AD$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta B\Gamma$ και $E\Gamma B$ είναι ίσα. (3 μονάδες)
- (β) Οι προεκτάσεις των πλευρών BD και GE τέμνονται στο σημείο M . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $BM\Gamma$ είναι ισοσκελές. (2 μονάδες)

8. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 512 m^3 και ακμή βάσης 16 m . Να βρείτε:

(α) Το παράπλευρο ύψος της πυραμίδας. (3 μονάδες)

(β) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας. (2 μονάδες)

9. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B\Delta A} = 60^\circ$. Το σημείο K είναι το μέσο της πλευράς AB και $B\Sigma = \Sigma\Delta = 3\text{cm}$. Αν $B\Gamma = 11\text{cm}$, $\Pi\Theta = 4\text{cm}$ και $B\Gamma // A\Theta$ να υπολογίσετε τα μήκη των χ , y , λ και μ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

10. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 3 - \frac{(\alpha+2)}{3}\chi$ και $\varepsilon_2: y = \frac{2}{\beta-2}\chi + 5$. Αν $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ και ισχύει η σχέση $(\alpha - 1)^3 - \alpha^2(\alpha - 3) = 4(\beta + 1)$, να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραμέτρων α και β .

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

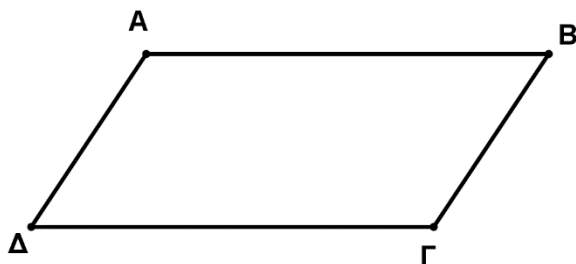
$$\frac{7}{x^2-1} - \frac{2-x}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-x}$$

2. (α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{1}{x-7} - \frac{1}{x+2} \right) \div \frac{9x-18}{x^2-5x-14} =$$

(β) Αν $\kappa = \frac{8x}{x^2+4}$, να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα $\frac{2+\kappa}{2-\kappa} = \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^2$.

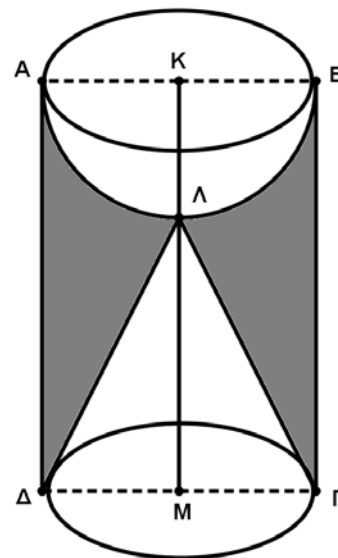
3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε κάθετη πάνω στην $B\Gamma$ στο σημείο M που τέμνει την AB στο E και την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο Z .
Να δείξετε ότι $EBZ\Gamma$ είναι ρόμβος.



4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύλινδρος με ύψος $KM=9m$. Από τον κύλινδρο αφαιρέθηκε κώνος με ακτίνα βάσης ΔM , ύψος ΛM και ημισφαίριο με ακτίνα AK . Η κορυφή Λ του κώνου είναι σημείο του ημισφαιρίου. Ο όγκος του ημισφαιρίου είναι ίσος με τον όγκο του κώνου.

(α) Να αποδείξετε ότι $\Delta M=3m$ και $M\Lambda=6m$.

(β) Να υπολογίσετε τον όγκο που βρίσκεται μεταξύ κυλίνδρου, κώνου και ημισφαιρίου.



5. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1, 3), Β(μ, -1) και Γ(-3, -4). Η κορυφή Δ ανήκει στον άξονα χχ' και ισχύει ΑΒ//ΓΔ.
- Η πλευρά ΑΒ του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ έχει εξίσωση $y = -2x + 5$.
- (α) Να δείξετε ότι $\mu = 3$.
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της ΓΔ.
- (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ.
- (δ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο.
- (ε) Αν $K(\alpha, \beta^2 + 4\alpha\beta + \frac{7}{2})$ το σημείο τομής των διαγωνίων του ορθογωνίου, να βρείτε τις τιμές των α και β.

Διδάσκοντες

Νεοφύτου Έρμα **Β.Δ.**
Γερμανού Τασούλα
Κούλας Χρίστος
Χατζημηνά Μαρία
Κωνσταντινίδης Χριστόφορος

Συντονίστρια

Νεοφύτου Έρμα **Β.Δ.**

Διευθυντής

Αβραάμ Παναγιώτης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Γ΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 13/ 6 / 2016**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 Ώρες**Ονοματεπώνυμο:****Βαθμός:****Ολογρ.:****Υπογραφή:** **Τμήμα:** **Αριθ.:**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 7 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.**Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

- 1) Να βρείτε τα αναπτόγματα:

1) $(x + 4)^2 =$

2) $(\alpha + 3)(\alpha - 3) =$

- 2) Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις
- $\alpha = 6 \text{ cm}$
- ,
- $\beta = 4 \text{ cm}$
- ,
- $\gamma = 2 \text{ cm}$
- .

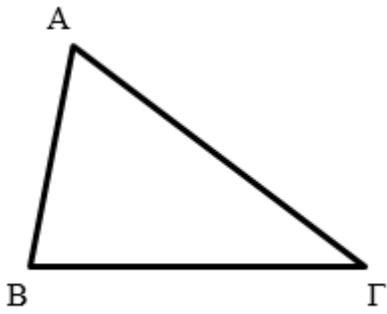
- 3) Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

- 4) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(\chi^2 - 1)^2 - (\chi^2 + 1)(1 - \chi^2) = 2\chi^4 - 2\chi^2$$

- 5) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τη διάμεσο ΒΜ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα ΜΔ έτσι ώστε ΜΔ=ΒΜ. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



- 6) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\chi + \psi = 4$$

$$2\chi - 3\psi = 3$$

- 7) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \frac{3\chi\psi}{\omega} \cdot \frac{\chi\omega}{\psi^2} \cdot \frac{\omega^2}{9\chi^2} = \quad (M.2)$$

$$\beta) \frac{2\chi^2 - 2}{\chi^2 + 4\chi + 3} \div \frac{\chi + 1}{\chi + 3} = \quad (M.3)$$

- 8) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πιο κάτω πολυώνυμα:

$$1) \chi^2 - 4 =$$

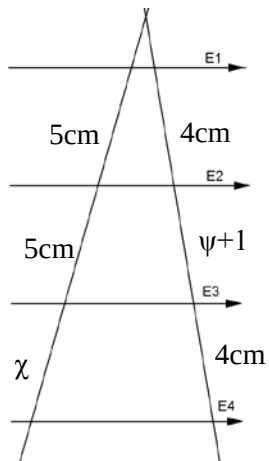
$$2) \omega^2 - 10\omega + 25 =$$

$$3) \chi^2 + 5\chi - 6 =$$

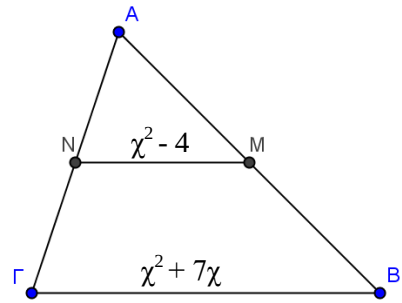
$$4) 2\psi^2 - 2\psi - 3\psi + 3 =$$

9) Από τα σχήματα να υπολογίσετε τα χ και ψ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

α) $E_1 // E_2 // E_3 // E_4$



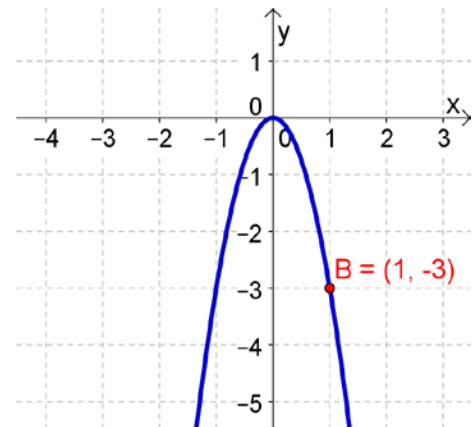
β) M και N μέσα των AB και AG αντίστοιχα.



10) Δίνεται η παραβολή $\psi = a\chi^2$. Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα να βρείτε:

α) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
(Μ. 1,5)

β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.
(Μ. 1,5)

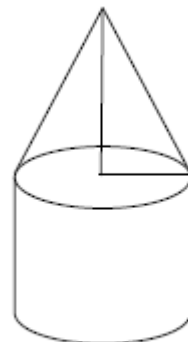


γ) Το σημείο $B(1, -3)$ ανήκει στην παραβολή $\psi = a\chi^2$. Να βρείτε την τιμή του a .
(Μ. 2)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

- 1) Το παρακάτω σχήμα αποτελείται από ένα κύλινδρο και έναν κώνο. Το εμβαδόν της βάσης του κυλίνδρου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $60\pi \text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με το ύψος του κώνου να υπολογίσετε:

- α) τον όγκο του στερεού και
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



- 2) Σε ένα διαγωνισμό γνώσεων στο Γυμνάσιο Ξυλοφάγου έλαβαν μέρος διάφορες ομάδες. Η κάθε διαγωνιζόμενη ομάδα έπρεπε να λύσει ασκήσεις και προβλήματα.

α) Η ομάδα Α κατάφερε να λύσει 5 ασκήσεις και 4 προβλήματα συγκεντρώνοντας 83 βαθμούς. Η ομάδα Β έλυσε 7 ασκήσεις και 6 προβλήματα συγκεντρώνοντας 121 βαθμούς. Να βρείτε με πόσους βαθμούς βαθμολογείται κάθε άσκηση και με πόσους βαθμούς βαθμολογείται κάθε πρόβλημα. **(Να λυθεί με τη βοήθεια συστήματος εξισώσεων)** (Μ.8)

β) Να βρείτε πόσους βαθμούς κατάφερε να συγκεντρώσει η ομάδα Γ η οποία έλυσε σωστά 6 ασκήσεις και 2 προβλήματα. (Μ.2)

3) Δίνονται τα πολυώνυμα $P(\chi) = \frac{1}{\chi} + \frac{\chi+4}{3}$ και $Q(\chi) = 1 - \frac{8\chi+3\chi^2-1}{3\chi^2+9\chi}$

α) να δείξετε ότι $P(\chi) = \frac{\chi^2+4\chi+3}{3\chi}$ και $Q(\chi) = \frac{\chi+1}{3\chi^2+9\chi}$ (M.3)

β) να αποδείξετε ότι $\frac{P(\chi)}{Q(\chi)} = (\chi+3)^2$ (M.3)

γ) να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $\frac{P(5)}{Q(5)}$ (M.1)

δ) να λύσετε την εξίσωση $Q(\chi) = P(\chi) - \frac{\chi+4}{3}$ (M.3)

- 4) Δίνονται τα σημεία $A(3,5)$, $B(6,9)$, $\Gamma(10,6)$ και $\Delta(7,2)$
- α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο.
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .
 - γ) Να βρείτε το σημείο τομής των διαγώνιων του $AB\Gamma\Delta$.
 - δ) Αν $\omega = \widehat{AB\Delta}$. Να υπολογίσετε εφω και συνω.

5) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και M μέσο της $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB προς το μέρος του B και AG προς το μέρος του Γ κατά τμήματα $B\Delta = \frac{AB}{2}$ και $\Gamma E = \frac{AG}{2}$ αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι: α) $DM = ME$

β) Το σημείο M ισαπέχει από τις πλευρές AB και AG

Οι εισηγητές:

Περδίκη Γεωργία (ΒΔ)

Κουλέρμου Άντρη

Στεφανίδης Λεωνίδας

Στυλιανού Ιωσήφ

Χριστοδούλου Δημήτρης (Αντ. Γιαπάνη Αντωνία)

Ο Διευθυντής

Νεοκλέους Λεωνίδας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ

ΤΑΞΗ : Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Αριθμητικώς:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 / 06 / 2016

Ολογράφως:

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΑΡΙΘΜΟΣ: ΤΜΗΜΑ:

Οδηγίες

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 (δώδεκα) σελίδες.
- Να απαντηθούν και τα δύο μέρη Α΄ και Β΄ του εξεταστικού δοκιμίου.
- Το εξεταστικό δοκίμιο βαθμολογείται με 20 μονάδες.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Να γράψετε μόνο με μελάνι χρώματος μπλε. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τα 10 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (x + 3)^2 =$$

$$(\beta) (4x - 7)(4x + 7) =$$

2. Να λύσετε το σύστημα:

$$2x - 5y = 9$$

$$3x + 2y = 4$$

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $3x^2 - 6x =$

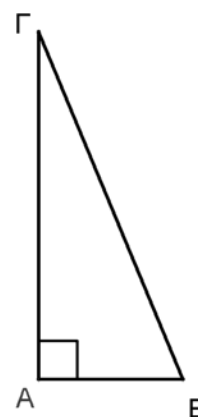
(β) $x^2 - 36 =$

(γ) $x^2 - 6x - 27 =$

(δ) $ax - 5a - xy + 5y =$

4. Στο διπλανό τρίγωνο δίνονται $\hat{A} = 90^\circ$ και $\eta\mu B = \frac{12}{13}$.

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$ και $\eta\mu\Gamma$.



5. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$

6. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Να φέρετε το ύψος AD και να το προεκτείνετε προς το Δ , κατά τμήμα $DE = AD$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Gamma E$ είναι ισοσκελές.

7. Το εμβαδόν της βάσης κώνου είναι $9\pi \text{ cm}^2$. Αν το ύψος του κώνου ισούται με 4 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του και τον όγκο του.
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

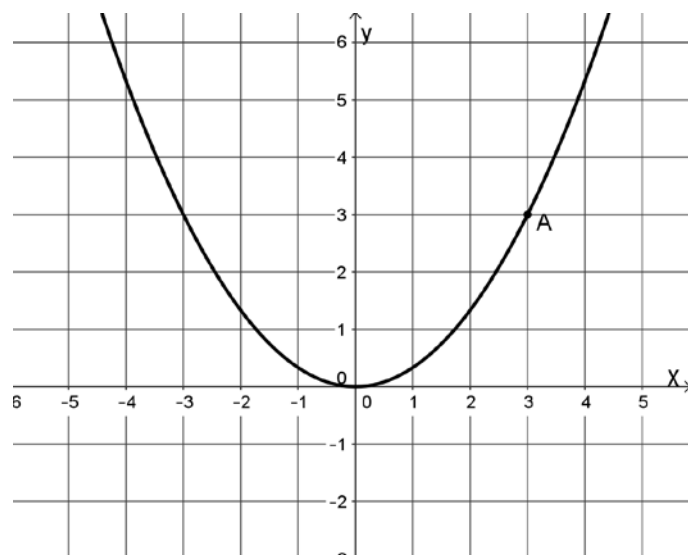
8. Αν x και y είναι αντίστροφοι αριθμοί, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \left(\frac{4x - 3y}{5} \right)^2 - \left(\frac{4x + 3y}{5} \right)^2 .$$

9. Η παραβολή του διπλανού σχήματος διέρχεται από το σημείο $A(3,3)$.

Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών
- (β) την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας
- (γ) την εξίσωση της παραβολής.



10. Να κάνετε τις πράξεις: $\left(\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+3} \right) : \frac{2x+18}{x^2+3x}$

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τα 5 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. (α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3-3x}{3-x} - \frac{2(x+1)}{2+x} = \frac{30}{x^2-x-6}$$

- (β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(i) $(x^2 + 4x - 8)^2 - (x^2 - 4x)^2 =$

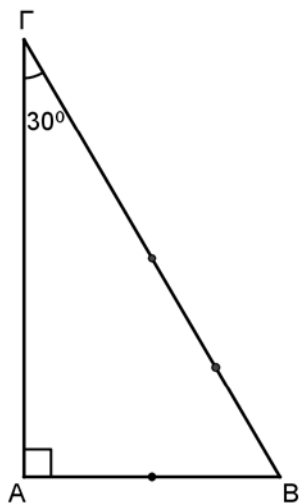
(ii) $4\alpha^2 - 4\alpha\beta + \beta^2 - 6(2\alpha - \beta) + 9 =$

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν Δ, E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι:
- (α) οι αποστάσεις ΔH και EZ από την πλευρά $B\Gamma$ είναι ίσες
- (β) το ΔEZH είναι ορθογώνιο.

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ με Δ μέσο της $B\Gamma$, E μέσο της $B\Delta$ και Z μέσο της AB .

(α) Να δείξετε ότι το $A\Delta EZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο

(β) Αν η διάμεσος του τραπεζίου $A\Delta EZ$ ισούται με $(x^2 - 3)\text{cm}$, η $A\Delta = (4x + 17)\text{cm}$ και η $EZ = (2x - 3)\text{cm}$, να υπολογίσετε την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



4. Το τμήμα Δασών μέσα στα πλαίσια των μέτρων προστασίας των δασών από τις πυρκαγιές εγκατέστησε ανοικτή υδατοδεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου σε νευραλγικό σημείο του δάσους Πάφου, με σκοπό να τροφοδοτεί πυροσβεστικά οχήματα και ελικόπτερα με νερό σε περίπτωση πυρκαγιάς. Οι διαστάσεις της βάσης της υδατοδεξαμενής διαφέρουν κατά 10m , το εμβαδόν της βάσης της είναι 1200m^2 και το ύψος της είναι 8m . Τα πυροσβεστικά ελικόπτερα είναι εφοδιασμένα με κάδους σχήματος τετραγωνικής πυραμίδας, των οποίων η περίμετρος της βάσης είναι 384cm και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι 15360cm^2 .

Να υπολογίσετε:

- (α) τον όγκο της υδατοδεξαμενής
- (β) τον όγκο του κάδου του ελικοπτέρου
- (γ) τον μέγιστο αριθμό κάδων νερού που μπορούν να πάρουν τα ελικόπτερα από την υδατοδεξαμενή, ώστε η στάθμη του νερού να μην πέσει κάτω από 3m ύψος από την βάση του.



5. Δίνονται τα σημεία $A(4,5)$, $B(7,2)$ και $\Gamma(4,-1)$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

(β) Να βρεθεί η εξίσωση της διαμέσου BM .

Οι Εισηγητές/τριες

Μαρία Σενέκη

Χρίστη Δημητριάδου

Μιχάλης Μιχαήλ

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσάγκος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 10/06/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

ΩΡΑ: 8:00 - 10:00 π.μ.

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

Αριθμός σελίδων γραπτού: 6

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Γ..... Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

(α) $(x - 7)(x + 7) =$

(β) $(x - 3)^2 =$

2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 3 cm, 4 cm και 8 cm.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 8x + 5 = 0$

4. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2$.

Να βρείτε :

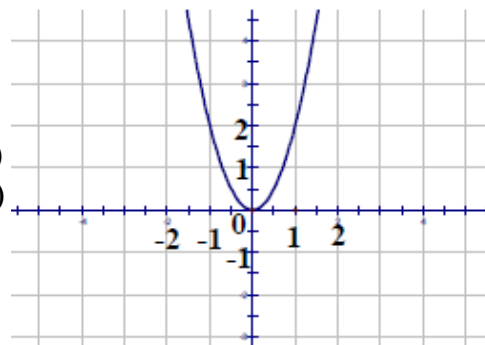
α) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(μον.1)

β) Να βρείτε κατά πόσο παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο.(μον.1)

γ) Την εξίσωσή της.

(μον.3)



5. Να λύσετε το σύστημα:

$$x + \psi = 18$$

$$x + 5\psi = 50$$

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

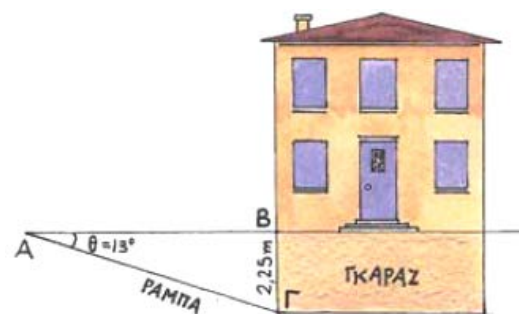
α) $x^2 - 5x =$

β) $x^2 + 6x - 7 =$

γ) $9x^2 - 4\Xi^2 =$

δ) $\sqrt{x} + \sqrt{3} - 4x - 4\Xi =$

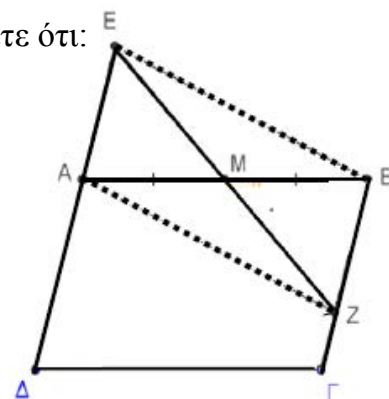
7. Ένας μηχανικός θέλει να κατασκευάσει ένα σπίτι με υπόγειο γκαράζ. Το ύψος του γκαράζ πρέπει να είναι $\omega = 2,25\text{m}$ και η κλίση της ράμπας 13° . Να βρείτε το μήκος της ράμπας ΑΓ αν γνωρίζετε ότι: $\eta\mu 13^\circ \cong 0,225$, $\sigma\upsilon\nu 13^\circ \cong 0,974$ και $\epsilon\phi 13^\circ \cong 0,231$



8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της ΑΒ. Να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΜΑΕ και ΜΒΖ είναι ίσα

β) Το τετράπλευρο ΕΒΖΑ είναι παραλληλόγραμμο.



9. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης $\Pi_B = 40\text{cm}$ και το ύψος της είναι κατά 2 μεγαλύτερο από την πλευρά της βάσης.
- α) Να βρείτε το απόστημα h της πυραμίδας. (μον. 2)
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της πυραμίδας. (μον. 3)

10. α) Δίνεται η παράσταση $\Delta = \frac{x-1}{x-2} + \frac{x-2}{3-x} - \frac{x^2-5}{x^2-5x+6}$. Να δείξετε ότι $\Delta = \frac{-x-2}{x-3}$

- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής στην πιο κάτω πρόσκληση.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+1}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-3x} = -\frac{1}{x^2+3x}$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A_{\nu\lambda} = (3x+2)^2 - 5(x-2)^2 - 4(8x-3) \text{ και } B_{\nu\lambda} = x^3 - x^2 - x + 1$$

α) Να δείξετε ότι $A_{\nu\lambda} = 4x^2 - 4$ (μον.4)

β) Να παραγοντοποιηθεί πλήρως το πολυώνυμο $B_{\nu\lambda} = x^3 - x^2 - x + 1$ (μον.3)

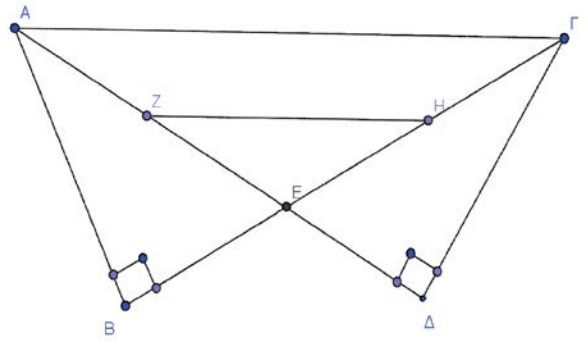
γ) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A_{\nu\lambda}}{B_{\nu\lambda}}$. (μον.3)

3. Στο διπλανό σχήμα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$ ορθογώνια τρίγωνα και E το σημείο τομής των $B\Gamma$ και ΔA . Αν Z το μέσο της AE και H το μέσο της $E\Gamma$ και $AB=\Delta\Gamma$:

α) Να αποδείξετε ότι $AE=GE$. (μον.4)

β) Να αποδείξετε ότι το τμήμα ZH είναι παράλληλο στο AG . (μον.2)

γ) Αν τα μήκη $BZ=10\text{cm}$ και $AG=30\text{cm}$, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $AZH\Gamma$. (μον.4)



4. Δίνεται το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ $A(3,1)$, $B(5,5)$, $\Gamma(1,3)$ και $\Delta(-1, -1)$

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο είναι ρόμβος. (μον 4)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου του ρόμβου. (μον 2)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - y + 3 = 0$. (μον 4)

5. Στον τελικό του **Ευρωπαϊκού πρωταθλήματος ποδοσφαίρου (Euro 2016)**, που θα πραγματοποιηθεί το καλοκαίρι στη Γαλλία, η νικήτρια ομάδα θα παραλάβει το πιο κάτω τρόπαιο. Το τρόπαιο ύψους 34 cm, αποτελείται από έναν ανοικτό κώνο διαμέτρου 20 cm, έναν κύβο ακμής 10 cm στον οποίο είναι στερεωμένος ο κώνος (βάση του τροπαίου) και δύο χερούλια, ανοικτά στο κάτω μέρος, σχήματος κύβου ακμής 3cm.

α) Ποιο θα είναι το κόστος του τροπαίου για τους διοργανωτές, αν η βάση του είναι κατασκευασμένη από ειδικό μέταλλο που κοστίζει €5 το cm^2 και το υπόλοιπο είναι κατασκευασμένο από χρυσό που κοστίζει €80 το cm^2 .

β) Στο τρόπαιο αδειάζουμε σαμπάνια από ένα κυλινδρικό μπουκάλι με περίμετρο βάσης 8π και ύψος 25cm. Να εξετάσετε αν θα γεμίσει πλήρως το τρόπαιο ή όχι. Αν όχι να υπολογίσετε πόση σαμπάνια ακόμη θα χρειαστεί για να γεμίσει πλήρως το τρόπαιο.



Η Διευθύντρια

.....
Μαυρουδή Ανδρούλα