

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

**ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΥΣ ΠΕΡΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΓΙΑ ΔΙΟΡΙΣΜΟ
ΣΤΗ ΔΗΜΟΣΙΑ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΝΟΜΟΥΣ ΤΟΥ 1998 ΕΩΣ 2006 ΓΙΑ ΘΕΣΕΙΣ ΕΙΣΔΟΧΗΣ
ΣΤΗ ΔΗΜΟΣΙΑ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΤΩΝ ΟΠΟΙΩΝ Η ΑΡΧΙΚΗ ΚΛΙΜΑΚΑ ΔΕΝ ΥΠΕΡΒΑΙΝΕΙ
ΤΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ Α7 ΤΟΥ ΚΥΒΕΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΙΣΘΟΛΟΓΙΟΥ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ
ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΩΣ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΠΡΟΣΟΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΟ ΣΧΟΛΗΣ ΜΕΣΗΣ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ Ή ΔΙΠΛΩΜΑ ΤΡΙΕΤΟΥΣ ΜΕΤΑΛΥΚΕΙΑΚΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ**

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Ημερομηνία: **Σάββατο, 22 Σεπτεμβρίου 2007**

Διάρκεια: **1 ώρα και 30 λεπτά**

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

$$\begin{aligned}
 (\alpha) \quad 62 - 4 \cdot (8 + 2) &= 62 - 4 \cdot 10 \\
 &= 62 - 40 \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\beta) \quad 2\frac{3}{5} \div \frac{7}{10} &= \frac{13}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{10}^2}{7} \\
 &= \frac{26}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\gamma) \quad 2^{15} \div 2^{13} + 2^0 &= 2^2 + 2^0 \\
 &= 4 + 1 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\delta) \quad 0,03 \cdot 300 + 5,2 &= \frac{3}{\cancel{100}} \cdot \cancel{300} + 5,2 \\
 &= 9 + 5,2 \\
 &= 14,2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\epsilon) \quad \frac{3 + 1\frac{5}{7}}{2\frac{4}{21}} &= \frac{\frac{21}{7} + \frac{12}{7}}{\frac{46}{21}} \\
 &= \frac{\frac{33}{\cancel{7}^1}}{\frac{46}{\cancel{21}^3}} \\
 &= \frac{33 \cdot 3}{46} \\
 &= \frac{99}{46} \\
 &= 2\frac{7}{46}
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 2°

Αγόρασε κάποιος μια τηλεόραση με έκπτωση 15% πάνω στην αρχική τιμή πώλησης και πλήρωσε 731 λίρες. Ποια ήταν η αρχική τιμή πώλησης της τηλεόρασης;

1^{ος} τρόπος

$$\begin{aligned} & 100 \quad 15 \quad 85 \\ & \quad \quad x; \quad \quad 731 \\ \Rightarrow x &= \frac{731 \cdot 100}{85} \\ \Rightarrow x &= \frac{731 \cdot 100}{85} \\ \Rightarrow x &= 860 \text{ λίρες} \end{aligned}$$

2^{ος} τρόπος

Έστω x η αρχική τιμή πώλησης

$$\begin{aligned} \Rightarrow x - \frac{15}{100}x &= 731 \\ \Rightarrow 100x - 15x &= 731 \cdot 100 \\ \Rightarrow 15x &= \frac{731 \cdot 100}{85} \\ \Rightarrow x &= 860 \text{ λίρες} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3°

Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει το μηνιαίο μισθό σε λίρες των 20 υπαλλήλων μιας εταιρείας.

Μισθός σε λίρες x_i	Συχνότητα υπαλλήλων f_i
600	3
760	5
840	6
1040	4
1280	2

Να βρείτε:

- (α) την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων, (βαθμοί 2)
- (β) τη μέση τιμή (μέσο όρο) των μισθών, (βαθμοί 3)
- (γ) πόσοι υπάλληλοι παίρνουν μισθό λιγότερο από 840 λίρες, (βαθμοί 2)
- (δ) το ποσοστό (%) των υπαλλήλων των οποίων ο μισθός είναι μεγαλύτερος από 760 λίρες. (βαθμοί 3)

(α) Επικρατούσα τιμή: 840

(β)

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
600	3	1800
760	5	3800
840	6	5040
1040	4	4160
1280	2	2560
	20	17360

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{17360}{20}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{x} = 868}$$

(γ) $3 + 5 = 8$, **8 υπαλλήλοι** παίρνουν μισθό λιγότερο από 840 λίρες

(δ) $6 + 4 + 2 = 12$ υπαλλήλοι,

$$\frac{12}{20} \times 100\% = \mathbf{60\% \text{ παίρνουν μισθό περισσότερο από 760 λίρες.}}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Κώνος έχει ακτίνα βάσης 5 cm και ύψος 12 cm.

Να βρείτε:

- (α) το εμβαδόν της βάσης του κώνου, (βαθμοί 2)
- (β) τη γενέτειρα (λ) του κώνου, (βαθμοί 2)
- (γ) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου, (βαθμοί 2)
- (δ) την ολική επιφάνεια του κώνου, (βαθμοί 2)
- (ε) τον όγκο του κώνου. (βαθμοί 2)

(Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν σε συνάρτηση του π)

(α) $E_B = \pi R^2 \Rightarrow E_B = \pi \cdot 5^2 \Rightarrow E_B = 25\pi \text{ cm}^2$

(β) $\lambda^2 = R^2 + \nu^2 \Rightarrow \lambda^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow \lambda^2 = 25 + 144 \Rightarrow \lambda^2 = 169 \Rightarrow \lambda = 13 \text{ cm}$

(γ) $E_K = \pi R \lambda \Rightarrow E_K = \pi \cdot 5 \cdot 13 \Rightarrow E_K = 65\pi \text{ cm}^2$

(δ) $E_{ολ} = E_B + E_K \Rightarrow E_{ολ} = 25\pi + 65\pi \Rightarrow E_{ολ} = 90\pi \text{ cm}^2$

(ε) $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \nu \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi \cdot 25 \cdot 12 \Rightarrow V = 100\pi \text{ cm}^3$

ΘΕΜΑ 5°

Αν τα $\frac{3}{5}$ ενός κεφαλαίου τοκιστούν προς 4% για ένα χρόνο δίνουν 240 λίρες τόκο περισσότερο από τον τόκο που δίνει το υπόλοιπο κεφάλαιο όταν τοκισθεί προς 3% για ένα χρόνο. Να βρείτε το κεφάλαιο;

(βαθμοί 10)

$$K_1 = \frac{3}{5}K \quad K_2 = \frac{2}{5}K$$

$$E_1 = 4\% \quad E_2 = 3\%$$

$$T_1 = T_2 + 240$$

$$\frac{\frac{3}{5}K \cdot 4}{100} = \frac{\frac{2}{5}K \cdot 3}{100} + 240$$

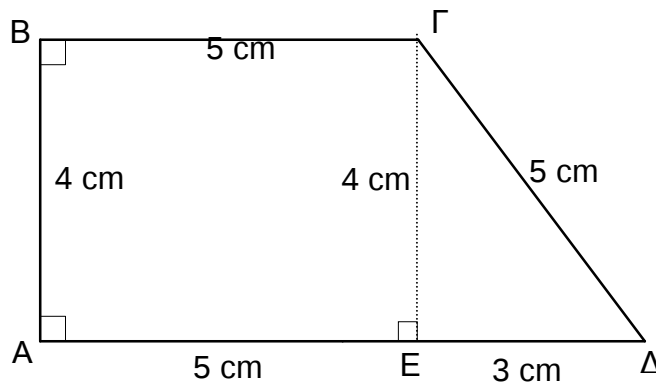
$$\Rightarrow \frac{12K}{500} = \frac{6K}{500} + 240$$

$$\Rightarrow \frac{6K}{500} = 240$$

$$\Rightarrow K = 20\,000 \text{ λίρες}$$

ΘΕΜΑ 6°

Σε χάρτη του κτηματολογίου με κλίμακα 1:2000 παρουσιάζεται ένα κτήμα ΑΒΓΔ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα με $AD \perp AB$, $B\Gamma \perp AB$, $AB=4 \text{ cm}$, $B\Gamma=5 \text{ cm}$ και $AD=8 \text{ cm}$.



Να βρείτε:

(α) το μήκος της περιμέτρου του κτήματος σε μέτρα,

(βαθμοί 4)

(β) το συνολικό κόστος της περιφράξης, αν κάθε μέτρο περιφράξης κοστίζει 12 λίρες,

(βαθμοί 4)

(γ) το εμβαδόν του κτήματος σε τετραγωνικά μέτρα.

(βαθμοί 2)

Λύση: 1^{ος} τρόπος

$\frac{Α.Σ.}{Α.Π.} = \frac{1}{α}$

α)

$$\Rightarrow \frac{Α.Σ.}{Α.Π.} = \frac{1}{2000}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΒ) = 2000 \cdot Α.Σ.(ΑΒ) = 2000 \cdot 4\text{ cm} = 8000\text{ cm} = 80\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΒ) = 80\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΒΓ) = 2000 \cdot Α.Σ.(ΒΓ) = 2000 \cdot 5\text{ cm} = 10000\text{ cm} = 100\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΒΓ) = 100\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΔ) = 2000 \cdot Α.Σ.(ΑΔ) = 2000 \cdot 8\text{ cm} = 16000\text{ cm} = 160\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΔ) = 160\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΕ) = 2000 \cdot Α.Σ.(ΑΕ) = 2000 \cdot 5\text{ cm} = 10000\text{ cm} = 100\text{ m}$$

$$\Rightarrow Α.Π.(ΑΕ) = 100\text{ m}$$

$$\Rightarrow ΕΔ = 160\text{ m} - 100\text{ m}$$

$$(ΓΔ)^2 = (ΓΕ)^2 + (ΕΔ)^2 = 80^2 + 60^2 = 10000$$

$$\Rightarrow ΓΔ = 100\text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{μήκος περιμέτρου} = 80 + 100 + 100 + 160 = 440\text{ m}$$

$$\beta) 440\text{ m} \cdot 12 = 5280 \text{ λίρες}$$

$$\gamma) \text{ Εμβαδόν ορθογωνίου } ΑΒΓΕ = 100 \cdot 80 = 8000\text{ m}^2$$

$$\text{Εμβαδόν τριγώνου } ΓΕΔ = \frac{60 \cdot 80}{2} = 2400\text{ m}^2$$

$$\text{Εμβαδόν κτήματος} = 8000 + 2400 = 10400\text{ m}^2$$

2^{ος} τρόπος

$$\alpha) \quad (\Gamma\Delta)^2 = (\Gamma\text{E})^2 + (\text{E}\Delta)^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow \Gamma\Delta = 5\text{cm (Α.Σ.)}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Περίμετρος Σ.}}{\text{Περίμετρος Π.}} = \frac{1}{2000}$$

$$\Rightarrow \frac{4+5+5+8}{\text{Περίμετρος Π.}} = \frac{1}{2000}$$

$$\Rightarrow \text{Περίμετρος Π.} = 2000 \cdot 22 = 4400\text{cm} = 440\text{m}$$

$$\gamma) \quad \text{Εμβαδόν σχεδίου } E_{\text{ΑΒΓΕ}} + E_{\text{ΓΕΔ}} = 4 \cdot 5 + \frac{4 \cdot 3}{2} = 26\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Εμβαδόν Σ.}}{\text{Εμβαδόν Π.}} = \left(\frac{1}{2000}\right)^2$$

$$\Rightarrow \text{Εμβαδόν Π.} = 26 \cdot (2000)^2 = 104000000\text{cm}^2 = 10400\text{m}^2$$

ΘΕΜΑ 7^ο

Για να κατασκευάσουμε ένα δρόμο μήκους 318 μέτρων θα χρησιμοποιήσουμε τρία συνεργεία. Το συνεργείο Α μπορεί να κατασκευάσει 1 μέτρο του δρόμου σε 1 ώρα, το συνεργείο Β μπορεί να κατασκευάσει 1 μέτρο του δρόμου σε 30 λεπτά της ώρας και το συνεργείο Γ μπορεί να κατασκευάσει 1 μέτρο του δρόμου σε 20 λεπτά της ώρας. Να υπολογίσετε σε ώρες το χρόνο που χρειάζεται για να κατασκευασθεί ο δρόμος, όταν και τα τρία συνεργεία εργάζονται ταυτόχρονα.

(βαθμοί 10)**Λύση:**

Το συνεργείο Α κατασκευάζει 1 m σε 1 ώρα

Συνεργείο Β

1 m	30 λεπτά
X	60 λεπτά

$$X = \frac{60 \cdot 1}{30} = 2\text{m} \quad \text{Το συνεργείο Β κατασκευάζει 2 m σε 1 ώρα}$$

Συνεργείο Γ

1 m	20 λεπτά
X	60 λεπτά

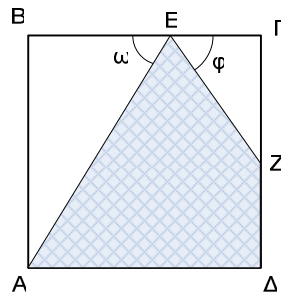
$$X = \frac{60 \cdot 1}{20} = 3\text{m} \quad \text{Το συνεργείο Γ κατασκευάζει 3 m σε 1 ώρα}$$

Σε μια ώρα τα τρία συνεργεία ταυτόχρονα κατασκευάζουν $1+2+3=6\text{ m}$

$$\Rightarrow 318 \div 6 = 53 \quad \text{ώρες}$$

ΘΕΜΑ 8°

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 120 m. Αν $\varepsilon\varphi\omega=1,6$ και $\varepsilon\varphi\varphi=1,5$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του ΑΕΖΔ. **(βαθμοί 10)**

**Λύση:**

$$\varepsilon\varphi\omega = 1,6$$

$$\frac{AB}{BE} = 1,6 \Rightarrow BE = \frac{120}{1,6} = 75m$$

$$\Rightarrow E\Gamma = 120 - 75 = 45m$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = 1,5$$

$$\frac{\Gamma Z}{E\Gamma} = 1,5 \Rightarrow \Gamma Z = 45 \cdot 1,5 = 67,5m$$

$$E_{ABE} = \frac{(AB) \cdot (BE)}{2} = \frac{120 \cdot 75}{2} = 4500m^2$$

$$E_{E\Gamma Z} = \frac{(E\Gamma)(\Gamma Z)}{2} = \frac{45 \cdot 67,5}{2} = 1518,75m^2$$

$$\Rightarrow E_{AB\Gamma\Delta} = 120^2 = 14400m^2$$

$$\Rightarrow E_{AEZ\Delta} = E_{AB\Gamma\Delta} - (E_{ABE} + E_{E\Gamma Z}) = 14400 - (4500 + 1518,75) = 8381,25m^2$$

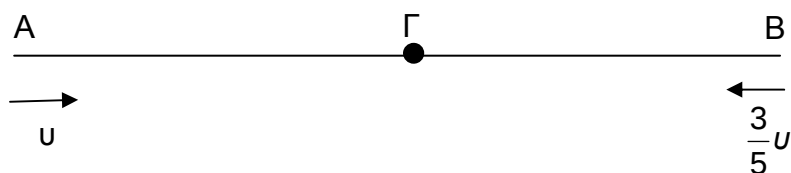
ΘΕΜΑ 9^ο

Οι πόλεις Α και Β απέχουν μεταξύ τους 160 Km. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την πόλη Α με κατεύθυνση την πόλη Β και ταυτόχρονα μια μοτοσικλέτα ξεκινά από την πόλη Β με κατεύθυνση την πόλη Α. Δύο ώρες μετά από την αναχώρησή τους τα δύο οχήματα συναντήθηκαν στο σημείο Γ. Αν η ταχύτητα της μοτοσικλέτας είναι τα $\frac{3}{5}$ της ταχύτητας του αυτοκινήτου, να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο οχημάτων και η απόσταση του σημείου Γ από την πόλη Α.

(βαθμοί 10)

Έστω u η ταχύτητα του αυτοκινήτου

$\frac{3}{5}u$ η ταχύτητα της μοτοσικλέτας



$$A\Gamma = u \cdot 2 = 2u$$

$$\Gamma B = \frac{3}{5}u \cdot 2 = \frac{6}{5}u$$

$$A\Gamma + \Gamma B = AB$$

$$2u + \frac{6}{5}u = 160$$

$$10u + 6u = 5 \cdot 160$$

$$16u = 5 \cdot 160$$

$$u = 50 \text{ Km/h}$$

Ταχύτητα του αυτοκινήτου $u = 50 \text{ Km/h}$

Ταχύτητα της μοτοσικλέτας $\frac{3}{5} \cdot 50 = 30 \text{ Km/h}$

$$A\Gamma = 2u = 2 \cdot 50 = 100 \text{ Km}$$

ΘΕΜΑ 10^ο

Σε μια επιχείρηση ο συνέταιρος Α κατέθεσε 20000 λίρες περισσότερες από το συνέταιρο Β. Η επιχείρηση απέδωσε κέρδη 64000 λιρών. Ο συνέταιρος Α πήρε 8000 λίρες περισσότερο κέρδος από το συνέταιρο Β. Να βρείτε:

(α) το κέρδος που πήρε ο κάθε συνέταιρος,

(βαθμοί 5)

(β) το ποσό που κατέθεσε ο κάθε συνέταιρος.

(βαθμοί 5)

1^{ος} τρόπος

(α) Κέρδος που πήρε ο Β: $\frac{64000 - 8000}{2} = 28000$ λίρες

Κέρδος που πήρε ο Α: $28000 + 8000 = 36000$ λίρες

Κέρδος Α: 36000 λίρες

Κέρδος Β: 28000 λίρες

(β) 20000 λίρες φέρουν κέρδος 8000 λίρες

χ; 28000

$$x = \frac{20000 \cdot 28000}{8000} = 70000 \text{ λίρες}$$

8000 20000

36000 y;

$$y = \frac{20000 \cdot 36000}{8000} = 90000 \text{ λίρες}$$

2^{ος} τρόπος

(β)

Έστω x το ποσό που κατέθεσε ο Β

Τότε x+20000 το ποσό που κατέθεσε ο Α

	A	B
Κεφάλαιο	x+20000	x
Κέρδος	36000	28000

$$\frac{x + 20000}{36000} = \frac{x}{28000}$$

$$28000x + 560000000 = 36000x$$

$$8000x = 560000000$$

x = 70000 λίρες είναι το κεφάλαιο του Β

Κεφάλαιο του Α: 70000+20000=90000 λίρες

3^{ος} Τρόπος

(α) Έστω y το κέρδος που πήρε ο Β

$\Rightarrow y + 8000$ το κέρδος που πήρε ο Α

$$y + 8000 + y = 64000$$

$$\Rightarrow 2y = 64000 - 8000$$

$$\Rightarrow y = 28000 \text{ λίρες, είναι το κέρδος του Β}$$

Κέρδος του Α: 36000 λίρες

ΤΕΛΟΣ